



Semnan University

Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



Type of Article (e.g. Research Article)

Torque Optimization in Synchronous Reluctance Motors Using Response Surface Methodology

Farhad Rezaee-Alam ^{a,*}, Abbas Nazari-Marashi ^b

^a Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Lorestan University, Khorramabad, Iran

^b Electrical Machine Research Group, ACECR, Khajeh Nasir Toosi University of Technology Branch, Tehran, Iran

PAPER INFO

Paper history:

Received: 2022-03-13

Revised: 2022-05-12

Accepted: 2022-10-19

Keywords:

Type your keywords here
in separate lines

Synchronous Reluctance
Motor (SynRM);

Response Surface
Methodology (RSM);

Flux Barrier (FB);

Torque.

ABSTRACT

One of the main challenges in electromagnetic design of synchronous reluctance motors (SynRMs) is to improve the quality of produced electromagnetic torque. In this paper, a new technique is presented for rotor optimization of SynRMs with the configuration of transversally laminated anisotropic (TLA) based on the response surface methodology (RSM) to reduce the torque ripple while maintaining the average value of produced electromagnetic torque. In this method, the radial position and thickness in the middle region of rotor flux barriers (FBs) with hyperbolic shape are optimized to achieve the minimum torque ripple and maximized average torque. To this end, two rotor topologies including 3 and 4 FBs per pole are considered for the analyzed SynRM. The optimization process is then started for each topology through designing the experiments in predefined space by using the RSM and conducting them by using the finite element method (FEM). The analysis of response surface design is then done through constructing the polynomial regression for objective functions to study the effect of parameters on the torque ripple and the average torque. The optimal results which are very sensitive to geometry variations show a significant reduction in torque ripple without decreasing the average torque.

DOI: <https://doi.org/>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

* Corresponding author.

E-mail address: rezaee.fa@lu.ac.ir

How to cite this article:

نوع مقاله (به عنوان مثال مقاله پژوهشی)

بهینه سازی گشتاور در موتورهای سنکرون رلوکتانسی با استفاده از روش سطح پاسخ

فرهاد رضائی علم* و عباس نظری مراشی^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۲۰ بازنگری مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۲۰ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۷/۱۵	یکی از چالش های اصلی در طراحی الکترومغناطیسی موتورهای سنکرون رلوکتانسی (SynRM) عبارتست از بهبود مشخصه گشتاور الکترومغناطیسی تولید شده. در این مقاله، یک تکنیک جدید برای بهینه سازی رتور در SynRM ها با ساختار ناهمسان متورق شده به صورت مورب بر پایه روش سطح پاسخ (RSM) به منظور کاهش نوسانات (ریپل) گشتاور با حفظ گشتاور متوسط ارائه می شود. در این روش، به منظور کاهش ریپل گشتاور و افزایش گشتاور متوسط در SynRM، موقعیت شعاعی و ضخامت موانع شار مغناطیسی (FB) رتور که دارای فرم هذلولی هستند در ناحیه وسط شان به عنوان متغیر بهینه سازی در نظر گرفته می شوند. بدین منظور، دو توپولوژی برای رتور از SynRM آنالیز شده به ترتیب شامل 3 FB و 4 FB در هر قطب در نظر گرفته می شود. برای هر توپولوژی از رتور، فرآیند بهینه سازی از طریق طراحی آزمایشات در فضاهای از پیش تعریف شده برای متغیرهای بهینه سازی با استفاده از RSM و اجرای آنها با استفاده از روش اجزای محدود (FEM) شروع می شود. به منظور بررسی تاثیر پارامترها روی گشتاور الکترومغناطیسی و پیدا کردن نقاط بهینه، آنالیز نتایج حاصل از طراحی آزمایشات با روش RSM از طریق ایجاد رگرسیون چند جمله ای برای توابع هدف انجام می شود. نتایج بهینه که خیلی حساس به تغییرات هندسی FB ها نیز هستند، کاهش چشمگیر در ریپل گشتاور بدون کاهش مقدار متوسط گشتاور را نشان می دهد.
واژگان کلیدی: موتور سنکرون رلوکتانسی، روش سطح پاسخ، مانع شار، گشتاور.	
DOI: https://doi.org/	
© 2024 Published by Semnan University Press. This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)	

۱-مقدمه^۱

در سال های اخیر، موتور های سنکرون رلوکتانسی (SynRM) به خاطر داشتن یک ساختار ساده در رتور، تلفات کم رتور، و چگالی توان بالا به عنوان یک رقیب و جایگزین جدی برای موتورهای القایی مطرح شده اند

[۱ و ۲]. به همین دلیل، امروزه طراحی بهینه SynRM ها از اهمیت بالایی برخوردار است [۳ و ۴]. ساختار رتور، روش آنالیز و بهینه سازی نقش مهمی در رسیدن به طرح بهینه برای SynRM ها ایفا می کنند. گشتاور رلوکتانسی در SynRM ها از طرق ایجاد موانع شار مغناطیسی (FB)

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: rezaee.fa@lu.ac.ir

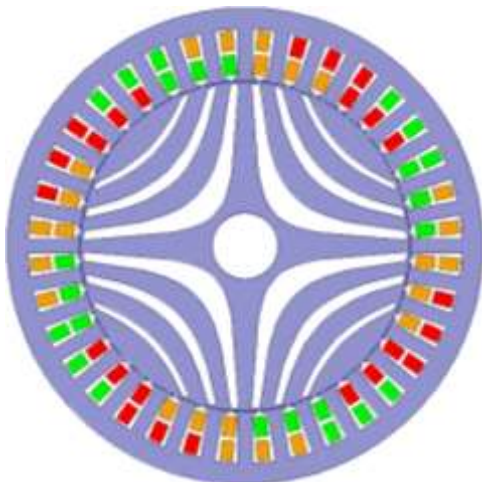
۱. دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان

۲. مربی، گروه پژوهشی ماشین های الکتریکی، جهاد دانشگاهی، شاخه دانشگاه خواجه نصیر طوسی

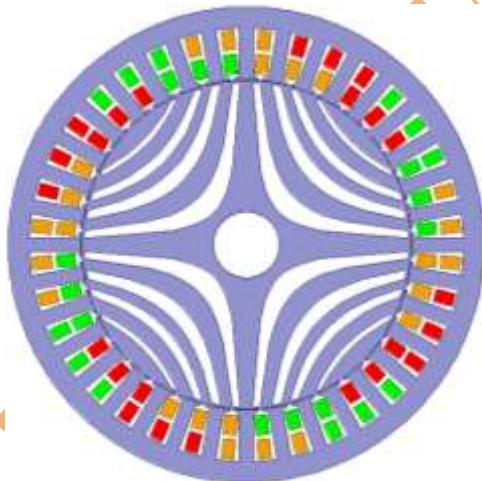
استناد به این مقاله: نحوه استناد فارسی در اینجا درج گردد.

روش سطح پاسخ (RSM) انجام می شود. موقعیت شعاعی و ضخامت FB های هذلولی شکل در ناحیه وسط به عنوان پارامترهای بهینه سازی در نظر گرفته می شوند و مقادیر تابع هدف با استفاده از FEM محاسبه می شوند. ساختار مقاله به شرح زیر معرفی می گردد:

SynRM آنالیز شده در بخش ۲ معرفی می شود. روش بهینه سازی استفاده شده در بخش ۳ معرفی می شود. فرآیند بهینه سازی با استفاده از RSM در بخش ۴ ارائه می شود. نتایج گرفته شده از این مقاله نیز در بخش ۵ ارائه می شوند.



