مدل‌سازی سه‌بعدی روسازی بتنی راه‌آهن به‌منظور بررسی پاسخ فرکانسی خط

مجید قلی زاده، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

ایمان آقایان*، استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

Email: iman.aghayan@shahroodut.ac.ir

دریافت: ۹۵/۱۲/۱۵ – پذیرش: ۹۶/۰۵/۰۸

چکیده

با گذشت زمان، به دلیل محدودیت‌های زیاد خطوط بالاستی (برای مثال، محدودیت افزایش سرعت و ظرفیت باربری) و هزینه-های تعمیرات این خطوط، طرح استفاده از خطوط بتنی جایگزین خطوط بالاستی شد. اما با استفاده از خطوط بتنی، ابعاد جدیدی در زمینه دینامیک این خطوط مطرح گردید. هدف از این مطالعه، بررسی تأثیر پارامترهای ابعادی و مکانیکی اجزای تشکیل‌دهنده خط (شامل ضخامت و مدول الاستیسیته لایه‌ها) روی پاسخ دینامیک قائم مدل سه‌بعدی با استفاده از روش المان محدود است. خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ به‌عنوان یکی از پرکاربردترین خطوط مورد استفاده در دنیا، برای این مطالعه انتخاب شد. تحلیل اجزای محدود خط به دو صورت تحلیل فرکانسی و تحلیل دینامیک حالت پایدار انجام شد. با استفاده از تحلیل فرکانسی، فرکانس‌های طبیعی و مدهای ارتعاشی متناظر آن و سپس به کمک تحلیل دینامیک حالت پایدار، تابع پاسخ فرکانسی خط استخراج گردید. مقایسه بین نتایج نشان داد که کاهش مدول الاستیسیته اجزای تشکیل‌دهنده خط منجر به کاهش فرکانس-های تشدید و افزایش پاسخ فرکانسی قائم خط شده است. همچنین، افزایش ضخامت لایه‌ها منجر به افزایش فرکانس‌های تشدید و کاهش پاسخ‌های فرکانسی شده است. مدول لایه هیدرولیکی و ضخامت لایه بتنی پارامترهایی بودند که بیشترین تأثیر را در رفتار دینامیک قائم این خط بتنی داشتند.

واژه‌های کلیدی: مدل‌سازی خط بتنی، رفتار دینامیک قائم خط، روش اجزای محدود، پاسخ فرکانسی

۱. مقدمه

خرابی‌های هندسی و اجزای تشکیل‌دهنده خط در خطوط بتنی راه‌آهن، نسبت به خطوط بالاستی کمتر است و در نتیجه، عملیات تعمیر و نگهداری کاهش چشمگیری یافته است. از طرفی، در صورت وقوع خرابی در خطوط بتنی، هزینه تعمیرات آن نسبت به خطوط بالاستی بیشتر خواهد بود. همچنین، به دلیل حذف بالاست و جایگزینی آن با بتن سخت‌تر، ارتعاشات در خط بتنی نسبت به خط بالاستی افزایش می‌یابد. یکی از مشکلات اصلی در طراحی این خطوط، عدم شناخت دقیق رفتار دینامیک خط در شرایط عبور قطار است که به دلیل طراحی‌های نادرست ممکن است هزینه‌های هنگفتی پس از اجرا، صرف تعمیر و نگهداری آن گردد. داشتن درکی کامل از رفتار و

مکانیزم عملکرد دینامیک این خطوط از ملزومات مهندسی خطوط راه‌آهن است. لذا، برای دستیابی به این مهم، استفاده از توابع پاسخ فرکانسی خط حائز اهمیت است. با توجه به ماهیت دینامیک بار متحرک قطار روی خط آهن و متغیر بودن شدت آن متناسب با زمان، تابع پاسخ فرکانسی خط از مهم‌ترین پارامترهایی است که نتایج تحلیلی مناسبی را در حوزه فرکانسی ارائه می‌دهد.

در حال حاضر در جهان، خطوط بتنی مختلفی در حال اجرا است. مطالعات نشان می‌دهد که مدل رهدا ۲۰۰۰ جزو پرکاربردترین خطوط است. در این مطالعه، با مدل‌سازی سه‌بعدی این خط، با استفاده از روش المان محدود، به بررسی رفتار دینامیک قائم آن پرداخته شده تا شناخت بهتری از میزان تأثیر پارامترهای ابعادی و مکانیکی اجزای تشکیل‌دهنده خط (شامل ضخامت و مدول الاستیسیته لایه‌ها) روی پاسخ‌های فرکانسی به‌دست آید. در نهایت، نتایج به‌دست آمده از تمام لایه-های یک مدل در دو بخش تغییرات ضخامت و تغییرات مدول الاستیسیته در کنار یکدیگر گذاشته شده است تا مقایسه‌ای بین میزان اثرگذاری هر لایه در رفتار دینامیک قائم خط انجام شود. سپس، رتبه‌بندی میزان اثرگذاری پارامترهای ابعادی و مکانیکی اجزای تشکیل‌دهنده خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ روی تابع رسپتنس نسبت به شرایط معمول طراحی انجام شد.

۲. پیشینه تحقیق

پیدایش اولین سیستم‌های روسازی بتنی مدت‌ها قبل، تقریباً در شروع قرن ۲۰ میلادی بوده است. اما این خطوط در ۴۰ سال گذشته رشد و توسعه زیادی داشته‌اند. مروری بر ادبیات فنی موجود نشان می‌دهد که به‌طور کلی در بررسی ارتعاشات خطوط ریلی دو دیدگاه حاکم است. در دیدگاه نخست، ناوگان به‌صورت مجموعه‌ای از جرم، فنر و میراگر در نظر گرفته شده و اندرکنش آن با روسازی خط به‌صورت یک تیر (ریل) پیوسته و مجموعه‌ای از جرم، فنر و میراگر بررسی شده است. در دیدگاه دوم، مجموعه خط و محیط اطراف آن به‌صورت یک سیستم پیوسته در نظر گرفته شده و ارتعاشات ناشی از بار متحرک ناوگان، در خط و محیط اطراف آن مطالعه شده است. دافی (۱۹۹۰) پاسخ دینامیک یک ریل با فرض بی‌نهایت بودن طول آن را براثر عبور یک جرم مرتعش بررسی نمود. او در تحلیل خود از بستر وینکلر به‌عنوان بستر خاکی استفاده کرد. کای و ریموند (۱۹۹۴)، مدلی سه‌بعدی متشکل از المان‌های فنر و میراگر برای شبیه‌سازی مکانیزم عملکرد بالشتک ریل معرفی نمودند. در این مدل‌سازی، تیر به هر دو صورت اولر- برنولی و رایلی-تیموشنکو مدل گردید. در مدل‌سازی تراورس از المان تیر دیگری استفاده شد. مجموعه فوق برای شبیه‌سازی بستر ارتجاعی روی فنر و میراگرهای موازی قرار گرفت. کالکر (۱۹۹۶) مدل‌سازی خط را به‌صورت تیر روی تکیه‌گاه مجزا انجام داد و تغییرمکان‌های قائم خط بر اثر عبور بار عمودی متحرک با شدت متغیر را بررسی نمود. رویکرد این مطالعه دستیابی به منحنی‌های تغییرمکان قائم خط در زمان‌های مختلف بارگذاری بود. مدشوس و همکاران (۱۹۹۸) به کمک مدل‌سازی عددی، به شبیه‌سازی لرزش ناشی از حرکت قطار در زمین اطراف خط آهن پرداختند. ویژگی اصلی این تحقیق، مدل‌سازی بی‌نهایت جانبی زمین طبیعی و بررسی امکان تطبیق دادن شرایط خاکریز و ریل در مطالعات عددی است. همچنین، مدل‌سازی آن‌ها قابلیت بررسی فرکانس‌های کم ارتعاشات شبه‌استاتیک ناشی از بار متحرک و فرکانس‌های زیاد ناشی از ارتعاشات دینامیک را دارد. مطالعات آن‌ها نشان داد که افزایش سختی خط با ایجاد تیرهای صلب بتنی در بستر، کاهش چشمگیر ارتعاشات ایجاد شده در زمین اطراف خط را به همراه خواهد داشت.

