



Semnan University

Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



Research Article

Estimation of noise variance using the weighted EMD coefficients of the noisy signal

Majid Dehghanizadeh ^a, Masoudreza Aghabozorgi ^{b,*}

^aPhd student, Electrical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran

^bAssociate Professor, Electrical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran

PAPER INFO

Paper history:

Received:

Revised:

Accepted:

Keywords:

Noise variance,

Empirical Mode

Decomposition method,

Noise energy,

Correlation.

ABSTRACT

This paper proposes a noise variance estimation method using the Empirical Mode Decomposition (EMD) of signals and the characteristics of the decomposed layers. The main idea is based on the fact that the layers obtained from the EMD decomposition of the noisy signal will contain several layers with some pure signal components, several layers in the form of pure noise, and layers in the form of a combination of signal and noise. According to the definition of signal and noise in this study, the highest signal power is in the final layers, and the highest noise power is in the initial layers of the decomposition. Based on this principle, the noise variance was estimated by calculating the noise energy and the correlation of the noise with different sub-signals from each layer. Based on the simulation results, it is observed that the proposed method in estimating the noise variance has an error reduction of about 1.5, 3, 5 and 1.7 percent, respectively, compared to the Maciej, Elvander, Cai and Wang methods.

DOI: <https://doi.org/>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 0.4 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/0.4/>)

* Corresponding author.

E-mail address: aghabozorgi@yazd.ac.ir

How to cite this article:

تخمین واریانس نویز با استفاده از وزن دهی ضرایب EMD سیگنال نویزی

مجید دهقانیزاده^۱، مسعودرضا آقابزرگی^{۲*}

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله:	این مقاله تخمین واریانس نویز با استفاده از تجزیه سیگنال به روش تجزیه حالت تجربی (EMD ³) و استفاده از ویژگی‌های لایه‌های تجزیه شده آن را بررسی می‌نماید. ایده اصلی مورد استفاده در این تحقیق بر پایه این است که لایه‌های بدست آمده از تجزیه سیگنال نویزی به روش EMD، شامل چند لایه با برخی مؤلفه‌های خالص سیگنال، چند لایه به صورت نویز خالص و لایه‌هایی نیز به صورت ترکیب سیگنال و نویز می‌باشند. با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده برای سیگنال و نویز در این مقاله، بیشترین توان سیگنال در لایه‌های انتهایی و بیشترین توان نویز در لایه‌های ابتدایی تجزیه می‌باشند. لذا با محاسبه انرژی نویز و میزان همبستگی نویز با زیرسیگنالهای مختلف بدست آمده از هر لایه، به محاسبه تخمین واریانس نویز پرداخته شده است. بر اساس نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌گردد روش پیشنهادی در تخمین واریانس نویز، کاهش خطایی به ترتیب در حدود ۵/۱، ۳، ۵ و ۱/۷ درصد نسبت به روش‌های پایه Wang و Cai، Elvander، Maciej دارد.
بازنگری مقاله:	
پذیرش مقاله:	
واژگان کلیدی:	
واریانس نویز، روش تجزیه حالت تجربی، انرژی نویز، همبستگی.	

DOI: <https://doi.org/>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 0.4 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/0.4/>)

* aghabozorgi@yazd.ac.ir

۱. دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد

۲. دانشیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد،

استناد به این مقاله:

³ Empirical Mode Decomposition

مقادیر تنها شامل نویز و یا سیگنال به همراه نویز در [۱۸] استفاده از الگوریتم k-means پیشنهاد گردیده است، این روش برای زمانی که SNR^5 بالا باشد کاربرد چندانی ندارد. همچنین [۱۹] بیان می‌کند که می‌توان با استفاده از حساسیت نسبت انحراف معیار به میانگین متغیر تصادفی به بحث تخمین واریانس نویز پرداخت. در [۲۰] برای تخمین پارامترهای یک سیگنال که با نویز ترکیب شده است با حل یک معادله غیرخطی و استفاده از الگوریتم تکراری نیوتن، واریانس نویز تخمین زده شده است. ماسیج [۲۱] الگوریتم‌های غیرپارامتری براساس تخمین‌های هسته نیمه‌بازگشتی را برای بازیابی واریانس نویز در نظر گرفته است. همچنین روش تحلیل همبستگی متعارف بهبود یافته برای کاربردهایی با طیف فرکانسی پهن پیشنهاد گردیده است [۲۲]. واریانس نویز با استفاده از تفکیک حوزه زمان فرکانس و با محاسبه کواریانس سیگنال‌های زمان پیوسته محاسبه شده است [۲۳]. نویسندگان در [۲۴] از روش EMD برای تجزیه سیگنال نویزی بهره گرفته و واریانس آن را با توجه به انرژی نویز تخمین زده و سپس با استفاده از روش VMD⁶ برای کاهش نویز اقدام نموده‌اند.

در [۲۵] با استفاده از مبحث هیستوگرام داده‌ها و آزمایشات مونت کارلو و براساس اصل حداکثر احتمال و همچنین در [۲۶] با استفاده از محاسبه باندهای انرژی غالب، که انرژی نویز را منعکس می‌کنند، و همچنین متوسط‌گیری مؤلفه‌های طیفی سیگنال در ناحیه فرکانس بالا، واریانس نویز تخمین زده شده است. می‌توان طبق [۲۷] یک روش تخمین کواریانس نویز را براساس تبدیل کسینوس گسسته انجام داد. در [۲۸] از یک معیار مقیاس براساس نسبت ماکزیمم انرژی نسبی به انرژی رنی برای تعیین مقیاس بهینه جهت تخمین واریانس استفاده گردیده است.

در این مقاله تخمین واریانس نویز با استفاده از تجزیه سیگنال به روش EMD و استفاده از ویژگی‌های لایه‌های تجزیه شده آن انجام می‌شود. مزیت مهم روش تجزیه مورد نظر نسبت به روش‌های دیگر مانند فیلترکردن، تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های مستقل و وابسته، شبکه‌های عصبی و فیلترهای تطبیقی، این است که این روش برای هر نوع سیگنال قابل اعمال است. از آنجایی که این روش تنها بر

در سالهای اخیر استفاده از سیستم‌های الکترونیکی در تمامی علوم گسترش زیادی داشته‌اند و متناسب با افزایش کاربرد آنها، بحث شناسایی و کاهش نویز نیز در آنها مورد توجه جدی قرار گرفته است. از جمله ویژگی‌های مهم نویز می‌توان به دامنه طیف توان یا همان واریانس نویز اشاره نمود که نقش مهمی در شناسایی آن دارد. از آنجا که تخمین واریانس نویز کاربردهای مختلفی برای پردازش در زمینه‌های بازیابی، بخش‌بندی، کاهش نویز و بدست آوردن داده‌های آماری دارد لذا یک شاخص مهم در پردازش انواع سیگنال‌های صوتی، گفتار و تصویر به شمار آمده و تحقیقات گوناگونی برای بهبود روش‌های تخمین واریانس نویز صورت گرفته است.

در برخی کاربردها [۱-۳] از تخمین واریانس نویز و تبدیل موجک و در [۴-۶] با روش FFT^4 و تخمین واریانس نویز جهت شناسایی و کاهش نویز استفاده شده است. همچنین [۷ و ۸] از واریانس نویز جهت بخش‌بندی سیگنال استفاده شده است. سرگی و همکاران [۹] به کمک واریانس نویز به دنبال بخش‌بندی برای تصویر بوده‌اند. کار بازیابی سیگنال در [۱۰] با استفاده از تخمین واریانس نویز و در [۱۱] با بهره‌گیری از تخمین گر براساس حداکثر احتمال وجود نویز، صورت گرفته است. در تحقیقات گسترده‌ای که در پردازش گفتار و برای تقویت صوت صورت گرفته است [۱۲-۱۴] با استفاده از تجزیه سیگنال و تخمین واریانس نویز به بهسازی سیگنال گفتار پرداخته شده است.

همانطور که بیان گردید تخمین واریانس نویز کاربردهای مختلفی دارد که در ادامه روش‌های مختلفی از تخمین آن بیان گردیده است. در [۱۵] از نسبت سیگنال به نویز به محاسبه تخمین واریانس نویز پرداخته است. برای بدست آوردن تخمین واریانس نویز از طیف سیگنال با استفاده از پنجره‌گذاری در [۱۶] و نیز از میانگین کوتاهترین نمونه‌های سیگنال در [۱۷] استفاده شده است. تنها شرط لازم در این دو تحقیق وجود یک ناحیه طیفی است که باید تنها شامل نویز باشد که این شرط می‌تواند به عنوان محدودیتی برای روش پیشنهادی این مراجع باشد. برای تخمین واریانس نویز سیگنال‌های ناشناخته براساس جداسازی

6 Variable mode decomposition

4 Fast Fourier transform

5 Signal-to-noise ratio

می‌گردد. همچنین تعداد P لایه از سیگنال تجزیه شده که بر روی واریانس نویز بیشترین تأثیر را دارند انتخاب و با هم ترکیب شده و واریانس نهایی نویز تخمین زده می‌شود [۳۰].

۲-۱- اجرای EMD: سیگنال $S_N(n)$ به روش EMD

تجزیه شده و بصورت رابطه زیر بدست می‌آید [۳۰]:

$$S_N(n) = \sum_{i=1}^{L-1} IMF_{iS_N(n)} + r(n) \quad (3)$$

که در آن، $S_N(n)$ به $L-1$ زیرسیگنال IMF با ویژگیهای خاص طیفی خود تقسیم می‌شود. همچنین $r(n)$ مانده سیگنال تجزیه شده می‌باشد که در ادامه به عنوان جمله L ام برای تجزیه $S_N(n)$ در نظر گرفته شده و رابطه (۳) به صورت رابطه (۴) بیان می‌گردد [۳۰]:

$$S_N(n) = \sum_{i=1}^L IMF_{iS_N(n)} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^L |IMF_{iS_N(n)}|^2 = \sum_{i=1}^L |IMF_{iS(n)}|^2 + \sum_{i=1}^L |IMF_{iN(n)}|^2 \quad (5)$$

رابطه (۵) که از ترکیب روابط (۲) و (۴) بدست آمده است ارتباط توانی بین $S_N(n)$ و $S(n)$ و $N(n)$ را در روش EMD نشان می‌دهد. همچنین با تجزیه $N(n)$ نیز رابطه (۶) بدین صورت بدست آمده است [۳۰]:

$$N(n) = \sum_{i=1}^L IMF_{iN(n)} \quad (6)$$

طبق ویژگی روش EMD و به ازای تمامی $i=1 \dots L$ ؛ هر $IMF_{iN(n)}$ دارای توزیع نرمال با واریانس $\sigma_{iN(n)}^2$ بوده و رابطه (۷) نیز برای آنها همواره برقرار است [۳۰]:

$$E\{IMF_{iN(n)}\} = 0 \quad (7)$$

به طور مشابه روابط (۶) و (۷) برای $S(n)$ و $S_N(n)$ نیز برقرار است.