الف- توپولوژی با 3 FB در هر قطب از رتور



ب- توپولوژی با 4 FB در هر قطب از رتور
شکل ۱- SynRM های آنالیز شده

۲- معرفی موتور آنالیز شده

موتور آنالیز شده در این مقاله یک SynRM با ۲ توپولوژی برای رتور به ترتیب شامل 3 FB و 4 FB هذلولی شکل در هر قطب از رتور است. همان طور که در شکل ۱ مشاهده می شود، فازهای سیم بندی استاتور با رنگ های مختلف از

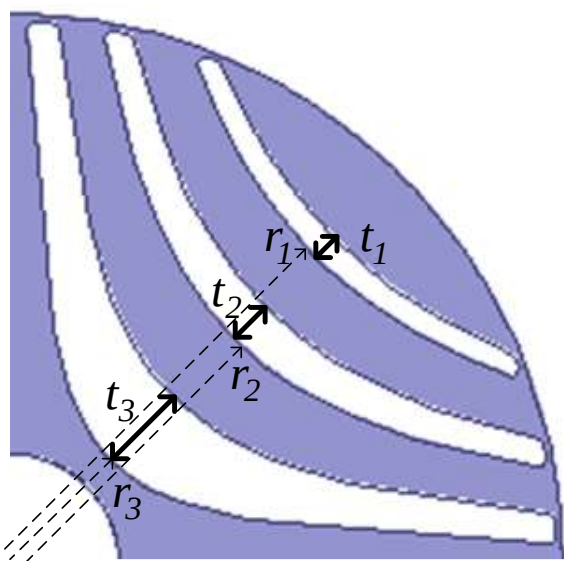
در رتور تولید می شود [۴-۱]. شکل و ابعاد FB های رتور تاثیر محسوسی در مقدار میانگین و نوسانات گشتاور الکترومغناطیسی تولیدی دارند [۶-۳]. شکل هندسی FB ها می تواند فقط شامل خطوط مستقیم [۷]، خطوط قوسی (به شکل دایره ای [۸]، هلالی [۹]، هذلولی [۱۰])، و یا ترکیب خطوط مستقیم و قوسی [۱۱] باشد. در واقع هدف از طراحی FB ها با شکل های مختلف، پیدا کردن مسیر بهینه برای خطوط شار مغناطیسی در هسته رتور است. تاکنون کارهای مختلفی برای پیدا کردن شکل بهینه برای FB های رتور در SynRM ها انجام شده است. در [۱۲]، شکل هندسی FB های دایره ای شکل به روش تحلیلی طراحی شده است. نتیجه کلی که از بررسی کارهای گذشته حاصل شده است حاکی از این است که FB ها با شکل هذلولی تاثیر بهتری از نظر کیفیت مشخصه گشتاور تولیدی در SynRM ها دارند [۴ و ۱۳].

روش هایی که برای ارزیابی عملکرد SynRM ها استفاده می شود به دو دسته کلی تحلیلی و عددی دسته بندی می شوند. با توجه به هندسه پیچیده رتور، روش اجزاء محدود (FEM) دقیق ترین روش برای مدلسازی و آنالیز عملکرد SynRM ها است [۴، ۱۴-۱۳]. با توجه به زمانبر بودن FEM، تکنیک های تحلیلی شامل روش نگاشت همدیس، نظریه تابع سیم پیچی و روش ناحیه بندی نیز برای آنالیز الکترومغناطیسی SynRM ها معرفی شده اند [۹، ۱۵-۱۸]. در هر حال، این روش های تحلیلی علیرغم داشتن سرعت بالاتر، در مدلسازی دقیق FB های رتور و اثر اشباع مغناطیسی خیلی موثر نبوده اند.

کاهش ریبیل گشتاور و حفظ گشتاور متوسط تولیدی، دو هدف اصلی در طراحی بهینه SynRM ها هستند. در مرجع [۷]، ادعا شده است که رسیدن به این دو هدف کاملاً از هم مستقل هستند، و به همین خاطر فرآیند بهینه سازی برای این دو هدف کاملاً مستقل از هم انجام شده است. در [۱۹]، از چند روش بهینه سازی به صورت دو مرحله ای، ابتدا در یک بازه وسیعتر و در مرحله دوم در یک بازه کوچکتر، برای رسیدن به طرح بهینه برای یک SynRM استفاده شده است.

در این مقاله، برای دو توپولوژی از یک SynRM نوعی به ترتیب شامل 3 FB و 4 FB در هر قطب از رتور، فرآیند بهینه سازی رتور با هدف کاهش نوسانات گشتاور و حفظ گشتاور متوسط تولیدی به صورت همزمان با استفاده از

$$y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ii} x_{ii}^2 + \sum b_{ij} x_i x_j \quad (3)$$



شکل ۲- پارامترهای بهینه سازی رتور

هم متمایز شده اند. پارامترهای اصلی SynRM آنالیز شده در جدول ۱ معرفی شده اند.

جدول ۱- پارامترهای موتور آنالیز شده

توان نامی	۱۳/۵ اسب بخار
ولتاژ نامی	۴۰۰ ولت
طول محوری	۱۵۰ میلیمتر
قطر داخلی استاتور	۲۵۰ میلیمتر
طول فاصله هوایی	۰/۵ میلیمتر
تعداد شیار استاتور	۳۶ شیار
عرض دهانه شیار	۳ میلیمتر
نوع سیم بندی	دو لایه با گام کسری به اندازه دو گام شیار
تعداد دور هر کلاف	۲۰ دور

در این مقاله، عملکرد SynRM آنالیز شده تحت شرایطی که موقعیت اولیه رتور مشابه شکل ۱ باشد و با تحریک فازهای سیم بندی استاتور با جریان های زیر، بررسی می شود.

$$\begin{cases} I_A(t) = 45\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \left(65\frac{\pi}{180}\right)\right) \\ I_B(t) = 45\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \left(55\frac{\pi}{180}\right)\right) \\ I_C(t) = 45\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \left(185\frac{\pi}{180}\right)\right) \end{cases} \quad (1)$$

۳- روش سطح پاسخ (RSM)

روش سطح پاسخ (RSM) یک تکنیک آماری و ریاضیاتی است که با هدف بهینه سازی، برای پیش بینی و مدلسازی یک یا چند تابع هدف بر حسب متغیرهای مسئله استفاده می شود [۲۰]. سطح پاسخ را می توان به صورت کلی زیر بیان نمود:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2)$$

در رابطه بالا، k تعداد متغیرهای بهینه سازی است. برای شروع فرآیند بهینه سازی، لازم است که یک تابع تقریبی مناسب برای تابع هدف بر حسب متغیرهای بهینه سازی پیدا شود. معمولاً یک چندجمله ای مرتبه دوم کامل مشابه (۳) برای بیان این تابع تقریبی استفاده می شود.

