

مدل سازی آماری فرایند تولید ذرات نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت شده با ذرات SiC به روش آلیاژسازی مکانیکی

محمد رضا دشت بیاض^{۱*} و محمد رضا عباسی^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>واژگان کلیدی: آلیاژسازی مکانیکی، نانوکامپوزیت پایه آلومینیم، اندازه ذرات، مدل رگرسیون.</p>	<p>در تحقیق حاضر فرایند آلیاژسازی مکانیکی جهت تولید پودر نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت شده توسط ذرات نانومتری SiC به روش های آماری مدل سازی شده است. در ابتدا، از میان عوامل متعدد، عوامل موثرتر جهت تحلیل فرایند برگزیده شده اند. سپس آزمایش های عملی جهت تهیه پودر نانوکامپوزیت برنامه ریزی و انجام شده است. با توجه به این که آلیاژسازی مکانیکی متأثر از پارامترهای متعدد و پیچیده ای است، مدل سازی کامل فیزیکی آن تقریباً در شرایط فعلی غیرممکن به نظر می رسد. از این رو در مطالعه حاضر از مدل سازی آماری جهت تحلیل این فرایند تصادفی استفاده شده است. با انجام تحلیل های آماری بر روی نمودارهای توزیع اندازه ذرات، به روند تغییرات اندازه ذرات پس از آلیاژسازی مکانیکی پی برده می شود. در ادامه، با استفاده از روش رگرسیون از نوع درجه دو، آلیاژسازی مکانیکی با توجه به عوامل ورودی و خروجی انتخاب شده، مدل سازی شد. تحلیل های آماری جهت بررسی مناسب بودن این مدل انجام گرفت و مشخص شد که نسبت وزنی گلوله به پودر، توان دوم نسبت وزنی گلوله به پودر، اثر متقابل نسبت وزنی گلوله به پودر و حاصل ضرب سرعت آسیاب کاری در زمان آسیاب کاری بر روی اندازه متوسط ذرات، موثرتر می باشند. سایر متغیرهای ورودی در مدل رگرسیون به دست آمده، دارای اهمیت چندانی نمی باشند و از اثر آنها در مدل نهایی به دست آمده صرف نظر شده است.</p>

۱- مقدمه

فرآیند تصادفی است. در نتیجه مدل سازی آن بسیار مشکل و یا در مواردی مدل سازی دقیق آن غیر ممکن است [۳]. در خصوص مدل سازی فیزیکی فرایند آلیاژسازی تحقیقات وسیعی انجام شده است. موریس و کورتنی [۴] با توجه به معادلات هرتز، هندسه برخورد گلوله ها در حین برخورد و زمان آسیاب کاری را تخمین زده اند. شوارتز [۵] نشان داده است که برای ایجاد تغییر شکل پلاستیک در ذرات پودر نیاز است که گلوله های آسیاب دارای یک حداقل سرعت باشند. دیویس و کوچ [۶] حرکت گلوله ها را در آسیاب با استفاده از نوار

آلیاژسازی مکانیکی فرایندی است که در آن مخلوط پودر عناصر و یا ترکیبات اولیه در درون آسیابی با انرژی بالا و دارای اتمسفر کنترل شده ترکیب می شوند [۱]. از این فرایند برای ساخت انواع مواد با انواع ساختارها و خواص استفاده شده است [۲]. فرایند آلیاژسازی مکانیکی ذاتاً یک

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: dashtbayazi@uk.ac.ir

۱. استادیار، بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲. کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گرایش ساخت و تولید

مشخصات خروجی پودر تولیدی آگاهی پیدا کرد. از جمله مزایای مهم مدل‌سازی آماری می‌توان به این مطلب اشاره کرد که تقریباً در هر موردی که بتوان از فرایند انجام شده نمونه‌گیری انجام داد، می‌توان از مدل‌سازی آماری سود برد. در این رابطه دشت‌بیاض و همکاران [۱۰] با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی مدلی برای تبیین اثر عوامل مهم و موثر در فرایند آلیاژسازی مکانیکی بر مشخصات ریزساختاری نانوکامپوزیت $Al-8\ vol\%SiC$ ارائه داده‌اند و با استفاده از دو نوع شبکه عصبی، شبکه عصبی مناسب برای پیش‌بینی اثر عوامل فرایند بر اندازه کریستالیت‌ها و کرنش شبکه فاز آلومینیم را به‌دست آورده‌اند. همچنین دشت‌بیاض و شکوه فر [۱۱] با استفاده از یک مدل آماری تحت عنوان مدل اثر ثابت (Fixed effect model) و یک مدل رگرسیونی (Regression model) اثر عوامل مختلف آسیاب‌کاری را بر اندازه کریستالیت‌ها و کرنش پس‌ماند فاز زمینه، نانوکامپوزیت زمینه آلومینیم تحلیل کرده‌اند. در تحقیق حاضر تاثیر شرایط مختلف فرایند آلیاژسازی مکانیکی بر توزیع و مشخصات ابعادی پودر نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت شده توسط ذرات نانومتری SiC، با استفاده از مدل‌سازی آماری مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- برنامه‌ریزی آزمایشات

برنامه ریزی آزمایشات به کمک راهبرد عاملی (Factorial approach) انجام شده‌است. بدین منظور، عوامل دخیل در فرایند به طور همزمان با یکدیگر در هر آزمایش تغییر کرده‌اند. طی دو مرحله، ابتدا طراحی آزمایشات و انجام آن‌ها و سپس، مدل‌سازی فرایند انجام شده‌است. عوامل بالقوه فرایند آلیاژسازی مکانیکی شامل: ۱- نوع آسیاب ۲- محفظه آسیاب‌کاری ۳- سرعت آسیاب‌کاری ۴- زمان آسیاب‌کاری ۵- جنس، ابعاد و نحوه توزیع گلوله‌ها ۶- نسبت وزنی گلوله‌ها به پودر (Balls to Powder Ratio) ۷- میزان پرشدن محفظه آسیاب ۸- اتمسفر آسیاب‌کاری ۹- عامل کنترل‌کننده فرایند (Process)

ویدیویی تحلیل کرده‌اند. باست و همکارانش [۷] با اندازه‌گیری نفوذ گلوله‌ها در یک صفحه مسی در انتهای مخزن آسیاب SPEX 8000 سرعت برخورد گلوله‌ها در آسیاب‌های ساچمه‌ای را به‌دست آورده‌اند. از جمله مسائل مهم در فرایند آلیاژسازی مکانیکی، کنترل اندازه ذرات پودر پس از آسیاب‌کاری است که می‌بایست مورد توجه قرارگیرد، چرا که برای انجام عملیات‌های بعدی که شامل فشردن پودرها (Compaction) و تف‌جوشی (Sintering) است، اندازه و توزیع ذرات پودر نقش تعیین‌کننده‌ای خواهند داشت. در این خصوص، ایکین و همکارانش [۸] یک مدل پدیدانگاره (Phenomenological) بر اساس سینیتیک واکنش شیمیایی از نوع درجه اول ارائه داده‌اند که به زمان برخورد ذرات و احتمال ویژه شکست و جوش خوردن ذرات بستگی دارد. هریس و همکارانش [۹] با استفاده از معادلات Smoluchowski's coagulation-fragmentation پنج مدل برای تبیین توزیع اندازه ذرات ارائه داده‌اند که ثابت‌های مورد نیاز برای مدل‌ها را با استفاده از آزمایش‌های تجربی به‌دست آورده‌اند. اکثر روش‌های مدل‌سازی فیزیکی توصیف‌چندانی در رابطه با اندازه ذرات پودر پس از آسیاب‌کاری ارائه نمی‌دهند. بدین منظور ارائه یک روش مدل‌سازی که بتواند خصوصیات فرایند آلیاژسازی مکانیکی را از دیدگاه یک فرایند تصادفی بررسی نماید از اهمیت برخوردار است. از آنجا که پودر تولیدی پس از آلیاژسازی مکانیکی، توسط فرایند متالورژی پودر به محصول نهائی تبدیل می‌شود و اندازه ذرات یکی از عوامل موثر در عملیات فشارش و تف‌جوشی است در نتیجه می‌بایست قبل از انجام عملیات از اندازه و توزیع اندازه ذرات اطلاع کافی داشته باشیم. در نتیجه داشتن اطلاعات کافی از چگونگی تاثیر عوامل فرایند آلیاژسازی مکانیکی بر مشخصات ابعادی پودر از اهمیت برخوردار است. در این رابطه روش‌های آماری قادرند که داده‌های پراکنده را از طریق مدل‌های آماری به صورت داده‌های قابل استنتاج درآورند و اطلاعاتی در اختیار قراردهند که بتوان درباره تاثیر عوامل مختلف فرایند، بر

به دست آمده است. برای جلوگیری از ایجاد خطاهای سیستماتیک و به حداقل رساندن اثر عوامل غیرقابل کنترل، آزمایشات به صورت تصادفی انجام شده اند.

۳- انجام آزمایشات

برای تهیه نانوکامپوزیت از ذرات پودر آلومینیم که توسط روش اتمیزاسیون با گاز نیتروژن تولید شده و دارای خلوص پودر ۹۹/۹۹ درصد و اندازه متوسط ذرات ۳۲ میکرومتر بوده و از SiC به عنوان تقویت کننده با خلوص پودر ۹۹ درصد و اندازه متوسط ذرات ۲۱ میکرومتر استفاده شده است. پودرها توسط مخلوط کنی تحت نام Turbula T2C mixer, Basel به مدت ۲۰ دقیقه مخلوط شدند. ۱/۵ درصد وزنی اسید استئاریک به عنوان عامل کنترل کننده فرایند به مخلوط اولیه پودرها اضافه شده است. از یک آسیاب سیاره ای تحت نام Planetary Mono Mill pulverisette 6 ساخت شرکت Fritsch استفاده شده و جنس ظرف آسیاب و گلوله های آن از فولاد ضد زنگ با قطر ۱۰ میلی متر انتخاب شد. نسبت وزنی گلوله ها به پودر (P_1/P_2) و سرعت آسیاب و زمان آسیاب کاری (TV) که در غالب متغیرهای بی بعد معرفی شده اند با توجه به مقادیر در نظر گرفته شده در جدول ۱ تنظیم گردیده و عملیات آسیاب کاری انجام گرفته است. به منظور محافظت مواد تحت آسیاب کاری در برابر اتمسفر، از گاز خنثی آرگون با خلوص ۹۹/۹۹ درصد استفاده شده است. بدین منظور در محیط خنثی گاز آرگون، مخلوط پودرهای آلومینیم و SiC به درون ظرف آسیاب وارد شدند و سپس درب آن به کمک یک سیستم قفل، کاملاً آب بندی گردیده است. خروج پودر نانوکامپوزیت از داخل ظرف آسیاب نیز در محفظه پر شده از گاز خنثی انجام گرفته است. توسط دستگاه لیزری تحت نام Laser Particle size Analyzer 22 ساخت شرکت Fritsch اندازه ذرات پودرها به دست آمده است. این دستگاه قادر است توزیع اندازه ذرات را در بازه ۰/۱ تا ۱۰۰۰ میکرومتر با دقت حدود $\pm 0/01$ میکرومتر اندازه گیری کند. برای