از طرفی هر لایه با توجه به طیف آن، دارای توان‌های متفاوت در فرکانس‌های مختلف می‌باشد بطوریکه تفکیک آنها در روش EMD به صورت شکل (۲) می‌باشد:



شکل ۲- تفکیک پذیری باندهای فرکانسی لایه‌ها و انرژی نویز

در شکل (۲)، B_{IMF_i} و en_i به ترتیب پهنای باند و انرژی نویز لایه i ام سیگنال تجزیه شده را نشان می‌دهند. در [۳۱] نشان داده شده که انرژی نویز بیشتر در لایه‌های پایینی

اساس خواص ذاتی سیگنال، عملیات تجزیه را انجام داده و همچنین محاسبات آن نیاز به مقادیر سیگنال خالص ندارد از قابلیت اطمینان بالایی برخوردار است. در ادامه مقاله، در بخش ۲ وابستگی واریانس نویز به دو پارامتر انرژی و همبستگی با سیگنال نویزی مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش ۳ شبیه‌سازی روش پیشنهادی و تحلیل آن انجام گرفته و نتیجه‌گیری در بخش ۴ ارائه شده است.

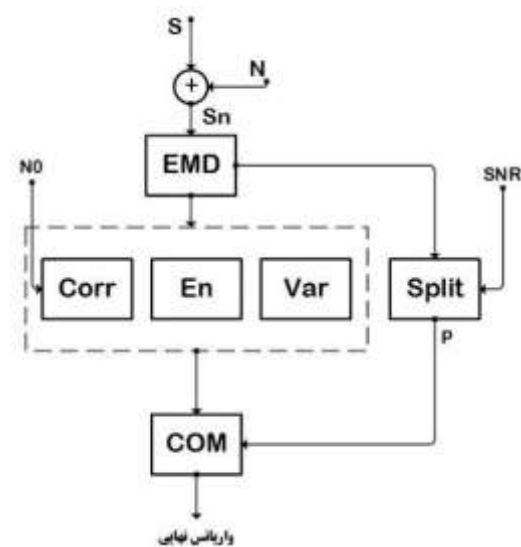
۲- تخمین واریانس نویز

در این بخش که به تخمین واریانس نویز پرداخته شده است، ارتباط بین سیگنال نویزی و سیگنال مطلوب بدین صورت در نظر گرفته شده است [۲۹]:

$$S_N(n) = S(n) + N(n) \quad (1)$$

$$\sum |S_N(n)|^2 = \sum |S(n)|^2 + \sum |N(n)|^2 \quad (2)$$

در رابطه (۱)، $S_N(n)$ سیگنال نویزی، $S(n)$ سیگنال ایستای مطلوب با طیف فرکانسی پایین و $N(n)$ نویز ایستا با توزیع گاوسی، میانگین صفر و واریانس $\sigma_{N(n)}^2$ و ناهمبسته با $S(n)$ در نظر گرفته شده است. رابطه (۲) ارتباط انرژی بین $S_N(n)$ و $S(n)$ را نشان می‌دهد. روش پیشنهادی در شکل (۱) نشان داده شده است:



شکل ۱- فلوچارت روش تحقیق

در فلوچارت شکل (۱) ابتدا $S_N(n)$ به روش EMD به زیرسیگنال یا لایه‌های (IMF) آن تجزیه شده و سپس به ازای تمامی آنها، مقدار واریانس (Var)، انرژی (En) و میزان همبستگی (Corr) نویز تخمینی اولیه با IMF محاسبه

⁷ Intrinsic Mode Function

بوده و از IMF_1 تا IMF_L به صورت نمایی کاهش می‌یابد. همچنین چگونگی توزیع انرژی $S(n)$ در لایه‌های مختلف به طیف فرکانسی آن بستگی دارد که با توجه به فرض پایین بودن طیف $S(n)$ ، بیشترین انرژی آن مربوط به لایه‌های بالایی IMF می‌باشد. در ادامه با توجه به ویژگی‌های بیان شده، روش پیشنهادی به دنبال ارتباط بین شاخص‌های همبستگی و انرژی لایه‌ها جهت تخمین واریانس می‌باشد.

۲-۲- پارامترهای موثر بر واریانس نویز: طبق شکل

(۱) برای تخمین واریانس بعد از تجزیه $S(n)$ به محاسبه مقدار همبستگی، انرژی و واریانس نویز پرداخته می‌شود. بنابراین به ازای هر لایه، مقدار پارامترها محاسبه گردیده و سپس (در بخش ۲-۳) برای محاسبه واریانس نهایی نویز، با هم ترکیب می‌شوند.

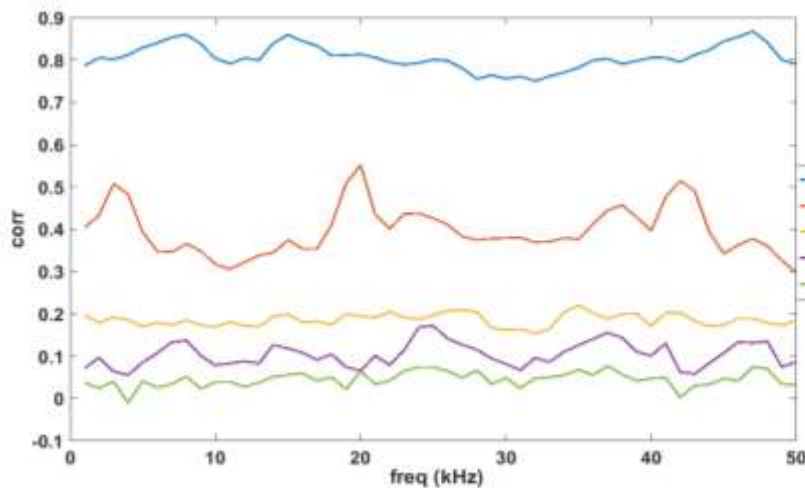
الف) همبستگی: برای بررسی میزان شباهت زیرسیگنال‌های تجزیه شده به روش EMD با نویز، از

همبستگی بین این دو پارامتر بصورت رابطه زیر استفاده می‌شود:

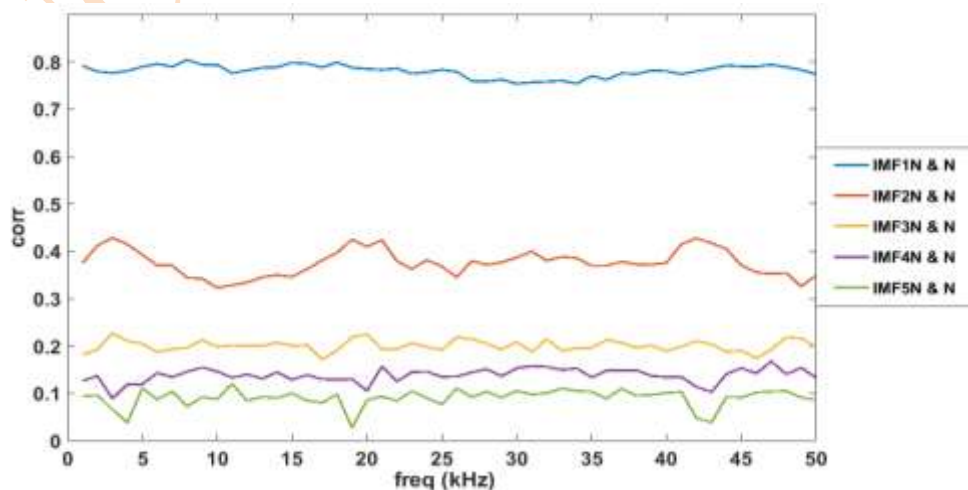
$$\varphi_i \triangleq \text{corr}(IMF_{iS_N(n)}, N_0) \quad (۸)$$

در رابطه (۸)، φ_i مقدار همبستگی بین IMF لایه i ام $S_N(n)$ و N_0 می‌باشد. در این رابطه N_0 به عنوان نویز تخمینی اولیه بوده که با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده و با روش‌های موجود بدست می‌آید. مقدار این همبستگی به ازای طیف‌های مختلف، تغییرات واریانس نویز و نسبت‌های مختلف SNR بررسی و نتایج آن بدین صورت بیان گردیده است:

۱- بررسی تغییرات فرکانسی: در این بخش همبستگی بین لایه‌های مختلف با $N(n)$ به ازای تغییرات طیف بررسی و رسم گردیده است. در این حالت طیف فرکانسی از یک تا ۵۰ کیلو هرتز تغییر داده شده و مقدار همبستگی آن طبق رابطه (۸) برای لایه‌های اول تا پنجم و بر اساس واریانس نویز کم و زیاد، طبق شکل‌های (۳) و (۴) بدست آمده است:



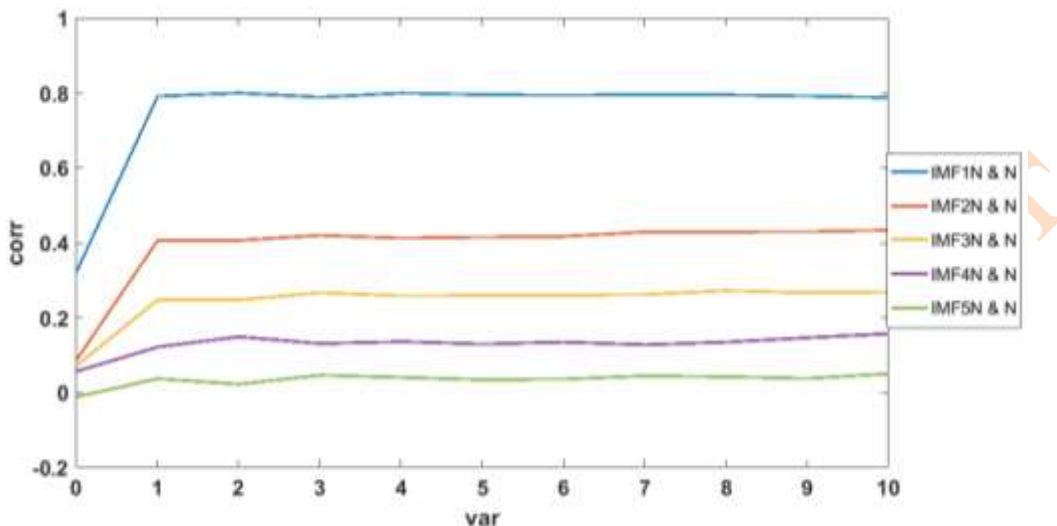
شکل ۳- میزان همبستگی به ازای نویز با واریانس کم



