

## طراحی پایدارترین حرکت ربات متحرک در مسیر مشخص

سید علی اکبر موسویان<sup>۱</sup> و سید شهاب حسینی<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> ربات متحرک، واژگونی، قید هولونومیک، مکانیزم موازی، پایداری در برابر واژگونی، پایدارترین حرکت.</p>	<p>در این مقاله روشی برای پایدارسازی حرکت ربات درحالتی که مسیر مجری نهایی مشخص می‌باشد، ارائه شده است. همچنین سیستم ترکیبی جدیدی برای ربات که توانایی پایدارسازی در مسیرهای ناپایدار را دارد، ارائه شده است. جهت تواناکردن ربات به حفظ پایداری و یا پایدار کردن وضعیت‌های ناپایدار، بین پایه‌ی متحرک و بازوی فعال ربات، از مکانیزم موازی فضایی بهره برده شده است. این مکانیزم هیچ‌گونه دورانی نسبت به پایه نداشته و فقط دارای حرکات انتقالی است. حمل بار بیشتر توسط ربات یکی از مهمترین خواسته‌ها می‌باشد. همزمان با افزایش بار ربات، پایداری در برابر واژگونی ربات به خطر می‌افتد. استفاده از یک مکانیزم موازی به‌عنوان پایه برای مکانیزم سریال، اجازه‌ی حمل بار بیشتری به ربات می‌دهد. در این مقاله معیار پایداری در برابر واژگونی ممان-ارتفاع بررسی شده است و سینماتیک و دینامیک ربات بررسی شده و قیود هولونومیک و نان‌هولونومیک وارده به سیستم استخراج می‌شود. سپس توسط شبیه‌سازی در نرم‌افزار ADAMS مدل ریاضی صحنه‌گذاری می‌شود. در یک مانور قسمتی از مسیر که ناپایدار است، پایدار می‌شود. همچنین برای کل مسیر پایدارترین حرکت طراحی شده است.</p>

### ۱- مقدمه

مقابل پایداری بررسی نمود و چگونه می‌توان پایداری را گسترش داد، زمینه‌ی بسیار وسیعی در علم رباتیک ایجاد کرده است. سالیانه بیش از ۲۰۰۰ نفر در ایالت متحده‌ی آمریکا جان خود را در اثر واژگونی خودرو از دست می‌دهند، و این نشان از اهمیت بررسی موضوع واژگونی دارد [۱].

جهت بالابردن قابلیت‌های ربات‌های متحرک، از بازوهای مکانیکی که روی پایه‌ی متحرک نصب می‌شوند استفاده می‌شود. از جمله مهمترین استفاده‌های ربات‌های متحرک مجهز به یک بازوی مکانیکی می‌توان در کارهای ساخت و ساز، حمل بار، جنگل‌داری، کار در محیط‌های خطرناک مثل صنایع نظامی، هسته‌ای، فضایی، کشف و خنثی‌سازی

متحرک‌شدن پایه‌ی بازوهای مکانیکی، محدوده‌ی کاربرد آن‌ها را به بی‌نهایت گسترش داده است. اما همراه با این مزیت محدودیت‌ها و مشکلاتی نیز ایجاد شده که باعث ایجاد شاخه‌های جدیدی در تحقیقات شده است. یکی از اولین مشکلاتی که با متحرک‌شدن پایه به‌وجود آمد لزوم پایداری در برابر واژگونی این دسته از ربات‌ها بود. این‌که چگونه می‌توان وضعیت بازوی مکانیکی متحرک را در

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: shahabhoseyni@sina.kntu.ac.ir

۱. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی  
۲. فارغ التحصیل دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

معرفی شده است که نسبت به نیروهای خارجی و تغییرات ارتفاع مرکز جرم حساس است.

هر دورانی در سیستم به علت گشتاوری است که به آن وارد می‌شود. معیار گشتاور-ارتفاع<sup>۴</sup> (MHS) از این مفهوم استفاده کرده است [۱۰]. در این معیار از گشتاور ایجاد شده حول اضلاع چندضلعی پایه برای سنجش پایداری استفاده می‌شود. مقایسه‌ی بین چند معیار پایداری در آزمایش واقعی در یک ربات با مکانیزم رانشی شنی مجهز به بازو نشان داده است که معیار MHS نسبت به دیگر معیارها از کارایی و دقت بالایی برخوردار است [۱۱]. در این آزمایش مرکز جرم پایه ثابت است و بنابراین تفاوت بین معیارهای MHS و FA ناچیز است. درحالی‌که در مرجع [۱۲] حساسیت این معیار نسبت به ارتفاع مرکز جرم نشان داده شده است.

در ربات انسان نما طراحی حرکت پایدار از اهمیت خاصی برخوردار است. طراحی حرکت پایدار برای ربات انسان نما توسط موسویان و همکاران انجام شده است [۱۳]. علی‌پور و موسویان در سال ۲۰۱۱ [۱۴] حرکت پایداری بین دو نقطه‌ی ابتدا و انتهای مجری نهایی طراحی کردند. در روش استفاده شده ابتدا حرکت بار و بازوها به دلخواه تعیین شده و سپس حرکت پایه به گونه‌ای تعیین شده است که پایداری ایجاد شود. از آنجا که حرکت بعضی از اعضا از قبل تعیین شده است، لزوماً بهترین حرکت یا پایدارترین حرکت طراحی نشده است.

مکانیزم موازی توسط موسویان و همکاران [۱۵] معرفی شده است؛ که با استفاده از سه عملگر انتقالی در یک صفحه، قادر به ایجاد حرکت سه بعدی در فضا می‌باشد. در مطالعه دیگری [۱۶] مکانیزم موازی فوق روی پایه‌ی متحرکی نصب شده و بازوی سری روی مکانیزم موازی نصب شده است. لذا مکانیزم موازی زمینه را برای انجام مانور و پایداری بیشتر حرکت ربات ایجاد کرده است. در مطالعه ذکر شده [۱۶]، فقط از تغییر پیکربندی مکانیزم موازی جهت برطرف کردن ناپایداری، استفاده شده

مین‌ها، یافتن و نجات مصدومین در زلزله‌ها، سیل و خرابی‌ها اشاره کرد.

وقتی که یک بازوی مکانیکی به یک پایه‌ی متحرک اضافه می‌شود، خود بازو ممکن است در شرایط مختلف باعث ناپایداری سیستم و واژگونی آن شود. اما در صورت اجرای یک الگوریتم صحیح می‌توان از این بازوها برای پایداری بیشتر ربات استفاده کرد. مرجع [۲] به بررسی طراحی حرکت بازوی مکانیکی ماهر با در نظر گرفتن قید پایداری دینامیکی پرداخته است. روش ارائه شده در این مقاله برای حالتی است که اصطکاک کافی بین ربات و زمین وجود داشته باشد. در این مقاله پایه بدون حرکت در نظر گرفته شده است.

در مرجع [۳] معیاری براساس کوتاه‌ترین فاصله افقی از محل مرکز جرم تا لبه‌ی تصویر افقی تکیه‌گاه بازوی مکانیکی متحرک تعریف شده است. این معیار نسبت به سرسنگینی ربات حساس نبوده و یک معیار تقریبی برای حرکت ربات در زمین‌های ناهموار است.

محققانی با استفاده از روش‌های انرژی مینا، به بررسی پایداری پرداخته‌اند [۴]. آقایان قاسم‌پور و سپهری [۵] تلاش کردند تا به جز اثرات انرژی که در معیار فوق لحاظ شده بود، اثرات نیروهای اینرسی و خارجی را نیز به حساب بیاورند. آن‌ها با فرض این‌که مقدار و جهت این نیروها در حین واژگونی ثابت باشد معیار [۴] را بهبود دادند.