control agent) و ۱۰- دمای آسیاب کاری می باشند. این عوامل به سه دسته جدید تقسیم شده اند که شامل: ۱- عوامل طراحی ۲- عوامل ثابت ۳- عوامل مجاز به تغییر هستند. عوامل طراحی، عوامل اصلی برای مطالعه فرایند هستند. این عوامل به این ترتیب انتخاب شده اند: ۱- زمان آسیاب کاری ۲- سرعت آسیاب کاری ۳- نسبت وزنی گلوله ها به پودر. عوامل ثابت، بر فرایند موثر هستند ولی با توجه به این که در ابتدای آزمایشات سعی بر این بوده است که از انجام آزمایشات گسترده اجتناب شود و هدف از انجام آزمایشات اولیه غربال عوامل مهم موثر بوده و همچنین تنظیم بعضی از عوامل در ضمن انجام آزمایش مشکل است، این عوامل در یک سطح خاص ثابت نگه داشته شده اند. عوامل ثابت عبارتند از: ۱- نوع آسیاب ۲- اندازه تقویت کننده ۳- نوع تقویت کننده ۴- عامل کنترل کننده فرایند. برای بررسی راحت تر با تحلیل ابعادی (Dimensional Analysis)، تعداد عوامل به حداقل رسیده و بی بعد شده اند. نتایج تحلیل ابعادی برای عوامل مورد نظر که شامل: ۱- زمان آسیاب کاری (T) ۲- سرعت آسیاب کاری (V) ۳- نسبت وزنی گلوله ها به پودر بودند نشان می دهند که در نهایت به دو عامل بی بعد دست پیدا می کنیم که عبارتست از: ۱- حاصل ضرب زمان آسیاب کاری در سرعت آسیاب کاری (TV) و ۲- نسبت وزنی گلوله ها به پودر (P_1/P_2) . برای هر کدام از این دو عامل بی بعد، برای بررسی دقیق تر اثر عوامل بر محصول آلیاژی سازی مکانیکی، شش سطح تغییر انتخاب شده است. جدول ۱ عوامل بی بعد و سطوح انتخابی را نشان می دهد. از آنجا که محصول فرایند آلیاژی سازی مکانیکی، پودری با خواص ویژه برای تبدیل به قطعات حجیم با استفاده از روش متالورژی پودر است متغیرهایی شامل: ۱- اندازه ذرات پودر و ۲- توزیع اندازه ذرات پودر به عنوان خروجی فرایند در نظر گرفته شده اند. هدف از مدل سازی این است که نشان دهیم کدام یک از عوامل فرایند تاثیر بیشتری در تغییر پاسخ فرایند دارند و میزان این تاثیر به چه مقدار است. با توجه به دو عامل بی بعد و شش سطح انتخابی برای هر کدام از این عوامل، تعداد آزمایشات $6^2=36$

است. شکل ظاهری (Morphology) ذرات توسط میکروسکوپ الکترونی روبشی (SEM) با ولتاژ ۳۰ کیلوولت تحت نام LEO/ZIESS 1450VP مورد بررسی قرار گرفته است.

استفاده از این دستگاه ذرات پودر در داخل الکل اتیلیک با ۹۹ درصد خلوص معلق گردیدند و برای پخش کامل ذرات از دستگاه التراسونیک به مدت ۲۰ دقیقه استفاده گردیده است. نتایج آماری حاصل از اندازه گیری ذرات توسط کامپیوتر دستگاه اندازه گیری لیزری به دست آمده

جدول ۱- عوامل بی بعد و سطوح انتخابی آنها

سطوح						عامل بی بعد
۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۲۸۸۰۰۰	۲۴۰۰۰۰	۱۹۲۰۰۰	۱۴۴۰۰۰	۹۶۰۰۰	۴۸۰۰۰	سرعت آسیاب کاری × زمان آسیاب کاری (TV)
۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	نسبت وزنی گلوله ها به پودر (P_1/P_2)

۱. با نام Al-SiC No.01 نام گذاری شده است. در آزمایش شماره ۱، اندازه متوسط ذرات ۶۲/۱۹ میکرومتر و انحراف معیار ۳۱۷۰/۴۵ با واحد میکرومتر به توان ۲ می باشند.

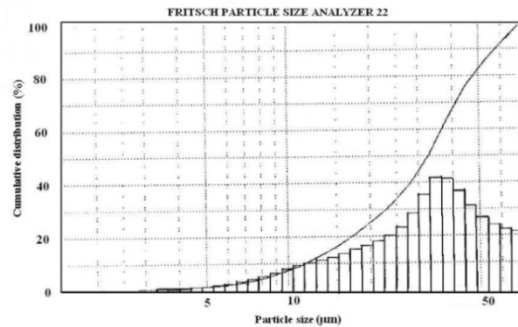
۴- نتایج آزمایشات

خروجی های آماری مورد نظر عبارتند از: (۱) متوسط اندازه ذرات (۲) انحراف معیار اندازه ذرات و (۳) توزیع اندازه ذرات. جدول ۲ ماتریس طرح آزمایش ها، اندازه متوسط ذرات و انحراف معیار اندازه ذرات را نشان می دهد. آزمایش شماره

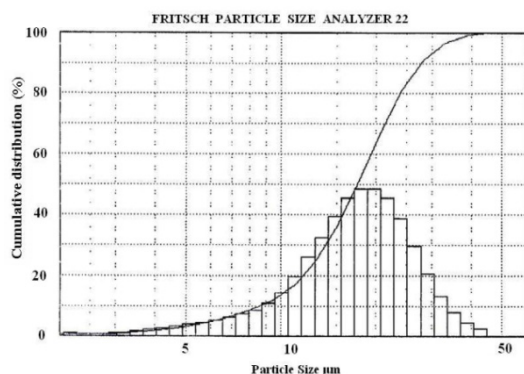
جدول ۲- ماتریس طرح آزمایش ها، مقادیر اندازه متوسط و انحراف معیار ذرات پودر نانوکامپوزیت

انحراف معیار (μm ²)	اندازه متوسط		شماره آزمایش	انحراف معیار (μm ²)	اندازه متوسط		شماره آزمایش
	ذرات (μm)	$\frac{P_1}{P_2}$			ذرات (μm)	$\frac{P_1^{**}}{P_2}$	
۱۵۴۳/۷۰	۶۲/۱۴	۴۸۰۰۰	AL-SiC No.19	۳۱۷۰/۴۵	۶۲/۱۹	۴۸۰۰۰	AL-SiC No.01
۱۴۲۱/۷۳	۶۱/۱۰	۹۶۰۰۰	AL-SiC No.20	۱۰۷۸/۱۱	۳۸/۹۲	۹۶۰۰۰	AL-SiC No.02
۱۶۶۶/۰۵	۵۷/۱۲	۱۰	AL-SiC No.21	۱۳۹۱/۶۰	۴۸/۴۳	۴	AL-SiC No.03
۱۵۷۲/۷۳	۵۶/۳۹	۱۹۲۰۰۰	AL-SiC No.22	۲۸۱/۷۳	۱۹/۲۳	۱۹۲۰۰۰	AL-SiC No.04
۱۰۲۰/۰۲	۳۸/۰۳	۲۴۰۰۰۰	AL-SiC No.23	۲۳۳۴/۸۸	۴۹/۹۴	۲۴۰۰۰۰	AL-SiC No.05
۲۹۱/۱۱	۲۳/۴۶	۲۸۸۰۰۰	AL-SiC No.24	۳۵۲/۷۹	۲۳/۶۸	۲۸۸۰۰۰	AL-SiC No.06
۱۵۲۷/۰۶	۵۴/۳۶	۴۸۰۰۰	AL-SiC No.25	۲۵۷۷/۷۵	۵۰/۶۶	۴۸۰۰۰	AL-SiC No.07
۶۷۳/۲۹	۳۶/۸۳	۹۶۰۰۰	AL-SiC No.26	۷۲۱/۷۶	۳۳/۱۸	۹۶۰۰۰	AL-SiC No.08
۱۴۷۴/۸۵	۵۰/۴۱	۱۲	AL-SiC No.27	۱۹۹۲/۲۱	۵۸/۶۵	۶	AL-SiC No.09
۷۴۶/۱۱	۳۲/۷۶	۱۹۲۰۰۰	AL-SiC No.28	۳۴۵۳/۴۱	۵۶/۳۹	۱۹۲۰۰۰	AL-SiC No.10
۵۳۶/۰۰	۳۲/۳۵	۲۴۰۰۰۰	AL-SiC No.29	۲۰۱۸/۵۸	۴۵/۳۹	۲۴۰۰۰۰	AL-SiC No.11
۶۳۳/۱۱	۲۷/۸۳	۲۸۸۰۰۰	AL-SiC No.30	۲۲۴۶/۲۲	۵۸/۰۳	۲۸۸۰۰۰	AL-SiC No.12
۱۳۹۸/۴۶	۵۵/۱۴	۴۸۰۰۰	AL-SiC No.31	۱۵۵۳/۷۶	۴۸/۷۳	۴۸۰۰۰	AL-SiC No.13
۷۶۹/۰۲	۳۷/۶۷	۹۶۰۰۰	AL-SiC No.32	۳۰۱۲/۱۷	۶۴/۱۱	۹۶۰۰۰	AL-SiC No.14
۸۴۱/۳۶	۳۹/۶۱	۱۴	AL-SiC No.33	۱۲۵۸/۱۵	۴۴/۱۲	۸	AL-SiC No.15
۶۴۸/۴۰	۳۲/۹۷	۱۹۲۰۰۰	AL-SiC No.34	۱۴۱۴/۱۳	۵۲/۵۸	۱۹۲۰۰۰	AL-SiC No.16
۷۷۴/۸۴	۳۲/۶۷	۲۴۰۰۰۰	AL-SiC No.35	۱۷۷۰/۴۸	۵۵/۵۰	۲۴۰۰۰۰	AL-SiC No.17
۱۶۳/۰۰	۱۶/۸۷	۲۸۸۰۰۰	AL-SiC No.36	۵۹۶/۳۰	۲۶/۴۸	۲۸۸۰۰۰	AL-SiC No.18