۴- فرآیند بهینه سازی

در این مقاله، هدف، استفاده از RSM به منظور کاهش ریبیل گشتاور تولیدی و حفظ گشتاور متوسط به صورت همزمان است. توابع هدف را به صورت کلی زیر برای هر دو توپولوژی رتور می توان نوشت:

$$\begin{cases} T_{ave} = f(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3) \\ T_{ripple} = g(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} T_{ave} = f(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) \\ T_{ripple} = g(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) \end{cases} \quad (5)$$

پارامترهای بهینه سازی که عبارتند از موقعیت شعاعی و ضخامت FB ها در ناحیه میانی شان در شکل ۲ برای توپولوژی رتور با ۳ FB در هر قطب مشاهده می شوند. حدود متغیرها برای هر دو توپولوژی رتور به ترتیب در (۶) و (۷) بیان می شوند:

$$\begin{cases} 95 \leq r_1 \leq 105 \\ 65 \leq r_2 \leq 75 \\ 30 \leq r_3 \leq 40 \\ 5 \leq t_1 \leq 8 \\ 8 \leq t_2 \leq 15 \\ 15 \leq t_3 \leq 25 \end{cases} \quad (6)$$

۰	-۱۹/۸۳۳	-۹/۵	r_1
۰	۲۱۵/۵۷۳	-۱۷/۳	t_1
۰	۶۱/۵۳۸	۳۱/۹	r_2
۰	۱۷۰/۸۷	۸/۶	t_2
۰	۱۹/۵۵۳	۲/۱	r_3
۰	۵۹/۹۲۹	-۳/۹	t_3
۰	-۶/۲۰۹	-۰/۲	r_2^2
۰/۰۰۸	-۲/۸۶۳	-۰/۱	r_3^2
۰/۰۰۴	۳/۱۵۲	۰/۳	$r_1 * t_1$
۰/۱۷۳	۱/۴۰۲	۰/۱۳	$r_1 * t_2$
۰/۲۳۲	-۱/۲۲۴	-۰/۱	$t_1 * r_2$
۰/۰۱۶	-۲/۵۹۲	-۰/۲	$r_2 * t_2$
۰/۱۴۷	۱/۴۹۸	۰/۱۳	$r_3 * t_3$
$R^2 = 100\%$		$R^2(adj) = 99.9\%$	

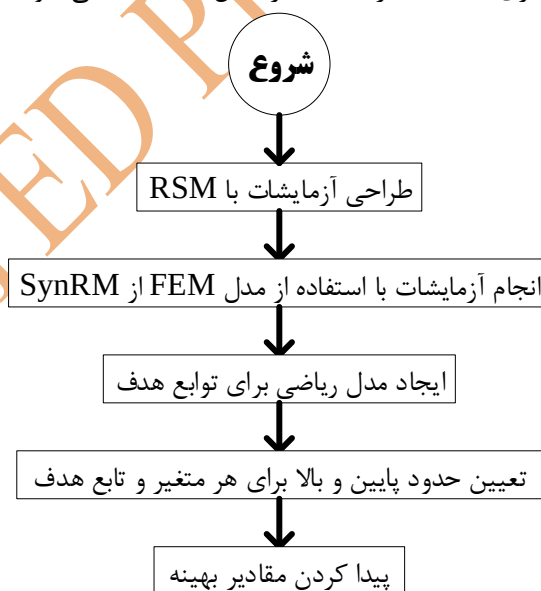
شاخص t-test در جداول ۲ و ۳ تاثیر پارامترهای بهینه سازی روی توابع هدف گشتاور متوسط و ریبیل گشتاور را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود ترم ثابت و سپس ترم های خطی ($r_1, t_1, r_2, t_2, r_3, t_3$) بیشترین تاثیر را روی توابع هدف دارند.

جدول ۳- نتایج آماری برای ریبیل گشتاور در SynRM با 3 FB در هر قطب

ترم	ضریب	t-test	p-value
ثابت	۴۱۸۰۳۲	۲۷۳/۷۴۲	۰
r_1	-۳۶۸۵/۵	۳/۶۴۵	۰/۰۰۱
t_1	-۲۹۰/۶	-۰/۲۷۴	۰/۷۸۶
r_2	-۵۴۹۸/۲	۱۸/۳۰۳	۰
t_2	-۲۹/۸	۵/۰۵۶	۰
r_3	-۱۱۴۸/۲	۱۴/۵۵۴	۰
t_3	-۱۹۳۵/۲	۳/۲۳۴	۰/۰۰۴
r_1^2	۱۲/۸	۶/۴۸۸	۰
t_1^2	۶/۱	۰/۷۷۸	۰/۴۴۴
r_2^2	۱۸/۲	۹/۲۲۸	۰
t_2^2	۴/۳	۰/۵۵۳	۰/۵۸۵
r_3^2	۹/۶	۴/۹۰۴	۰
t_3^2	۱۹/۲	۲/۴۳۴	۰/۰۲۲
$r_1 * t_1$	۸/۸	۱/۶۴۵	۰/۱۱۳
$r_1 * r_2$	۲۰/۵	۷/۶۲۹	۰
$r_1 * t_2$	۱/۱	۰/۲۰۵	۰/۸۳۹

$$(V) \begin{cases} 105 \leq r_1 \leq 110 \\ 85 \leq r_2 \leq 90 \\ 65 \leq r_3 \leq 70 \\ 32 \leq r_4 \leq 36 \\ 3 \leq t_1 \leq 6 \\ 6 \leq t_2 \leq 9 \\ 9 \leq t_3 \leq 13 \\ 15 \leq t_4 \leq 20 \end{cases}$$

از RSM به منظور مقایسه حساسیت پارامترها و پیدا کردن مقدار بهینه برای آنها استفاده می شود. به منظور انجام فرآیند بهینه سازی برای هر دو توپولوژی از رتور، آزمایشات لازم با استفاده از نرم افزار MINITAB طراحی شده و سپس با استفاده از FEM با کمک نرم افزار MAXWELL انجام خواهند شد. فلوچارت فرآیند بهینه سازی با استفاده از RSM در شکل ۳ مشاهده می شود.



شکل ۳- فلوچارت بهینه سازی

در خصوص توپولوژی رتور با 3 FB در هر قطب از رتور، نتایج آماری حاصل از RSM شامل ضرائب معادله رگرسیون که یک چند جمله ای کامل درجه دوم مشابه (۳) است، مقادیر t-test و p-value که میزان حساسیت توابع هدف به پارامترها را نشان می دهند در جداول ۲ و ۳ ارائه می شوند. لازم به ذکر است که ترم های کم اهمیت از معادله رگرسیون در جداول ۲ و ۳ نشان داده نمی شوند.