پاپ و همکاران (۱۹۹۹)، رفتار دینامیک خط بالاستی در بازه فرکانسی ۵۰ تا ۵۰۰ هرتز را مورد مطالعه قرار دادند و اندرکنش وسیله نقلیه و سیستم چرخ‌های آن به‌طور همزمان با سیستم خط بالاستی را بررسی کردند. نتایج نشان داد که دلیل اصلی خرابی‌های خط آهن، نقش تعیین‌کننده بالشتک ریل، بالاست و بستر خاکی در رفتار دینامیک خط است. چبلی و همکاران (۲۰۰۸) با مدل‌سازی دوبعدی و بررسی میدانی خط بالاستی راه‌آهن، به مطالعه پاسخ دینامیک آن پرداختند. در این مدل‌سازی، اندرکنش بین خاک و سازه خط آهن در نظر گرفته شد و با اعمال بار متحرک قطار سریع‌السیر روی خط بالاستی، پاسخ دینامیک خط مورد ارزیابی قرار گرفت. به‌علاوه، اندازه‌گیری‌های میدانی روی خطوط پرسرعت شمال فرانسه انجام شد. در این مطالعه، شتاب‌های طولی و عرضی در نقاط مختلف خط اندازه‌گیری شده و با داده‌های مدل‌سازی مقایسه گردید. نتایج پژوهش آن‌ها همخوانی مناسبی را در شتاب‌های مثبت بین مدل‌سازی و اندازه‌گیری‌های میدانی نشان داد. همچنین، آن‌ها دریافتند که استفاده از مصالح ایزوتروپیک برای بررسی رفتار مصالح در مدل‌سازی به جهت دستیابی به پاسخ‌های رضایت‌بخش کفایت نمی‌کند. نگوین و همکاران (۲۰۱۱) به تحلیل دینامیک بارهای ترافیکی پرسرعت روی خطوط بالاستی با استفاده از مدل بوژی دومحوره جهت بارگذاری پرداختند. ایشان برای ایجاد ناهمواری‌های سطح ریل و اندرکنش بین سطح چرخ و آن در مدل دوبعدی خود از الگوریتم لاگرانژ استفاده کردند. نتایج مطالعه بیانگر این موضوع بود که پاسخ‌های دینامیک شدیداً نسبت به ناهمواری و خرابی‌های سطح ریل و سرعت حرکت قطار حساس هستند. به‌منظور بررسی رفتار انواع مختلف تراورس‌ها و یافتن راه‌حلی برای پایدارتر کردن خطوط اثر دو نوع تراورس چوبی و بتنی و سختی‌های متفاوت بالشتک ریل، روی ارتعاش سازه خط آهن بالاستی مقایسه انجام شد. نتایج مطالعه نشان داد به دلیل شکل متفاوت و وزن بیشتر تراورس-های بتنی ارتعاش سازه خط آهن کاهش پیدا می‌کند. همچنین بالشتک ریل نرم باعث انتشار ارتعاش در ریل می‌شود و هر چه سختی بالشتک افزایش پیدا کند شروع انتشار ارتعاش از ریل به تراورس و سایر لایه‌ها منتقل می‌شود (ری‌یل و همکاران، ۲۰۱۴). سعید و شاهین (۲۰۱۶) با مدل‌سازی شالوده خط آهن بالاستی برای بررسی دینامیک خط در سرعت بحرانی آن پرداختند. در این مطالعه، یک مدل سه‌بعدی به روش المان محدود ایجاد شد و برای شبیه‌سازی پاسخ‌های دینامیک خطوط بالاستی، تحت عبور بار متحرک قطار قرار گرفت و سرعت بحرانی قطار در شرایط مختلف بررسی شد. نتایج نشان داد که زمانی که سرعت قطار به ۷۵٪ سرعت بحرانی رسیده، دامنه پاسخ‌های دینامیک خط افزایش ناگهانی داشته است و لذا ۷۵٪ سرعت بحرانی را می‌توان به‌عنوان سرعت طراحی خطوط بالاستی در نظر گرفت. همچنین، سختی بستر خاکی و ضخامت آن روی دینامیک و سرعت بحرانی خط شدیداً اثرگذار است و با افزایش سختی و ضخامت بستر خاکی، پاسخ دینامیک خط کاهش پیدا می‌کند. از طرفی، با افزایش سختی بستر خاکی، سرعت بحرانی افزایش یافته، در حالی که با افزایش ضخامت بستر، سرعت بحرانی روندی نزولی دارد. یکسان شدن فرکانس عبور قطار با فرکانس طبیعی خط در سرعت بحرانی از دیگر نتایج این مطالعه بود.

مطالعاتی نیز در خصوص مدل‌سازی دینامیک خطوط بتنی انجام گرفته است. جهت دستیابی به سختی قائم مورد انتظار خط، تیر روی بستر نیمه بی‌نهایت تحت بارگذاری متحرک بررسی گردید. برای مقابله با اثر فرسایشی ارتعاش در سازه خط آهن، کمینه‌سازی سطح ارتعاشات خط بررسی شد. نتایج نشان داد که در فرکانس‌های زیاد، افزایش سختی خط برای کاهش

ارتعاشات بسیار مناسب است. در حالی که در فرکانس‌های کم، ارتقاء کیفیت بستر خاکی، راه‌حل مناسب‌تری است (استینبرگن و همکاران، ۲۰۰۷). لی و ژانگ (۲۰۱۰) بامطالعه روی ویژگی‌های سازه سیستم خط بتنی چین و بررسی رفتار دینامیک آن، مدل جدیدی از خط بتنی ارائه کردند. پارامترهای سختی و میرایی بالشتک ریل، آسفالت و بستر زمین در مدل‌سازی به‌عنوان معیارهای ارزیابی پاسخ دینامیک خط در نظر گرفته شده بود. نتایج، بیانگر این بود که فاکتورهای مؤثر در کنترل پاسخ دینامیک خط، سختی بالشتک ریل و بستر خاکی است. در حالی که میرایی بالشتک ریل، آسفالت و بستر خاکی عموم تأثیری در پاسخ ندارد. همچنین، اثر سختی و میرایی بالشتک ریل در شتاب به وجود آمده در سازه غالب بوده و می‌توان از اثر میرایی و سختی آسفالت و بستر خاکی در شتاب ایجاد شده چشم‌پوشی کرد. ژو و همکاران (۲۰۱۵) اثر خرابی‌های خط روی پاسخ دینامیک سازه بتنی راه‌آهن سریع‌السیر با مدل‌سازی ریل به‌صورت المان تیر با تکیه‌گاه مجزا را مورد مطالعه قرار دادند. سپس، پاسخ دینامیک خط براثر عبور قطار متحرک مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که در میان اجزای تشکیل‌دهنده خط، ریل و پس از آن دال خط بیشترین جابه‌جایی ارتعاشی (رسپتنس) را داشته‌اند. اثر خطوط بتنی روی پاسخ دینامیک قائم پل‌های خط آهن آن‌ها با در نظر گرفتن دال خط روی بستر ارتجاعی ماسه‌ای، بر اثر عبور بار نقطه‌ای هارمونیک توسط شی و همکاران (۲۰۱۶) مورد مطالعه قرار گرفت و مشخص شد فرکانس تشدید خط روی بستر ماسه‌ای مهم‌ترین اثر را روی پاسخ فرکانسی خط دارد.

برخی از محققین با رویکردی مقایسه‌ای به مطالعه دینامیک خطوط بالاستی و بتنی پرداخته‌اند. بلانکو لورنزو و همکاران (۲۰۱۱) به مدل‌سازی و مقایسه دینامیک خط آهن بالاستی، خط بتنی رهدا، استدف و دال شناور پرداختند. در این مطالعه، علاوه بر مدل‌سازی دینامیک خط آهن، قطار نیز مدل‌سازی شد و در نهایت رفتار اجزای خط و نیروهای تماسی بین چرخ و ریل بررسی شد. نتایج نشان داد که شدت نوسانات ناشی از نیروهای تماسی بین چرخ و ریل در خطوط بالاستی و استدف نسبت به دو خط دیگر (رهدا و دال شناور) کمتراست. اویارزابال و همکاران (۲۰۱۱)، با مدل‌سازی سه خط آهن متفاوت (خط بالاستی، خط بتنی استدف و خط بتنی آفتراو)، رشد موج در ریل را مورد مطالعه قرار دادند. رشد موج در ریل برای سرعت‌های متفاوت، شعاع‌های قوس مختلف و چهار سیستم بوژی متفاوت بررسی شد. خطوط مورد مطالعه به کمک روش اجزای محدود مدل‌سازی شدند و رسپتنس قائم و جانبی خط به دست آمد. در نهایت مشخص شد که در شرایط استفاده از پارامترهای استاندارد در مدل‌سازی، رشد موج در ریل خط آهن آفتراو کمتر از سایر خطوط بوده و پس‌ازآن خط بالاستی قرار گرفت. دیگر نتیجه این مطالعه، افزایش موج افتادگی سطح ریل در شعاع‌های قوس کوچک‌تر بود. ری‌یل و همکاران (۲۰۱۶) به بررسی رفتار استاتیک و دینامیک سه نوع متفاوت خط آهن در ناحیه تغییر خط پرداختند. آن‌ها در مطالعه خود دو نوع ناحیه انتقال را در سه خط بالاستی، خط بتنی دارای لایه آسفالتی و خط بتنی سیستم ریل مدفون بررسی کردند. نتایج نشان داد که شیب تغییرات سختی در ناحیه انتقال بین خطوط بتنی و بالاستی با کاهش سختی لاستیک اطراف ریل مدفون یا استفاده از مصالح ارتجاعی در زیر لایه بتنی کاهش می‌یابد. همچنین آن‌ها دریافتند که کاهش فاصله تراورس‌ها در ناحیه انتقال کمک شایانی به کاهش اثرهای دینامیک مخرب در این ناحیه می‌کند. با مروری بر پژوهش‌های انجام شده، می‌توان گفت که تا کنون مطالعه جامعی در زمینه بررسی رفتار دینامیک قائم خطوط بتنی رهدا ۲۰۰۰ در دسترس نبوده است.