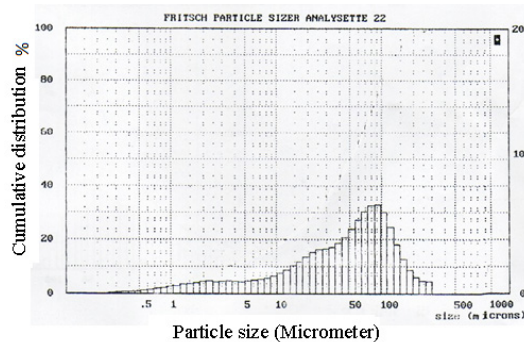
*TV: حاصل ضرب زمان آسیاب کاری (T) بر حسب دقیقه در سرعت آسیاب کاری (I) بر حسب دور بر دقیقه
** P_1/P_2 : نسبت وزنی گلوله ها (P_1) به پودرها (P_2)



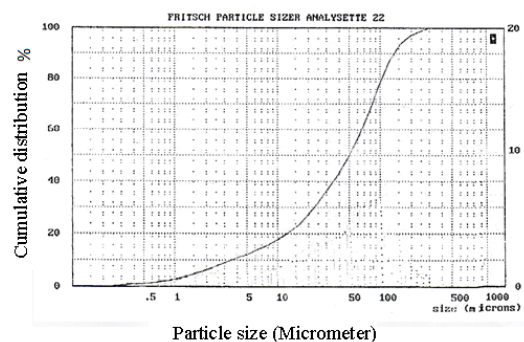
شکل ۱- توزیع اندازه ذرات مخلوط اولیه پودر نانوکامپوزیت Al/SiC قبل از آسیاب کاری



شکل ۲- توزیع اندازه ذرات مخلوط اولیه پودر نانوکامپوزیت Al/SiC پس از ۶ ساعت آسیاب کاری



شکل ۳- توزیع اندازه ذرات پودر نانوکامپوزیت برای نمونه آزمایش شماره ۱

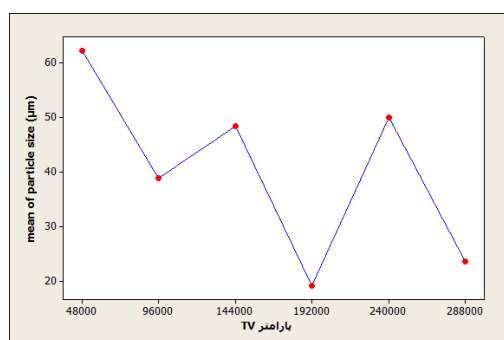


شکل ۴- منحنی درصد فراوانی نسبی تجمعی مربوط به آزمایش شماره ۱

شکل ۱ توزیع اولیه اندازه ذرات مخلوط شده پودرهای آلومینیم و SiC را قبل از آسیاب کاری نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود توزیع اندازه ذرات کمی به راست چولگی (Skewness) دارد و دارای توزیع نرمال نمی‌باشد. به هر حال، توزیع اولیه ذرات اثر چندانی بر آسیاب کاری آن‌ها ندارد و پس از آسیاب کاری، این توزیع تغییر خواهد نمود. شکل ۲ توزیع اندازه ذرات را پس از ۶ ساعت آسیاب کاری نمایش می‌دهد. در این حالت تنها عامل متغیر زمان بوده است و سایر عوامل ورودی فرایند ثابت بوده‌اند و اندازه ذرات کاهش یافته و توزیع آن به سمت توزیع نرمال تمایل پیدا کرده است. لزوماً با ادامه آسیاب کاری توزیع و اندازه ذرات ثابت نخواهد ماند و احتمال افزایش اندازه ذرات در اثر مکانیزم کلوخه شدن وجود دارد. توزیع اندازه ذرات برای هر کدام از آزمایش‌های مندرج در جدول ۲ استخراج شده‌اند. به عنوان نمونه شکل ۳ توزیع اندازه ذرات و شکل ۴ نمودار توزیع تجمعی اندازه ذرات در آزمایش شماره ۱ را نشان می‌دهند. به منظور بررسی شکل ظاهری ذرات ماده مرکب، تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی از نمونه‌ها تهیه شده‌اند. شکل ۵ تصویر پودرهای اولیه مورد استفاده برای تهیه ماده مرکب را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در تصاویر شکل ۶ مشاهده می‌شود با افزایش زمان آسیاب کاری ذرات کلوخه می‌شوند و همین عمل باعث افزایش اندازه قطر ذرات می‌شود. اندازه‌های استخراج شده از این تصاویر نتایج حاصل از اندازه‌گیری قطر ذرات با استفاده از لیزر را تصدیق می‌نمایند. شکل ۷ تصویر پودر نانوکامپوزیت به دست آمده از آزمایش شماره ۱ با بزرگنمایی‌های مختلف که توسط میکروسکوپ الکترونی روبشی تهیه شده‌است را نشان می‌دهد.

۵- اثر عوامل فرایند بر متوسط اندازه ذرات

شکل ۸ تغییرات اندازه متوسط ذرات را در برابر تغییرات عامل بی‌بعد (TV) در صورتی که عامل بی‌بعد $P_1/P_2 = 4$ باشد را نشان می‌دهد. در منحنی شکل ۸، روند تغییرات واضحی مشاهده نمی‌شود. به عبارت دیگر، ممکن است مقادیر متوسط اندازه ذرات در حالات مختلف، تفاوت معنی‌داری از نظر آماری نداشته باشند و این عمل باعث شود که افزایش‌ها و کاهش‌های مشاهده شده در نمودار به نتیجه‌گیری نادرست منجر شود. بدین منظور در این بخش با استفاده از آزمون‌های آماری، نتایج مربوط به معنادار بودن تفاوت اندازه متوسط ذرات ارائه شده‌است. در جدول ۳ نتایج مقایسه معنادار بودن و یا نبودن تفاوت اندازه متوسط ذرات نشان‌دهنده شده‌است. با انجام این تحلیل مقایسه‌ای، مشخص می‌شود که با تغییر متغیرهای ورودی برای هر آزمایش، آیا تغییر معناداری در اندازه متوسط ذرات صورت گرفته است یا خیر؟ و آیا این تغییر در جهت افزایش اندازه متوسط ذرات بوده و یا در جهت کاهش آن بوده است.

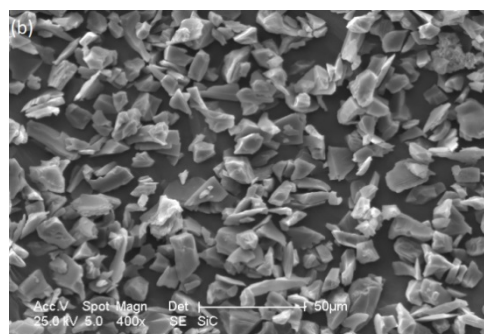


شکل ۸- تغییرات اندازه متوسط ذرات در برابر تغییرات عامل بی‌بعد (TV) در حالتیکه $P_1/P_2 = 4$

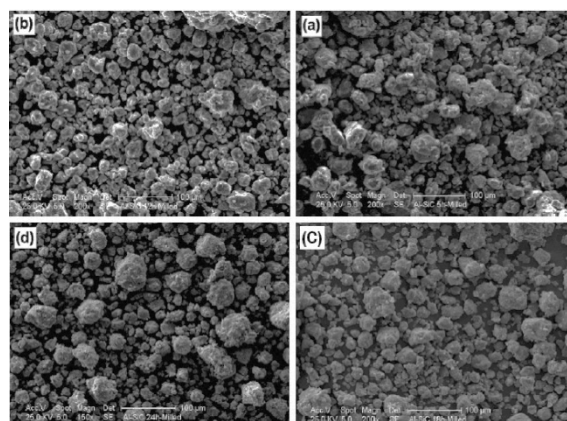
جهت مقایسه اندازه متوسط ذرات که در جدول ۲ نشان داده شده‌اند، از آزمون آماری t-Student که به این صورت تعریف می‌شود استفاده شده‌است [۱۲]:

$$t - Value = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (1)$$

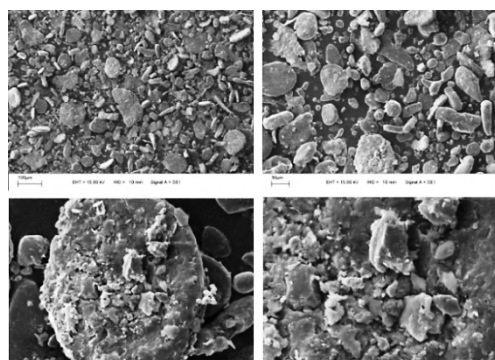
\bar{y}_1 متوسط اندازه ذرات نمونه اول و \bar{y}_2 متوسط اندازه ذرات نمونه دوم می‌باشند. همچنین به ترتیب S_1^2 انحراف معیار نمونه نخست و S_2^2 انحراف معیار نمونه دوم می‌باشند. n_1 تعداد ذرات نمونه‌گیری شده از آزمایش



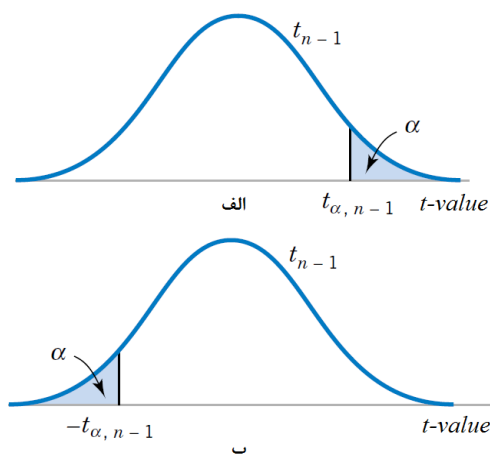
شکل ۵- تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی از پودرهای اولیه (a) آلومینیم و (b) SiC



شکل ۶- تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی نمونه‌های (a) ۶، (b) ۱۲، (c) ۱۸ و (d) ۲۴ ساعت آسیاب کاری شده



شکل ۷- تصاویر میکروسکوپ الکترونی روبشی پودر نانوکامپوزیت آزمایش شماره ۱ در چهار بزرگنمایی مختلف



شکل ۹- توزیع t مرجع برای الف- فرض $H_1: \bar{y}_1 > \bar{y}_2$ و ب- فرض $H_1: \bar{y}_1 < \bar{y}_2$ و n درجه آزادی و α سطح اهمیت انتخابی است [۱۲]