جدول ۲- نتایج آماری برای گشتاور متوسط در SynRM با 3 FB در هر قطب

ترم	ضریب	t-test	p-value
ثابت	-۶۰۰/۱	۱۲۰۱۹۷/۶۴	۰

۰/۱۱۵	۱/۶۰۹	۰/۰۲	$r_1 * r_2$
۰/۱۳۵	۱/۵۲۱	۰/۰۴	$r_1 * t_2$
۰/۵۸۶	۰/۵۴۹	۰/۰۰۶	$r_1 * r_3$
۰/۷۱۹	۰/۳۶۲	۰/۰۰۹	$r_1 * t_3$
۰/۷۹۹	۰/۲۵۶	۰/۰۰۳	$r_1 * r_4$
۰/۳۰۵	-۱/۰۳۸	-۰/۰۲۵	$t_1 * r_2$
۰/۳۹	-۰/۸۶۹	-۰/۰۴	$t_1 * t_2$
۰/۹۵۳	-۰/۰۵۹	-۰/۰۰۱	$t_1 * r_3$
۰/۸۸۸	-۰/۱۴۱	-۰/۰۰۷	$t_1 * t_3$
۰/۸۷۳	۰/۱۶۱	۰/۰۰۸	$t_1 * t_4$
۰/۴۷۳	-۰/۷۲۳	-۰/۰۲	$r_2 * t_2$
۰/۱۱۳	۱/۶۱۵	۰/۰۲	$r_2 * r_3$
۰/۱۵۳	۱/۴۵۴	۰/۰۳	$r_2 * t_3$
۰/۷۶۲	۰/۳۰۴	۰/۰۰۷	$r_2 * t_4$
۰/۷۰۷	۰/۳۷۹	۰/۰۰۴	$r_2 * r_4$
۰/۲۲۱	-۱/۲۴۱	-۰/۰۳	$t_2 * r_3$
۰/۳۸۴	-۰/۸۷۹	-۰/۰۴	$t_2 * t_3$
۰/۹۴۳	-۰/۰۷۲	-۰/۰۰۳	$t_2 * t_4$
۰/۷۶۲	-۰/۳۰۴	-۰/۰۰۷	$t_2 * r_4$
۰/۰۶۳	۱/۹۰۶	۰/۰۴۵	$r_3 * t_3$
۰/۷۳۷	-۰/۳۳۸	-۰/۰۲	$t_3 * t_4$
۰/۶۸۲	-۰/۴۱۲	-۰/۰۱	$t_3 * r_4$
۰/۳۹۹	۰/۸۵۲	۰/۰۲	$r_3 * t_4$
۰/۲۶۲	۱/۱۳۵	۰/۰۱	$r_3 * r_4$
۰/۳۱۶	-۱/۰۱۴	-۰/۰۲	$r_4 * t_4$
$R^2 = 99.5\%$			$R^2(adj) = 99\%$

جدول ۵- نتایج آماری برای گشتاور ریبیل در 4 FB با SynRM در هر قطب

ترم	ضریب	t-test	p-value
ثابت	۵۱۳۹۴/۴	۲۱/۸۴	۰
r_1	-۲۹۵/۳	-۲/۸۹۶	۰/۰۰۶
t_1	-۶۴/۳	-۰/۰۰۶	۰/۹۹۵
r_2	-۶۷۴/۶	۵/۲۳	۰
t_2	-۴۴۹/۹	۲/۲۵۹	۰/۰۲۹
r_3	-۲۵۳/۲	-۳/۶	۰/۰۰۱
t_3	-۲۹۷/۲	-۱/۵۷۶	۰/۱۲۲
r_4	۲۴۰/۷	۲/۶۵۹	۰/۰۱۱
t_4	۲۶۸/۶	-۱/۲۸	۰/۲۰۷

۰/۰۱۳	-۲/۶۹۱	-۷/۲	$r_1 * r_3$
۰/۲۷۴	-۱/۱۱۹	-۶	$r_1 * t_3$
۰/۳۸۴	-۰/۸۸۶	-۴/۷	$t_1 * r_2$
۰/۴۲۸	-۰/۸۰۵	-۸/۶	$t_1 * t_2$
۰/۴۳۸	-۰/۷۸۷	-۴/۲	$t_1 * r_3$
۰/۷۲۹	-۰/۳۵	-۳/۷	$t_1 * t_3$
۰/۵۷۴	-۰/۵۶۹	-۳	$r_2 * t_2$
۰	۵/۸۱۳	۱۵/۶	$r_2 * r_3$
۰/۰۰۱	۳/۹۱۲	۲۱	$r_2 * t_3$
۰/۹۶۷	۰/۰۴۱	۰/۲	$t_2 * r_3$
۰/۶۳۸	۰/۴۷۷	۵/۱	$t_2 * t_3$
۰/۲۷۵	۱/۱۱۶	۶	$r_3 * t_3$
$R^2 = 97.2\%$			$R^2(adj) = 94.1\%$

در خصوص SynRM که رتور آن دارای 4 FB در هر قطب است، نتایج آماری حاصل از RSM برای هر دو تابع هدف در جداول ۴ و ۵ ارائه می شوند.

جدول ۴- نتایج آماری برای گشتاور متوسط در SynRM با 4 FB در هر قطب

ترم	ضریب	t-test	p-value
ثابت	-۱۲۴/۱	۳۶۰۳/۵	۰
r_1	۳/۴	-۳۱/۰۵۶	۰
t_1	۵/۹	۲۹/۶۹	۰
r_2	۶/۷	۳۳/۱۷۳	۰
t_2	۲/۳	۵۵/۹	۰
r_3	-۷/۳	۱۹/۸۸	۰
t_3	-۵/۶	۳۷/۴۳	۰
r_4	-۰/۰۵	۱/۶۱	۰/۱۱۴
t_4	-۰/۴	۲۳/۹۶	۰
r_1^2	-۰/۰۳	-۳/۲۸	۰/۰۰۲
t_1^2	۰/۰۸	۲/۲۳۹	۰/۰۳
r_2^2	-۰/۰۶	-۶/۴۸۱	۰
t_2^2	-۰/۰۳	-۰/۸۹۹	۰/۳۷۳
r_3^2	۰/۰۳	۳/۳۴۶	۰/۰۰۲
t_3^2	۰/۰۰۳	۰/۳۶۱	۰/۷۲
r_4^2	-۰/۰۱	-۱/۶۵۶	۰/۱۰۵
t_4^2	-۰/۰۰۶	-۰/۱۸	۰/۸۵۸
$r_1 * t_1$	-۰/۰۳	-۱/۳۴۸	۰/۱۸۴

لازم به ذکر است که شاخص p -value رابطه عکس با شاخص t -test دارد. شاخص R^2 در جداول ۲-۵ نشان می دهد مدل درجه ۲ کامل ایجاد شده توسط RSM حداقل ۹۵ درصد می تواند تاثیر متغیرهای بهینه سازی را روی توابع هدف در نظر بگیرد. همان طور که برای هر مورد مشاهده می شود مقدار شاخص $R^2(adj)$ از شاخص R^2 کوچکتر است که علت آن وجود ترم های کم اهمیت تر در مدل درجه دوم کامل حاصل از RSM است.

جدول ۶- نتایج بهینه سازی

متغیر بهینه سازی	مدل با 3 FB در هر قطب	مدل با 4 FB در هر قطب
r_1	۹۷/۳ میلیمتر	۱۰۷/۵ میلیمتر
t_1	۶/۱ میلیمتر	۴/۵ میلیمتر
r_2	۷۲/۶ میلیمتر	۸۷/۳ میلیمتر
t_2	۹/۹ میلیمتر	۸/۲ میلیمتر
r_3	۳۲/۱ میلیمتر	۶۸/۳ میلیمتر
t_3	۲۰/۲ میلیمتر	۱۱/۳ میلیمتر
r_4	-	۳۳/۸ میلیمتر
t_4	-	۱۶/۴ میلیمتر
مقدار گشتاور متوسط	۱۰۲/۷ نیوتن-متر	۱۰۸/۵ نیوتن-متر
مقدار رپیل گشتاور	۱۲/۸ نیوتن-متر	۱۳/۹ نیوتن-متر
مقدار رپیل گشتاور بر حسب درصد	۱۲/۴۶ درصد	۱۲/۸ درصد