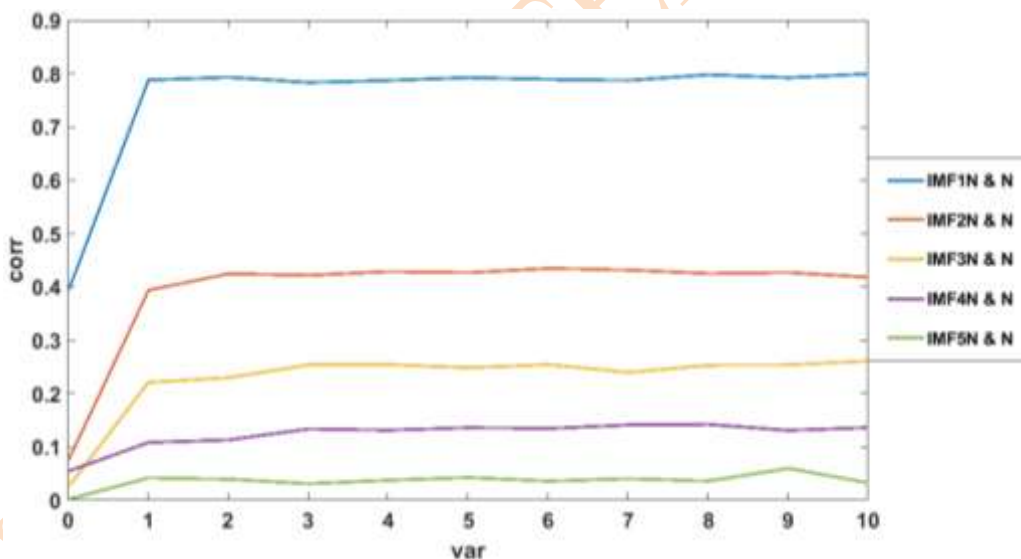
شکل ۴- میزان همبستگی به ازای نویز با واریانس زیاد

۲- بررسی تغییرات واریانس نویز: در این تست به ازای تغییرات واریانس نویز از ۰/۱ تا ۱۰، مقدار همبستگی با $N(n)$ در لایه‌های اول تا پنجم و به ازای طیف پایین و بالا را بدست آورده و شکل‌های (۵) و (۶) بدست می‌آید:

با توجه به شکل‌های (۳) و (۴) مشاهده می‌گردد که با وجود تغییرات طیف $S_N(n)$ و به ازای $N(n)$ با مقدار واریانس کم یا زیاد، میزان همبستگی لایه‌ها با نویز تا حد قابل قبولی ثابت بوده و به ازای افزایش شماره لایه، میزان همبستگی کاهش می‌یابد.



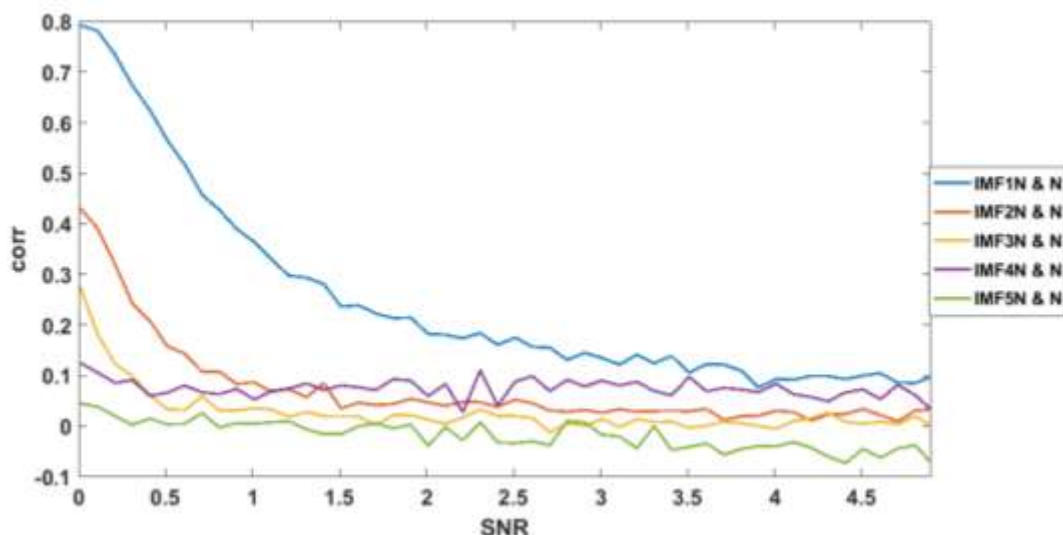
شکل ۵- میزان همبستگی به ازای سیگنال نویزی با طیف پایین



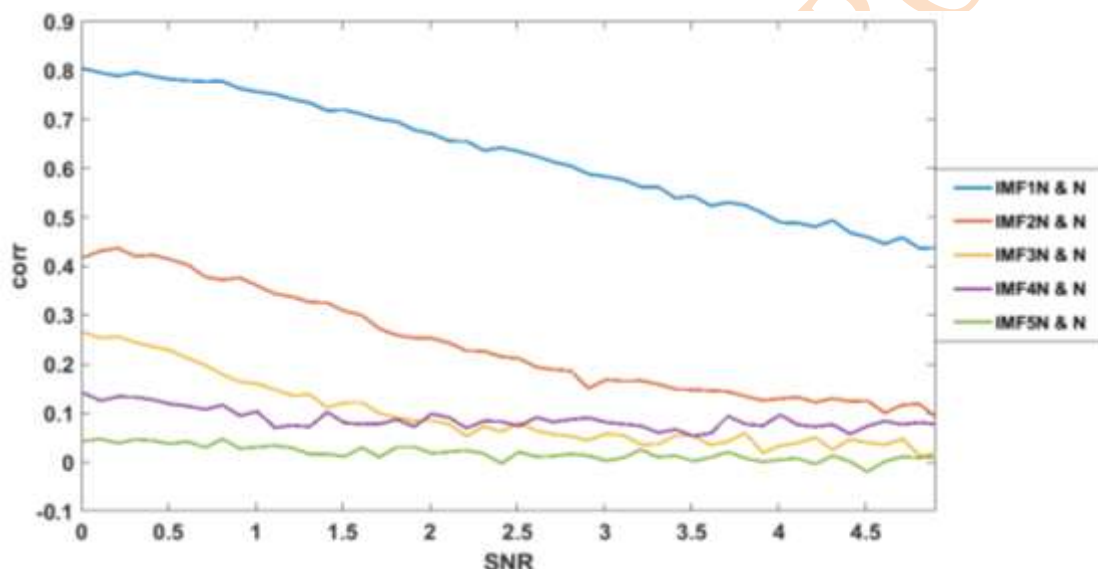
شکل ۶- میزان همبستگی به ازای سیگنال نویزی با طیف بالا

۳- بررسی تغییرات SNR: در این حالت مقدار SNR را از ۰/۱ تا ۵ تغییر داده و در دو حالت واریانس کم یا زیاد نویز نتایج شکل‌های (۷) و (۸) بدست می‌آید:

با توجه به شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌گردد که در تمامی طیفها با وجود تغییرات واریانس نویز، ضرایب همبستگی به ازای هر لایه مقدار ثابتی دارد.



شکل ۷- میزان همبستگی به ازای نویز با واریانس کم



شکل ۸- میزان همبستگی به ازای نویز با واریانس زیاد

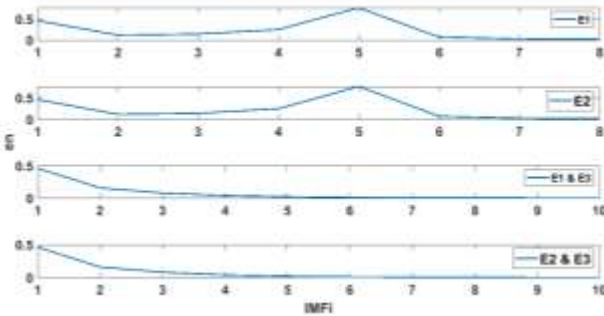
جدول ۱- بررسی همبستگی بین نویز و IMF لایه‌های مختلف

SNR(dB)	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5
+۲۰	۰/۵۰	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۰۹	۰/۰۳
+۱۵	۰/۶۰	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۱۰	۰/۰۳
+۱۰	۰/۸۰	۰/۴۰	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۴
+۵	۰/۷۹	۰/۳۹	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵
۰	۰/۷۹	۰/۴۰	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵
-۵	۰/۷۸	۰/۳۹	۰/۱۸	۰/۰۹	۰/۰۴
-۱۰	۰/۷۶	۰/۳۹	۰/۱۷	۰/۰۸	۰/۰۳
-۱۵	۰/۷۶	۰/۳۹	۰/۱۷	۰/۰۸	۰/۰۳
-۲۰	۰/۷۷	۰/۳۸	۰/۱۶	۰/۰۸	۰/۰۳

طبق جدول (۱) مشاهده می‌گردد که مقدار متوسط همبستگی به ازای لایه‌های اول تا پنجم به ترتیب ۰/۸،

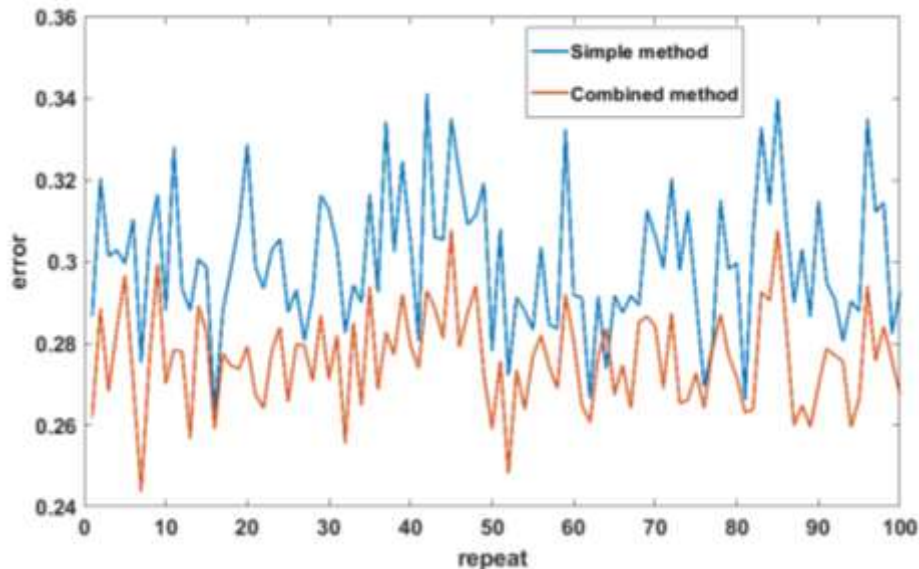
در شکل‌های (۷) و (۸) مشاهده می‌گردد که مقدار همبستگی به خصوص برای لایه‌های ابتدایی ثابت نبوده و با افزایش SNR کاهش می‌یابد. نکته اینکه با افزایش واریانس نویز نرخ تغییرات همبستگی کمتر گردیده و مقادیر به ازای هر لایه تقریباً ثابت می‌گردد. با توجه به فرضیات مسئله که برای حالت SNR پایین در نظر گرفته شده است می‌توان مقدار همبستگی را در این حالت نیز ثابت در نظر گرفت. با توجه به نتایج بدست آمده از شکل‌های (۳) الی (۸) می‌توان مقدار همبستگی به ازای لایه‌های مختلف را تقریباً ثابت در نظر گرفته که مقادیر متوسط آن در جدول (۱) آمده است:

همزمان از روابط (۱۰) و (۱۲) و یا (۱۱) و (۱۲) بهره برد. در این حالت انرژی نویز لایه اول از روابط (۱۰) یا (۱۱) و برای لایه‌های دیگر از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود. برای انتخاب رابطه بهینه‌تر با در نظر گرفتن شرایط مسئله و با محاسبه انرژی، نتایج شکل (۹) بدست آمده است:



شکل ۹- مقدار انرژی لایه‌های مختلف به ازای روش‌های مختلف

با توجه به شکل (۹) این نکته نتیجه‌گیری می‌شود که انرژی رابطه (۱۰) یا (۱۱) و همچنین ترکیب آنها با رابطه (۱۲) تقریباً یکسان بوده و تفاوت محسوسی در میزان خطا ندارد. لذا در این حالت بر روی روش ساده یا روش ترکیبی متمرکز گردیده و با ۱۰۰ مرتبه شبیه‌سازی در شرایط مختلف و تخمین واریانس نویز و بدست آوردن مقدار خطای تخمین به ازای دو روش ساده و ترکیبی، مقادیر خطای تخمین واریانس به صورت شکل (۱۰) بدست آمده است:



شکل ۱۰- میزان خطای محاسبه انرژی نویز به روش ساده و ترکیبی

بوده و لذا در ادامه محاسبات و شبیه‌سازی از این روش استفاده شده است.