جدول ۳ نشان دهنده کمترین سطح اهمیت (معناداری) می‌باشد که می‌توانیم فرض H_0 را رد نمائیم. به عبارت دیگر P -Value سطح زیر منحنی توزیع مرجع در آن طرف مقدار t -Value است. در عمل به جای مقایسه مقادیر t -Value با t_α مطابق با رابطه ۳، از مقایسه مقدار P -Value با α استفاده می‌شود؛ بدین ترتیب که در صورتی که مقادیر P -Value کمتر از $\alpha = 0.05$ باشد تفاوت بین متوسط اندازه ذرات معنی‌دار و یا با اهمیت است در غیر این صورت فرض تساوی متوسط اندازه ذرات پذیرفته می‌شود. مقادیر P -Value در جدول ۳ با استفاده از نرم افزار Minitab محاسبه شده‌اند. به عنوان نمونه در ردیف اول جدول ۳، درحالتی که مقدار (TV) از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰ رسیده متوسط اندازه ذرات از ۶۲/۱۹ به ۳۸/۹۲ میکرومتر رسیده است. حال این پرسش مطرح می‌شود که آیا با تغییر (TV) از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰، عملاً متوسط اندازه ذرات کاهش پیدا کرده است یا نه؟ ابتدا با توجه به مقادیر اندازه‌های متوسط ذرات در این دو آزمایش و همچنین مقادیر انحراف معیارها، مقدار پارامتر P -Value توسط نرم افزار Minitab به دست آمده است. به عنوان نمونه خروجی نرم‌افزار Minitab در آزمون مقایسه مذکور در شکل ۱۰ نشان داده شده است. باتوجه به خروجی نرم‌افزار Minitab در شکل ۱۰، مقدار t -Value برابر ۲/۹۰ و مقدار P -Value برابر ۰/۰۰۲ به دست آمده است.

نخست و n_2 تعداد ذرات نمونه‌گیری شده از آزمایش دوم می‌باشند. فرض‌هایی که جهت مقایسه متوسط اندازه ذرات مورد استفاده قرار گرفته‌اند به صورت زیر بیان شده‌اند [۱۲]:

$$\begin{aligned} H_0 &: \bar{y}_1 = \bar{y}_2 \\ H_1 &: \bar{y}_1 > \bar{y}_2 \\ & \bar{y}_1 < \bar{y}_2 \end{aligned} \quad (۲)$$

فرض H_0 بیان می‌کند که متوسط اندازه ذرات با تغییر عوامل ورودی فرایند در دو حالت مورد مقایسه، تغییر معناداری پیدا نکرده است. به عبارت دیگر، اندازه متوسط ذرات از دیدگاه آماری، با هم برابر می‌باشند. فرض H_1 بیان می‌کند که یکی از متوسط‌های به دست آمده یا از دیگری بزرگتر و یا کوچکتر است. به عبارت دیگر فرض H_1 به این معناست که دو متوسط از دیدگاه آماری با یکدیگر برابر نیستند. با انجام آزمون آماری بیان شده در رابطه ۱، فرض H_0 مورد بررسی قرار می‌گیرد. اگر این فرض رد شود آنگاه فرض‌های عدم برابری در H_1 پذیرفته می‌شوند. شرطی که با توجه به آن فرض H_0 رد می‌شود و در مقابل فرض H_1 پذیرفته می‌شود به این صورت بیان شده‌اند [۱۲]:

$$\begin{aligned} t - Value &\geq t_\alpha \\ t - value &\leq -t_\alpha \end{aligned} \quad (۳)$$

t -Value آزمون آماری است که در رابطه (۱) تعریف شده است. مقادیر t_α و $-t_\alpha$ از جدول آماری مربوط به نقاط درصدی توزیع t -Student به دست می‌آیند که نشان‌دهنده مرز نواحی بحرانی در توزیع مذکور هستند که در آن‌ها فرض H_0 رد خواهد شد. در شکل ۹ مرزهای بحرانی با سطح اهمیت α نشان داده شده است.

نتایج مربوط به آزمون مقایسه بین متوسط اندازه ذرات در آزمایش‌هایی که عامل بی‌بعد ورودی نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها برابر ۴ و عامل بی‌بعد حاصل ضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب‌کاری مطابق جدول ۲ متغیر بوده است در جدول ۳ مشاهده می‌شود. مقدار α در جدول ۳ بر طبق تعریف سطح اهمیت (Significant level) و یا معناداری فرض انتخاب شده، نامیده می‌شود که در اینجا $\alpha = 0.05$ انتخاب شده است. P -Value در

عملاً از دیدگاه آماری متوسط اندازه ذرات کاهش پیدا نموده است. بدین ترتیب می توانیم نتایج سایر موارد را در جدول ۳ تحلیل نمائیم و اثر تغییر شرایط آسیاب کاری بر متوسط اندازه ذرات را به دست آوریم.

Two-Sample T-Test and CI

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
1	66	62.2	56.3	6.9
2	66	38.9	32.8	4.0

Difference = mu (1) - mu (2)
 Estimate for difference: 23.2700
 95% lower bound for difference: 9.9543
 T-Test of difference = 0 (vs >): T-Value = 2.90 P-Value = 0.002 DF = 104

شکل ۱۰- نمونه خروجی نرم افزار Minitab برای استخراج مقادیر *P-Value*

با توجه به شروط بیان شده برای رد فرض H_0 که فرض برابر بودن اندازه متوسط ذرات می باشد، این فرض رد شده و فرض H_1 که در آن بیان می شود که اندازه ذرات در آزمایش شماره ۲ کوچکتر شده است پذیرفته می شود. در نتیجه، متوجه می شویم که کاهش متوسط اندازه ذرات در این حالت قابل توجه (Significant) و معنادار است و از نظر آماری با تغییر (TV) از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰، متوسط اندازه ذرات کاهش پیدا نموده است. در مقایسه، در ردیف دوم جدول ۳ مشاهده می نمائیم که با تغییر (TV) از ۴۸۰۰۰ به ۱۴۴۰۰۰ که متوسط اندازه ذرات از ۶۲/۱۹ به ۴۸/۴۳ میکرومتر رسیده است از نظر آماری این کاهش غیر قابل توجه (Insignificant) و بی معنا بوده است و

جدول ۳- مقایسه متوسط اندازه ذرات در آزمایش هایی که $P_1/P_2 = 4$ می باشند و پارامتر (TV) تغییر کرده است

شماره مقایسه	شماره آزمایش	TV	متوسط اندازه ذرات (μm)	انحراف معیار ذرات (μm)	تعداد ذرات نمونه	α	t-Value	P-Value	فرضیات	معنی داری																		
۱	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۲/۹۰	۰/۰۰۲	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Significant																		
	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳																								
۲	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱			۶۶	۰/۰۵		۱/۶۶	۰/۰۵۰	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Insignificant															
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰																								
۳	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱						۶۶	۰/۰۵		۵/۹۴	۰/۰۰۰	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Significant												
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸																								
۴	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱									۶۶	۰/۰۵		۱/۳۴	۰/۰۹۱	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Insignificant									
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲																								
۵	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۶۲/۱۹	۵۶/۳۱												۶۶	۰/۰۵		۱/۳۴	۰/۹۰۹	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Insignificant						
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸																								
۶	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳															۶۶	۰/۰۵		-۱/۵۵	۰/۹۳۹	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Insignificant			
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰																								
۷	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳																		۶۶	۰/۰۵		۴/۳۴	۰/۰۰۰	$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸																								
۸	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳																					۶۶	۰/۰۵		-۱/۵۳
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲																								
۹	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۸/۹۲	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵			۳/۲۷																			۰/۰۰۱
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸																								
۱۰	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰			۶۶	۰/۰۵	۵/۸۰			۰/۰۰۰																$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸																								
۱۱	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰					۶۶	۰/۰۵	-۰/۲۰	۰/۵۷۹			$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$													
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲																								
۱۲	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۴۸/۴۳	۳۷/۳۰							۶۶	۰/۰۵	۴/۸۱	۰/۰۰۰				$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$										
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸																								
۱۳	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸									۶۶	۰/۰۵		-۴/۸۸	۱/۰۰۰				$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$							
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲																								
۱۴	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۹/۲۳	۱۶/۷۸												۶۶	۰/۰۵		-۱/۴۴	۰/۹۲۳				$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$				
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸																								
۱۵	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۹/۹۴	۴۸/۳۲															۶۶	۰/۰۵		۴/۱۲	۰/۰۰۰				$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$ $H_1 : \bar{y}_1 > \bar{y}_2$	
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۲۳/۶۸	۱۸/۷۸																								

۶- اثر عوامل بر انحراف معیار اندازه ذرات

جهت مقایسه بین انحراف معیار اندازه ذرات از آزمون آماری F (F test) استفاده شده است که به این صورت تعریف می شود [۱۲]:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (۴)$$

S_1^2 انحراف معیار نمونه اول و S_2^2 انحراف معیار نمونه دوم و F آماره آزمون می باشد. فرضیات موجود جهت مقایسه انحراف معیارها به صورت زیر انتخاب شده اند [۱۲]:

$$\begin{aligned} H_0 : S_1^2 &= S_2^2 \\ H_1 : S_1^2 &> S_2^2 \\ &S_1^2 < S_2^2 \end{aligned} \quad (۵)$$

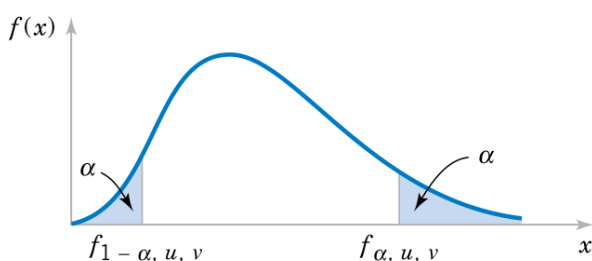
فرض صفر H_0 بدین معناست که انحراف معیار دو نمونه با هم برابر بوده و فرض مقابل H_1 یعنی این که انحراف معیار دو نمونه برابر نیستند و یکی از دیگری بزرگتر بوده است. شرط رد فرض صفر و پذیرش فرض مقابل، به صورت زیر انتخاب شده است [۱۲]:

$$\begin{aligned} F &> F_{\alpha, df_1, df_2} \\ F &\leq F_{1-\alpha, df_1, df_2} \end{aligned} \quad (۶)$$

مقادیر F_{α, df_1, df_2} و $F_{1-\alpha, df_1, df_2}$ به ترتیب درصد بالا و پائین نقاط توزیع هستند که از جداول آماری مربوط به توزیع F (F distribution) به دست می آیند. df_1 و df_2 درجات آزادی هستند. نمودار شکل ۱۱ درصد بالا و پائین نقاط توزیع F را نمایش می دهد.