نتایج بهینه سازی SynRM برای هر دو توپولوژی رتور حاصل از RSM با استفاده از نرم افزار Minitab در جدول ۶ ارائه شده اند. به عنوان یک راهکار دوم، برای هر دو توپولوژی 3 FB و 4 FB، معادله رپیل گشتاور بدست آمده از جداول ۳ و ۵ را مطابق روابط (۸-۹) در نظر بگیرید. مقدار بهینه برای پارامترهای بهینه سازی برای هر دو توپولوژی از SynRM باید طوری تعیین شوند که در وهله اول مقدار رپیل گشتاور مینیمم شود و در وهله دوم مقدار مناسبی نیز برای گشتاور متوسط تولیدی حاصل شود. جزئیات محاسبات در روابط (۱۰-۱۱) ارائه شده است. شرط لازم و کافی برای اینکه نقطه اکسترمم بدست آمده از حل دستگاه معادلات حاصل از مشتقات جزئی مرتبه اول به عنوان نقطه

۰	۴/۵۲	۰/۹	r_1^2
۰/۳۶۲	۰/۹۲۲	۰/۷	t_1^2
۰	۱۹/۴۸۳	۳/۹	r_2^2
۰	۶/۸۳۷	۵/۵	t_2^2
۰	۹/۱۸	۱/۸	r_3^2
۰	۳/۹۶۲	۳/۲	t_3^2
۰	۱۰/۵۸۳	۲/۱	r_4^2
۰	۴/۳۷	۳/۵	t_4^2
۰/۷۵۹	۰/۳۰۹	۰/۲	$r_1 * t_1$
۰	۵/۴۲۵	۱/۵	$r_1 * r_2$
۰/۸۱۱	۰/۲۴	۰/۱۳	$r_1 * t_2$
۰/۶۴۳	۰/۴۶۷	۰/۱۲	$r_1 * r_3$
۰/۱۳۲	۱/۵۳۳	۰/۸۳	$r_1 * t_3$
۰/۰۰۱	-۳/۴۱۹	-۰/۹۲	$r_1 * r_4$
۰/۰۶۲	-۱/۹۱۵	-۱/۰۴	$r_1 * t_4$
۰/۵۳۶	-۰/۶۲۳	-۰/۳	$t_1 * r_2$
۰/۷۹۲	۰/۲۶۶	۰/۳	$t_1 * t_2$
۰/۴۳۵	۰/۷۸۷	۰/۴	$t_1 * r_3$
۰/۷۷	۰/۲۹۴	۰/۳	$t_1 * t_3$
۰/۲۶۳	۱/۱۳۴	۰/۶	$t_1 * r_4$
۰/۴۶۳	۰/۷۴	۰/۸	$t_1 * t_4$
۰	۷/۸۲۳	۴/۲۴	$r_2 * t_2$
۰/۰۸۴	-۱/۷۶۹	-۰/۴۸	$r_2 * r_3$
۰/۰۰۴	۳/۰۴۸	۱/۶۵	$r_2 * t_3$
۰	-۷/۲۰۵	-۳/۹	$r_2 * t_4$
۰	-۱۳/۳۵۶	-۳/۶	$r_2 * r_4$
۰/۲۶۳	-۱/۱۳۵	۰/۶۱	$t_2 * r_3$
۰/۳۶۸	۰/۹۱	۰/۹۸	$t_2 * t_3$
۰/۶۸	۰/۴۱۶	۰/۴۵	$t_2 * t_4$
۰/۹۰۷	-۰/۱۱۸	-۰/۰۶	$t_2 * r_4$
۰/۰۰۷	۲/۸۳۷	۱/۵۳	$r_3 * t_3$
۰/۰۱۹	-۲/۴۳۱	-۲/۶	$t_3 * t_4$
۰	-۴/۳۵۷	-۲/۳	$t_3 * r_4$
۰/۵۹۱	۰/۵۴۱	۰/۲۹	$r_3 * t_4$
۰/۲۶۲	۱/۱۳۷	۰/۳	$r_3 * r_4$
۰	۳/۸۸۶	۲/۱	$r_4 * t_4$
$R^2 = 95.7\%$		$R^2(adj) = 91.5\%$	

$$T_{r-3 FB} = 418032 - 3685.5 \times r_1 - 290.6 \times t_1 - 5498.2 \times r_2 - 29.8 \times t_2 - 1148.2 \times r_3 - 1935.2 \times t_3 + 12.8 \times r_1^2 + 6.1 \times t_1^2 + 18.2 \times r_2^2 + 4.3 \times t_2^2 + 9.6 \times r_3^2 + 19.2 \times t_3^2 + 8.8 \times r_1 \times t_1 + 20.5 \times r_1 \times r_2 + 1.1 \times r_1 \times t_2 - 7.2 \times r_1 \times r_3 - 6 \times r_1 \times t_3 - 4.7 \times t_1 \times r_2 - 8.6 \times t_1 \times t_2 - 4.2 \times t_1 \times r_3 - 3.7 \times t_1 \times t_3 - 3 \times r_2 \times t_2 + 15.6 \times r_2 \times r_3 + 21 \times r_2 \times t_3 + 0.2 \times t_2 \times r_3 + 5.1 \times t_2 \times t_3 + 6 \times r_3 \times t_3 \quad (۸)$$

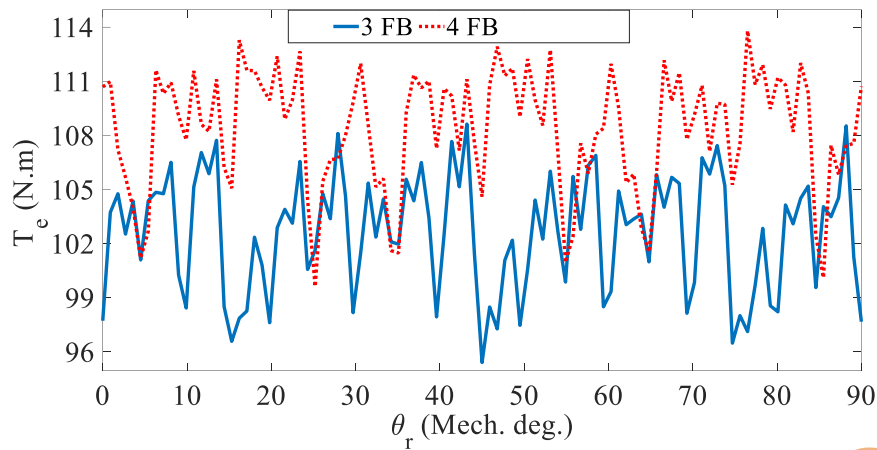
$$T_{r-4 FB} = 51394.4 - 64.3 \times t_1 - 295.3 \times r_1 - 449.9 \times t_2 - 674.6 \times r_2 - 297.2 \times t_3 - 253.2 \times r_3 + 268.6 \times t_4 + 240.7 \times r_4 + 0.7 \times t_1^2 + 0.9 \times r_1^2 + 5.5 \times t_2^2 + 3.9 \times r_2^2 + 3.2 \times t_3^2 + 1.8 \times r_3^2 + 3.5 \times t_4^2 + 2.1 \times r_4^2 + 0.2 \times t_1 \times r_1 + 0.3 \times t_1 \times t_2 - 0.3 \times t_1 \times r_2 + 0.3 \times t_1 \times t_3 + 0.4 \times t_1 \times r_3 + 0.8 \times t_1 \times t_4 + 0.6 \times t_1 \times r_4 + 0.13 \times r_1 \times t_2 + 1.5 \times r_1 \times r_2 + 0.83 \times r_1 \times t_3 + 0.12 \times r_1 \times r_3 - 1.04 \times r_1 \times t_4 - 0.92 \times r_1 \times r_4 + 4.24 \times t_2 \times r_2 + 0.98 \times t_2 \times t_3 - 0.6 \times t_2 \times r_3 + 0.45 \times t_2 \times t_4 - 0.06 \times t_2 \times r_4 + 1.65 \times r_2 \times t_3 - 0.48 \times r_2 \times r_3 - 3.9 \times r_2 \times t_4 - 3.6 \times r_2 \times r_4 + 1.53 \times t_3 \times r_3 - 2.6 \times t_3 \times t_4 - 2.3 \times t_3 \times r_4 + 0.29 \times r_3 \times t_4 + 0.3 \times r_3 \times r_4 + 2.1 \times t_4 \times r_4 \quad (۹)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T_{r-3 FB}}{\partial t_1} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-3 FB}}{\partial r_1} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-3 FB}}{\partial t_2} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-3 FB}}{\partial r_2} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-3 FB}}{\partial t_3} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-3 FB}}{\partial r_3} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 6.08 \text{ (mm)} \\ r_1 = 97.3 \text{ (mm)} \\ t_2 = 9.93 \text{ (mm)} \\ r_2 = 72.63 \text{ (mm)} \\ t_3 = 20.19 \text{ (mm)} \\ r_3 = 32.13 \text{ (mm)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \det(H) > 0 \\ \frac{\partial^2 T_{r-3 FB}}{\partial t_1^2}, \frac{\partial^2 T_{r-3 FB}}{\partial r_1^2}, \dots, \frac{\partial^2 T_{r-3 FB}}{\partial t_3^2}, \frac{\partial^2 T_{r-3 FB}}{\partial r_3^2} > 0 \\ T_{r-3 FB} = 12.79 \text{ (N.m)} \\ T_{ave-3 FB} = 102.7 \text{ (N.m)} \end{cases} \quad (۱۰)$$