در مراجع [۶-۸] معیار نقطه‌ی ممان-صفر<sup>۱</sup> برای بررسی پایداری یک ربات متحرک مجهز به بازوی مکانیکی مورد استفاده قرار گرفته است. در بررسی آن‌ها ربات سیستمی از ذرات متمرکز است که روی یک صفحه‌ی افقی حرکت می‌کند. معیار ZMP یک روش براساس مومنتوم<sup>۲</sup> است و ارتفاع حرکت در آن نقش مستقیم ندارد.

در مرجع [۹] معیار دیگری برای پایداری، به نام معیار نیرو-زاویه<sup>۳</sup> که از یک برداشت هندسی نتیجه شده،

<sup>1</sup> Zero-Moment Point (ZMP)

<sup>2</sup> Moment-based

<sup>3</sup> Force-Angle (FA)

<sup>4</sup> Moment-Height Stability (MHS)

در رابطه‌ی (۲)،  $\mathbf{M}$  ماتریس جرمی،  $\mathbf{V}$  نیروهای کوریولیس و شتاب جانب به مرکز،  $\mathbf{G}$  نیروی گرانش زمین،  $\boldsymbol{\tau}$  نیروهای عملگری،  $\mathbf{B}$  ماتریس ضرایب نیروهای عملگری،  $\boldsymbol{\lambda}$  ضرایب مجهول لاگرانژ و  $\mathbf{A}$  ماتریس ضرایب مجهول لاگرانژ است که از قیود هولونومیک و غیرهولونومیک وارد بر سیستم استخراج می‌شود. رابطه‌ی (۲) قابل تفکیک برحسب متغیرهای افزونه و غیرافزونه به صورت رابطه‌ی سودمند (۳) است.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \mathbf{M}_{nr,r} \\ \mathbf{M}_{r,nr} & \mathbf{M}_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_r \\ \ddot{\mathbf{q}}_{nr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_r \\ \mathbf{V}_{nr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_r \\ \mathbf{G}_{nr} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_r \\ \boldsymbol{\tau}_{nr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r^T \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

که در آن

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

است. در رابطه‌ی (۳)  $\mathbf{q}_r$  مربوط به متغیرهای افزونه و  $\mathbf{q}_{nr}$  مربوط به متغیرهای غیرافزونه است و انتخاب این متغیرها در اختیار طراح است. ماتریس‌های  $\mathbf{M}$ ،  $\mathbf{V}$ ،  $\mathbf{G}$ ،  $\mathbf{B}$  و  $\mathbf{A}$  در رابطه‌ی (۲) برحسب متغیرهای افزونه و غیرافزونه به معادله‌های مشخص در رابطه‌ی (۳) تفکیک می‌شوند. اگر برای متغیرهای مفصلی حرکتی از پیش طراحی شده باشد، به کمک رابطه‌ی فوق می‌توان برای سایر متغیرها، حرکتی بهینه محاسبه کرد. در مطالعه‌ی [۱۷] با استفاده از این روش، بین دو نقطه‌ی اولیه و نهایی، حرکتی با جرم بهینه طراحی شده است.

### ۳- معیار پایداری MHS

برای ساده‌تر شدن محاسبات دستگاه مختصاتی را روی مرکز جرم پایه نصب کرده و محاسبات درون این دستگاه انجام می‌شود. جهت استفاده از این معیار ابتدا باید همه‌ی نیروها و گشتاورهای وارده به پایه از طرف مکانیزم موازی و همچنین نیروهای اینرسی پایه تعیین و سپس گشتاور کلیه‌ی این نیروها حول اضلاع چندضلعی پایه محاسبه

است و حرکت پایه‌ی بازوی سری حفظ شده است؛ درحالی‌که می‌توان از قابلیت‌های سیستم جهت افزایش پایداری به بیشترین حالت استفاده کرد.

در این مقاله ابتدا سینماتیک و دینامیک سیستم استفاده شده در مرجع [۱۶] و تعداد مختصات افزونه مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس ضمن معرفی معیار پایداری در برابر واژگونی ممان-ارتفاع، روش افزایش پایداری سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. صحت الگوریتم ارائه شده در یک ربات شبیه‌سازی شده نیز بررسی می‌شود. این ربات دارای ترکیب جدیدی است و مدل ریاضی آن توسط نرم افزار ADAMS تأیید می‌گردد. استفاده از یک مکانیزم موازی به‌عنوان پایه برای مکانیزم سری، اجازه‌ی حمل بار بیشتری به ربات می‌دهد. توسط الگوریتم ارائه شده قسمت ناپایدار مسیر حرکت، پایدار شده و همچنین پایدارترین حرکت نیز تعیین می‌شود.

### ۲- مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی

اگر مختصات تعمیم‌یافته‌ی سیستم را به صورت  $\mathbf{q} = [q_i]$  و  $i = 1, 2, \dots, n$  در نظر بگیریم و تعداد قیود هولونومیک را با  $h$ ، تعداد قیود غیرهولونومیک را با  $c$  و تعداد مختصات مورد نیاز مجری نهایی برای انجام وظیفه<sup>۱</sup> در محیط کاری را با  $m$  نشان دهیم، در این صورت تعداد درجات افزونگی ربات از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۱۷]:

$$R = n - c - h - m \quad (1)$$

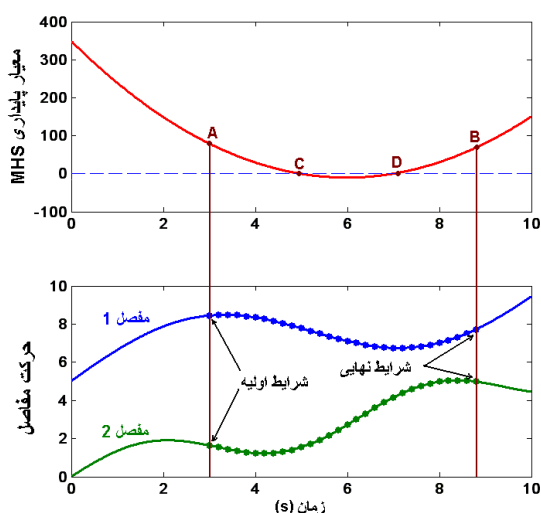
از تعداد درجات افزونگی می‌توان برای بهینه‌کردن پایداری و یا پایدارکردن وضعیت‌های ناپایدار به نحو مطلوبی بهره گرفت.

فرم کلی معادلات حرکت سیستم به صورت معادله‌ی کلی زیر نتیجه می‌شود:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V} + \mathbf{G} = \mathbf{B}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{A}^T\boldsymbol{\lambda} \quad (2)$$

<sup>1</sup> Task coordinates

اگر در حین انجام وظیفه ربات ناپایدار شود، این ناپایداری در شکل ۱ بین نقاط C و D و توسط معیار MHS نشان داده شده است.



شکل ۱- تعیین نقاط ابتدایی و انتهایی در طرفین ناحیهی ناپایدار

در نقاط قبل از نقطه‌ی C و نقاط بعد از نقطه‌ی D ربات در برابر واژگونی پایدار است. راهبردی که برای پایداری معرفی می‌شود این است که حرکت مفاصل ربات را بین دو نقطه‌ی پایدار A و B (در طرفین ناحیه‌ی ناپایدار) مجدداً به گونه‌ای تعریف کنیم که پایداری حاصل شود. بنابراین علاوه بر تأمین پایداری بین نقاط A و B مسیر حرکت مجری نهایی نیز باید حفظ شود.