هرکدام از شرایط مندرج در رابطه ۶ محقق شوند آن گاه فرض صفر رد می شود و فرض مقابل به عنوان فرض صحیح پذیرفته می شود. نتایج حاصل از مقایسه بین انحراف معیارهای اندازه ذرات در جدول ۴ نشان داده

شده اند. این جدول برای آزمایش هایی است که پارامتر نسبت وزنی گلوله ها به پودرها برابر ۴ بوده و پارامتر حاصل ضرب سرعت آسیاب کاری در زمان آسیاب کاری متغیر بوده است. در این بخش مشابه بخش قبل، که از مقادیر P -Value جهت پذیرش و یا عدم پذیرش فرضیه صفر استفاده شد؛ در آزمون F هم از مقدار P -Value جهت بررسی فرضیات استفاده شده است و به جای استفاده از شروط رابطه ۶ مقدار P -Value با یک سطح اهمیت $\alpha = 0.05$ مقایسه شده است. به عنوان نمونه در ردیف اول جدول ۴، با تغییر (TV) از ۴۸۰۰۰ به ۹۶۰۰۰، انحراف معیار اندازه ذرات از ۵۶/۳۱ به ۳۲/۸۳ میکرومتر رسیده است که آزمون مقایسه انجام شده نشان می دهد که از نظر آماری این کاهش مقدار انحراف معیار، قابل توجه و معنادار بوده است. در مقابل، به عنوان نمونه در ردیف چهارم جدول ۴، که در آن (TV) از ۴۸۰۰۰ به ۲۴۰۰۰۰ رسیده است، انحراف معیار از ۵۶/۳۱ به ۴۸/۳۲ میکرومتر رسیده است که نتیجه آزمون مقایسه نشان می دهد که این کاهش انحراف معیار اندازه ذرات، از دیدگاه آماری غیرقابل توجه و بی معناست. بدین ترتیب می توانیم نتایج سایر موارد را در جدول ۴ تحلیل نمائیم و اثر تغییر شرایط آسیاب کاری بر انحراف معیار اندازه ذرات را به دست آوریم.



شکل ۱۱- درصد بالا $f_{\alpha, u, v}$ و درصد پائین $f_{1-\alpha, u, v}$ نقاط توزیع F . u و v درجات آزادی و α سطح اهمیت هستند [۱۲]

جدول ۴- مقایسه انحراف معیارهای به دست آمده از آزمایش‌ها در حالتی که $P_1/P_2 = 4$ بوده و پارامتر بی بعد (TV) تغییر نموده است

شماره مقایسه	شماره آزمایش	TV	انحراف معیار (micron)	تعداد ذرات نمونه‌گیری	α	F	P-Value	فرضیات	معناداری
۱	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۲/۹۴	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳						Significant
۲	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۲/۲۸	۰/۰۰۱		Significant
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰						Significant
۳	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۱۱/۲۵	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸						Insignificant
۴	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۱/۳۶	۰/۲۲۰		Insignificant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Significant
۵	AL-SiC No.01	۴۸۰۰۰	۵۶/۳۱	۶۶	۰/۰۵	۸/۹۹	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Insignificant
۶	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۱/۲۹	۰/۳۰۶		Insignificant
	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰						Significant
۷	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۳/۸۳	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸						Significant
۸	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۲/۱۷	۰/۰۰۲		Significant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Significant
۹	AL-SiC No.02	۹۶۰۰۰	۳۲/۸۳	۶۶	۰/۰۵	۳/۰۶	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant
۱۰	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰	۶۶	۰/۰۵	۴/۹۴	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸						Significant
۱۱	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰	۶۶	۰/۰۵	۱/۶۸	۰/۰۳۹		Significant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Significant
۱۲	AL-SiC No.03	۱۴۴۰۰۰	۳۷/۳۰	۶۶	۰/۰۵	۳/۹۴	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant
۱۳	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸	۶۶	۰/۰۵	۸/۲۹	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲						Insignificant
۱۴	AL-SiC No.04	۱۹۲۰۰۰	۱۶/۷۸	۶۶	۰/۰۵	۱/۲۵	۰/۳۶۷		Insignificant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant
۱۵	AL-SiC No.05	۲۴۰۰۰۰	۴۸/۳۲	۶۶	۰/۰۵	۶/۶۲	۰/۰۰۰		Significant
	AL-SiC No.06	۲۸۸۰۰۰	۱۸/۷۸						Significant

F مقدار تابع توزیع تجمعی نرمال، X_i ، i امین مشاهده و N تعداد ذرات اندازه‌گیری شده در هر آزمایش می‌باشند. دو شاخص مهم در بررسی توزیع اندازه ذرات عبارتند از: ۱- چولگی و ۲- کشیدگی (Kurtosis). شاخص چولگی، عددی است که نشانگر کشیدگی توزیع می‌باشد، مقدار آن عدم تقارن توزیع را نشان می‌دهد. اگر مقدار شاخص چولگی منفی باشد یعنی توزیع اندازه ذرات به چپ تمایل داشته و اگر مقدار شاخص چولگی مثبت باشد یعنی توزیع اندازه ذرات به راست تمایل دارد. شاخص کشیدگی نشانگر اندازه‌گیری مقدار ارتفاع توزیع اندازه ذرات نسبت به توزیع نرمال است. مقادیر مثبت نشانگر بلندی بیشتر و

۷- آزمون نرمال بودن توزیع اندازه ذرات

به‌طور معمول در تحقیقات فرض می‌شود که توزیع اندازه ذرات نرمال است. به هرصورت، این فرض در صورتی صحیح است که توزیع اندازه ذرات واقعاً نرمال باشد. بدین منظور، در این تحقیق برای بررسی دقیق نرمال بودن توزیع اندازه ذرات، از آزمون اندرسون-دارلینگ استفاده شده است. آماره آزمون اندرسون-دارلینگ به این صورت بیان می‌شود [۱۲]:

$$A^2 = -N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (2i-1) \left(\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{N+1-i})) \right) \quad (7)$$

داده‌های به‌دست‌آمده برای اندازه ذرات نرمال نمی‌باشند. مقادیر شاخص‌های چولگی و کشیدگی به همراه مقادیر به‌دست‌آمده برای A^2 و P -Value جهت توزیع اندازه ذرات به‌دست‌آمده از آزمایش‌های ۳۶ گانه در جدول ۵ مشاهده می‌شوند. همان‌گونه که از نتایج جدول ۵ مشاهده می‌شود، مقادیر P -Value برای توزیع اندازه ذرات، بسیار کوچک به‌دست‌آمده‌اند. با توجه به آماره آزمون اندرسون-دارلینگ جهت آزمایش نرمال بودن توزیع‌های اندازه ذرات و مقادیر P -Value به‌دست‌آمده، فرض نرمال بودن توزیع اندازه ذرات (فرض صفر) در کلیه آزمایش‌ها رد شده و مشخص می‌شود که توزیع اندازه ذرات نرمال نمی‌باشند.

گسترده‌تری کمتر از توزیع نرمال و مقادیر منفی نشانگر کوتاه‌تر بودن ارتفاع توزیع اندازه ذرات و گسترده‌تری بیشتر از توزیع نرمال می‌باشند. در یک توزیع نرمال مقدار شاخص چولگی برابر صفر و مقدار شاخص کشیدگی برابر ۳ می‌باشد [۱۳]. در آزمون نرمال بودن توزیع اندازه ذرات، فرض صفر به معنای نرمال بودن داده‌ها و فرض مقابل به معنای عدم نرمال بودن توزیع داده‌هاست. در آزمون اندرسون-دارلینگ از مقدار A^2 از رابطه ۷ و مقدار P -Value استفاده می‌شود [۱۲]. اگر مقدار P -Value کوچکتر از مقدار α (سطح اطمینان به میزان ۵ درصد) باشد آنگاه فرض صفر رد می‌شود و فرض مقابل پذیرفته می‌شود، یعنی اگر P -Value کوچکتر از α باشد آنگاه

جدول ۵- شاخص‌های چولگی و کشیدگی به همراه آزمون نرمال بودن برای توزیع اندازه ذرات

شماره آزمایش	شاخص چولگی	شاخص کشیدگی	A^2	P-Value	شماره آزمایش	شاخص چولگی	شاخص کشیدگی	A^2	P-Value
۱۹	۰/۲۰	-۱/۰۰	۱۲۹/۱۱	< ۰/۰۰۵	۱	۱/۳۲	۲/۰۰	۳۲۹/۶۷	< ۰/۰۰۵
۲۰	۰/۲۲	-۰/۸۸	۱۷۵/۰۹	< ۰/۰۰۵	۲	۱/۳۹	۳/۸۰	۲۷۴/۴۲	< ۰/۰۰۵
۲۱	۰/۳۸	-۰/۹۶	۱۷۶/۳۴	< ۰/۰۰۵	۳	۰/۷۷	-۰/۲۵	۱۳۷/۵۱	< ۰/۰۰۵
۲۲	۰/۳۱	-۰/۹۶	۱۳۵/۴۵	< ۰/۰۰۵	۴	۱/۰۱	-۰/۵۴	۱۵۵/۱۲	< ۰/۰۰۵
۲۳	۰/۷۳	-۰/۲۲	۲۰۵/۷۱	< ۰/۰۰۵	۵	۱/۶۴	۳/۵۴	۲۸۹/۲۲	< ۰/۰۰۵
۲۴	۰/۳۸	-۰/۸۶	۱۸۴/۴۰	< ۰/۰۰۵	۶	۰/۵۴	-۰/۷۳	۱۲۶/۶۷	< ۰/۰۰۵
۲۵	۰/۹۲	۱/۱۵	۱۸۹/۲۶	< ۰/۰۰۵	۷	۱/۷۹	۴/۶۱	۲۹۵/۶۶	< ۰/۰۰۵
۲۶	۰/۴۳	-۰/۶۳	۱۴۲/۹۹	< ۰/۰۰۵	۸	۰/۷۳	-۰/۱۷	۱۳۲/۹۷	< ۰/۰۰۵
۲۷	۰/۶۳	-۰/۵۴	۱۷۰/۵۱	< ۰/۰۰۵	۹	۰/۶۸	-۰/۲۸	۱۳۹/۵۶	< ۰/۰۰۵
۲۸	۱/۲۲	۱/۵۴	۲۴۴/۲۲	< ۰/۰۰۵	۱۰	۱/۸۴	۴/۰۲	۲۷۵/۳۲	< ۰/۰۰۵
۲۹	۰/۵۴	-۰/۳۲	۱۸۴/۷۸	< ۰/۰۰۵	۱۱	۱/۳۰	۱/۹۶	۲۵۳/۲۵	< ۰/۰۰۵
۳۰	۳/۳۶	۲۹/۶۵	۱۴۵۸/۴۲	< ۰/۰۰۵	۱۲	۱/۰۱	۱/۱۶	۱۴۸/۵۰	< ۰/۰۰۵
۳۱	۰/۴۴	-۰/۶۶	۱۵۲/۴۴	< ۰/۰۰۵	۱۳	۱/۲۲	۱/۴۹	۲۶۵/۲۶	< ۰/۰۰۵
۳۲	۰/۳۵	-۰/۹۱	۱۳۹/۶۲	< ۰/۰۰۵	۱۴	۱/۰۵	-۰/۷۴	۱۷۶/۴۵	< ۰/۰۰۵
۳۳	۰/۶۲	-۰/۱۶	۲۰۳/۲۵	< ۰/۰۰۵	۱۵	۱/۳۷	۳/۵۷	۲۱۳/۲۲	< ۰/۰۰۵
۳۴	۰/۹۱	۰/۶۲	۲۲۵/۰۲	< ۰/۰۰۵	۱۶	۰/۴۱	-۰/۴۶	۱۶۵/۷۶	< ۰/۰۰۵
۳۵	۱/۱۷	۱/۴۱	۲۳۷/۶۱	< ۰/۰۰۵	۱۷	۰/۴۶	-۰/۵۳	۱۷۰/۲۹	< ۰/۰۰۵
۳۶	۰/۷۸	۰/۳۰	۲۳۰/۱۶	< ۰/۰۰۵	۱۸	۰/۷۹	-۰/۴۵	۱۹۰/۳۶	< ۰/۰۰۵