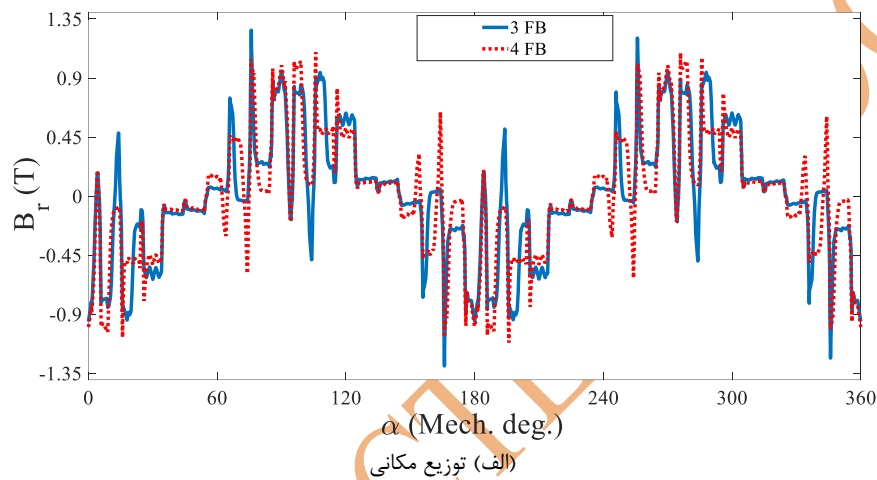
$$\begin{cases} \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial t_1} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial r_1} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial t_2} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial r_2} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial t_3} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial r_3} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial t_4} = 0 \\ \frac{\partial T_{r-4 FB}}{\partial r_4} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 4.52 \text{ (mm)} \\ r_1 = 107.58 \text{ (mm)} \\ t_2 = 8.18 \text{ (mm)} \\ r_2 = 87.33 \text{ (mm)} \\ t_3 = 11.33 \text{ (mm)} \\ r_3 = 68.29 \text{ (mm)} \\ t_4 = 16.4 \text{ (mm)} \\ r_4 = 33.84 \text{ (mm)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \det(H) > 0 \\ \frac{\partial^2 T_{r-4 FB}}{\partial t_1^2}, \frac{\partial^2 T_{r-4 FB}}{\partial r_1^2}, \dots, \frac{\partial^2 T_{r-4 FB}}{\partial t_4^2}, \frac{\partial^2 T_{r-4 FB}}{\partial r_4^2} > 0 \\ T_{r-4 FB} = 13.96 \text{ (N.m)} \\ T_{ave-4 FB} = 108.46 \text{ (N.m)} \end{cases} \quad (۱۱)$$

دارد. معادله گشتاور متوسط تولیدی برای هر دو توپولوژی از SynRM تحت بررسی در روابط (۱۲-۱۳) ارائه می شوند. همانطور که مشاهده می شود بر حسب اتفاق مدل های بهینه برای دو حالت 3 FB و 4 FB هر دو تقریباً دارای رپل گشتاور مشابه بر حسب درصد هستند.

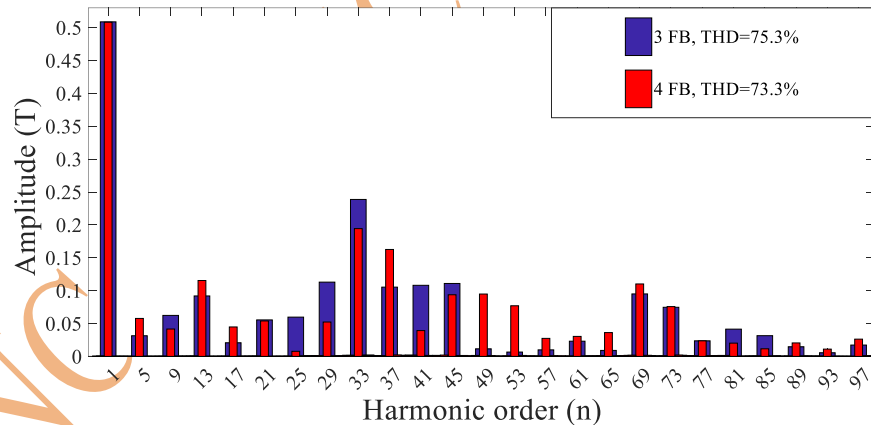
مینیمم پذیرفته شود این است که در آن نقطه اکسترمم، اندازه درمینان ماتریس هسین (H) و مقدار مشتقات جزئی مرتبه دوم عددی مثبت باشد. همانطور که مشاهده می شود، نتایج بهینه بدست آمده از نرم افزار Minitab (جدول ۶) با نتایج تحلیلی حاصل از روابط (۱۰-۱۱) مطابقت کامل



شکل ۴- نتایج گشتاور الکترومغناطیسی حاصل از مدل های بهینه



(الف) توزیع مکانی



(ب) محتوای هارمونیک

شکل ۵- مولفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی حاصل از مدل های بهینه

می توان ادعا کرد که در نقاط بهینه بدست آمده برای هر دو توپولوژی، همزمان با کاهش ریبیل گشتاور، سطح گشتاور متوسط نیز حفظ شده است. نتایج بهینه گشتاور الکترومغناطیسی بدست آمده از توپولوژی های 3 FB و 4 FB در شکل ۴ نشان داده می شوند. در خصوص مولفه اصلی (شعاعی) چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی، نتایج حاصل از مدل های بهینه در شکل ۵ و برای یک نقطه کار نوعی برحسب