لذا ابتدا نقاط مناسبی از لحاظ پایداری در طرفین ناحیه‌ی ناپایدار انتخاب می‌شود. این نقاط در شکل ۱، با حروف A و B نشان داده شده است. اگر ربات دارای افزونگی<sup>۱</sup> باشد، به تعداد درجات افزونگی از بین مختصات تعمیم‌یافته در این نقاط، شرایط اولیه و نهایی استخراج می‌شود. بدیهی است در این نقاط با شرایط مکانی و سرعتی استخراج شده، وضعیت ربات پایدار است. اگر نقطه‌ی B در انتهای مسیر حرکت مجری نهایی باشد، آن‌گاه شرایط مرزی برای

شوند. این گشتاورها با نام‌های  $M_1, M_2, \dots, M_n$  نشان داده می‌شوند. بردار یکه‌ی هر ضلع از چندضلعی تکیه-گاهی با  $\hat{a}_i$  نشان داده شده و در دستگاه متصل به پایه محاسبه می‌شوند. این معیار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha_i = (I_{vi})^{\sigma_i} (\mathbf{M}_i \cdot \hat{a}_i) \quad (5)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} +1; & (\mathbf{M}_i \cdot \hat{a}_i) > 0 \text{ اگر} \\ -1; & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (6)$$

$$\alpha = \min_i (\alpha_i), i = \{1, 2, \dots, n\} \quad (7)$$

که در روابط فوق  $I_{vi}$  ممان اینرسی پایه حول  $i$  امین ضلع چندضلعی تکیه‌گاهی،  $\hat{a}_i$  بردار یکه‌ی آن ضلع و  $\mathbf{M}_i$  بردار گشتاور وارده به پایه حول ضلع  $i$  ام است. این گشتاور ناشی از کلیه‌ی نیروهای خارجی و اینرسی وارده به ربات است. رابطه‌ی (۵) از این واقعیت که گشتاور عامل واژگونی ربات است استفاده کرده است. در واقع گشتاور حول یکی از اضلاع چندضلعی تکیه‌گاهی ایجاد و باعث دروان ربات حول آن ضلع شده و در نهایت ربات حول آن ضلع واژگون می‌شود. در این معیار  $\alpha_i$  مثبت به منزله‌ی پایداری حول ضلع  $i$  ام از چندضلعی تکیه‌گاهی است و  $\alpha$  پایداری کل سیستم است. معیار MHS اینرسی پایه را دخیل کرده و در حالت واژگونی ممان اینرسی بیشتر به منزله‌ی واژگونی بیشتر و فرصت بیشتر جهت جبران ناپایداری است. در حالت پایدار ممان اینرسی بیشتر به منزله‌ی پایداری بیشتر است. در واقع طبق قانون اوپلر-نیوتن هر چقدر ممان اینرسی ربات حول ضلعی که حول آن در حال واژگونی است بیشتر باشد، زمان لازم برای واژگونی بیشتر و در نتیجه فرصت بیشتری برای پایدار کردن ربات موجود خواهد بود. معیار فوق به صورت مستقیم نسبت به ارتفاع مرکز جرم حساس نیست بنابراین معیار به صورت رابطه‌ی (۸) تعمیم می‌یابد.

$$\alpha = (h_{c.m})^{\lambda} \cdot \min_i (\alpha_i) \quad (8)$$

$$, i = \{1, 2, \dots, n\}$$

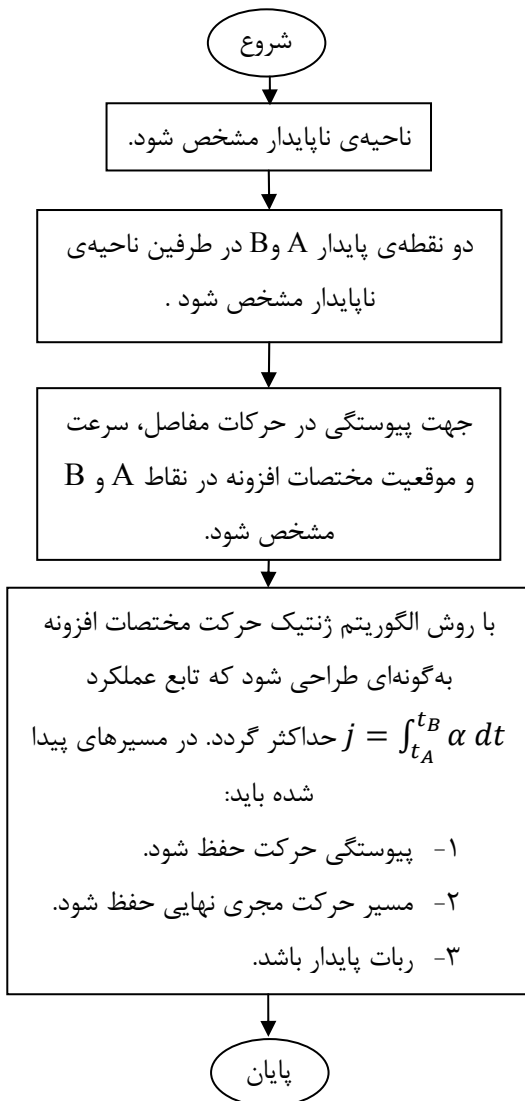
که در آن  $h_{c.m}$  ارتفاع مرکز جرم سیستم است.

<sup>1</sup> Redundancy

در شکل ۳ مراحل این روش به صورت یک الگوریتم نشان داده شده است.

#### ۴- ربات ترکیبی سری- موازی

سیستم مورد بررسی از یک پایه متحرک چرخدار، مکانیزم موازی فضایی و بازوی سری تشکیل شده است (شکل ۴).



شکل ۳- تعریف حرکت‌های مفصلی جهت پایداری ربات

پایه از دو چرخ محرک و دو چرخ کستور تشکیل شده است. چرخ‌های کستور جهت حفظ پایداری استفاده شده‌اند.

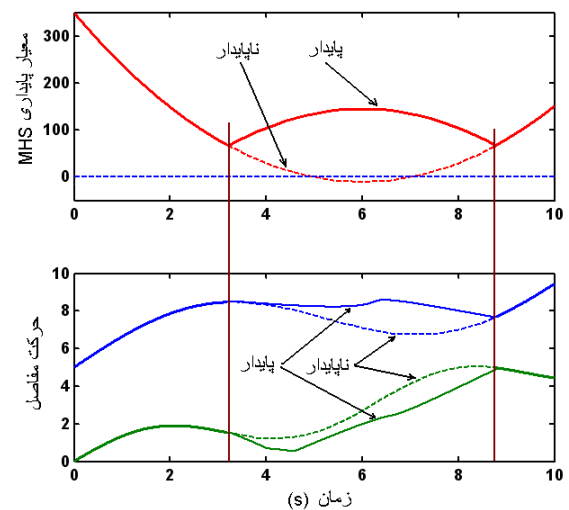
متغیرها در نقطه‌ی B آزاد بوده و فقط حفظ مسیر مجری نهایی دارای اهمیت می‌باشد.

حال باید حرکات مفاصل به گونه‌ای طراحی شود که اولاً پایداری ربات حاصل شود و ثانیاً پیوستگی حرکات مفاصل در نقاط A و B حفظ شود. جهت ارضای شرط پیوستگی حرکت مفاصل، سرعت و موقعیت مفاصل در نقاط A و B باید پیوسته باشند.