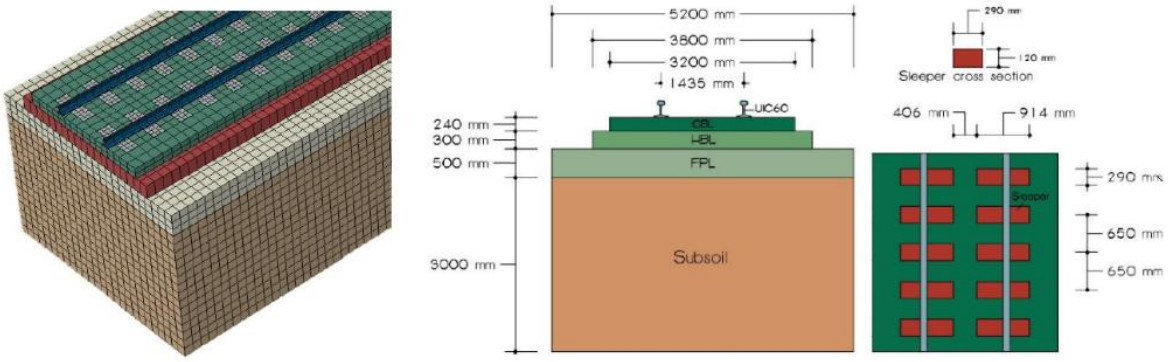
۳. روش شناسی

سیستم‌های مختلف روسازی بتنی متداول در جهان که امروزه مورد استفاده قرار می‌گیرند به دودسته ریل روی تکیه‌گاه مجزا و ریل روی تکیه‌گاه‌های پیوسته تقسیم‌بندی می‌شوند. بیشترین سهم خط بتنی در سراسر جهان به ترتیب متعلق به بوژل، شینکانسن، رهدا، سونویل، زوبلین، استدف و اینفاندو است (میکاس، ۲۰۱۲). یکی از عوامل مهم تأثیرگذار بر انتخاب نوع روسازی بتنی در کشورها، تجربیات به‌دست آمده از ساخت‌وسازها در طول زمان است. با توجه به رتبه‌بندی خطوط بتنی متداول، خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ برای بررسی در این مطالعه انتخاب شد.

۳-۱. خط بتنی رهدا ۲۰۰۰

مدل‌های توسعه‌یافته و مختلف سیستم رهدا، از رایج‌ترین سیستم‌های روسازی بتنی در سرتاسر جهان هستند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که این مدل از پر-ساخت‌ترین سیستم‌های خط بتنی در جهان است. امروزه، این سیستم به دلیل عملکرد رضایت‌بخش پس از تجربه ساخت بیشتر نسبت به دیگر سیستم‌های روسازی بتنی، به شکل گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. از جمله مزایا و اهداف اصلی توسعه خطوط بتنی رهدا می‌توان به: ۱- ساختار یکنواخت خط به علت یکپارچه بودن بتن لایه بتنی، ۲- وفق‌پذیری عالی با تمام شیوه‌های اجرای زیرسازی، به دلیل ساخت لایه بتنی تکیه‌گاهی تراورس‌ها به روش بتن‌ریزی درجا، ۳- وجود انعطاف‌پذیری و سرعت زیاد در فرایند ساخت خط به دلیل سادگی اجرا، ۴- عدم نیاز به عملیات تعمیر و نگهداری زیاد در طول عمر مفید خط و ۵- آلودگی صوتی کم به دلیل مدفون بودن تراورس‌ها در لایه بتنی، اشاره کرد.

شکل ۱، هندسه خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ و مقطع عرضی تراورس، به همراه جزئیات ابعادی مدل را نشان می‌دهد که با مشخصات طرح خط رهدا ۲۰۰۰ در طراحی‌های معمول همخوانی دارد. همچنین، مدل سه‌بعدی خط بتنی طراحی‌شده در آباکوس نیز در شکل ۱- ب نشان داده شده است. خواص مصالحی که در مدل‌سازی خط رهدا ۲۰۰۰ مورد نیاز است به‌صورت کامل در جدول ۱ آورده شده است. همچنین، در مدل‌سازی، سختی بالشتک ریل ۲۳۹ MN/m و میرایی آن ۵۰۰ kNs/m در نظر گرفته شد.



الف) هندسه و ابعاد

ب) مدل سه‌بعدی در آباکوس

شکل ۱. خط بتنی رهدا ۲۰۰۰

جدول ۱. خواص مکانیکی اجزای تشکیل‌دهنده خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ (میکاس، ۲۰۱۲)

نام	جرم مخصوص $\gamma\ (kg/m^3)$	مدول الاستیسیته $E\ (GPa)$	ضریب پواسون (ν)
ریل	۷۸۵۰	۲۰۷	۰/۲۸
تراورس	۲٤۰۰	۷۰	۰/۲۰
لایه بتنی (CBL)	۲٤۰۰	۳٤	۰/۲۰
لایه هیدرولیکی (HBL)	۲٤۰۰	۵	۰/۲۰
لایه محافظ یخ‌زدگی (FPL)	۲٤۰۰	۰/۱۲	۰/۲۰
بستر خاکی	۲۰۰۰	۰/۰۱	۰/٤۰

۳-۲. رسپتنس[1]

یکی از روش‌های بررسی ویژگی‌های دینامیک خط آهن، اعمال بار سینوسی هارمونیک[2] و تحلیل پاسخ خط نسبت به آن است. رسپتنس عبارت است از نسبت تغییرشکل سازه به بار روی آن. لذا، این پارامتر نشان‌دهنده تغییرشکل در واحد متر بر نیوتن بار وارده است. رسپتنس معکوس سختی خط است. تابع رسپتنس عضوی از مجموعه توابع پاسخ فرکانسی[3] است که نشان‌دهنده دامنه ارتعاش[4] سازه خط به‌عنوان تابعی از فرکانس ارتعاش بوده و به‌طور دقیق‌تر تغییرشکل سازه خط را تحت بارگذاری واحد نمایش می‌دهد (دالبرگ، ۲۰۰۳). تابع پاسخ فرکانسی، تابع انتقالی[5] است که در حوزه فرکانس عمل می‌نماید. توابع پاسخ فرکانسی توابع پیچیده‌ای هستند که از دو بخش حقیقی و موهومی[6] تشکیل شده‌اند. این توابع همچنین به‌صورت جملات جبری بزرگی[7] و زاویه فاز[8] نشان داده توابع رسپتنس را می‌توان هم با اندازه‌گیری‌های میدانی و هم به‌صورت تحلیل سازه‌ها به دست آورد.