۰/۴، ۰/۲، ۰/۱ و ۰/۰۵ است. با بررسی مجدد بر روی سیگنال‌های گوناگونی با طیف و واریانس نویز مختلف، رابطه (۹) برای تعیین میزان همبستگی بین $N(n)$ و $IMF_{iS_N(n)}$ بیان می‌گردد:

$$\varphi_i \approx \frac{0.8}{2^{i-1}} \quad (9)$$

در رابطه (۹)، i به عنوان شماره لایه مورد نظر در نظر گرفته شده است.

ب) محاسبه انرژی نویز (en_i): یکی از پارامترهای تأثیرگذار برای تخمین واریانس لایه‌ها، انرژی نویز به ازای هر لایه می‌باشد. مقدار انرژی نویز از روابط (۱۰) الی (۱۲) قابل محاسبه می‌باشد [۳۰ و ۳۱]:

$$(10)$$

$$\hat{E}_1 = \left(\frac{\text{median}(|IMF_i(j)|; j=1, \dots, n \& i=1, \dots, L)}{6745.0} \right)^2 \quad \hat{E}_2 = \quad (11)$$

$$\left(\frac{\text{median}(|IMF_i(j)| - \text{median}(IMF_i(j)); j=1, \dots, n \& i=1, \dots, L)}{6745.0} \right)^2 \quad \hat{E}_i = c_H \rho_H^{-2(1-H)^i} \quad | \quad i = \quad (12)$$

$$2:L, \quad c_H = \frac{E_1}{B}$$

که متغیرهای B, H, ρ و c_H مقادیر ثابتی هستند که با توجه به شرایط مکانی و زمانی انتخاب می‌گردند. برای تعیین مقدار انرژی نویز می‌توان از روش ساده محاسبه انرژی یعنی از روابط (۱۰) یا (۱۱) و یا روش ترکیبی استفاده

ج) تخمین واریانس نویز هر لایه: برای محاسبه واریانس نویز می‌توان به ترتیب بر اساس روابط (۱۳ و ۱۴) اقدام نمود [۳۰ و ۳۱]:

$$\sigma_i^2 = \quad (13)$$

$$\left(\frac{\text{median}(|\text{IMF}_i(j)|; j=1, \dots, n \& i=1, \dots, L)}{0.6745} \right)^2 \quad (14)$$

$$\sigma_i^2 = \left(\frac{\text{median}(|\text{IMF}_i(j) - \text{median}(\text{IMF}_i(j))|; j=1, \dots, n \& i=1, \dots, L)}{0.6745} \right)^2$$

برای مقایسه کارایی این دو روش از سیگنالهایی با SNR و طیف‌های مختلف و همچنین از نویز با مقدار واریانس‌های کم و زیاد استفاده می‌شود. با چند مرتبه تکرار محاسبات مشخص می‌گردد که مقدار خطای تخمین واریانس رابطه (۱۳) کمتر از رابطه (۱۴) بوده و لذا در ادامه از رابطه (۱۳) برای محاسبه واریانس نویز استفاده شده است.

۳-۲- ترکیب: در این بخش پارامترهای بدست آمده از بخش ۲-۲ را با هم ترکیب نموده و رابطه نهایی تخمین واریانس نویز بدست می‌آید. برای این کار ابتدا لایه‌های مؤثر در تخمین واریانس نویز را شناسایی نموده و سپس توان این لایه‌ها که ترکیبی از توان $N(n)$ و $S(n)$ می‌باشد محاسبه می‌گردد. در نهایت لایه‌های مورد نظر برای دستیابی به واریانس نهایی با هم ترکیب می‌شوند.

الف) جداسازی لایه‌های نویزی: بر اساس روش ارائه شده در [۳۰] می‌توان لایه‌هایی که تنها شامل مؤلفه‌های نویز هستند و لایه‌هایی که شامل ترکیبی از مؤلفه‌های $N(n)$ و $S(n)$ هستند را از هم جدا نمود. با توجه به طیف در نظر گرفته شده برای $S_N(n)$ و $N(n)$ ، این روش به خوبی می‌تواند لایه‌های کاملاً نویزی را از سایر لایه‌ها تفکیک نماید. از میانگین مربع هر $\text{IMF}_{iS_N(n)}$ به ازای $1 \leq i \leq L$ استفاده نموده و به ترتیب افزایش i ، اولین مینیمم نسبی از نمودار میانگین مربع $\text{IMF}_{iS_N(n)}$ ها بر حسب i را به عنوان مقدار $P \leq i$ در نظر می‌گیرد. P به عنوان تعداد ترم‌هایی است که در رابطه نهایی ترکیب استفاده شده است.

ب) ترکیب متغیرها: در این مرحله با ترکیب خطی پارامترهای بدست آمده از زیرسیگنالهای ایجاد شده در لایه‌های IMF_1 تا IMF_P به تخمین واریانس نویز پرداخته شده است. بدین منظور اگر σ_i^2 به صورت برداری با P عضو به عنوان واریانس‌های لایه اول تا \hat{P} م در نظر گرفته شود رابطه (۱۵) بدین صورت بیان می‌گردد:

$$\sigma_i^2 = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_P^2] \quad (15)$$

ثابت می‌گردد که $\sigma_{N(n)}^2$ می‌تواند ترکیب خطی از اعضاء بردار σ_i^2 در رابطه (۱۵) باشد؛ بطوریکه ضرائب این ترکیب خطی طبق رابطه (۱۶) تعریف شده باشد:

$$\lambda_i = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_P] \quad (16)$$

همچنین بررسی شده است که λ_i پارامتری است که به مقدار انرژی و همبستگی نویز با لایه‌ها ارتباط مستقیم دارد که در ادامه به بررسی نحوه تأثیر این عوامل بر روی λ_i و در نهایت بر روی واریانس نویز پرداخته شده است.

۱- رابطه λ_i با انرژی نویز: با توجه به فرضیات اولیه در نظر گرفته شده برای $N(n)$ ، یک تعریف واریانس نویز به صورت رابطه (۱۷) می‌تواند می‌باشد:

$$\sigma_{N(n)}^2 = E\{N^2(n)\} - E^2\{N(n)\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N^2(n) \quad (17)$$

در رابطه (۱۷) نتیجه بدست آمده از تعریف واریانس نویز، همان انرژی نویز می‌باشد. لذا انرژی نویز اثر مستقیم بر روی واریانس نویز و در نتیجه تأثیر مستقیم بر روی ضریب ترکیب خطی یا همان λ_i دارد.

۲- رابطه λ_i با همبستگی نویز: بر اساس تعریف همبستگی طبق رابطه (۸) و با استفاده از تحلیل مرجع [۳۲]، همبستگی بین $N(n)$ و لایه‌های مختلف بر اساس رابطه (۱۸) بیان می‌گردد:

$$\phi_i = \text{corr} \quad (18)$$

$$\text{IMF}_{iS_N(n)}, N(n) = \frac{\sigma_{N(n)}^2 \times \text{var}(\text{IMF}_{iS_N(n)})}{\sigma_{N(n)} \times \sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}}}$$

با ساده‌سازی رابطه (۱۸)، $\phi_i = \sigma_{N(n)} \times \sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}}$ و یا بصورت $\sigma_{N(n)} = \frac{\phi_i}{\sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}}$ بیان گردیده و سرانجام به شکل $\sigma_{N(n)}^2 = \frac{\phi_i^2}{\sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}^2}$ بدست آمده است. با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۱۸)، این رابطه بدین صورت بیان گردیده است:

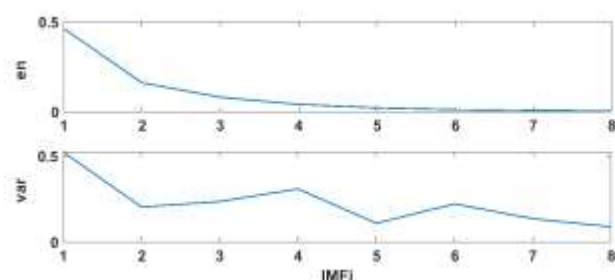
$$\sigma_{N(n)}^2 = \frac{\left(\frac{0.8}{2^{i-1}}\right)^2}{\sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}^2}^2} = \frac{0.64}{2^{2(i-1)} \times \sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}^2}^2} \quad (19)$$

که رابطه (۱۹) به ازای هر i دلخواه برقرار می‌باشد. با این شرایط همبستگی تعریف شده در رابطه (۱۸) تأثیر مستقیم در واریانس نویز و در نتیجه ضریب λ_i دارد که مقدار این ضریب برابر نتیجه بدست آمده در رابطه (۱۹) می‌باشد. با تعریف $\lambda_i = k \times \phi_i \times e_{n_i}$ و با استفاده از رابطه (۱۹) مقدار λ_i نهایی بصورت زیر بدست آمده است:

$$\lambda_i = k \times \phi_i \times e_{n_i} = k \times \frac{0.64 \times e_{n_i}}{2^{2(i-1)} \times \sigma_{\text{IMF}_{iS_N(n)}^2}^2} \quad (20)$$

روش مقاله [۳۴] انجام داده و با استفاده از رابطه (۲۲) واریانس نهایی نویز بدست آمده است.