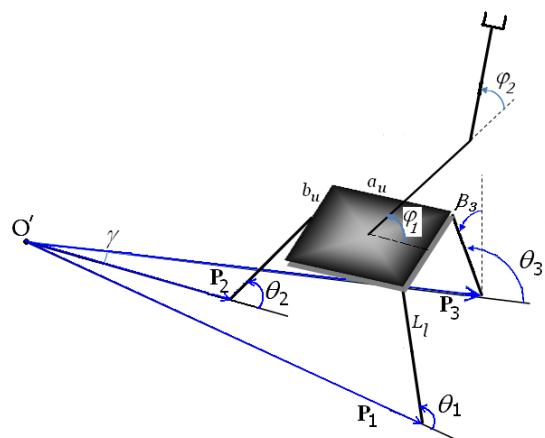
جهت پایدار شدن ربات از معیار MHS بهره برده می‌شود. طبق معیار پایداری MHS، حرکتی پایدار است که در آن در کل مسیر  $0 < \alpha$  باشد. از بین همهی حرکت‌های موجود برای مختصات افزونه، آنهایی که منجر به  $\alpha_i > 0$ ، حول همهی اضلاع چندضلعی تکیه‌گاهی می‌شوند، می‌توانند جواب مسأله باشند. بنابراین برای طراحی مسیر پایدار بین نقاط A و B، دو دسته شرط باید رعایت شود:

- مکان و سرعت مشخص در نقاط A و B
  - رعایت پایداری در مسیر بین نقاط A و B ( $0 < \alpha$ )
- برای یافتن چنین حرکتی از الگوریتم‌های مختلف جستجو مثل الگوریتم ژنتیک می‌توان بهره گرفت.

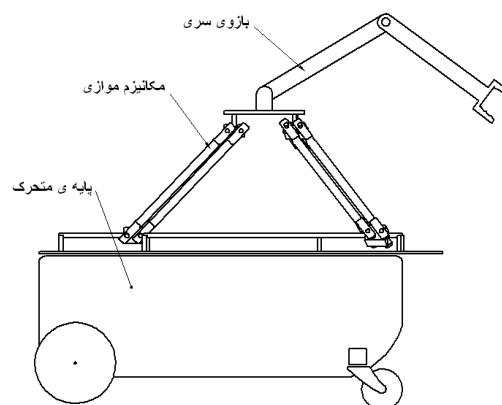
در شکل ۲ به صورت شماتیک رابطه‌ی بین تغییر حرکت مفاصل و پایداری نشان داده شده است. در این شکل در ناحیه‌ی ناپایدار، حرکت مفاصل به گونه‌ای اصلاح می‌شود که ضمن پیوستگی حرکت آن‌ها، پایداری نیز حاصل شود.



شکل ۲- تعریف حرکت‌های مفصلی جهت پایداری ربات



شکل ۶- مفاصل مکانیزم موازی و سری



شکل ۴- ربات ترکیبی متحرک

مختصات عمومی تعمیم یافته‌ی سیستم به صورت روابط زیر هستند:

$$q = [q_{Base} \quad q_{Parallel} \quad q_{Serial}]^T \quad (9)$$

که در آن:

$$q_{Base} = [x \quad y \quad \theta] \quad (10)$$

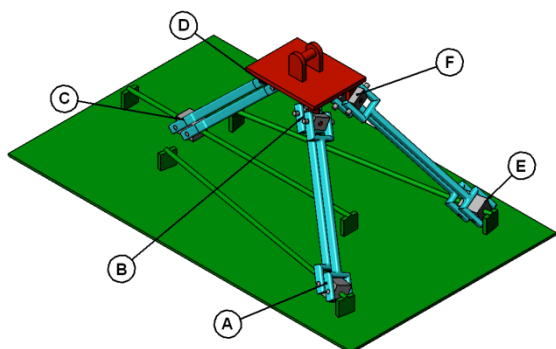
$$q_{Parallel} = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3] \quad (11)$$

$$q_{Serial} = [\varphi_1 \quad \varphi_2] \quad (12)$$

در معادلات بالا  $x, y, \theta$  مربوط به مختصات مرکز جرم پایه هستند. قید غیرهولونومیک وارده بر پایه به صورت رابطه‌ی (۱۳) است.

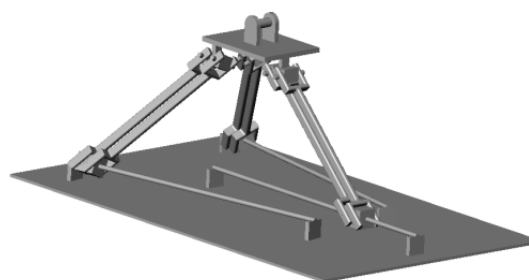
$$\dot{x} \sin(\theta) - \dot{y} \cos(\theta) + d\dot{\theta} = 0 \quad (13)$$

که در آن  $d$  فاصله‌ی بین مرکز جرم پایه‌ی ربات و محور چرخ‌های محرک ربات است. طبق شکل ۷ قیودی بر مکانیزم موازی وارد می‌شوند که در روابط (۱۴) و (۱۵) آمده است. روابط (۱۴) و (۱۵) باتوجه به خاصیت بردارها که در هر دستگاهی صادق است، استخراج می‌شود.



شکل ۷- مفاصل مکانیزم موازی

مکانیزم رانشی پایه از نوع دیفرانسیلی است. مکانیزم موازی از سه عملگر انتقالی بهره می‌برد. از مهمترین خصوصیات این مکانیزم، در یک صفحه بودن عملگرهای آن می‌باشد. این مکانیزم دارای سه درجه آزادی بوده و صفحه‌ی متحرک آن فقط دارای حرکات انتقالی است و هیچ‌گونه دورانی ندارد (شکل ۵). استفاده از این مکانیزم موازی به‌عنوان پایه‌ای برای بازوی سری، سیستم را قادر به حمل بارهای سنگین کرده و پایداری سیستم را نیز افزایش می‌دهد.



شکل ۵- مکانیزم موازی فضایی

فضای کاری و خصوصیات مکانیزم موازی و سینماتیک مستقیم و معکوس این مکانیزم در مرجع شماره [۱۵] آمده است.

متغیرهای تعمیم‌یافته‌ی سیستم را به صورت  $q = [q_i]$  و  $i = 1, 2, \dots, n$  در نظر می‌گیریم. متغیرهای مفصلی مربوط به مکانیزم موازی و بازوی سری در شکل ۶ نشان داده شده‌اند.

درجات افزونگی ربات برابر خواهد بود با:

$$R = 14 - 1 - 6 - 3 = 4 \quad (23)$$

از درجات آزادی افزونه‌ی ربات می‌توان به نحو مطلوبی استفاده کرد و ضمن انجام وظیفه‌ی اصلی ربات، هدف‌های دیگری را نیز برآورده کرد. برای بررسی سینماتیک معکوس باید فرض شود که به تعداد درجات افزونه‌ی ربات، حرکات مفصلی از پیش تعیین شده است.

برای به‌دست آوردن مدل دینامیکی سیستم توضیح داده شده از روش انرژی مبنای لاگرانژ استفاده می‌کنیم. با استفاده از روش لاگرانژ مدل دینامیکی سیستم با استفاده از روش‌های تحلیلی قابل استخراج خواهد بود. لذا ابتدا انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم محاسبه و سپس لاگرانژین سیستم محاسبه می‌شود. حال توسط رابطه‌ی

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \quad (24)$$

که در آن  $L$  لاگرانژین سیستم،  $Q$  نیروی تعمیم یافته،  $\lambda$  ضریب مجهول لاگرانژ،  $\Gamma$  قیود هولونومیک حاکم بر سیستم و  $m$  تعداد قیود هولونومیک مسأله است که در معادلات (۱۶) تا (۲۱) مشخص شده‌اند. همچنین  $A_0$  از رابطه‌ی (۱۳) به صورت رابطه‌ی (۲۵) حاصل می‌شود.

$$A_0 = \quad (25)$$

$[sin(\theta) \quad -cos(\theta) \quad d \quad \mathbf{0}_{(1,n-3)}]$  برای تأیید معادلات دینامیکی استخراج شده در قسمت قبل، مدل دینامیکی در نرم‌افزار آدامز<sup>۱</sup> ایجاد و مانورهای منطقی در هر دو مدل اجرا و نتایج را با هم مقایسه می‌کنیم. در طراحی مسیر برای کنترل صحت مدل، مجری نهایی از حالت سکون شروع به حرکت و سپس دوباره به سکون می‌رسد. در این قسمت مانور طراحی و نتایج حاصل از آن‌ها نشان داده شده‌اند.