یک سیستم خطی شامل: $F(\rho)$ بار ورودی به‌صورت تابعی از فرکانس زاویه‌ای، $H(\rho)$ تابع انتقال و $X(\rho)$ تابع پاسخ تغییرشکل سیستم است. تمام توابع می‌توانند پیچیده باشند و به‌صورت جملات بزرگی و فاز نشان داده شوند. تابع انتقال، که نسبت تغییرشکل به نیرو را نشان می‌دهد، تابع رسپتنس نامیده می‌شود. تابع انتقال را همچنین می‌توان به‌صورت عبارات بزرگی و زاویه فاز نشان داد. در سیستم‌های چند درجه آزادی (برای مثال سیستم‌های خط آهن) تابع رسپتنس را می‌توان به‌صورت رابطه (۱) نوشت (ایروایین، ۲۰۱۳):

$$H_{ij}(\rho) = \sum_{r=1}^{N} \frac{\phi_{ir}\phi_{jr}}{m\omega_n^2} \cdot \frac{1}{(1-\rho^2)+i(2\xi\rho)} \qquad (۱)$$

$$\rho = \frac{\omega}{\omega_n} \qquad (۲)$$

$$i = \sqrt{-1} \qquad (۳)$$

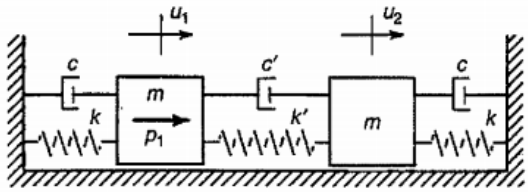
که در آن، ω فرکانس زاویه‌ای تحریک بار (rad/sec)، ω_n فرکانس زاویه‌ای طبیعی مد r (rad/sec)، N تعداد کل درجات آزادی، ξ نسبت میرایی، ϕ_{ir} درایه ردیف i و ستون r ماتریس مدی و $H_{ij}(\rho)$ تابع رسپتنس در نقطه i به ازای تحریک هارمونیک در نقطه j است.

[1]- Receptance
[2]- Harmonic sinusoidal load
[3] - Frequency response functions (FRF)
[4] - Vibration amplitude
[5] - Transfer function
[6] - Imaginary
[7]- Magnitude
[8]- Phase angle

۳-۳. اعتبار سنجی پاسخ فرکانسی

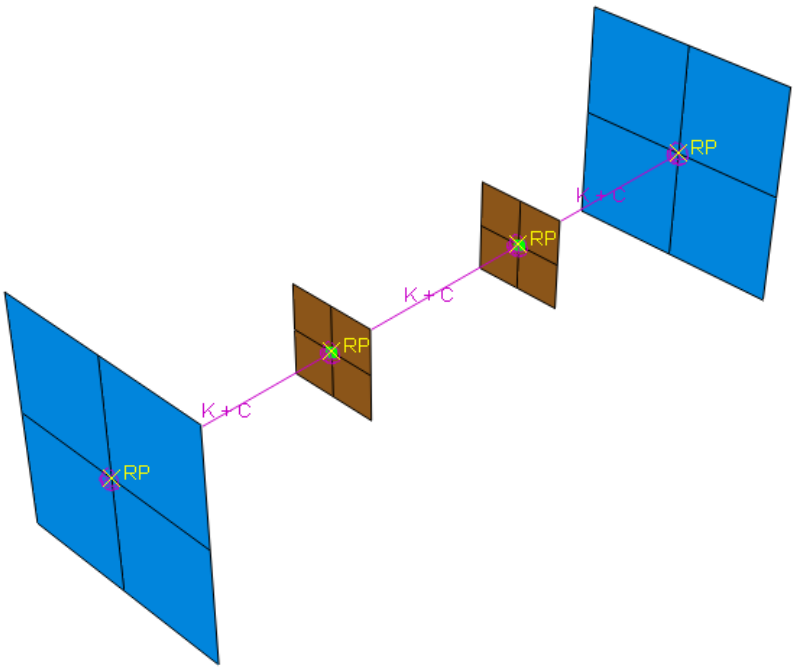
به دلیل پیچیده بودن الگوریتم‌های تحلیل دینامیک در آباکوس و جلوگیری از بروز اشتباه و اطمینان از اعتبار نتایج خروجی، ابتدا مدلی با دو درجه آزادی متشکل از جرم و فنر در نرم‌افزار مدل‌سازی شد. فرکانس‌های طبیعی و تابع رسپتنس این مدل در کتاب اصول دینامیک سازه‌های کرگ و کردیلا آورده شده است (کرگ و کردیلا ، ۲۰۰۶). بنابراین، نتایج خروجی نرم‌افزار به بهترین شکل ممکن اعتبارسنجی می‌شود. در این مدل، دو درجه آزادی که در شکل ۲ نشان داده شده، $p_1(t) = P_1 Cos(\omega t)$، $k = 987$، $k' = 217$، $m = 1$، $c = 0.6284$، $c' = 0.0628$ است. ابتدا سازه تحلیل فرکانسی شده و سپس تابع پاسخ فرکانسی آن ترسیم می‌گردد و در نهایت مقایسه‌ای بین نتایج انجام می‌شود.

در شکل ۳، سیستم دو درجه آزادی مدل شده در آباکوس نشان داده شده است. فرکانس‌های طبیعی این سازه به ترتیب $f_1 = 5\ Hz$ و $f_2 = 6\ Hz$ بوده و تابع پاسخ آن در شکل ۴ آورده شده است.

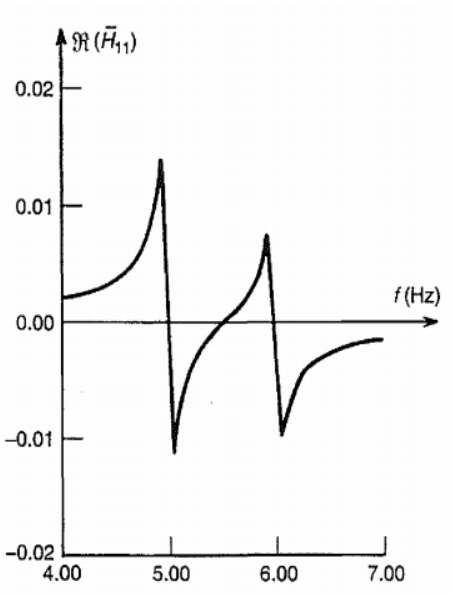


شکل ۲. سیستم دو درجه آزادی جرم و فنر با تحریک هارمونیک (کرگ و کردیلا ، ۲۰۰۶)

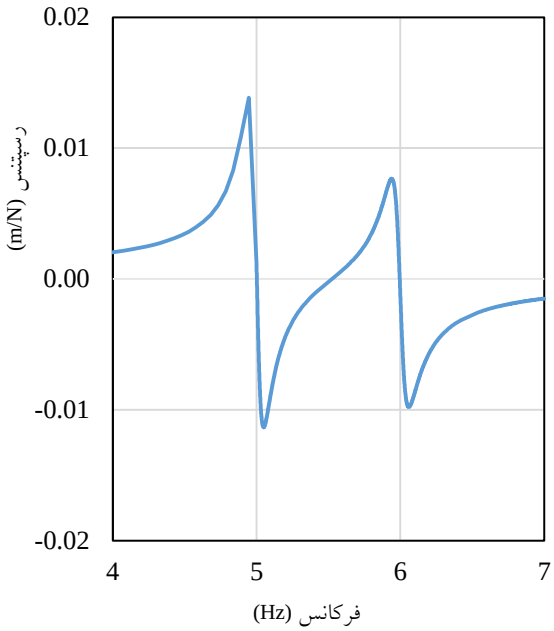
منحنی رسپتنس سیستم دو درجه آزادی مدل شده در آباکوس در شکل ۴ مشاهده می‌شود. همان‌طور که در نمودار مشخص است، فرکانس‌های طبیعی سازه به ترتیب ۵ هرتز و ۶ هرتز به دست آمده است. همچنین، با مقایسه منحنی‌های شکل ۴ می‌توان دریافت که خروجی‌های نرم‌افزار قابل‌اعتماد بوده و فرایند مدل‌سازی و یافتن پاسخ فرکانسی صحیح انجام شده است.