۳-۱- محاسبه واریانس با روش پیشنهادی: با فرض برقراری رابطه (۱) و تعریف $N(n)$ با مقدار واریانس ۲؛ $S_N(n)$ به ازای $SNR=1$ و به عنوان ورودی سیستم با روش EMD به مؤلفه‌های IMF تجزیه می‌گردد. تعداد لایه‌ها در این تجزیه $L=10$ بدست آمده است. در ادامه از رابطه (۱۱) و (۱۲) برای محاسبه انرژی نویز و از رابطه (۱۳) برای محاسبه واریانس لایه‌های مختلف $S_N(n)$ تجزیه شده برای ۸ لایه آن استفاده گردیده است که مقدار انرژی و واریانس آن در شکل (۱۱) قابل مشاهده می‌باشد:



شکل ۱۱- نمودار انرژی نویز و واریانس لایه‌های تجزیه شده

همانطور که از بخش اول شکل (۱۱) مشخص است انرژی نویز با افزایش لایه به صورت نمایی کاهش می‌یابد. با توجه به اینکه این افت انرژی همواره برای نویزهای گاوسی برقرار می‌باشد می‌توان به اهمیت لایه‌های ابتدایی برای تعیین واریانس نویز اشاره نمود. همچنین در بخش دوم شکل (۱۱) واریانس IMF برای لایه‌های اول تا هشتم $S_N(n)$ نشان داده شده است. طبق بند ۲-۳، از این پارامتر برای تعیین P استفاده می‌گردد که در این شبیه‌سازی مقدار $P=2$ بدست آمده است. به عبارتی در این شبیه‌سازی لایه‌های اول و دوم تجزیه نقش موثری در تخمین واریانس نویز دارند.

همچنین برای درک بهتر از توزیع آماری برای $S(n)$ ، $N(n)$ و $S_N(n)$ در لایه‌های تجزیه شده، این داده‌ها به صورت نمودار در شکل (۱۲) نیز ترسیم شده است:

در رابطه (۲۰) ضریب ثابت k می‌تواند به عواملی چون SNR و طیف بستگی داشته باشد که در این تحقیق مقدار آن برابر یک فرض گردیده است.

ج) ترکیب واریانس: با محاسبه مقادیر λ_i که ضرایب ترکیب خطی درایه‌های بردار σ_{iN}^2 می‌باشد و با استفاده از تعریف ترکیب توامان p واریانس، رابطه (۲۱) بدست آمده است [۲۱]:

$$\text{var}_T = \frac{(n_1-1)\text{var}_1 + \dots + (n_p-1)\text{var}_p}{(n_1-1) + \dots + (n_p-1)} \quad (21)$$

سرانجام رابطه نهایی $\sigma_{iN(n)}^2$ که بر اساس نرمال سازی می‌باشد در رابطه زیر بیان گردیده است [۳۳]:

(۲۲)

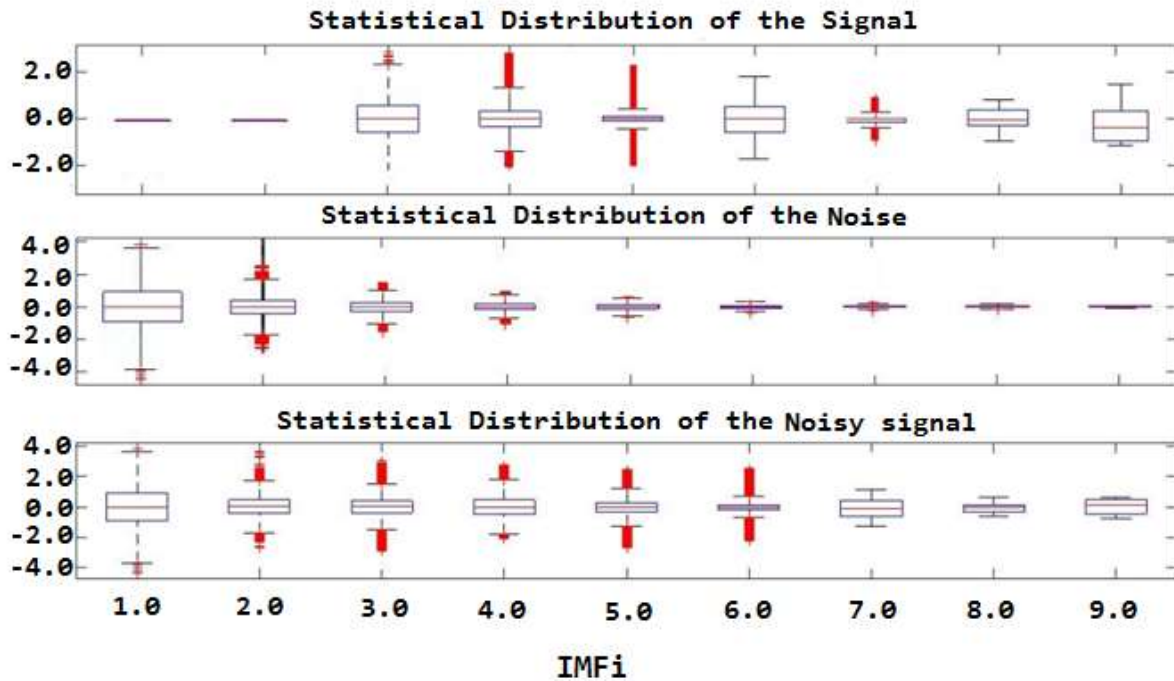
$$\sigma_{iN(n)}^2 = \frac{\sum_{i=1}^P \lambda_i \times (\sigma_{iN(n)}^2)}{\sum_{i=1}^P \lambda_i} = \frac{\sum_{i=1}^P \frac{0.64 \times e_{n_i} \times (\sigma_{iN(n)}^2)}{2^{2(i-1)} \times \sigma_{iN(n)}^2}}{\sum_{i=1}^P \frac{0.64 \times e_{n_i}}{2^{2(i-1)} \times \sigma_{iN(n)}^2}}$$

در رابطه (۲۲)، $\sigma_{iN(n)}^2$ واریانس تخمینی نویز برای لایه i می‌باشد. در این تحقیق مشاهده گردید که ترکیب خطی واریانس‌های لایه‌های مختلف، دقت تخمین واریانس نویز، بهبود یافته است. از این شیوه به عنوان روش ترکیب وزن دار مؤلفه‌های سیگنال تجزیه شده به روش EMD (CWEMD⁸) نام برده شده است.

۳- شبیه‌سازی روش پیشنهادی:

در این بخش به بررسی نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی و مقایسه آن با روش‌های موجود پرداخته شده است. برای شبیه‌سازی، از $S(n)$ که ترکیبی از سیگنال‌های چیرپ، سینوسی، نمایی و پالس و به همراه نویزی به مشخصه $2 > |SNR| \geq 0$ و واریانس ۲ می‌باشد، استفاده گردیده است. تعداد کل نمونه‌های سیگنال را ۱۰۰۰۰ و فرکانس نمونه‌برداری آن را ۵۰۰۰ هرتز در نظر گرفته و از فرضیات بخش ۲ برای کار استفاده شده است. با استفاده از نرم‌افزار متلب، سیگنال را به روش EMD به L مؤلفه تجزیه و به ازای هر مؤلفه که به عنوان یک سیگنال مستقل در نظر گرفته می‌شود فرآیند تخمین واریانس نویز (بر اساس

⁸ Composition Weight EMD



شکل ۱۲- توزیع آماری از سیگنال، نویز و سیگنال نویزی

همچنین طبق رابطه (۱۳) و محاسبه تخمینی واریانس نویز برای ۲ لایه آن، مقدار σ_i^2 به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_i^2 = [2/11, 1/46]$$

در نهایت با داشتن λ_i و σ_i^2 و با توجه به رابطه (۲۲) مقدار واریانس نهایی نویز با استفاده از لایه‌های اول و دوم بدست آمده است:

$$\sigma_{N(n)}^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 \lambda_i \times (\sigma_{iN(n)}^2)}{\sum_{i=1}^2 \lambda_i} = \frac{\lambda_1 \times \sigma_1^2 + \lambda_2 \times \sigma_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = 1/997$$

مشاهده می‌گردد که مقدار واریانس نویز بدست آمده با مقدار واقعی نویز، خطایی در حدود ۰/۰۰۳ دارد.

۳-۲- مقایسه با روش‌های موجود: روش پیشنهادی این مقاله که تحت عنوان prop شناخته می‌شود با روش‌های دیگر از مراجع [۳۵ و ۲۴، ۲۳، ۲۱] که به ترتیب به عنوان روش‌های Wang و Cai، Elvander، Maciej و Wang نام برده می‌شوند در دو حالت مقایسه می‌شوند:

الف) بکارگیری معیارهای RMSE و MAE: در این حالت از معیارهای RMSE و MAE به ازای تغییرات فرکانس، واریانس نویز و SNR سیگنال نویزی استفاده شده است که هر کدام جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است:

۱- تغییرات فرکانس: به ازای تغییرات فرکانسی از

۱هرتز تا ۲۰ کیلوهرتز معیارهای RMSE و

در بخش اول شکل (۱۲) مقدار دو لایه اول سیگنال S برابر صفر بوده و کل توان $S_N(n)$ برابر $N(n)$ بوده که این موافق با نتیجه بخش دوم شکل (۱۱) می‌باشد. همچنین با توجه به طیف فرکانسی $S(n)$ ، مقادیر $IMF_{iS_N(n)}$ متناسب با توان $S(n)$ در فرکانس‌های مختلف می‌باشد. در بخش دوم شکل (۱۲) مقدار نویز با افزایش لایه‌ها به صورت نمایی کاهش می‌یابد که متناسب با انرژی نویز بخش اول شکل (۱۱) می‌باشد. از لایه سوم به بعد، $S_N(n)$ ترکیبی از نویز و سیگنال می‌باشد. همچنین با توجه به تعیین P، از روابط (۱۱ و ۱۲) برای محاسبه انرژی نویز لایه‌ها و از رابطه (۲۲) برای محاسبه واریانس نویز استفاده گردیده است. اکنون با معلوم بودن $S_N(n)$ و محاسبه واریانس زیرسیگنال‌های تجزیه شده آن، نتایج بدین صورت بدست آمده است:

$$en_i = [0/46, 0/16, 0/08, 0/04, 0/02, 0/01, 0/005, 0/002]$$

$$\sigma_{IMF_{iS_N(n)}}^2 = [0/52, 0/21, 0/29, 0/37, 0/19, 0/27, 0/20, 0/12]$$

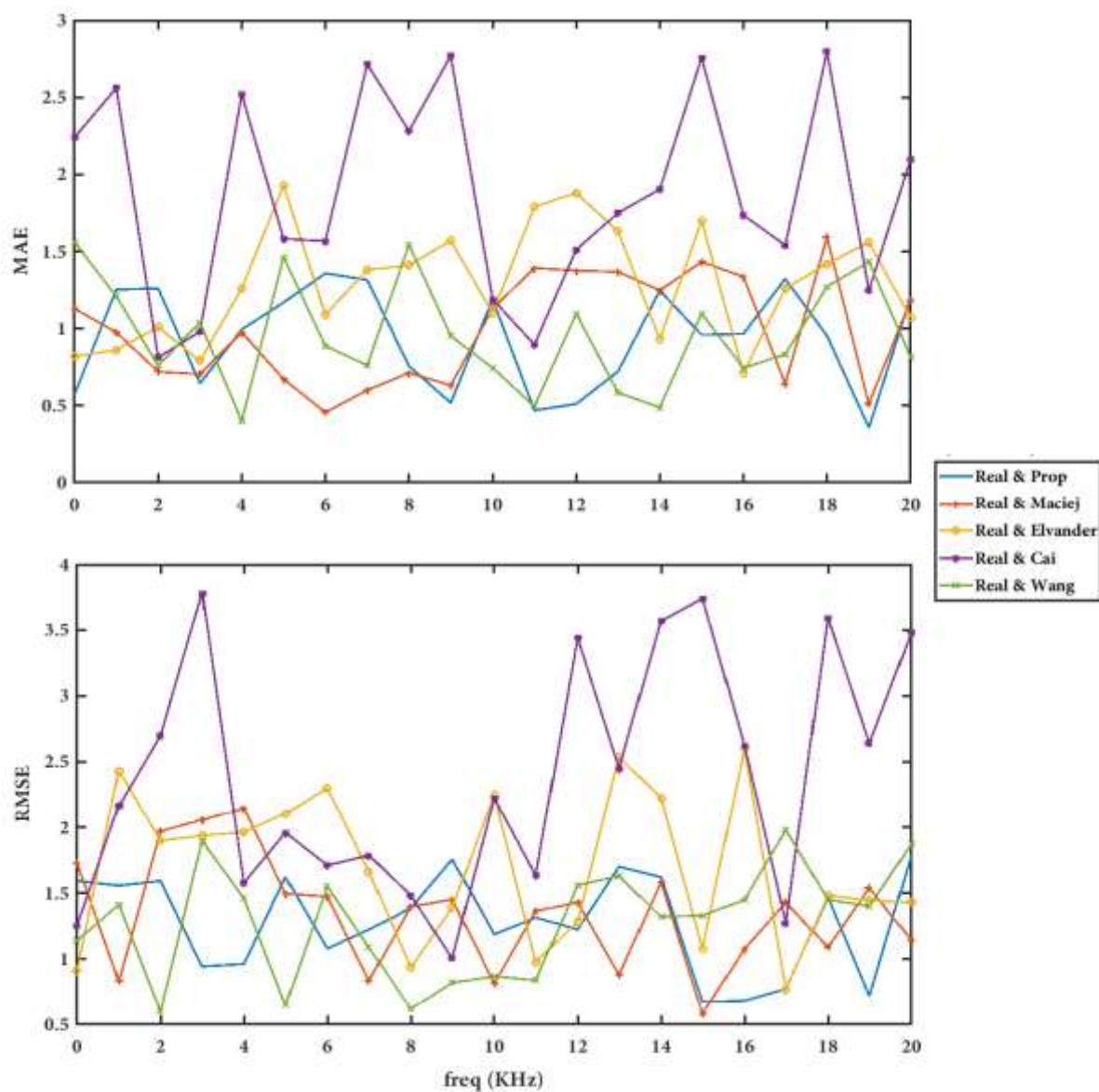
با داشتن en_i و $\sigma_{IMF_{iS_N(n)}}^2$ و با توجه به اینکه مقدار $P = 2$ می‌باشد مقدار φ_i بر اساس رابطه (۱۹) و برای دو لایه مورد نیاز است:

$$\varphi_i = [0/23, 0/76]$$

با داشتن en_i و مقدار φ_i طبق رابطه (۲۰) بدست می‌آید:

$$\lambda_i = [0/57, 0/12]$$

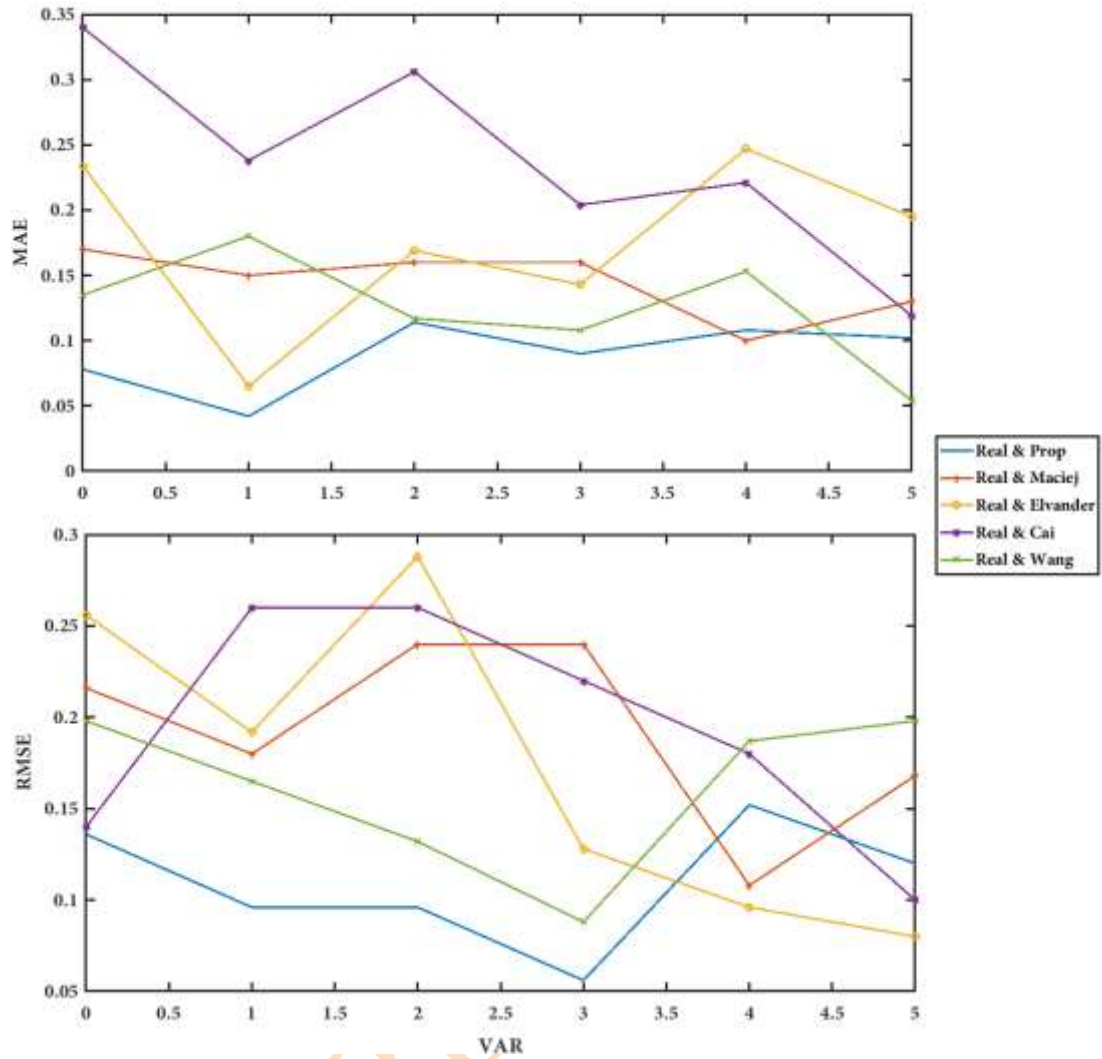
MAE طبق شکل (۱۳) بدست آمده است:



شکل ۱۳- مقایسه مقدار خطای چند روش با معیارهای مختلف

۲- تغییرات واریانس نویز: با تغییر واریانس نویز از 0/1 تا 0/5، معیارهای MAE و RMSE در شکل (۱۴) بدست آمده است:

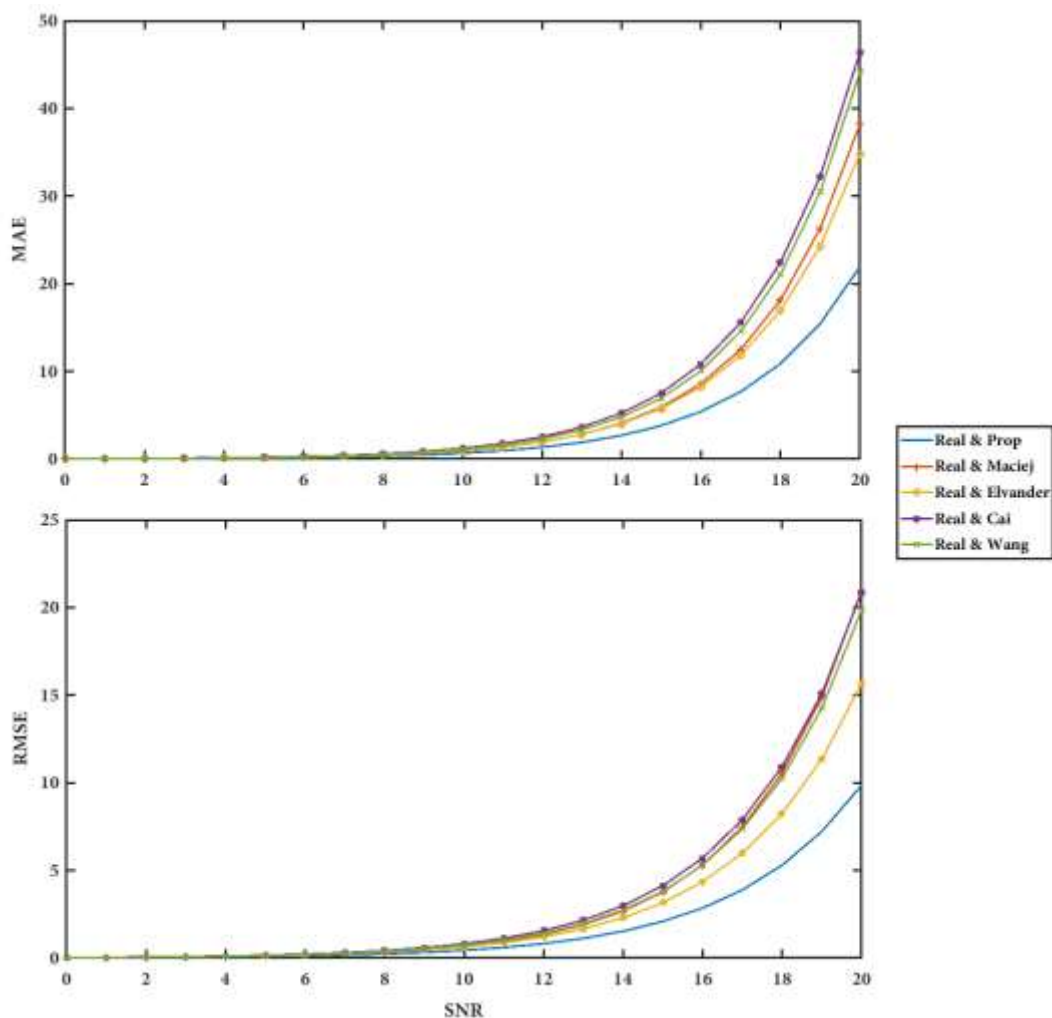
در این مقایسه، همانطور که مشخص است عملکرد روش پیشنهادی بهتر از روشهای دیگر معرفی شده، می‌باشد.