<sup>1</sup> ADAMS

$$\overline{AB} + \overline{BF} + \overline{FE} + \overline{EA} = 0 \quad (14)$$

$$\overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{CA} = 0 \quad (15)$$

از دو معادله‌ی فوق شش قید هولونومیک زیر حاصل می‌شوند:

$$\Gamma_1: -L_1 \sin(\gamma) \sin(\beta_1) \sin(\theta_1) + L_1 \cos(\gamma) \cos(\theta_1) + p_1 \cos(\gamma) - L_1 \cos(\theta_2) - p_2 - a_u = 0 \quad (16)$$

$$\Gamma_2: L_1 \sin(\gamma) \sin(\beta_3) \sin(\theta_3) + L_1 \cos(\gamma) \cos(\theta_3) + p_3 \cos(\gamma) - L_1 \cos(\theta_2) - p_2 - a_u = 0 \quad (17)$$

$$\Gamma_3: -L_1 \sin(\beta_2) \sin(\theta_2) + L_1 \cos(\gamma) \sin(\beta_1) \sin(\theta_1) + L_1 \sin(\gamma) \cos(\theta_1) + p_1 \sin(\gamma) - \frac{1}{2} b_u = 0 \quad (18)$$

$$\Gamma_4: -L_1 \cos(\gamma) \sin(\beta_3) \sin(\theta_3) + L_1 \sin(\gamma) \cos(\theta_3) + p_3 \sin(\gamma) + L_1 \sin(\beta_2) \sin(\theta_2) - \frac{1}{2} b_u = 0 \quad (19)$$

$$\Gamma_5: L_1 (\cos(\beta_1) \sin(\theta_1) - \cos(\beta_2) \sin(\theta_2)) = 0 \quad (20)$$

$$\Gamma_6: L_1 (\cos(\beta_3) \sin(\theta_3) - \cos(\beta_2) \sin(\theta_2)) = 0 \quad (21)$$

که در معادلات فوق  $|AB| = |CD| = |EF| = L_1$  است. ۶ قید فوق هولونومیک و از مرتبه‌ی موقعیت هستند.

در سیستم موردنظر، مختصات تعمیم‌یافته به صورت زیر هستند:

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_{base_{3 \times 1}} \quad \mathbf{q}_{parallel_{9 \times 1}} \quad \mathbf{q}_{serial_{2 \times 1}}]^T \quad (22)$$

که در رابطه‌ی فوق  $x, y, \theta$  مختصات مرکز جرم پایه‌ی متحرک،  $p_i, \beta_i, \theta_i$  متغیرهای مفصلی مکانیزم موازی و  $\varphi_2, \varphi_1$  متغیرهای مفصلی بازوی سری هستند. همچنین تعداد قیود هولونومیک و غیرهولونومیک طبق معادلات (۱۳) و (۱۶) الی (۲۱) به ترتیب برابر با

در نهایت برای سادگی تمام این نیروها و گشتاورها به مرکز جرم منتقل و روی دستگاه متصل به پایه نگاشت داده می‌شوند. اکنون از طریق رابطه‌ی (۷) پایداری در هر لحظه تعیین می‌شود. در سیستم بررسی شده، چندضلعی تکیه‌گاهی دارای چهار ضلع است؛ بنابراین در طی حرکت باید همواره:

$$\alpha_i > 0, i = 1, 2, 3, 4 \quad (29)$$

باشد. در ادامه کارایی الگوریتم ارائه شده و مکانیزم معرفی شده، در طی یک حرکت نشان داده خواهد شد.

### ۵- نتایج شبیه سازی

در این مانور ربات باری به جرم  $m_{Load} = 20 \text{ kg}$  را در مسیری مشخص و مستقیم از نقطه‌ی شروع  $(x = 0.9 \text{ m}, y = 0 \text{ m}, z = 0.3 \text{ m})$  طی زمان ۱۰ ثانیه به نقطه‌ی نهایی با مختصات  $(x = 1.895 \text{ m}, y = 0 \text{ m}, z = 0.4 \text{ m})$  حمل می‌کند. مسیر زمانی<sup>۲</sup> حرکت مجری نهایی به صورت رابطه‌ی (۳۰) در نظر گرفته می‌شود.

$$s = (0.6e - 4)t^5 - (0.1e - 2)t^4 + 0.01 t^3 \text{ m} \quad (30)$$

در این مانور فرض می‌شود که مفاصل بازوی سری، ثابت و دارای مقادیر<sup>۱</sup>  $\varphi_1 = 5^\circ, \varphi_2 = 5^\circ$  می‌باشند. همچنین فرض می‌شود پایه روی مسیر مستقیمی از مختصات  $(x = -0.3 \text{ m}, y = 0 \text{ m}, \theta = 0 \text{ rad})$  به نقطه‌ای با مختصات  $(x = 0.5 \text{ m}, y = 0 \text{ m}, \theta = 0 \text{ rad})$  برسد. مرکز جرم پایه طبق مسیر زمانی رابطه‌ی (۳۱) این حرکت را انجام می‌دهد.

$$x = (3e - 5)t^5 - (-0.075e - 3)t^4 + (0.5e - 2)t^3 - 0.3 \text{ m} \quad (31)$$

در مانور دوم برای مکانیزم موازی حرکات سینوسی طبق معادلات (۲۶) و مفاصل بازوی سری طبق معادلات (۲۷) و (۲۸) مانوری در طی ۵ ثانیه انجام می‌دهند.

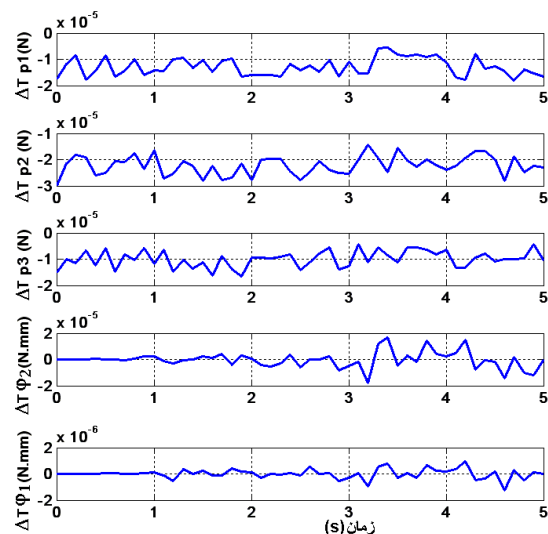
$$\begin{cases} p_1 = -5 \sin(t) + t + 1280.9 \text{ mm} & (26) \\ p_2 = 30 \sin(2t) + 10t + 672.13 \text{ mm} \\ p_3 = -10 \sin(3t) - 5t + 1280.9 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\varphi_1 = -90 + \frac{72}{5}t^3 - \frac{108}{25}t^4 \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{216}{625}t^5 \text{ deg} \\ \varphi_2 = & \frac{576}{25}t^3 - \frac{1728}{125}t^4 + \frac{1728}{625}t^5 \\ & - \frac{576}{3125}t^6 \text{ deg} \end{aligned} \quad (28)$$

نتایج شکل ۸ نشان می‌دهد که مدل استخراج شده، مدل دقیقی بوده و نتایج از اعتماد کافی برخوردار است.

جهت استفاده از معیار MHS ابتدا نیروهای وارده به پایه-ی متحرک از طرف مکانیزم موازی به روش نیوتن-اولیبر محاسبه می‌شود. این نیروها و گشتاورها که در سه نقطه به پایه وارد می‌شوند باید به مرکز جرم پایه منتقل شوند. برنامه‌ی مبسوطی در فضای برنامه نویسی نرم‌افزار متلب<sup>۱</sup> نوشته شده است که این نیروها را براساس متغیرهای مفصلی در هر لحظه محاسبه می‌کند. علاوه بر نیروهای فوق، نیروهای اینرسی ناشی از پایه در واژگونی موثرند.