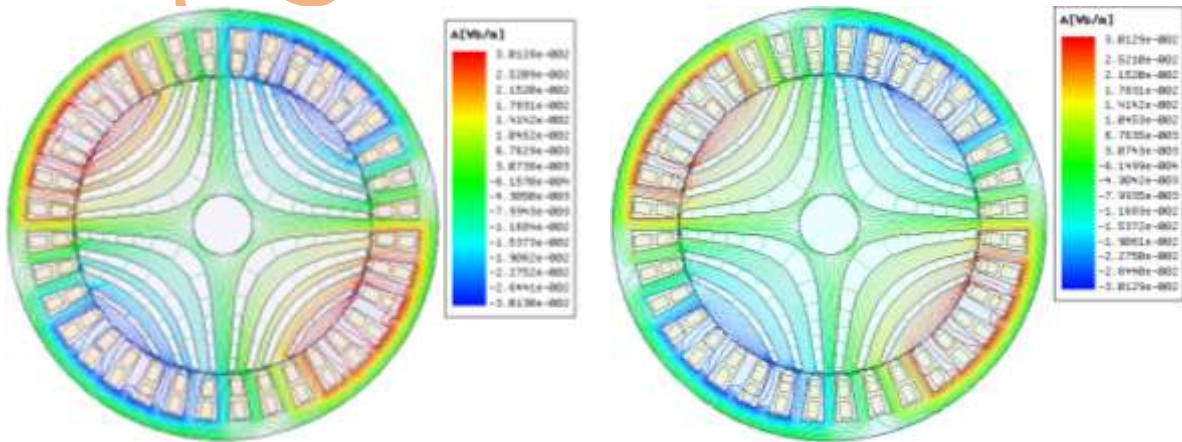
همچنین همانطور که انتظار می رفت گشتاور متوسط تولیدی توسط مدل 4 FB مقداری بیشتر از گشتاور متوسط تولیدی توسط مدل 3 FB است. برای هر دو توپولوژی 3 FB و 4 FB، در مقایسه با نتایج بدست آمده از آزمایشات طراحی و انجام شده

$$\left(\begin{aligned} 90(N.m) \leq T_{ave-3FB} \leq 109(N.m) \\ 105(N.m) \leq T_{ave-4FB} \leq 112(N.m) \end{aligned} \right)$$
 مقدار مناسبی برای گشتاور متوسط نیز بدست آمده است. بنابراین

گشتاور الکترومغناطیسی تولیدی، فرآیند بهینه سازی رتور صرفاً برای توپولوژی های رتور با 4 FB و 3 FB در هر قطب با استفاده از RSM انجام شد. به منظور انطباق هر چه بیشتر با مسیر خطوط شار مغناطیسی، فرم FB ها به صورت هذلولی انتخاب شد. با توجه تاثیر محسوس ضخامت و موقعیت شعاعی FB ها در ناحیه میانی شان به ترتیب روی مقدار متوسط و ریبیل گشتاور الکترومغناطیسی تولیدی، این پارامترها به عنوان متغیرهای بهینه سازی در RSM انتخاب شدند. در RSM با ایجاد یک مدل مرتبه دوم کامل برای هر یک از توابع هدف، تاثیر ترم های ثابت، خطی و درجه دوم (اثرات متقابل پارامترها) روی توابع هدف (گشتاور متوسط و ریبیل گشتاور) بررسی شد و این نتیجه حاصل شد که ترم های ثابت و خطی تاثیر بیشتری روی مقدار متوسط و ریبیل گشتاور دارند. با وجود بالا بودن تعداد متغیرها و گسترده بودن بازه تغییرات شان، با استفاده از RSM نتایج بهینه خیلی خوبی برای هر دو توپولوژی حاصل شد به این صورت که با حفظ گشتاور متوسط تولیدی، میزان ریبیل آن تا حد ۱۲ الی ۱۳ درصد کاهش یافت.

$$T_{ave-3 FB} = -600.1 - 9.5 \times r_1 - 17.3 \times t_1 + 31.9 \times r_2 + 8.6 \times t_2 + 2.1 \times r_3 - 3.9 \times t_3 + 0.02 \times r_1^2 + 0.1 \times t_1^2 - 0.2 \times r_2^2 - 0.1 \times t_2^2 - 0.1 \times r_3^2 + 0.2 \times t_3^2 + 0.3 \times r_1 \times t_1 + 0.03 \times r_1 \times r_2 + 0.13 \times r_1 \times t_2 + 0.01 \times r_1 \times r_3 - 0.03 \times r_1 \times t_3 - 0.1 \times t_1 \times r_2 + 0.02 \times t_1 \times t_2 - 0.06 \times t_1 \times r_3 - 0.01 \times t_1 \times t_3 - 0.2 \times r_2 \times t_2 + 0.003 \times r_2 \times r_3 - 0.05 \times r_2 \times t_3 + 0.02 \times t_2 \times r_3 - 0.07 \times t_2 \times t_3 + 0.13 \times r_3 \times t_3 \quad (12)$$

$$T_{ave-4 FB} = -124.1 + 5.9 \times t_1 + 3.4 \times r_1 + 2.3 \times t_2 + 6.7 \times r_2 - 5.6 \times t_3 - 7.3 \times r_3 - 0.4 \times t_4 - 0.05 \times r_4 + 0.08 \times t_1^2 - 0.03 \times r_1^2 - 0.03 \times t_2^2 - 0.06 \times r_2^2 + 0.01 \times t_3^2 + 0.03 \times r_3^2 - 0.006 \times t_4^2 - 0.01 \times r_4^2 - 0.03 \times t_1 \times r_1 - 0.04 \times t_1 \times t_2 - 0.025 \times t_1 \times r_2 - 0.007 \times t_1 \times t_3 - 0.001 \times t_1 \times r_3 + 0.008 \times t_1 \times t_4 + 0.04 \times r_1 \times t_2 + 0.02 \times r_1 \times r_2 + 0.009 \times r_1 \times t_3 + 0.006 \times r_1 \times r_3 + 0.003 \times r_1 \times r_4 - 0.02 \times t_2 \times r_2 - 0.04 \times t_2 \times t_3 - 0.03 \times t_2 \times r_3 - 0.003 \times t_2 \times t_4 - 0.007 \times t_2 \times r_4 + 0.03 \times r_2 \times t_3 + 0.02 \times r_2 \times r_3 + 0.007 \times r_2 \times t_4 + 0.004 \times r_2 \times r_4 + 0.045 \times t_3 \times r_3 - 0.02 \times t_3 \times t_4 - 0.01 \times t_3 \times r_4 + 0.02 \times r_3 \times t_4 + 0.01 \times r_3 \times r_4 - 0.02 \times t_4 \times r_4 \quad (13)$$