عامل بی‌بعد نسبت وزنی گلوله‌ها به پودر (P_1/P_2) و حاصل ضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب‌کاری (TV) به عنوان عوامل مستقل و عامل متوسط اندازه ذرات به‌عنوان متغیر وابسته انتخاب شده‌اند. جهت برازش مدل رگرسیون از روش برآورد حداقل مربعات استفاده شده‌است. همچنین از یک مدل رگرسیون دو متغیره مرتبه دو به همراه اثر متقابل عوامل استفاده شده‌است. اثر

۸- مدل‌سازی آماری به روش رگرسیون

مدل‌سازی رگرسیون در سه مرحله انجام شده‌است: ۱- انتخاب متغیرهای مستقل و وابسته جهت برازش مدل رگرسیون ۲- برآورد رابطه ریاضی برای مدل و تخمین ضرایب آن و ۳- انجام آزمون فرضیات بر روی مدل رگرسیون به‌دست‌آمده جهت بررسی صحت و دقت آن. دو

x_{i1} و x_{i2} مقادیر عوامل مستقل، در هر مورد از نتایج آزمایشات می‌باشند. در گام بعدی جهت ساده‌تر شدن محاسبات تغییر متغیر زیر داده شده‌است:

$$\begin{aligned} x_{i3} &= x_{i1}^2 \\ x_{i4} &= x_{i2}^2 \\ x_{i5} &= x_{i1}x_{i2} \end{aligned} \quad (10)$$

تابع S کمترین مربعات به صورت زیر تعریف شده‌است: [۱۴]

$$S(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (11)$$

با توجه به شیوه برآورد کمترین مربعات، تابع S می‌بایست به ازای کلیه مقادیر $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ و β_5 کمینه شود. در نهایت با اعمال این شرط معادلات ماتریسی حاصل می‌شود که به صورت زیر بیان شده‌اند: [۱۴]

$$\begin{bmatrix} n \sum_1^n x_{i1} \sum_1^n x_{i2} \sum_1^n x_{i3} \sum_1^n x_{i4} \sum_1^n x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i1} \sum_1^n x_{i1}^2 \sum_1^n x_{i1}x_{i2} \sum_1^n x_{i1}x_{i3} \sum_1^n x_{i1}x_{i4} \sum_1^n x_{i1}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i2} \sum_1^n x_{i2}x_{i1} \sum_1^n x_{i2}^2 \sum_1^n x_{i2}x_{i3} \sum_1^n x_{i2}x_{i4} \sum_1^n x_{i2}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i3} \sum_1^n x_{i3}x_{i1} \sum_1^n x_{i3}x_{i2} \sum_1^n x_{i3}^2 \sum_1^n x_{i3}x_{i4} \sum_1^n x_{i3}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i4} \sum_1^n x_{i4}x_{i1} \sum_1^n x_{i4}x_{i2} \sum_1^n x_{i4}x_{i3} \sum_1^n x_{i4}^2 \sum_1^n x_{i4}x_{i5} \\ \sum_1^n x_{i5} \sum_1^n x_{i5}x_{i1} \sum_1^n x_{i5}x_{i2} \sum_1^n x_{i5}x_{i3} \sum_1^n x_{i5}x_{i4} \sum_1^n x_{i5}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_1^n y_i \\ \sum_1^n x_{i1}y_i \\ \sum_1^n x_{i2}y_i \\ \sum_1^n x_{i3}y_i \\ \sum_1^n x_{i4}y_i \\ \sum_1^n x_{i5}y_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

۸-۱- بررسی مناسب بودن مدل رگرسیون

سازگاری و مناسب بودن مدل رگرسیون با استفاده از دو ابزار: ۱- آزمون فرضیات و ۲- تحلیل باقیمانده‌ها انجام شده‌است. آزمون فرضیات در مدل رگرسیون شامل دو بخش می‌باشد. در بخش اول بررسی شده که آیا مدل رگرسیون به‌دست‌آمده دارای اهمیت است که بدین منظور از تحلیل انحراف معیار استفاده شده‌است و در بخش دوم،

متقابل عوامل به معنای حاصل ضرب آن‌ها می‌باشد. رابطه کلی مدل رگرسیون دو متغیره مرتبه دو به همراه اثر متقابل پارامترها به صورت زیر می‌باشد [۱۴]:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_1^2 + \beta_4x_2^2 + \beta_5x_1x_2 + \varepsilon \quad (8)$$

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ ضرایب رگرسیون هستند که توسط برآورد حداقل مربعات از روی عوامل مستقل و وابسته که از نمونه‌گیری حاصل شده‌اند به‌دست می‌آیند. x_1 و x_2 مقادیر عوامل مستقل یا ورودی می‌باشند. y عامل وابسته یا خروجی فرایند می‌باشد. ε هم مقدار خطا یا باقیمانده است. جهت برآورد ضرایب رگرسیون ابتدا با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده از نمونه‌گیری، رابطه (۸) به‌این‌صورت مرتب شده‌است:

$$y = \beta_0 + \beta_1x_{i1} + \beta_2x_{i2} + \beta_3x_{i1}^2 + \beta_4x_{i2}^2 + \beta_5x_{i1}x_{i2} + \varepsilon_i \quad (9)$$

با حل معادلات ماتریسی رابطه ۱۲ و محاسبه ضرایب $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ ، معادله رگرسیون به‌این‌صورت قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \text{Mean Particle Size} &= 17.26 + 8.752 \left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \\ &0.000061(TV) - 0.4541 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 - 2.2212 \times \\ &10^{-10}(TV)^2 - 0.00000817 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)(TV) \end{aligned} \quad (13)$$

پذیرفته می‌شود. مقادیر به‌دست‌آمده برای $F_{\alpha,k,n-k-1}$ به‌ازای مقادیر مختلف α در جدول ۷ نشان‌داده شده‌است. با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده برای $F_{\alpha,k,n-k-1}$ به‌ازای مقادیر مختلف α انتخاب‌شده و مقایسه مقدار $F_0 = 5/70$ با این مقادیر، نتیجه می‌شود که فرض H_0 در فرضیات بیان شده در رابطه ۱۴ رد می‌شود و فرض H_1 پذیرفته می‌شود. این امر بدین معناست که حداقل یکی از متغیرهای مستقل با متغیر وابسته دارای رابطه خطی می‌باشد.

$F_{\alpha,k,n-k-1}$	α
$F_{.025,5,30} = 1/41$	۰/۲۵
$F_{.01,5,30} = 2/03$	۰/۱
$F_{.05,5,30} = 2/53$	۰/۰۵
$F_{.025,5,30} = 3/03$	۰/۰۲۵
$F_{.01,5,30} = 3/70$	۰/۰۱
$F_{.005,5,30} = 4/23$	۰/۰۰۵
$F_{.001,5,30} = 5/53$	۰/۰۰۱

۸-۳- آزمون مدل رگرسیون به صورت مجزا

برای بررسی جداگانه اهمیت ضرایب به‌دست‌آمده در مدل رگرسیون، از این فرضیات استفاده شده‌است [۱۴]:

$$H_0 : \beta_i = 0 \quad (16)$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

فرض صفر به معنای صفر بودن پارامتر β_i و بی‌اهمیت بودن عبارت معادل آن می‌باشد و فرض مقابل، به معنای عدم صفر بودن این عامل و معنادار بودن عبارت معادل آن است. ملاک رد شدن فرض H_0 و پذیرفتن فرض H_1 در فرضیات موجود در رابطه ۱۶ آماره t_0 می‌باشد که توسط رابطه زیر بیان شده‌است [۱۴]:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{ii}}} \quad (17)$$

$\hat{\beta}_i$ ضریب به‌دست‌آمده در مدل رگرسیون می‌باشد. $\hat{\sigma}^2$ انحراف‌معیار مدل برازش شده و C_{ii} آرایه متناظر با ضریب $\hat{\beta}_i$ در ماتریس بیان شده در رابطه ۱۲ می‌باشد. شرط رد

از آزمون فرضیات مدل رگرسیون استفاده شده‌است که در آن اهمیت و معنادار بودن ضرایب معادله رگرسیون بررسی شده‌است. در این بخش از آزمایش فرضیات ضرایبی که دارای اهمیت نیستند، از مدل رگرسیون حذف شده‌اند و مجدداً مدل اصلاح‌شده به‌دست‌آمده است.

۸-۲- تحلیل انحراف‌معیار مدل رگرسیون

فرضیات مناسب جهت تحلیل انحراف‌معیار به‌صورت زیر انتخاب شده‌اند:

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0 \quad (14)$$

حداقل یکی از β_i ها مخالف صفر است H_1

رد شدن فرض صفر H_0 بر این مطلب دلالت می‌کند که حداقل یکی از متغیرهای مستقل انتخاب شده در مدل رگرسیون دارای اهمیت می‌باشد. به عبارت دیگر، متغیر وابسته به حداقل یکی از متغیرهای مستقل، وابسته می‌باشد. معیار این آزمون، آماره F_0 به‌این‌صورت بیان می‌شود [۱۴]:

$$F_0 = \frac{SS_R/k}{SS_{Res}/n-k-1} \quad (15)$$

SS_R مجموع مربعات رگرسیون و SS_{Res} مجموع مربعات باقیمانده‌ها می‌باشد. k درجه‌آزادی مجموع مربعات رگرسیون و $n-k-1$ درجه‌آزادی باقیمانده‌ها می‌باشد. جدول ۶ نتایج تحلیل انحراف‌معیار بر روی مدل رگرسیون به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد.