شکل ۸- اختلاف نیروهای عملگری بین مدل ADAMS و معادلات حرکت استخراج شده

<sup>2</sup> Trajectory

<sup>1</sup> MATLAB



مجهول است. از بین جواب‌های مختلف جوابی که تابع عملکرد زیر را حداکثر کند، بهترین جواب است:

$$j = \int_{7.6}^{10} a \, dt \quad (33)$$

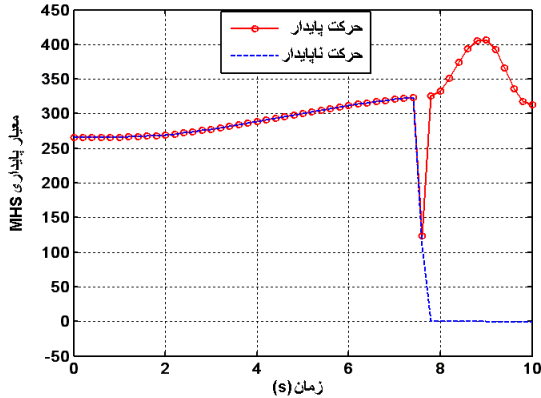
نتیجه‌ی نهایی در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۱- مختصات تعمیم یافته‌ی پایه‌ی چرخ‌دار

نقطه‌ی ابتدایی (A)	نقطه‌ی نهایی (B)
$x_B = 0.1534 \, \text{m}$	$x_B = \text{free}$
$\dot{x}_B = 0.0499 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\dot{x}_B = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$y_B = 0 \, \text{m}$	$y_B = 0 \, \text{m}$
$\dot{y}_B = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\dot{y}_B = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

جدول ۲- متغیرهای مفصلی بازوی سری

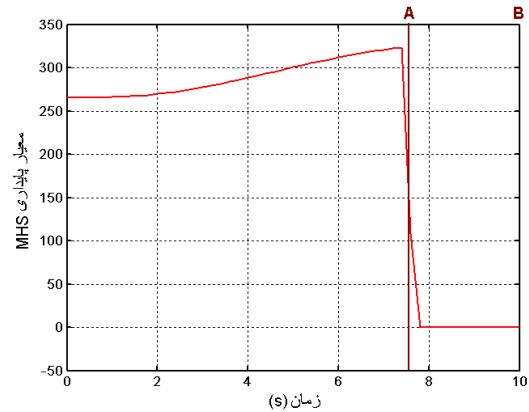
نقطه‌ی ابتدایی (A)	نقطه‌ی نهایی (B)
$\varphi_1 = 0.0873 \, \text{rad}$	$\varphi_1 = 0.0873 \, \text{rad}$
$\dot{\varphi}_1 = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\dot{\varphi}_1 = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$\varphi_2 = 0.0873 \, \text{rad}$	$\varphi_2 = 0.0873 \, \text{rad}$
$\dot{\varphi}_2 = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$\dot{\varphi}_2 = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$



شکل ۱۰- تغییرات معیار پایداری MHS قبل و بعد از پایداری‌سازی

در شکل ۱۰ قسمتی از حرکت که پایدار است، بدون تغییری در مسیر حرکت مجری نهایی و حرکت مفصل باقی مانده است (قبل از زمان  $t = 7.6 \, \text{s}$  ثانیه). در قسمت ناپایدار مسیر طبق روش بیان شده، حرکت مفصل به‌گونه‌ای تعیین شد که پایداری افزایش یافته، و حرکت ربات ایمن گردد. این افزایش پایداری به‌علت تغییر حرکت پایه‌ی متحرک چرخ‌دار و در نتیجه تغییر مکان مکانیزم

پایداری ربات با استفاده از معیار MHS در طی مانور محاسبه شده و نتیجه در شکل ۱۰ در هر لحظه نشان داده شده است. طبق شکل ۱۰ در لحظه‌ی  $t = 7.6 \, \text{s}$  پایداری کاهش یافته و منجر به ناپایداری سیستم می‌گردد.



شکل ۹- وضعیت پایداری در طی حرکت و انتخاب نقاط A و B

بنابراین حرکت مفاصل ایمنی ربات را تأمین نکرده و نیاز به اصلاح دارند. جهت پایدار کردن ربات نقطه‌ی A در زمان  $t = 7.6 \, \text{s}$  و نقطه‌ی B در آخر مسیر انتخاب می‌شود. در بین این نقاط، ربات ناپایدار است. سرعت‌ها و موقعیت مفاصل در نقطه‌ی A و B در جداول ۱ و ۲ آمده است. از آنجا که در نقطه‌ی B ربات ناپایدار است، انتهای حرکت پایه را آزاد گذاشته تا این ناپایداری رفع گردد. برای طراحی حرکت باتوجه به شرایط اولیه و نهایی بالا در طی ۲/۶ ثانیه از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در الگوریتم ژنتیک برای مفاصل، حرکت درجه پنج با ضرایب نامشخصی طراحی شده است که با تغییر ضرایب و باتوجه به رابطه‌ی (۳۲)، حرکت‌های متنوعی ایجاد می‌شود.

$$s = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (32)$$

برای هر مفصل شرایط اولیه و نهایی حرکتش مشخص است. و با تغییر شتاب در اول و آخر مسیر ضرایب معادله تغییر می‌کنند. برای حرکت پایه نقطه‌ی نهایی حرکت نیز

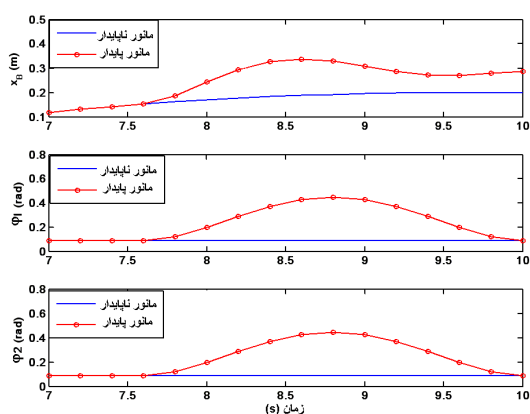
ژنتیک برای بازوی سری و پایه در روابط (۳۴) تا (۳۶) آمده است.

$$x_B = -0.07 t^5 + 3.266 t^4 - 58.081 t^3 + 514.5 t^2 - 2269.45 t + 3988.0 m \quad (34)$$

$$\varphi_1 = -0.0001 t^5 + 0.1779 t^4 - 6.179 t^3 + 80.71 t^2 - 466.57 t + 1006.0 rad \quad (35)$$

$$\varphi_2 = 0.0131 t^5 - 0.425 t^4 + 4.751 t^3 - 17.85 t^2 - 24.452 t + 216.9 rad \quad (36)$$

در شکل ۱۲ تغییرات حرکت متغیرها قبل و بعد از پایدارسازی نشان داده شده است.