شکل ۳. مدل دو درجه آزادی در آباکوس



(ب) کریـــگ و کـــــردیلا



(الـــف) خروجـــی آباکوس

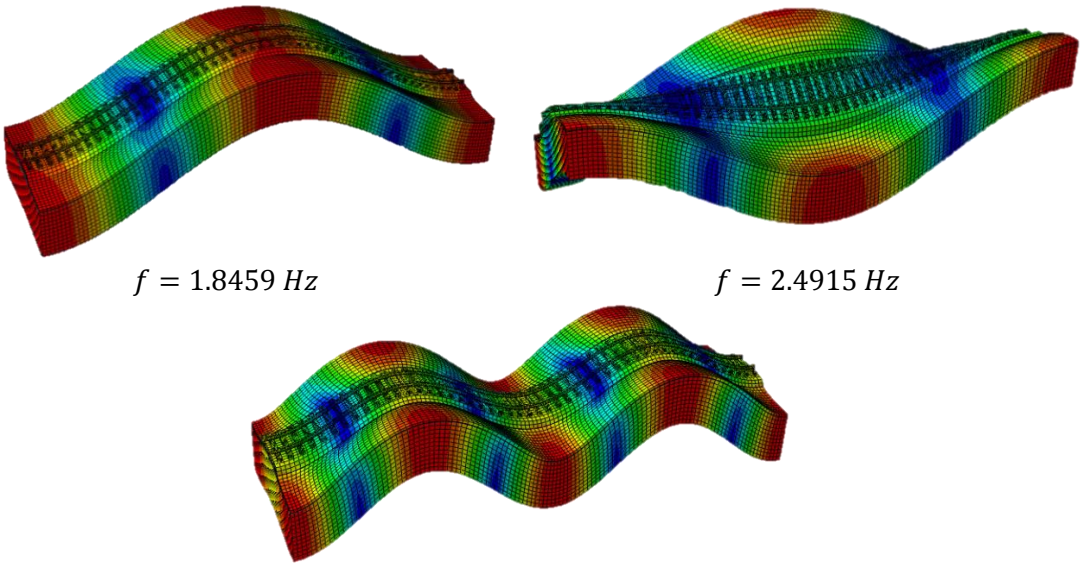
شکل ۴. قسمت حقیقی منحنی رسپتنس سیستم دو درجه آزادی به دست آمده از: الف) خروجی آباکوس و ب) کرگ و کردیلا (۲۰۰۶)

۴. مدل‌سازی

در این تحقیق، اثرهای دینامیک قائم اجزای تشکیل‌دهنده خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ به روش المان محدود با استفاده از نرم‌افزار آباکوس مورد بررسی قرار گرفته است. طول فرض شده برای نمونه ۳۰ متر است. مدل‌سازی ریل با فرض استفاده از تئوری تیر اولر- برنولی انجام شده است. در تمام مدل‌سازی‌ها، اجزای تشکیل‌دهنده خط به‌صورت الاستیک فرض شده‌اند. در مدل‌سازی ریل از المان تیر و در سایر اجزا از المان سه‌بعدی هشت گره‌ای و تغییرشکل‌پذیر استفاده شده است. تئوری تیر روی تکیه‌گاه‌های مجزا بر مدل‌سازی‌ها حاکم است. به‌منظور شبیه‌سازی رفتار ویسکوالاستیک بالشتک ریل، در مدل‌سازی از فنر و میراگر موازی استفاده شده است. برای شبیه‌سازی شرایط مرزی بی‌نهایت در اجزای تشکیل‌دهنده خط، جابجایی‌ها در جهت نرمال محدود گردیده است. با انجام تحلیل فرکانسی[1] و تحلیل دینامیک حالت پایدار[2]، شکل مدهای ارتعاشی[3] خط آهن و اثر دینامیک قائم اجزای تشکیل‌دهنده آن بر پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار گرفته است. برای دستیابی به تابع رسپتنس در تحلیل دینامیک حالت پایدار، بار هارمونیک واحد در وسط خط و بین دو تراورس اعمال شده است و کل خط را در بازه فرکانسی ۱ تا ۱۵ هرتز تحریک می‌نماید.

در این پژوهش، به‌منظور بررسی پاسخ‌های فرکانسی مدل سه‌بعدی خط بتنی، شکل مدهای ارتعاشی و فرکانس‌های طبیعی خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ از نرم‌افزار آباکوس استخراج شد. در شکل ۵ تعدادی از مدهای ارتعاشی خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ مشاهده می‌شود.

[1]- Frequency analysis
[2]- Steady-state dynamic analysis
[3]- Vibration mode shapes



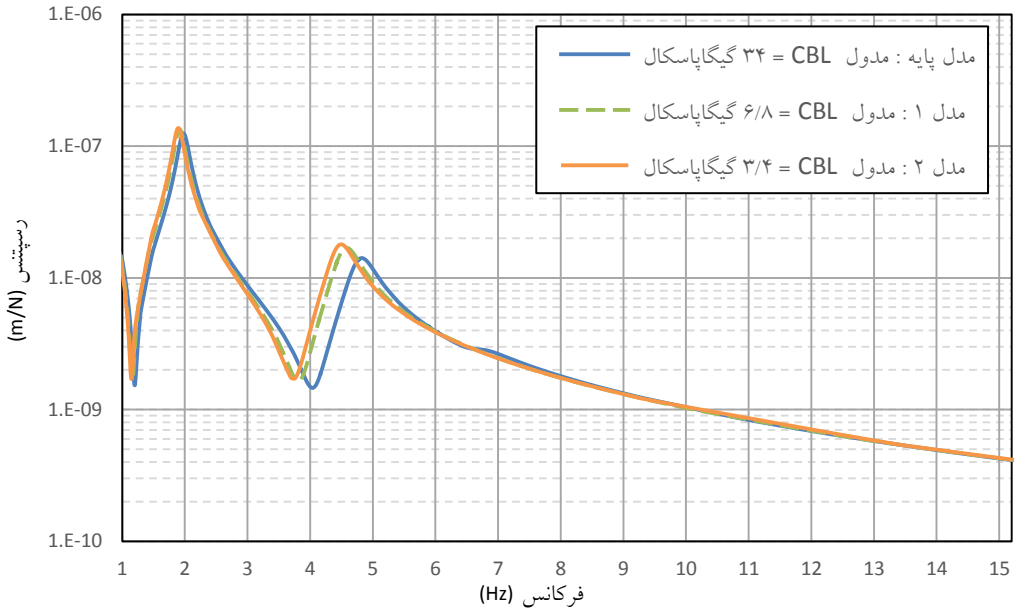
شکل ۵. خروجی آباکوس مدهای ارتعاشی خط بتنی رهدا ۲۰۰۰

۵. نتایج

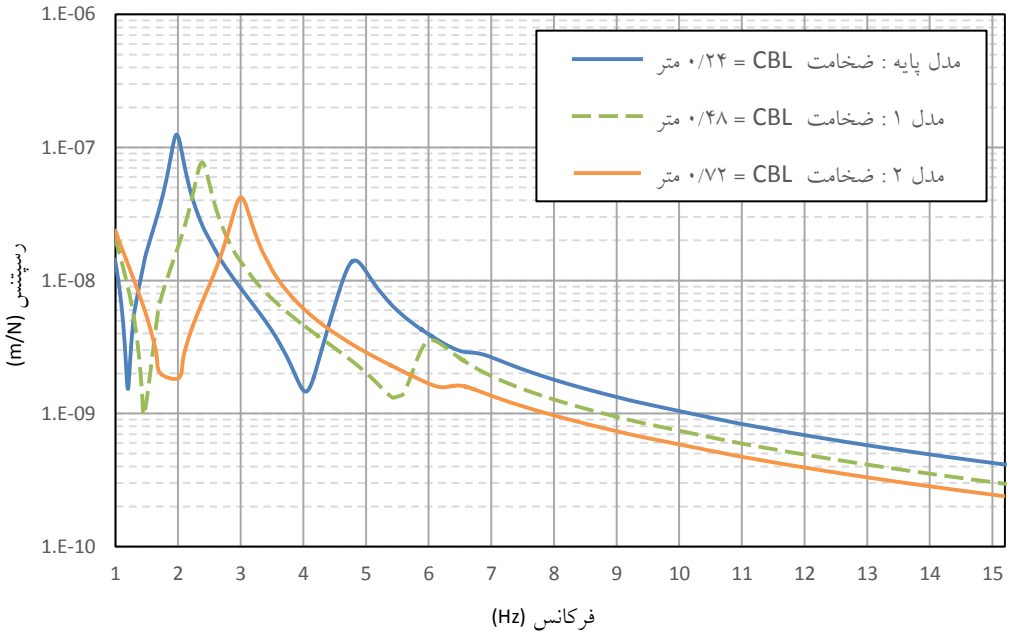
تأثیر پارامترهای ابعادی و مکانیکی اجزای تشکیل‌دهنده خط، روی پاسخ دینامیک قائم سازه بررسی و سعی شد تغییرات پارامترها منطقی باشد و امکان اجرایی شدن در عملیات ساخت خطوط را داشته باشد. برای این منظور، ابتدا مدل عمومی خط، تحلیل فرکانسی و تحلیل دینامیک حالت پایدار شده و نمودار رسپتنس این مدل به‌عنوان نمودار مبنای بررسی‌ها انتخاب شده است. سپس، با ایجاد تغییرات در مدول‌های الاستیسیته و ضخامت لایه‌ها، منحنی رسپتنس خط مجدد ترسیم شد. با مقایسه این نمودارها باحالت مبنا می‌توان اثر تغییرات لایه‌ها و اجزای تشکیل‌دهنده خط را در رفتار دینامیک قائم آن مورد تحلیل و بررسی قرار داد.