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	F_0	P
رگرسیون	۳۱۲۱/۹	۵	۶۲۴/۴	۵/۷۰	۰/۰۰۱
باقیمانده	۳۲۸۶/۳	۳۰	۱۰۹/۵		
کل	۶۴۰۸/۲	۳۵			

با توجه به مقدار به‌دست‌آمده برای F_0 و همچنین درجات‌آزادی، معیار F که به‌صورت $F_{\alpha,k,n-k-1}$ بیان می‌شود با انتخاب مقدار α ، از جدول آماری مربوط به توزیع F به‌دست‌آمده است. اگر شرط $F_0 > F_{\alpha,k,n-k-1}$ حاصل شود آنگاه فرض H_0 رد می‌شود و فرض H_1

۸-۴- تحلیل باقیمانده‌ها

باقیمانده‌ها از طریق رابطه زیر به دست آمده‌اند [۱۴]:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (19)$$

در اینجا فرض شده‌است که باقیمانده‌ها دارای توزیع نرمال هستند. از طریق تحلیل نمودارهای باقیمانده‌ها می‌توانیم به نرمال بودن توزیع باقیمانده‌ها پی ببریم. اولین نمودار مربوط به آنالیز باقیمانده مدل رگرسیون در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که نشان دهنده نرمال بودن باقیمانده‌ها می‌باشد. خط چین مستقیم، در شکل ۱۲ با شرط نرمال بودن، باقیمانده‌ها را نشان می‌دهد و نقاط توپر مقادیر حقیقی باقیمانده‌های به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده را نشان می‌دهند. همان گونه که از شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، نقاط باقیمانده در امتداد خط با شرط نرمال، قرار دارند و این نقاط تقریباً به صورت خطی تغییر می‌کنند. در نتیجه باقیمانده‌های به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده دارای توزیع نرمال می‌باشند و در نتیجه شرط نرمال بودن توزیع باقیمانده‌ها، پذیرفته شده و به طبع آن مدل رگرسیون اصلاح شده به دست آمده دارای صلاحیت کافی برای برازش مقادیر متغیرهای مستقل در برابر مقادیر وابسته را دارد. علاوه بر این، نمودار باقیمانده‌ها در مقابل مقادیر برازش شده توسط مدل رگرسیون، در شکل ۱۳ نشان داده شده‌است. از آنجا که نقاط موجود در این نمودار در دو نوار افقی بالا و پایین به صورت تصادفی پخش شده‌اند در نتیجه، توزیع باقیمانده‌ها نرمال می‌باشد و استفاده از مدل رگرسیون صحیح بوده است.

شدن فرض H_0 و پذیرفتن فرض H_1 این است که $|t_0| > t_{\alpha/2, n-k-1}$ باشد. مقدار موجود برای $t_{\alpha/2, n-k-1}$ به ازای $\alpha = 0.05$ از جداول آماری مربوط به توزیع t-Student برابر $t_{0.025, 30} = 2/042$ است. نتایج به دست آمده برای t_0 های مختلف به ازای ضرایب ۶ گانه به دست آمده برای مدل رگرسیون بیان شده در جدول ۸ نشان داده شده‌اند.

باتوجه به مقادیر به دست آمده برای t_0 های مختلف و انجام آزمایش فرضیات، نتیجه می‌شود که پارامترهای P_1/P_2 و $(P_1/P_2)^2$ و $P_1/P_2 \times TV$ دارای اهمیت هستند و مابقی عوامل بر اندازه متوسط ذرات اثر قابل توجهی ندارند. در نتیجه مدل اصلاح شده رگرسیون به صورت زیر به دست آمده است:

Mean Particle Size

$$= 19.68 + 8.86 \left(\frac{P_1}{P_2} \right) - 0.4541 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 - 0.00000956 \left(\frac{P_1}{P_2} \right) (TV) \quad (18)$$

مجدداً برای مدل رگرسیون اصلاح شده، تحلیل انحراف معیار و تحلیل ضرایب انجام شده‌است و جدول ۹ نتایج تحلیل انحراف معیار و جدول ۱۰ نتایج آزمون جداگانه ضرایب را نمایش می‌دهند. با توجه به نتایج مندرج در جدول‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که مدل رگرسیون اصلاح شده دارای اعتبار بوده و همه ضرایب آن نیز دارای اهمیت می‌باشند. پس در نتیجه رابطه ۱۸ را به عنوان مدل رگرسیون نهایی پذیرفته ایم.

جدول ۸- تحلیل ضرایب به صورت مجزا برای مدل رگرسیون اولیه

اثر	P-Value	t_0	$\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{ii}}$	ضریب (β_i)	ترم
Insignificant	۰/۳۳۹	۰/۹۷	۱۷/۷۵	۱۷/۲۶	ثابت مدل
Significant	۰/۰۱۴	۲/۶۱	۳/۳۵۵	۸/۷۵۲	P_1/P_2
Insignificant	۰/۶۱۰	۰/۵۲	۰/۰۰۰۱۱۸۳	۰/۰۰۰۰۶۱	TV
Significant	۰/۰۱۴	-۲/۶۰	۰/۱۷۴۸	-۰/۴۵۴۱	$(P_1/P_2)^2$
Insignificant	۰/۴۶۶	-۰/۷۴	$۳/۰۰۱۶ \times ۱۰^{-۱۰}$	$-۲/۲۲۱۲ \times ۱۰^{-۱۰}$	$(TV)^2$
Significant	۰/۰۱۹	-۲/۳۱	۰/۰۰۰۰۰۳۵۳	-۰/۰۰۰۰۰۸۱۷	$P_1/P_2 \times TV$

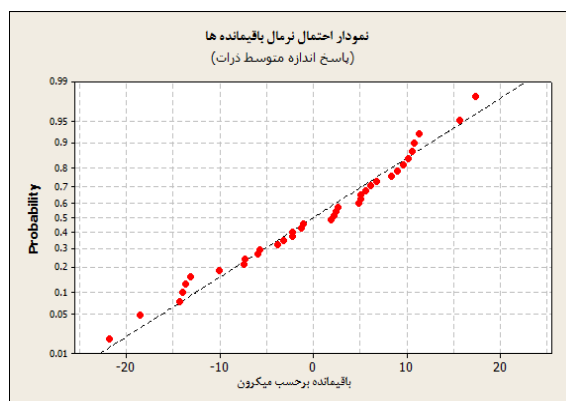
جدول ۹- تحلیل انحراف معیار مدل رگرسیون اصلاح شده

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مربعات	F_0	P
رگرسیون	۳۰۵۵/۹	۳	۱۰۱۸/۶	۹/۷۲	۰/۰۰۰
باقیمانده	۳۳۵۲/۳	۳۲	۱۰۴/۸		
کل	۶۴۰۸/۲	۳۵			

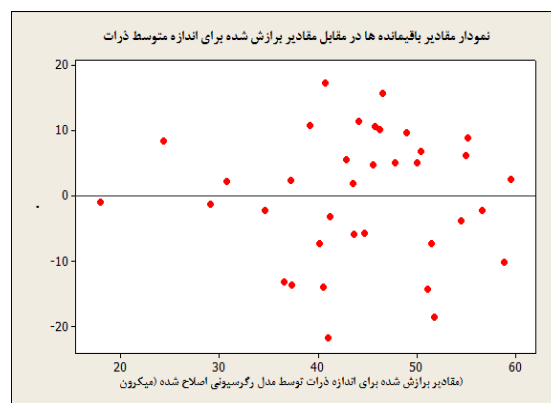
جدول ۱۰- تحلیل ضرایب به صورت مجزا برای مدل رگرسیون اصلاح شده

ترم	ضریب (β_i)	$\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{ii}}$	t_0	P-Value	اثر
ثابت مدل	۱۹/۶۸	۱۲/۷۹	۱/۵۴	۰/۱۳۴	Insignificant
P_1/P_2	۸/۸۶	۳/۱۳۹	۲/۸۶	۰/۰۰۷	Significant
$(P_1/P_2)^2$	-۰/۴۵۴۱	۰/۱۷۱۰	-۲/۶۶	۰/۰۱۲	Significant
$P_1/P_2 \times TV$	-۰/۰۰۰۰۰۹۵۶	۰/۰۰۰۰۰۰۲۱۶	-۴/۴۲	۰/۰۰۰	Significant

آلومینیم، شبیه سازی شده و اثر عوامل مختلف فرایند بر خروجی فرایند مورد بررسی قرار داده شده است. بدین منظور با استفاده از رابطه رگرسیون ۱۸ اثر دو عامل بی بعد حاصل ضرب سرعت آسیاب کاری در زمان آسیاب کاری (TV) و نسبت وزنی گلوله ها به پودرها (P_1/P_2) بر متوسط اندازه ذرات نانوکامپوزیت در حالات مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار شکل ۱۴ مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار شکل ۱۴ تغییرات عامل بی بعد (TV) بر روی متوسط اندازه ذرات به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده در حالت های مختلف (P_1/P_2) را نشان می دهد. با توجه به روند تغییرات مشاهده می شود که با افزایش عامل بی بعد (TV) که نشان دهنده افزایش شدت آسیاب کاری است، اندازه ذرات نانوکامپوزیت کمتر شده است. همچنین، نمودار شکل ۱۵ تغییرات عامل بی بعد (P_1/P_2) بر روی متوسط اندازه ذرات به دست آمده از مدل رگرسیون اصلاح شده در برابر تغییرات (TV) را نشان می دهد. همان گونه که مشاهده می شود در ابتدا، با افزایش عامل بی بعد (P_1/P_2)، اندازه ذرات پودر نانوکامپوزیت افزایش می یابند که بیان کننده غالب شدن پدیده جوش خوردن ذرات است. ولی با افزایش بیشتر عامل بی بعد (P_1/P_2) اندازه ذرات پودر نانوکامپوزیت شروع به کاهش می کنند. برای تبیین فیزیکی چگونگی تغییرات اندازه ذرات، در ضمن آلیاژسازی مکانیکی می بایست به دو پدیده مهم توجه