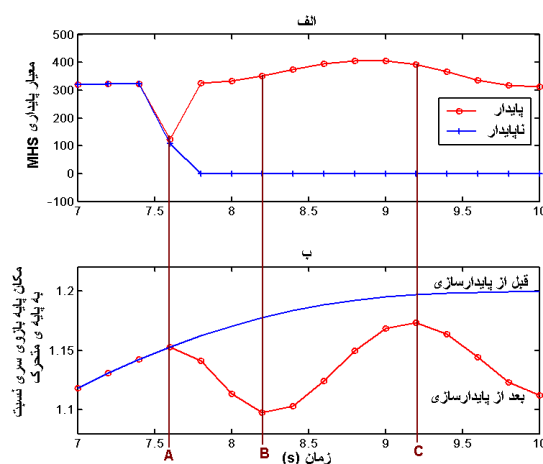
شکل ۱۲- تغییرات زوایای بازوی سری و حرکت پایه متحرک

اگر شرایط انتهایی حرکت مفاصل معین باشد، طراحی حرکت پایدار برای ناحیه‌ی ناپایدار مانند قبل است. ولی اگر شرایط انتهایی مفاصل در نقطه‌ی B آزاد گذاشته شود، می‌توان پایدارترین حالت را به شرط حفظ مسیر حرکت مجری نهایی تعیین کرد. در شکل ۱۳ برای قسمت ناپایدار، پایدارترین حالت ممکن طراحی شده است. برای تعیین پایدارترین حالت ممکن برای ناحیه‌ی ناپایدار از تابع عملکرد زیر استفاده شده است که باید حداکثر شود.

$$j = \int_{7.6}^{t_f} \alpha dt \quad (37)$$

موازی نسبت به پایه‌ی چرخ‌دار و در نهایت تغییرمکان پایه‌ی مکانیزم سری و بار نسبت به پایه‌ی متحرک چرخ‌دار حاصل شده است. این تغییرات در شکل ۱۱ با وضوح و جزئیات بیشتر نشان داده شده است.

در شکل ۱۱ حرکت مفاصل به‌گونه‌ای اصلاح شد که مسیر ناپایدار، پایدار شود (شکل ۱۱- الف، از نقطه‌ی A به بعد). پایه‌ی بازوی سری توسط مکانیزم موازی به‌گونه‌ای حرکت داده می‌شود که همواره پایداری حفظ شود. از نقطه‌ی A پایه‌ی بازوی سری به چندضلعی تکیه‌گاهی نزدیک می‌شود و باعث از بین رفتن ناپایداری شده و حرکت پایداری را به‌وجود آورده است. این روند تا نقطه‌ی B ادامه یافته است. در این نقطه پایداری به حالت عادی برگشته و بنابراین باتوجه به مسیر حرکت، پایه‌ی بازوی سری مجدداً از چندضلعی تکیه‌گاهی فاصله می‌گیرد. در نقطه‌ی C مجدداً پایداری در آستانه‌ی کم شدن قرار گرفته و بنابراین باز پایه‌ی سری به چندضلعی تکیه‌گاهی نزدیک شده تا رفع ناپایداری کند.



شکل ۱۱- تغییرات پایه‌ی بازوی سری نسبت به پایه‌ی متحرک چرخ‌دار و اثر آن در پایداری

نمودار الف) معیار پایداری MHS قبل و بعد از پایدارسازی نمودار ب) تغییرمکان پایه‌ی بازوی سری نسبت به پایه‌ی چرخ‌دار

بنابراین کاربرد و توانایی مکانیزم موازی به‌خوبی طی این مانور مشاهده می‌شود. نتایج حاصل از حل با الگوریتم

$$j = \int_0^{t_f} a dt \quad (38)$$

طبق رابطه‌ی (۳۸) پایدارترین حرکت موقعی به دست می‌آید که مجموع مقادیر معیار پایداری در طی زمان حرکت بیشترین باشد.

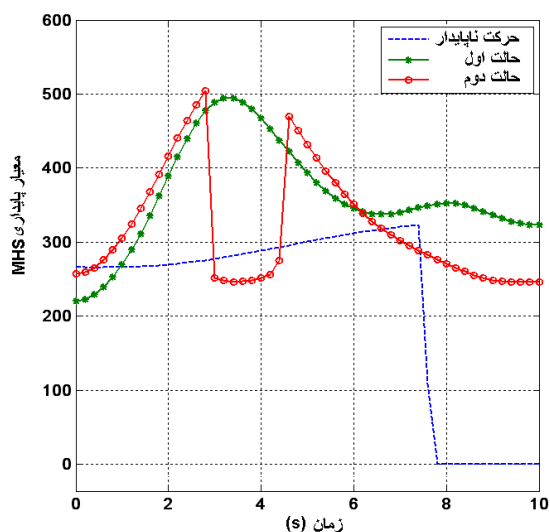
در حالت دوم تابع عملکرد به صورت رابطه‌ی زیر است که باید حداکثر شود:

$$j = \min(\alpha) \quad (39)$$

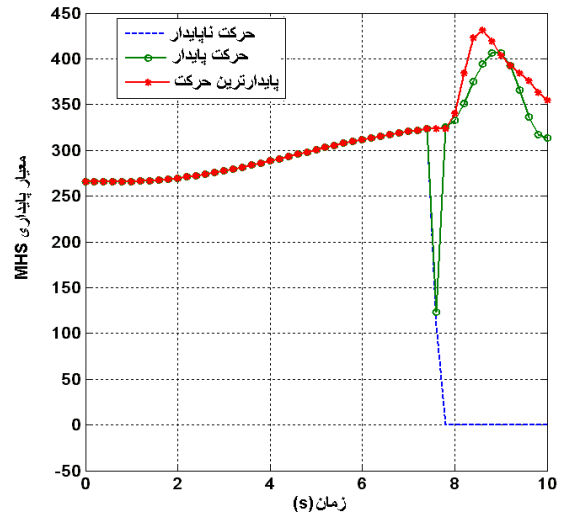
رابطه‌ی (۳۹) بیان می‌دارد که از بین همه‌ی حرکت‌های پایدار، حرکتی پایدارترین است که کمترین مقدار پایداری آن در کل زمان حرکت، بیشتر از کمترین مقدار پایداری سایر حرکت‌ها باشد.

در عمل، تابع عملکرد (۳۹) نسبت به تابع عملکرد (۳۸) نتایج بهتری خواهد داشت زیرا در حرکت ربات، خطرناک‌ترین لحظه، موقعی است که ربات در آستانه‌ی واژگونی قرار می‌گیرد. بنابراین پایداری خطرناک‌ترین زمان‌ها باید افزایش یابد.

برای مسیر مشخص قبلی از کل ظرفیت ربات استفاده کرده و پایدارترین حرکت را با دو تابع عملکرد متفاوت طبق روابط (۳۸) و (۳۹)، در کل زمان حرکت مورد بررسی قرار می‌دهیم. در شکل ۱۵ نتایج نشان داده شده است.

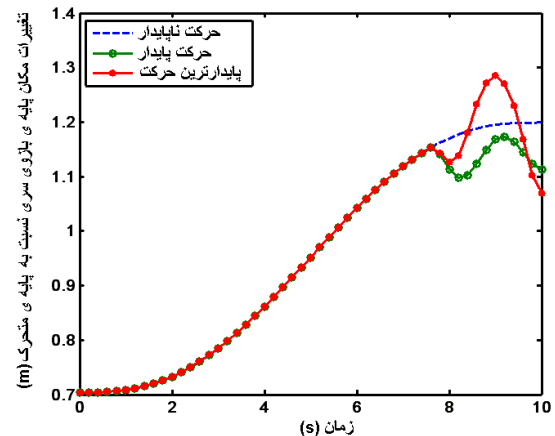


شکل ۱۵- پایدارترین حالت در کل مسیر بر اساس دو تابع عملکرد متفاوت



شکل ۱۳- تغییرات پایداری در حالت پایدارترین طراحی مسیر برای ناحیه‌ی ناپایدار

در شکل ۱۴ تغییرات مکان پایه‌ی بازوی سری نسبت به چندضلعی تکیه‌گاهی نشان داده شده است. مجدداً در پایدارترین حرکت، موقعیت پایه‌ی بازوی سری نسبت به چندضلعی تکیه‌گاهی دارای رفتار یکسان ولی با مقادیر مختلف است.