(ب) توپولوژی 4 FB

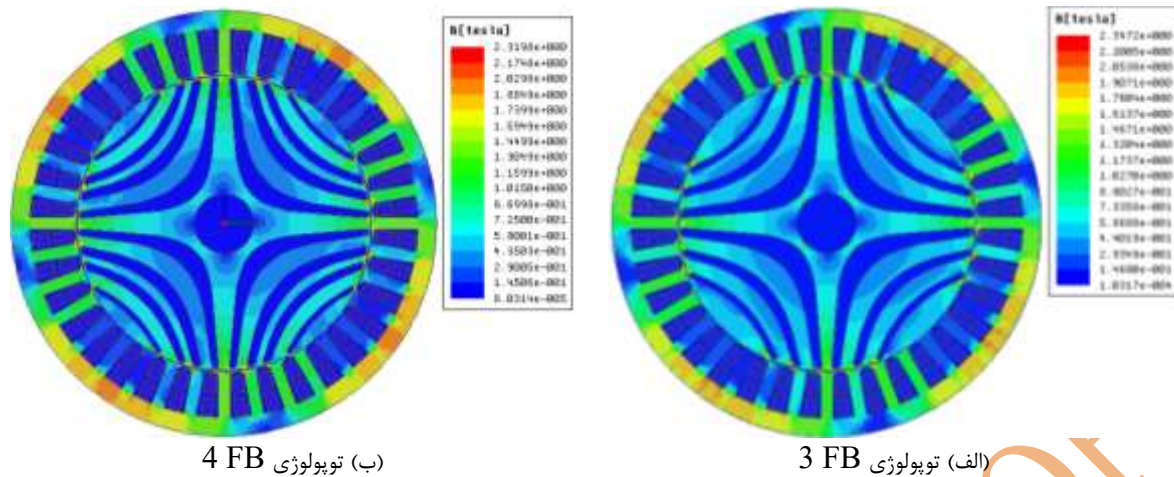
(الف) توپولوژی 3 FB

شکل ۶. توزیع خطوط شار مغناطیسی

توزیع مکانی و محتوای هارمونیک مقایسه می شوند. میزان ریبیل مشاهده شده در نتایج حاکی از تاثیر توپولوژی پیچیده SynRM روی محتوای هارمونیک چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی است. لازم به ذکر است که برای تمام آزمایش های انجام شده در فرآیند بهینه سازی، مقدار اعوجاج هارمونیک کل (THD) چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی عددی بالای ۵۰ درصد بدست آمده است و مقدار ریبیل گشتاور علاوه بر محتوای هارمونیک شار مغناطیسی فاصله هوایی به تغییرات رلکتانس فاصله هوایی نیز بستگی دارد. برای هر دو توپولوژی بهینه بدست آمده، توزیع خطوط شار مغناطیسی و توزیع چگالی شار مغناطیسی برای یک نقطه کار نوعی در شکل های ۶ و ۷ نشان داده می شوند.

۵-نتیجه گیری

در این مقاله، با توجه به تجربیات قبلی در خصوص طراحی SynRM ها و تاثیر چشمگیر توپولوژی رتور روی کیفیت



شکل ۷. توزیع چگالی شار مغناطیسی

مراجع

- [1] K. B. Tawfiq, M. N. Ibrahim, E. E. El-Kholy, and P. Sergeant, "Performance improvement of existing three phase synchronous reluctance machine: stator upgrading to 5-phase with combined star-pentagon winding", *IEEE ACCESS*, vol. 8, pp. 143569-143583, 2020.
- [2] S. Zhang, H. Zhang, C. Liu, Y. Wang, and J. Zhu, "Design optimization of a synchronous reluctance machine by using the combined topology-normalized shape method", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 60, no. 3, Mar. 2024.
- [3] O. Brun, O. Chadebec, P. Ferrouillat, I. Niyonzima, Z. Luo, and Y. Le Floch, "A level-set-based topology optimization for maximizing the torque of synchronous reluctance machines", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 60, no. 3, Mar. 2024.
- [4] M. Farhadian, M. Moallem, and B. Fahimi, "Multimodal optimization algorithm for torque ripple reduction in synchronous reluctance motors", *IEEE ACCESS*, vol. 10, pp. 26628 - 26636, 2022.
- [5] Y. Zheng, Y. Wang, D. Li, X. Li, C. Zhang, and R. Qu, "A torque ripple reduction method for the synchronous reluctance machines with mirror asymmetric rotor laminations", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Mar. 2025 (Early Access).
- [6] S. Zhang, C. Liu, Y. Wang, F. Niu, G. Lei, and J. Zhu, "Shape design optimization and comparative analysis of a novel synchronous reluctance machine with grain-oriented silicon steel", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 60, no. 9, Sep. 2024.
- [7] R. R. Moghaddam and F. Gyllensten, "Novel high-performance SynRM design method: An easy approach for a complicated rotor topology", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 9, pp. 5058–5065, Sep. 2014.
- [8] T. He, Y. Wang, M. Bao, J. Li, S. Feng and R. Qu, "Design and validation of a high-efficiency synchronous reluctance motor", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Feb. 2025 (Early Access).
- [9] A. Tassarolo, "Modeling and analysis of synchronous reluctance machines with circular flux barriers through conformal mapping", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 4, pp. 1–11, Apr. 2015.
- [10] M. Farhadian, M. Moallem, B. Fahimi, B. Mirzaei Dehkordi, and M. Sahebzamani, "Alternate rotor design for line-start synchronous reluctance motor with minimum use of copper", *IEEE ACCESS*, vol. 12, pp. 73-84, Dec. 2023.
- [11] S. Mari, A. Credo, G. Bucci, F. Ciancetta, E. Fiorucci, and A. Fioravanti, "A methodology for inductance measurement and uncertainty propagation in synchronous motors under magnetic saturation effects", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 74, Article Sequence Number: 1006613, Mar. 2025.
- [12] W. J. Wan, Z. C. Li, J. P. Lu, Y. Wang, D. Shi, and J. X. Shen, "Fast design methodology for synchronous reluctance machine rotor with circular flux barriers", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Apr. 2025 (Early Access).
- [13] O. Korman, M. D. Nardo, M. Degano, and C. Gerada, "A novel flux barrier parametrization for synchronous reluctance machines", *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 37, no. 1, pp. 675–684, Mar. 2022.

- [14] K. B. Tawfiq, M. N. Ibrahim, E. E. EL-Kholy, and P. Sergeant, "Performance analysis of a rewound multiphase synchronous reluctance machine", *IEEE J. Emerg. Sel. Topics Power Electron.*, vol. 10, no. 1, pp. 297–309, Feb. 2022.
- [15] G. Bacco, N. Bianchi, and H. Mahmoud, "A nonlinear analytical model for the rapid prediction of the torque of synchronous reluctance machines", *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 33, no. 3, pp. 1539–1546, Sep. 2018.
- [16] M. U. Naseer, A. Kallaste, B. Asad, T. Vaimann, and A. Rassolkin, "Modified winding function analysis of synchronous reluctance motor for design iteration purposes", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 58, no. 9, Sep. 2022.
- [17] M. Farhadian, M. Moallem, and B. Fahimi, "Analytical calculation of magnetic field components in synchronous reluctance machine accounting for rotor flux barriers using combined conformal mapping and magnetic equivalent circuit methods", *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 505, Jul. 2020.
- [18] J. Liu, X. Wang, W. Zhao, Z. Xing, and H. Zhou, "An enhanced hybrid subdomain method toward electromagnetic-thermal performance analysis of synchronous reluctance motor", *IEEE Trans. Transport. Electrification.*, vol. 11, no. 1, pp. 2851–2865, Feb. 2025.
- [19] F. Cupertino, G. Pellegrino, and C. Gerada, "Design of synchronous reluctance motors with multiobjective optimization algorithms", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 50, no. 6, pp. 3617–3627, Nov. 2014.
- [20] Montgomery DC, "Design and analysis of experiments", 2nd edition New York: Wiley; 1984.