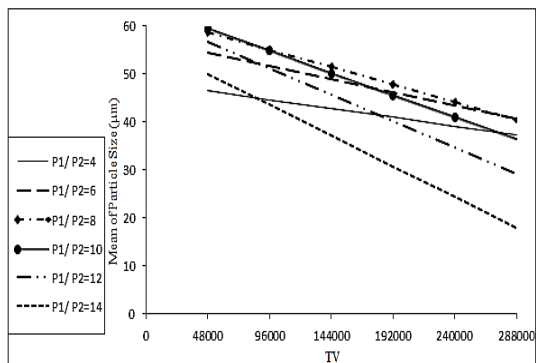
شکل ۱۲- نمودار احتمال نرمال باقیمانده ها برای مدل رگرسیون اصلاح شده



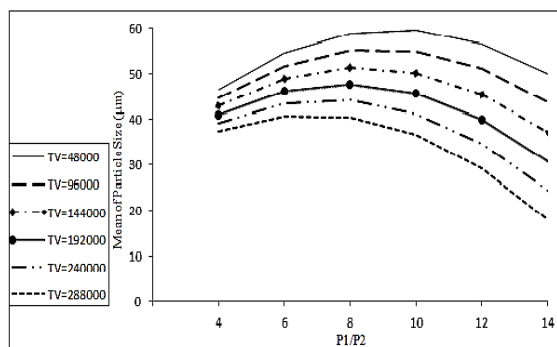
شکل ۱۳- نمودار باقیمانده ها در مقابل مقادیر برازش شده اندازه متوسط ذرات در مدل رگرسیون اصلاح شده

۸-۵- شبیه سازی با استفاده از مدل رگرسیون

در ادامه با استفاده از مدل رگرسیون ایجاد شده، فرایند آلیاژسازی مکانیکی برای تولید ذرات نانوکامپوزیت زمینه



شکل ۱۴- تغییرات متوسط اندازه ذرات در برابر حاصل ضرب سرعت در زمان آسیاب‌کاری به دست آمده از مدل رگرسیون



شکل ۱۵- تغییرات متوسط اندازه ذرات در برابر نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها به دست آمده از مدل رگرسیون

۹- نتیجه‌گیری

اصولاً در مواردی که با داده‌های فراوان مواجه هستیم و نمی‌توانیم از داده‌های مذکور مستقیماً استنتاجی داشته باشیم، فنون آماری می‌توانند راه‌گشا باشند. مدل‌سازی فرایند آلیاژسازی مکانیکی با توجه به فراوانی مولفه‌های دخیل در آن کاری پیچیده و مشکل است. در عمل ورودی این فرایند، پودرهای با یک مشخصات اولیه است که بعد از انجام فرایند به پودرهای جدیدی دسترسی پیدا می‌کنیم که ممکن تفاوت فاحشی از نظر ظاهری و ریزساختاری با پودرهای اولیه داشته باشند. به هر حال پیش‌بینی اثر متغیرهای فرایند بر محصول تولیدی در آلیاژسازی مکانیکی از مواردی است که هم محققین و هم صنایع مربوط به این فرایند علاقه‌مند به بررسی این موضوع هستند. بدین منظور در این تحقیق مدل‌سازی آماری فرایند آلیاژسازی مکانیکی جهت پیش‌بینی اثر

نمود که عبارتند از: ۱- شکست ذرات و ۲- تجمع ذرات. اثر متقابل این دو پدیده یا منجر به افزایش اندازه ذرات و یا کاهش آن‌ها می‌شود. در ضمن آسیاب‌کاری با انرژی بالا ذرات پودر به‌طور مکرر تحت اعمال ضربات گلوله‌های آسیاب تخت می‌شوند و به‌هم‌دیگر جوش می‌خورند و سپس شکسته می‌شوند و دوباره به‌هم جوش می‌خورند. هرگاه دو گلوله فولادی با یکدیگر برخورد کنند مقادیری از پودر موجود در محفظه آسیاب‌کاری بین آن‌ها به دام می‌افتد. در ادامه آسیاب‌کاری نیروی ضربه‌ای اعمالی به ذرات پودر باعث تغییر شکل پلاستیک آن‌ها می‌شود و کارسختی را در آن‌ها افزایش می‌دهد و سپس ذرات کارسخت شده در اثر اعمال ضربه می‌شکنند. سطوح ایجادشده در اثر شکست ذرات پودر قادر به جوش خوردن به یکدیگر می‌باشند و این امر باعث افزایش اندازه ذرات می‌شود. چون که در مراحل اولیه آسیاب‌کاری ذرات نرم هستند تمایل به جوش خوردن بین ذرات و تشکیل ذرات بزرگتر بیشتر است. در این مرحله محدوده وسیعی از ذرات با اندازه‌های مختلف ایجاد می‌شود. ذرات کامپوزیت شده در این مرحله دارای ساختار لایه لایه حاوی ترکیبی از اجزا اولیه هستند. در ادامه تغییر شکل، ذرات کارسخت می‌شوند و در اثر مکانیزم خستگی و یا مکانیزم شکست ترد می‌شکنند. در این مرحله تمایل به شکست ذرات بیشتر از جوش سرد بین آن‌ها می‌شود. در اثر اعمال نیروهای ضربه‌ای ممتد توسط گلوله‌ها آسیاب، ساختار ذرات به تدریج اصلاح (Refine) می‌شود اما اندازه ذرات به‌طور پیوسته ثابت باقی می‌ماند. در نتیجه فضای بین لایه‌های کاهش می‌یابد و تعداد لایه‌ها در ذرات افزایش می‌یابد. پس از آسیاب‌کاری در یک مدت زمان معین، حالت پایدار به دست خواهد آمد و این حالت زمانی است که بین آهنگ جوش خوردن ذرات که باعث افزایش اندازه می‌شوند و آهنگ شکسته شدن ذرات که باعث کاهش اندازه ذرات می‌شود توازن برقرار شود.

شده در به دست آمدن اندازه متوسط ذرات موثر می‌باشند. همچنین با بررسی ضرایب مدل رگرسیون مشخص شد که نسبت وزنی گلوله به پودر، مجذور نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها و همچنین اثر متقابل دو عامل نسبت وزنی گلوله‌ها به پودرها با حاصلضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب در مدل رگرسیون دارای اهمیت می‌باشند. در نهایت توسط عوامل مذکور که دارای اهمیت هستند، مدل رگرسیون نهایی به دست آمده است. همچنین با انجام تحلیل باقیمانده‌ها بر روی مدل رگرسیون مشخص شد که این مدل از کفایت لازم برای مدل‌سازی فرآیند آلیاژسازی مکانیکی جهت تهیه نانوکامپوزیت پایه آلومینیم تقویت‌شده با ذرات نانومتری SiC برخوردار است. در نهایت با استفاده از مدل رگرسیون فرآیند آلیاژسازی مکانیکی شبیه‌سازی شد و اثر عوامل بی‌بعد بر متوسط اندازه ذرات مورد بررسی قرار گرفت.

عوامل مهم موثر بر اندازه ذرات نانوکامپوزیت زمینه آلومینیم تقویت شده با ذرات SiC، انجام شده است. در ابتدا عوامل ورودی فرآیند انتخاب شدند. سپس متغیرهای ورودی جهت مقایسه، بی‌بعد شدند. عوامل بی‌بعد ورودی، نسبت وزنی گلوله به پودر و حاصل ضرب سرعت آسیاب‌کاری در زمان آسیاب‌کاری انتخاب شدند. عوامل خروجی فرآیند، اندازه متوسط و انحراف معیار و توزیع اندازه ذرات انتخاب شدند. بر روی تغییرات اندازه متوسط و انحراف معیار ذرات، آزمون‌های مقایسه‌ای انجام و معناداری آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. سپس نرمال بودن توزیع اندازه ذرات بررسی شد. در ادامه، با استفاده از روش رگرسیون و رویکرد برآورد حداقل مربعات، فرآیند آلیاژسازی مکانیکی مدل‌سازی شد. پس از به دست آوردن ضرایب مورد نظر برای مدل رگرسیون، با استفاده از روش تحلیل انحراف معیار مشخص شد که عوامل ورودی انتخاب

مراجع

- [1] Suryanarayana, C. (2004). "Mechanical alloying and milling". Marcel Dekker, Orlando, New York, USA.
- [2] Suryanarayana, C., Evanov, E., Boldyrev, V.V. (2001). "The science and technology of mechanical alloying". Materials Science and Engineering, Vol. A304-306, pp.151-158.
- [3] Courtney, T.H. (1995). "Process modeling of mechanical alloying". Materials Transactions, JIM, Vol. 36, pp. 110-122.
- [4] Maurice, D.R., Courtney, T.H. (1996). "The physics of mechanical alloying: A first report". Metallurgical Transactions, Vol. 21A, No. 2, pp. 289-303.
- [5] Schwarz, R.B. (1996). "Introduction to the viewpoint set on: Mechanical Alloying". Scripta Materialia, Vol. 34, No. 1, pp. 1-4.
- [6] Davis, R.M., Koch, C.C. (1987). "Mechanical alloying of brittle components: Silicon and Germanium". Scripta Metallurgica, Vol. 21, No. 3, pp. 305-310.
- [7] Basset, D., Matteazzi, P., Miani, F. (1994). "Measuring the impact velocities of balls in high energy mills". Materials Science and Engineering, Vol. A174, pp. 71-74.
- [8] Aikin, B.J.M., Courtney, T.H., Maurice, D.R. (1991). "Reaction rates during mechanical alloying". Materials Science and Engineering, Vol. A147, pp. 229-237.
- [9] Harris, J.R., Wattis, J.A.D., Wood, J.V. (2001). "A comparison of different models for mechanical alloying". Acta Materialia, Vol. 49, pp. 3991-4003.
- [10] Dashtbayazi, M.R., Shokuhfar, A., Simchi, A. (2007). "Artificial neural network modeling of mechanical alloying process for synthesizing of metal matrix nanocomposite powders". Materials Science and Engineering A, Vol. 466, pp. 274-283.
- [11] Dashtbayazi, M.R., Shokuhfar, A. (2007). "Statistical modeling of the mechanical alloying process for producing of Al/SiC nanocomposite powders". Computational Materials Science, Vol. 40, pp. 466-479.

- [12] Montgomery, D.C., Runger, G.C. (2002). "Applied statistics and probability for engineers". Third Edition, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [13] Chatterjee, S., Hadi. A.S. (2006). "Regression analysis by example". Fourth Edition, Hoboken, New Jersey, USA.
- [14] Montgomery, D.C., Peck, E.A., Vining, G.G. (2001). "Introduction to linear regression analysis". John Wiley & Sons, New York, USA.