شکل ۱۴- تغییرات پایه‌ی بازوی سری نسبت به پایه‌ی متحرک چرخ‌دار

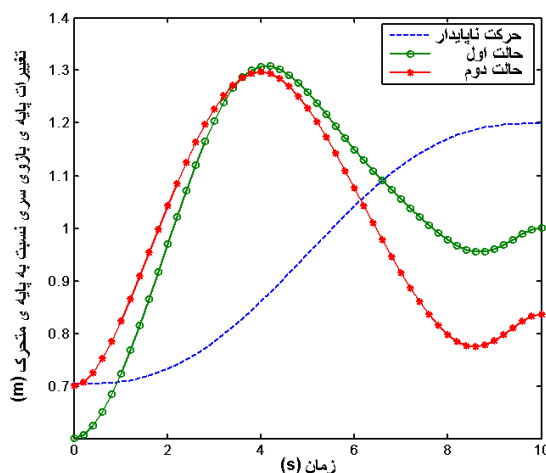
می‌توان پایدارترین حرکت را روی کل مسیر حرکت پیاده سازی کرد. بدین منظور می‌توان از دو تابع عملکرد متفاوت طبق روابط (۳۸) و (۳۹) استفاده کرد که هر دو تابع عملکرد باید ماکزیمم گردد.

تابع عملکرد در حالت اول در رابطه‌ی (۳۸) ذکر شده است.

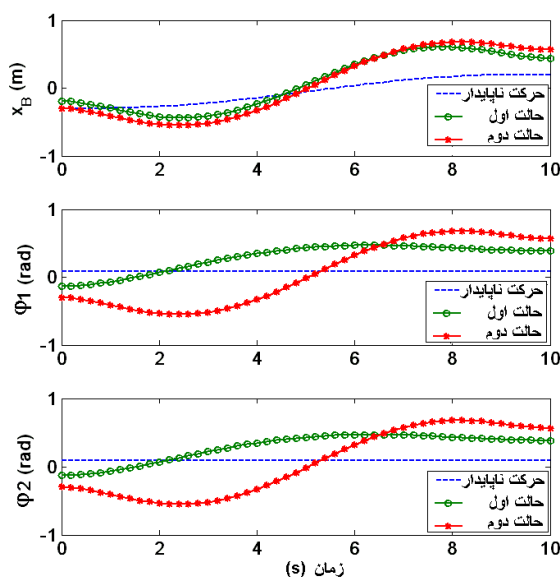
سری نسبت به پایه‌ی متحرک چرخ‌دار در شکل ۱۶ نشان داده شده است.

در شکل ۱۷ تغییرات زوایای بازوی سری و موقعیت مرکز جرم پایه‌ی متحرک در دستگاه مرجع نشان داده شده است.

طبق نتایج شکل ۱۵ وقتی از رابطه‌ی (۳۹) به‌عنوان تابع عملکرد استفاده شده است، کمترین مقدار پایداری که در لحظه‌ی  $t = 3.5$  رخ داده بیشتر از کمترین مقدار پایداری در حرکت پایدار دیگر است. موقعیت پایه‌ی بازوی



شکل ۱۶- تغییرات پایه‌ی بازوی سری نسبت به پایه‌ی متحرک چرخ‌دار



شکل ۱۷- تغییرات زوایای بازوی سری و حرکت پایه‌ی متحرک

مهمترین قابلیت این سیستم، توانایی آن در جابه‌جا کردن پایه‌ی بازوی سری نسبت به پایه‌ی متحرک چرخ‌دار توسط مکانیزم موازی است که کمک شایانی به پایداری

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله پایداری سیستم رباتیکی معرفی شده در مرجع [۱۶] به‌طور کامل‌تری مورد بررسی قرار گرفت.

ربات در مسیر مشخص مجری نهایی با تابع عملکرد مناسبی طراحی شد. در تحقیقات بعدی بیشترین بار قابل حمل برای ربات ضمن حفظ پایداری و با در نظر گرفتن محدودیت عملگرها بدست خواهد آمد.

ربات می‌کند. الگوریتمی جهت پایداریسازی قسمتی از حرکت که ناپایدار است ارائه شد. توسط الگوریتم ارائه شده پایداری سیستم به کمک روش MHS در مسیرهای ناپایدار حفظ گردید. همچنین پایدارترین حرکت برای

## مراجع

- [1] Peters, S.C., Iagnemma, K. (2006). "An analysis of rollover stability measurement for high-speed mobile robots". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3711-3716.
- [2] Dubowsky, S., Vance, E.E. (1989). "Planning mobile manipulator motions considering vehicle dynamic stability constraints manipulators". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1271-1276.
- [3] McGhee, R.B. , Iswandi, G.I. , (1979). "Adaptive locomotion of a multilegged robot over rough terrain". IEEE Trans. Syst., Man Cybernetics, Vol. SMC-9, No. 4, pp. 176-182.
- [4] Messuri, D.A., Klein, C.A. (1985). "Automatic body regulation for maintaining stability of a legged vehicle during rough-terrain locomotion". IEEE J. Robotics and Automation, Vol. RA-1, pp. 132-141.
- [5] Ghasempoor, A., Sepehri, N. (1995). "A measure of machine stability for moving base manipulators". in IEEE Int. Conj. on Robotics and Automation, Nagoya, Japan, pp. 2249-2254.
- [6] Huang, Q., Sugano, S. (1995). "Manipulator motion planning for stabilizing a mobile manipulator". Proceedings of the IEE International Conference on Intelligent Robots, Pittsburg, PA, pp. 467-472.
- [7] Huang, Q., Sugano, S., Tanie, K. (1998). "Motion planning for a mobile manipulator considering stability and task constraints". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuvan, Belgium Vol. 3, pp. 2192-2198.
- [8] Huang, Q., Sugano, S., Tanie, K. (1997). "Stability compensation of a mobile manipulator by manipulator motion: Feasibility and planning". Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 1285-1292.
- [9] Papadopoulos, E.G., Rey, D.A. (1996). "A new measure of tipover stability margin for mobile manipulators". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3111-3116.
- [10] Moosavian, S.A.A., Alipour, K. (2007). "On the dynamic tip-over stability of wheeled mobile manipulators". International Journal of Robotics and Automation, Vol. 22, No. 4, pp. 322-328.
- [11] Roan, P., Burmeister, A., Rahimi, A., Holz, K., Hooper, D. (2010). "Real-world validation of three tipover algorithms for mobile robots". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Alaska, USA, pp. 4431-4436.
- [12] Moosavian, S.A.A., Alipour, K. (2006). "Moment-height tip-over measure for stability analysis of mobile robotic systems". Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 5546-5551.
- [13] Moosavian, S.A.A., Alghooneh, M., Takhmar, A. (2009). "Cartesian approach for gait planning and control of biped robots on irregular surfaces". International Journal of Humanoid Robotics, Vol. 6, No. 4, pp. 675-697.
- [14] Alipour, K., Moosavian, S.A.A. (2011). "Point-to-point stable motion planning of wheeled mobile robots with multiple arms for heavy object manipulation". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Shanghai, China.

- [15] Moosavian, S.A.A., Hasani, A., Nazari, A.A. (2011). "Kinematics and workspace analysis of a novel 3-DOF spatial parallel robot". Proceedings of the ICEE International Conference on Electrical Engineering, Tehran, Iran.
- [16] Moosavian, S.A.A., Hoseyni, S.S. (2011). "Dynamic modeling and tipover stability of a hybrid serial-parallel mobile robot". Proceedings of the ICCIA International Conference on Control, Instrumentation and Automation, Shiraz, Iran.
- [17] Korayem, M.H., Nikoobin, A., Azimirad, V. (2008). "Maximum load carrying capacity of mobile manipulators: optimal control approach". Robotica, United Kingdom, Vol. 27, pp.147–159.