۵-۱. اثر مدول و ضخامت لایه بتنی

این لایه، اولین جزء سازه خط است که ارتعاشات عبور قطار به آن منتقل می‌شود. سه مدل با مدول الاستیسیته متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفت. مدول‌ها از ۳۴ GPa تا ۳/۴ GPa متغیر هستند که نشان‌دهنده کیفیت اجرای لایه بتنی می‌باشند. نتایج تحلیلی برای این مدل‌ها در شکل ۶- الف نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، تغییر مدول الاستیسیته لایه بتنی تأثیر چندانی روی فرکانس تشدید اول ندارد. ولی در فرکانس تشدید دوم، تغییرات محسوس است. کاهش مدول الاستیسیته لایه بتنی باعث کاهش سختی معادل خط شده که منجر به انتقال منحنی به سمت چپ می‌شود. در این انتقال، همزمان با کاهش فرکانس تشدید دوم، رسپتنس افزایش یافته است. شکل ۶- ب تأثیر تغییر ضخامت لایه بتنی در رسپتنس خط را نشان می‌دهد. این در حالی است که ضخامت لایه بتنی از ۲۴ سانتی‌متر تا ۷۲ سانتی‌متر تغییر می‌کند. همان‌طور که در شکل ۶- ب نشان داده شده، تغییر در ضخامت لایه بتنی در رسپتنس خط بسیار اثرگذار است و اثر این تغییرات در حوالی فرکانس تشدید دوم و میرا کردن پاسخ خط بیشتر است. افزایش ضخامت منجر به سخت‌تر شدن سازه خط شده که باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی خط می‌گردد و کاهش پاسخ خط تا میرا شدن کامل آن را به همراه خواهد داشت. شکل ۷ دو مد ارتعاشی یکسان خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ را با دو و سه برابر کردن ضخامت لایه بتنی نشان می‌دهد.

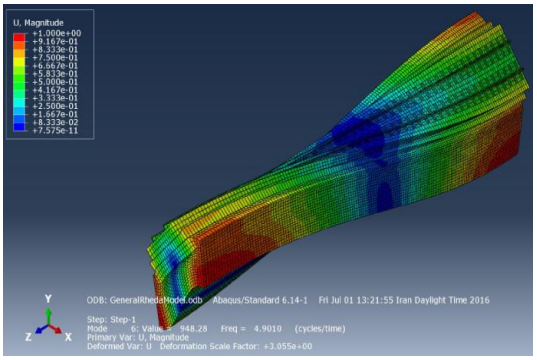


(الف)

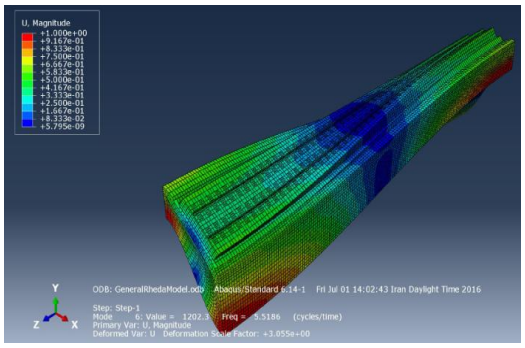


(ب)

شکل ۶. رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با تغییرات: الف) مدول لایه بتنی و ب) ضخامت لایه بتنی

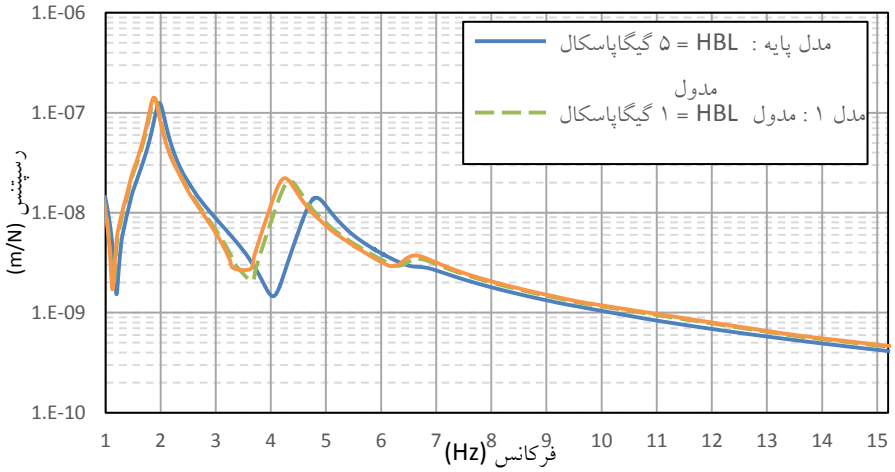


(الف)

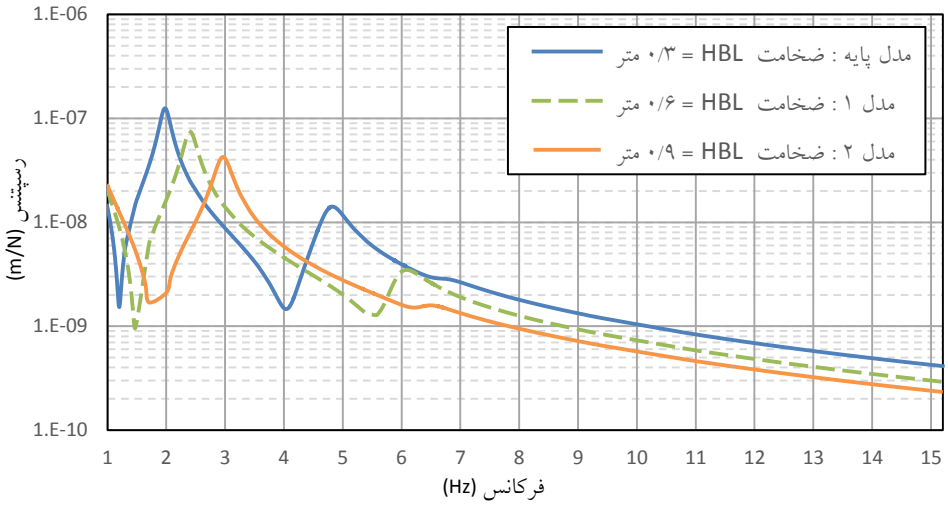


(ب)

شکل ۷. مد ارتعاشی خط بتنی رهدا ۲۰۰۰: الف) با دو برابر کردن ضخامت لایه بتنی و ب) با سه برابر کردن ضخامت لایه بتنی



(الف)

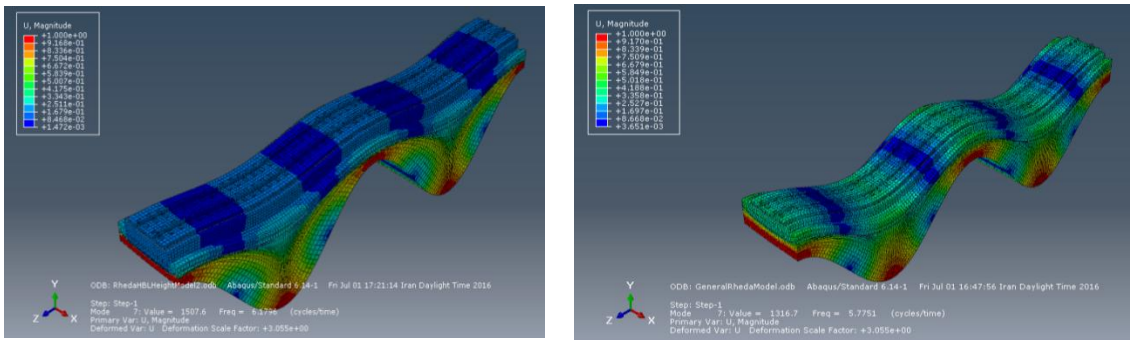


(ب)

شکل ۸. رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با تغییرات: الف) مدول لایه هیدرولیکی و ب) ضخامت لایه هیدرولیکی