شکل ۱۴- مقایسه مقدار خطای چند روش ذکر شده با معیارهای مختلف به ازای تغییرات واریانس نویز

۳- تغییرات SNR: همچنین به ازای تغییرات SNR از ۱/۰ تا ۲۰ و با محاسبه معیارهای MAE و RMSE شکل (۱۵) حاصل شده است:

در شکل (۱۴) مشاهده می‌گردد نتایج روش پیشنهادی به ترتیب به ازای معیارهای MAE و RMSE به طور متوسط در حدود 0/1 و 0/2 بوده که از روش‌های مشابه ذکر شده، بهتر می‌باشد.



شکل ۱۵- مقایسه مقدار خطای چند روش ذکر شده با معیارهای مختلف به ازای تغییرات SNR

همانطور که از شکل (۱۵) نیز مشاهده می‌گردد مقدار خطای روش پیشنهادی و روش‌های مورد نظر با افزایش SNR واگرا می‌شود. لذا واضح است که این روش تنها به ازای SNRهای کم، دقت تخمین را بهبود می‌بخشد.

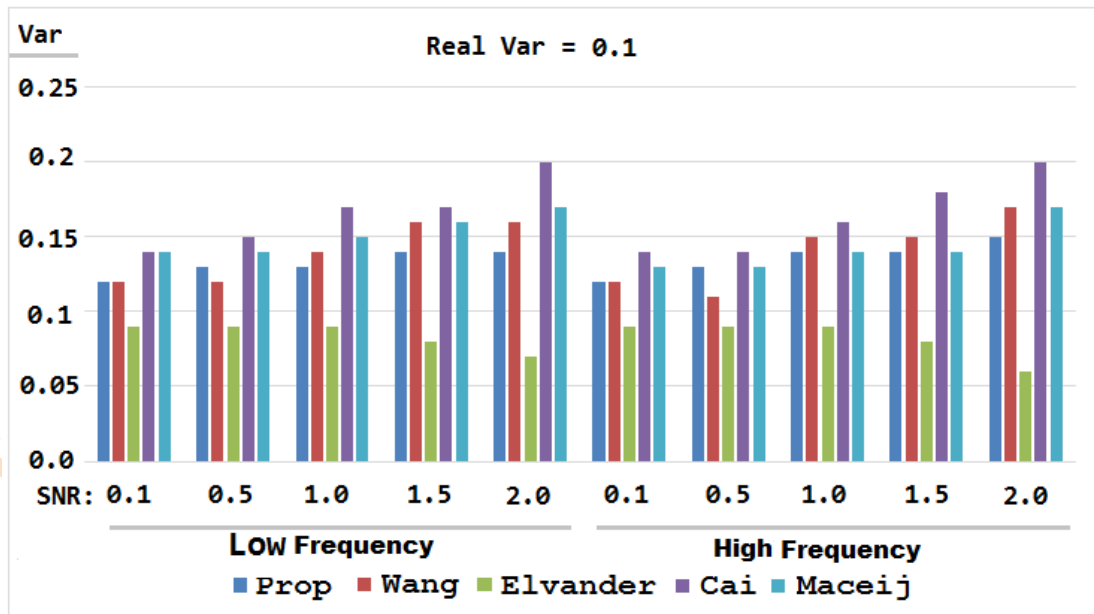
ب) محاسبه خطای تخمین واریانس: برای صحت‌گذاری بهبود دقت روش پیشنهادی، از انواع سیگنال تحت شرایط مختلفی استفاده شده است. مشاهده می‌گردد که این روش به طور متوسط دقت بهتری نسبت به تخمین واریانس نویز به روش‌های مشابه دارد. همچنین با شبیه‌سازی به ازای واریانس واقعی نویز با مقادیر ۱، ۳ و ۱/۰ به ازای فرکانس‌های کم در حد چند هرتز و فرکانس‌های متوسط در حدود چند صد هرتز و با SNRهای مختلف، صحت روش پیشنهادی را مورد تأیید قرار می‌دهد. داده‌های بدست آمده از این شبیه‌سازی‌ها در جدول (۲) بیان شده است:

جدول ۲- مقایسه مقدار تخمین واریانس نویز روش پیشنهادی با روش‌های دیگر

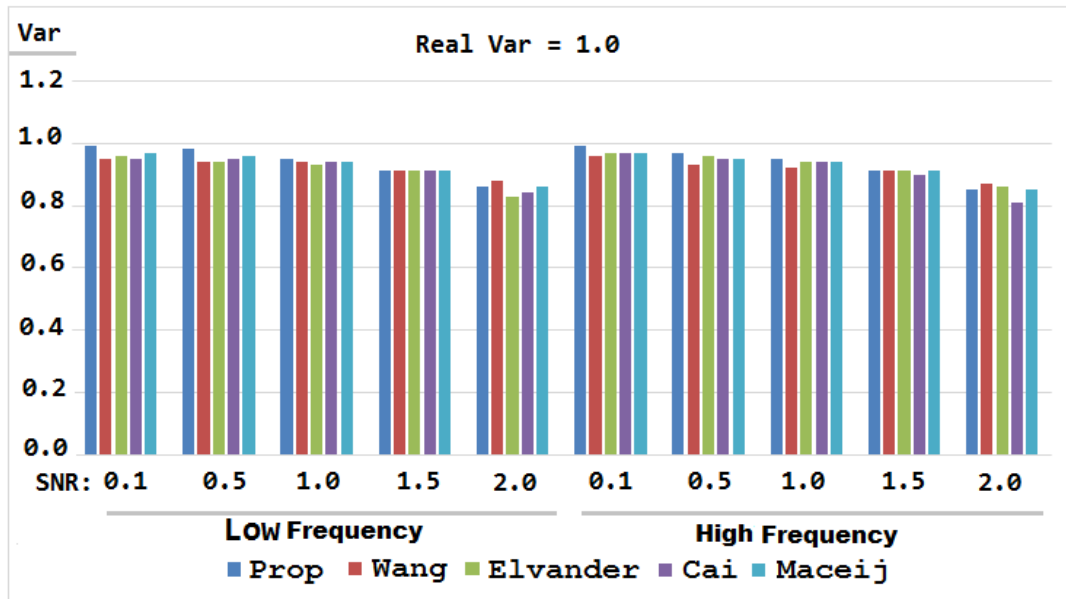
واریانس واقعی نویز		0/1					۱					۲				
پارامتر		روش مورد تست														
Freq	SNR	PROP	Wang	Elvander	cai	MACIEJ	PROP	Wang	Elvander	cai	MACIEJ	PROP	Wang	Elvander	cai	MACIEJ
کم	0/1	012/	012/	009/	014/	014/	099/	095/	096/	095	097/	98/2	92/2	95/2	94/2	96/2
کم	05/	013/	012/	009/	015/	014/	098/	094/	094/	095/	096/	97/2	93/2	95/2	94/2	96/2
کم	۱	013/	014/	009/	017/	015/	095/	094/	093/	094/	094/	95/2	2/94	94/2	93/2	2/94
کم	5/1	014/	016/	008/	017/	016/	091/	091/	091/	091/	091/	92/2	92/2	92/2	91/2	91/2
کم	۲	014/	016/	007/	020/	017/	086/	088/	083/	084/	086/	91/2	90/2	90/2	89/2	90/2
متوسط	0/1	012/	012/	009/	014/	013/	099/	096/	097/	097/	097/	98/2	97/2	96/2	94/2	98/2
متوسط	05/	013/	011/	009/	014/	013/	097/	093/	096/	095/	095/	95/2	95/2	95/2	93/2	96/2
متوسط	۱	014/	015/	009/	016/	014/	095/	092/	094/	094/	094/	94/2	96/2	93/2	92/2	94/2
متوسط	5/1	014/	015/	008/	018/	014/	091/	091/	091/	090/	091/	92/2	93/2	91/2	88/2	91/2
متوسط	۲	015/	017/	006/	020/	017/	085/	087/	086/	081/	085/	90/2	90/2	88/2	86/2	90/2

مشاهده می‌گردد که روش پیشنهادی، عملکرد بهتری در تخمین واریانس نویز داشته است. برای درک بهتر، مقادیر جدول (۲) به صورت خطای تخمین واریانس در شکل‌های (۱۶) الی (۱۸) مقایسه شده‌اند:

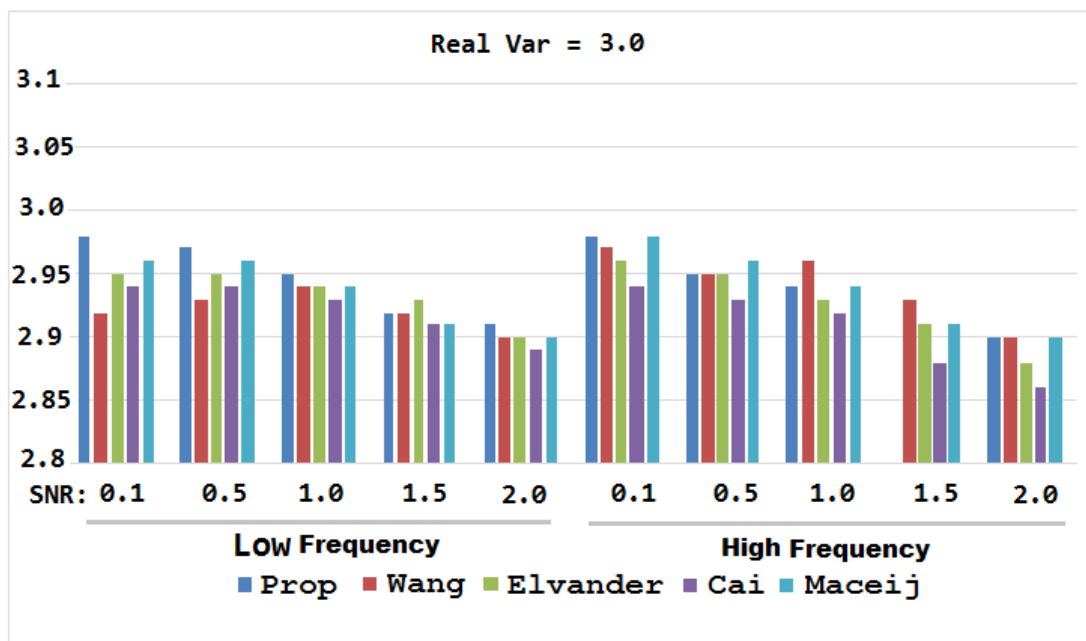
در جدول (۲) مقدار واریانس تخمین زده شده با روش‌های مختلف و تحت تأثیر تغییرات طیف فرکانسی و SNR با مقدار واقعی واریانس نویز مقایسه شده است.



شکل ۱۶- مقایسه مقدار واریانس تخمینی روش پیشنهادی با روش‌های موجود به ازای var=0.1 و تغییرات فرکانس و SNR



شکل ۱۶- مقایسه مقدار واریانس تخمینی روش پیشنهادی با روش‌های موجود به ازای $\text{var}=1.0$ و تغییرات فرکانس و SNR



شکل ۱۶- مقایسه مقدار واریانس تخمینی روش پیشنهادی با روش‌های موجود به ازای $\text{var}=3.0$ و تغییرات فرکانس و SNR

است. همچنین مشاهده می‌گردد که روش پیشنهادی به ازای SNRهای کم دارای دقت بهتری می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

این تحقیق به دنبال بهبود روش تخمین واریانس نویز است. برای این منظور با تجزیه $S_N(n)$ به روش EMD به زیرلایه‌های مختلف و استفاده از تخمین انرژی نویز برای زیرلایه‌ها و محاسبه همبستگی زیرلایه‌ها با نویز، رابطه‌ای برای تخمین واریانس نویز و ضرایب آن

در شکل‌های (۱۶) الی (۱۸) مقدار خطای روش پیشنهادی و سه روش دیگر برای مقایسه دقت روش‌ها نشان داده شده است. این کار با سه مقدار واقعی واریانس نویز و با استفاده از تغییرات فرکانس و SNR صورت گرفته است. همانطور که در شکل (۱۶) مشاهده می‌گردد در مقادیر واریانس کم نویز، روش Elvander در تمامی شرایط در نظر گرفته شده دارای خطای کمتری می‌باشد. با افزایش واریانس نویز طبق شکل‌های (۱۷) و (۱۸) مشاهده می‌گردد که روش پیشنهادی دارای دقت بهتری نسبت به سایر روش‌ها بوده

محاسبات است. همچنین از چالشهای این روش می‌توان به پیچیدگی آن به دلیل استفاده همزمان از روش EMD و تبدیل موجک، نیاز به تخمین اولیه نویز و کاهش کارایی برای فرکانس‌های بالا اشاره کرد.

تعارض منافع

نویسنده اعلام می‌کند که در مورد انتشار این مقاله تعارض منافع وجود ندارد.

برای هر زیرلایه بدست آمده و سپس با ترکیب آنها، مقدار نهایی واریانس نویز محاسبه گردیده است. روش پیشنهادی کاهش خطایی به ترتیب در حدود ۵/۱، ۳، ۵ و ۱/۷ درصد نسبت به روش‌های پایه Wang و Cai، Elvander، Maciej دارد. همچنین این روش برای واریانس زیاد نویز و به ازای تغییرات فرکانس و SNR، دارای ثبات خوبی در دقت بوده و همواره نسبت به روش‌های مشابه برتری نسبی دارد. بطور خلاصه مزایای این روش شامل انعطاف‌پذیر بودن آن برای سیگنال‌های مختلف، بهبود دقت و استفاده از تنها P لایه تجزیه شده برای تخمین واریانس نویز به منظور کاهش حجم

مراجع

- [1] Sh.Oleg. "Wavelet Thresholding risk estimate for the model with random samples and correlated noise." *Mathematics* 8, no. 3 (2020): 377.
- [2] H.Tariq, T.Deng, M.Bradley, D.Armour, J.Pillai, S.Saadat, and W.Kaialy. "Noise reduction by using wavelet transform in charge signal acquired from an electrostatic inductive sensor." *Measurement: Sensors* 27 (2023): 100757.
- [3] H. Nazabat, M. Hasanzade, D. W. Breiby, and M. N. Akram. "Performance comparison of wavelet families for noise reduction and intensity thresholding in Fourier Ptychographic microscopy." *Optics Communications* 519 (2022): 128400.
- [4] H. Alaeiyan, M. R. Mosavi, and A. Ayatollahi. "Hybrid noise removal to improve the accuracy of inertial sensors using lifting wavelet transform optimized by genetic algorithm." *Alexandria Engineering Journal* 80 (2023): 326-341.
- [5] Z. Ayham, T. Jürgens, B. Williges, D. Hulsmeier, and B. Kollmeier. "Modelling speech reception thresholds and their improvements due to spatial noise reduction algorithms in bimodal cochlear implant users." *Hearing Research* 420 (2022): 108507.
- [6] W. He, S. Guo, Zh. Teng, F. Li, and Y. Yang. "Frequency estimation of distorted and noisy signals in power systems by FFT-based approach." *IEEE Transactions on Power Systems* 29, no. 2 (2013): 765-774.
- [7] M. Pau, M. Mora, D. Cuesta-Frau, and M. Aboy. "Automatic segmentation of long-term ECG signals corrupted with broadband noise based on sample entropy." *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 98, no. 2 (2010): 118-129.
- [8] R. Jeny, D. Poot, J. Juntu, and J. Sijbers. "Segmentation based noise variance estimation from background mri data." In *Image Analysis and Recognition: 7th International Conference, ICIAR 2010, Portugal, Proceedings, Part I* 7, pp. 62-70, 2010.
- [9] A. S. Klavdievich, V. V. Lukin, B. Vozel, K. Chehdi, and J. T. Astola. "Segmentation-based method for blind evaluation of noise variance in images." *Journal of Applied Remote Sensing* 2, no. 1 (2008): 023533.
- [10] S. Kyohei, and M. Yukawa. "Sparse stable outlier-robust signal recovery under Gaussian noise." *IEEE Transactions on Signal Processing* 71 (2023): 372-387.
- [11] B. Shuvayan, S. Peddabomma, R. Srivastava, and A. Rajwade. "A likelihood based method for compressive signal recovery under Gaussian and saturation noise." *Signal Processing* 217 (2024): 109349.
- [12] L. Bunlong, and T. Gerkmann. "An Analysis of the Variance of Diffusion-based Speech Enhancement." *arXiv preprint arXiv:2402.00811* (2024).
- [13] G. Zilu, J. Du, Ch. H. Lee, Y. Gao, and W. Zhang. "Variance-preserving-based interpolation diffusion models for speech enhancement." *arXiv preprint arXiv:2306.08527* (2023).
- [14] V. Volodymyr, and O. Koval. "Subspace-based speech enhancement using triangular matrix decomposition and noise variance estimation." In *2022 IEEE 9th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)*, pp. 401-404. IEEE, 2022.
- [15] Ch. Soham, And P. Mandal. "Variance Function Estimation Using Signal-To-Noise Ratio." *Iapqr Transactions* 43, No. 2 (2018).

- [16] S. Stefan, D. Exel, S. Scheiblhofer, D. Zankl, V. Ganglberger, J. Reisinger, and B. Zagar. "Noise Variance and Signal-to-Noise Ratio Estimation from Spectral Data." In 2019 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), pp. 1-6. IEEE, 2019.
- [17] S. Jan, D. Poot, A. J. d. Dekker, and W. Pintjens. "Automatic estimation of the noise variance from the histogram of a magnetic resonance image." *Physics in Medicine & Biology* 52, no. 5 (2007): 1335.
- [18] S. Esteban, A. Kountouris, and Y. Louet. "K-Means Based Blind Noise Variance Estimation." In 2021 IEEE 93rd Vehicular Technology Conference (VTC2021-Spring), pp. 1-7. IEEE, 2021.
- [19] Z. Qihou, Y. Li, and Y. Gong. "Variance estimations in the presence of intermittent interferences and their applications to incoherent scatter radar signal processing." *EGUsphere* 2024 (2024): 1-27.
- [20] X. Youshen, and W. X. Zheng. "Novel parameter estimation of autoregressive signals in the presence of noise." *Automatica* 62 (2015): 98-105.
- [21] J. Maciej. "Regression function and noise variance tracking methods for data streams with concept drift." *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 28, no. 3 (2018): 559-567.
- [22] صادقی، سحر، و علی مالکی. "روش بهبود یافته تحلیل همبستگی متعارف برای بازشناسی فرکانس پتانسیل برانگیخته بینایی حالت ماندگار." *مدل سازی در مهندسی* ۱۶، ۵۵ (۱۳۹۷): ۱۹۹-۲۰۷.
- [23] E. Filip, and J. Karlsson. "Variance analysis of covariance and spectral estimates for mixed-spectrum continuous-time signals." *IEEE Transactions on Signal Processing* 71 (2023): 1395-1407.
- [24] C. Rong, R. Wang, S. Sun, B. Yang, X. Dong, F. Xie, and J. Lian. "A mixed-mode decomposition denoising algorithm based on variance estimation." *Circuits, Systems, and Signal Processing* 42, no. 2 (2023): 1011-1033.
- [25] S. Jan, D. Poot, A. J. d. Dekker, and W. Pintjens. "Automatic estimation of the noise variance from the histogram of a magnetic resonance image." *Physics in Medicine & Biology* 52, no. 5 (2007): 1335.
- [26] K. Wooil, and H. Ko. "Noise variance estimation for Kalman filtering of noisy speech." *IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems* 84, no. 1 (2001): 155-160.
- [27] K. harkov, A. V. Oliinyk, V. V. Lukin, and S. S. Krivenko. "Blind estimation of noise variance for 1D signal denoising." *Telecommunications and Radio Engineering* 79, no. 7 (2020).
- [۲۸] حیدری، محمد. "عیب‌یابی بلبرینگ‌ها با استفاده از تبدیل موجک و ماشین بردار پشتیبان مورلت و مقایسه آنها با تجزیه مود تجربی." *مدل سازی در مهندسی* ۲۱، ۷۲ (۱۴۰۲): ۱۴۷-۱۵۸.
- [۲۹] حیدری، مصطفی، محمدرضا کرمی ملایی، و نادرنژاد احسان. "غنی سازی سیگنال‌های صوتی با استفاده از آنالیز LPC در روش‌های مبتنی بر آستانه گذاری." *چهاردهمین کنفرانس مهندسی پزشکی ایران*، (۲۰۰۷).
- [30] S. Lei, Y. Cao, Y. Zhou, and D. You. "A Denoising Algorithm Combined with EMD and LMS for Precise Transmission Signal." *Shock and Vibration* 2023, no. 1 (2023): 8853345.
- [31] T. Ihssene, N. Amardjia, and A. Kesmia. "A Modified EMD-ACWA Denoising Scheme using a Noise-only Model." *Engineering, Technology & Applied Science Research* 10, no. 2 (2020): 5470-5476.
- [32] W. Gang, Ch. Li, and L. Dong. "Noise estimation using mean square cross prediction error for speech enhancement." *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 57, no. 7 (2010): 1489-1499.
- [33] L. Qin, and J. Zhao. "A simple and robust method for noise variance estimation for time-varying signals." *arXiv preprint arXiv:2104.03378* (2021).
- [34] O. Brian, M. R. Rajamani, and J. B. Rawlings. "A new autocovariance least-squares method for estimating noise covariances." *Automatica* 42, no. 2 (2006): 303-308.
- [35] W.Rongkun, S.Sun, X.Guo, and D.Yan. "EMD threshold denoising algorithm based on variance estimation." *Circuits, Systems, and Signal Processing* 37, no. 12 (2018): 5369-5388.