۵-۲. اثر مدول و ضخامت لایه هیدرولیکی

لایه هیدرولیکی در ساختار خط آهن بیشتر نقشی غیر سازه‌ای ایفا می‌کند. اما با توجه به اینکه جنس این لایه بتنی است تغییر در مدول الاستیسیته آن در پاسخ فرکانسی خط اثرگذار است. در شکل ۸- الف، تغییرات مدول الاستیسیته لایه هیدرولیکی از ۵ GPa تا ۰/۵ GPa بررسی شده است. با تحلیل منحنی‌های شکل ۸- الف می‌توان دریافت که تغییر مدول الاستیسیته لایه هیدرولیکی تأثیر اندکی در پاسخ و فرکانس تشدید اول دارد. در مورد تشدید دوم اما شرایط متفاوت بوده و تغییرات محسوس‌تر است. کاهش مدول لایه هیدرولیکی باعث شده در حدود فرکانس ۶/۵ هرتز تشدید دیگری با دامنه پاسخ کمتر نسبت به سایر فرکانس‌های تشدید رخ دهد. کاهش مدول الاستیسیته به کاهش سختی لایه هیدرولیکی منجر شده و این کاهش سختی منجر به افزایش دامنه پاسخ گردیده است. به‌صورت بدیهی، کاهش مدول الاستیسیته به کم شدن فرکانس تشدید می‌انجامد. در شکل ۸- ب، تابع پاسخ رسپتنس با تغییر ضخامت لایه هیدرولیکی نشان داده شده است. در این بررسی، ضخامت لایه هیدرولیکی از ۰/۳ متر تا ۰/۹ متر متغیر است. تغییر ضخامت لایه هیدرولیکی تأثیر به‌سزایی در رفتار دینامیک قائم خط بتنی دارد و هر سه نمودار به سمت راست جابجا شده که همزمان، با کاهش دامنه پاسخ خط همراه است. منحنی‌ها نشان می‌دهند که با سه برابر کردن ضخامت لایه هیدرولیکی، فرکانس تشدید اول در حدود ۱ هرتز و فرکانس تشدید دوم در حدود ۲ هرتز افزایش خواهد داشت. همچنین، مقدار میرا شدگی در فرکانس تشدید دوم به‌شدت افزایش داشته است. به این ترتیب، با افزایش بیشتر ضخامت این لایه می‌توان مستهلک شدن کامل تشدید در حدود فرکانس ۶/۵ هرتز را داشت. شکل ۹ دو مد ارتعاشی یکسان خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ را با دو و سه برابر کردن ضخامت لایه هیدرولیکی نشان می‌دهد.



(الف) (ب)

شکل ۹. مد ارتعاشی خط بتنی رهدا ۲۰۰۰: الف) با دو برابر کردن ضخامت لایه هیدرولیکی و ب) با سه برابر کردن ضخامت لایه هیدرولیکی

۵-۳. اثر مدول و ضخامت لایه محافظ یخزدگی

لایه محافظ یخزدگی آخرین لایه بتنی در سیستم خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ است. شکل ۱۰- الف منحنی‌های رسپتنس تغییرات مدول الاستیسیته این لایه را از ۰/۱۲ GPa تا ۰/۰۱۲ GPa نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱۰- الف نشان داده شده، تغییر مدول الاستیسیته خط در فرکانس تشدید اول و پاسخ متناظر آن تأثیر چندانی ندارد. در مورد تشدید دوم می‌توان گفت دامنه پاسخ خط ثابت بوده و فقط کاهش سختی لایه منجر به کاهش فرکانس تشدید شده است. در مجموعه اجزای

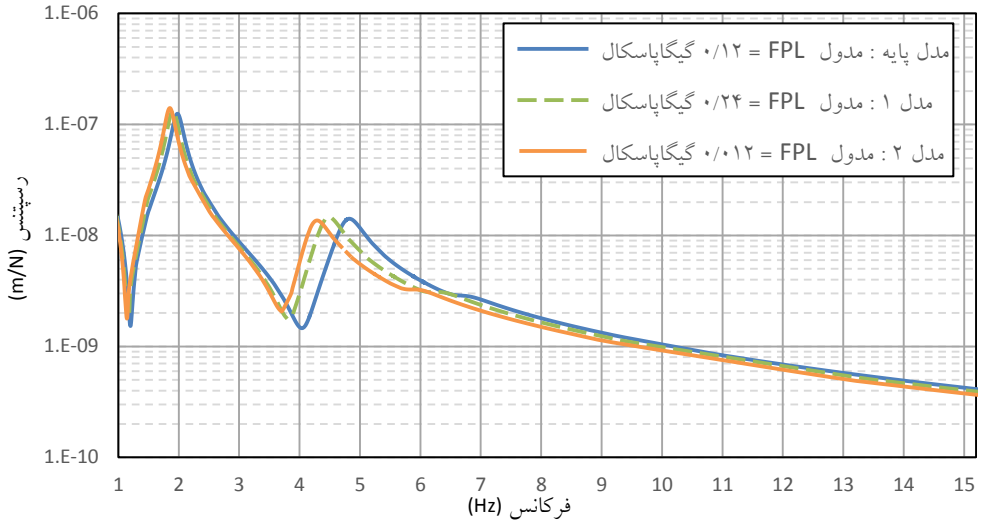
تشکیل‌دهنده خط، لایه هیدرولیکی نسبت به سایر لایه‌های بتنی از سختی به مراتب کوچک‌تری برخوردار است. حال، کمتر کردن این سختی کوچک نیز تأثیر زیادی بر دینامیک خط نخواهد داشت و لذا مطابق نمودارها فقط جابجایی کوچک همراه با کاهش فرکانس طبیعی سازه رخ می‌دهد. در شکل ۱۰- ب، رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با تغییرات ضخامت لایه محافظ یخزدگی نشان داده شده است. از منحنی‌ها می‌توان دریافت که برخلاف تغییر در مدول این لایه که تأثیر چندانی بر فرکانس تشدید اول و پاسخ متناظر آن نداشت، تغییر ضخامت لایه منجر به بزرگ شدن فرکانس تشدید اول و کاهش پاسخ خط شده است. ضخامت لایه‌ها معمولاً با حرکت رو به پایین در سازه خط آهن افزایش می‌یابد. در مورد خط رهدا ۲۰۰۰ ضخامت استاندارد ۰/۵ متر است که با دو و یا سه برابر کردن آن سختی خط به میزان قابل توجهی افزایش پیدا می‌کند. این تغییر در سختی منجر به جابجایی منحنی‌ها به سمت راست می‌گردد. اثر تغییر ضخامت بر فرکانس تشدید دوم و پاسخ متناظر آن بیشتر از تشدید اول است. به‌عنوان نتیجه کلی می‌توان گفت در لایه محافظ یخزدگی افزایش ارتفاع منجر به جابجایی توأم با جمع-شدگی آرام نمودار به سمت راست می‌شود. شکل ۱۱ دو مد ارتعاشی یکسان خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ را با دو و سه برابر کردن ضخامت لایه محافظ یخزدگی نشان می‌دهد.

۶. بحث

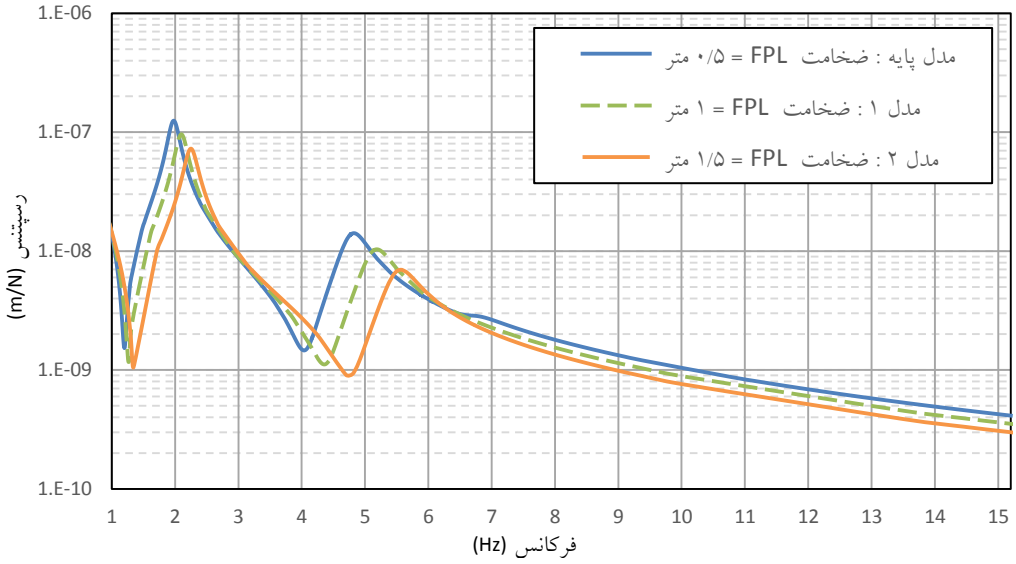
با ترکیب منحنی‌های به دست آمده در بخش نتایج، به مقایسه میزان اثرگذاری لایه‌ها و اجزای تشکیل‌دهنده خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ پرداخته شد. در بخش ۴، تغییرات روی یک لایه و المان خاص اعمال شد و شدت اثرگذاری بر رفتار دینامیک قائم با بررسی منحنی‌های رسپتنس همان لایه در خط تحلیل گردید. به‌منظور تشخیص بیشترین اثربخشی لایه بر رفتار دینامیک قائم آن، نیاز به مقایسه‌ی بین تغییرات ایجاد شده در منحنی‌های رسپتنس خط است.

رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با اعمال تغییر ثابت در مدول الاستیسیته لایه بتنی، لایه هیدرولیکی و لایه محافظ یخزدگی در شکل ۱۲ نشان داده شده است. در این بررسی، مدول الاستیسیته همه اجزای مورد بررسی، ۰/۱ برابر شده و پس از تحلیل دینامیک، منحنی‌های رسپتنس به دست آمده است. همان‌طور که در این شکل نشان داده شده، تغییر مدول الاستیسیته لایه‌ها در فرکانس تشدید اول تأثیر چندانی ایجاد نکرده، ولی در محدوده فرکانسی ۳/۵ تا ۷ هرتز تغییرات مشهود است. با کاهش مدول الاستیسیته اجزا، سختی خط به‌طور کل کاهش یافته و به ترتیب مدول لایه هیدرولیکی، مدول لایه بتنی و مدول لایه محافظ یخزدگی بیشترین تأثیر را در رفتار دینامیک قائم خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ دارند.

در شکل ۱۳، رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با اعمال تغییر ثابت در ضخامت لایه بتنی، لایه هیدرولیکی و لایه محافظ یخزدگی نشان داده شده است. در این قسمت، با سه برابر کردن ضخامت لایه‌ها، پاسخ دینامیک خط در لایه‌های مختلف بررسی شد. از منحنی‌های شکل ۱۳ می‌توان دریافت که افزایش ضخامت هر لایه منجر به افزایش سختی کل خط می‌شود. در تمام لایه‌ها، فرکانس تشدید اول بیشینه دامنه تغییرات ۱ هرتز را داشته است. اما فرکانس تشدید دوم دچار تغییرات بیشتری شده است. تشدید دوم در منحنی مربوط به لایه محافظ یخزدگی در حدود ۵/۵ هرتز و برای لایه‌های بتنی و هیدرولیکی تقریباً مستهلک شده است. لذا، به ترتیب ضخامت لایه بتنی، ضخامت لایه هیدرولیکی و ضخامت لایه محافظ یخزدگی بیشترین اثرگذاری را در رفتار دینامیک قائم خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ دارند.

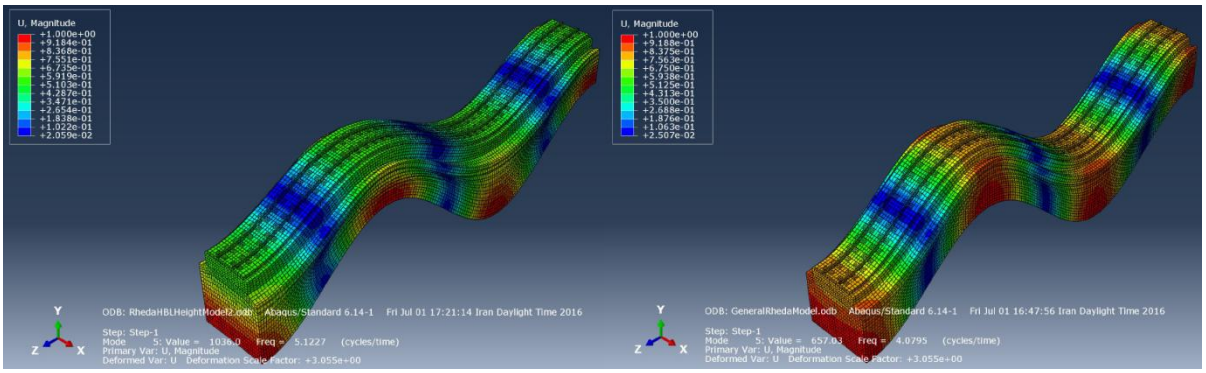


(الف)



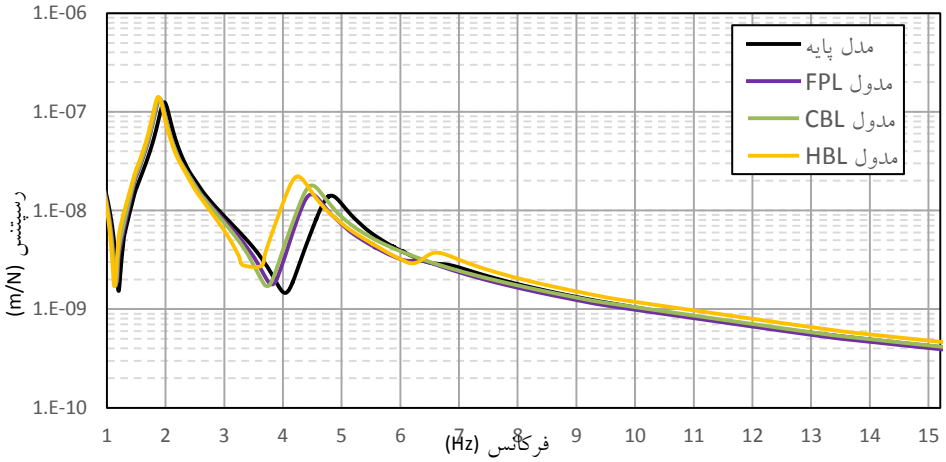
(ب)

شکل ۱۰. رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با تغییرات: الف) مدول لایه محافظ یخزدگی و ب) ضخامت لایه یخزدگی

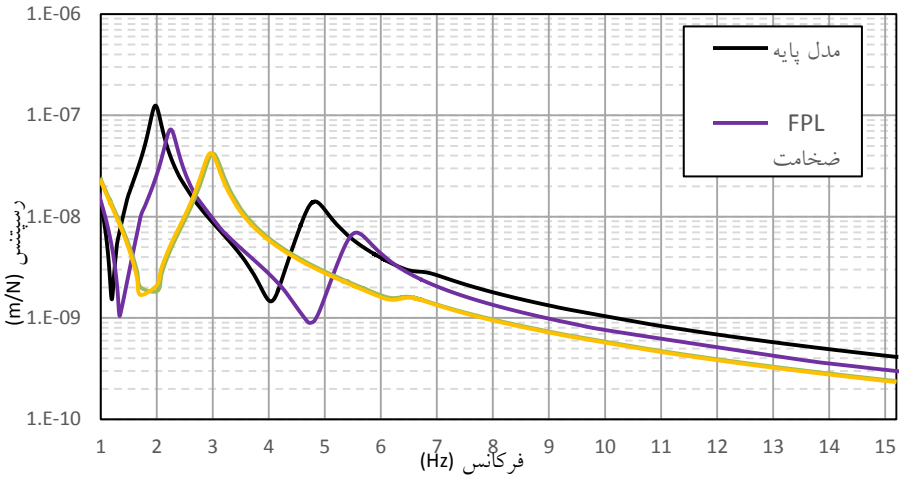


(ب) (الف)

شکل ۱۱. مد ارتعاشی خط بتنی رهدا ۲۰۰۰: الف) با دو برابر کردن ضخامت لایه محافظ یخزدگی و ب) با سه برابر کردن ضخامت لایه محافظ یخزدگی



شکل ۱۲. رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با یک‌دهم برابر کردن مدول اجزای تشکیل‌دهنده خط



شکل ۱۳. رسپتنس خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ با سه برابر کردن ضخامت اجزای تشکیل‌دهنده خط

۷. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، رفتار دینامیک قائم اجزای تشکیل‌دهنده خط بتنی رهدا ۲۰۰۰ به روش المان محدود و با مدل‌سازی سه‌بعدی خط در آباکوس مطالعه گردید. برای این منظور، ریل با استفاده از تئوری تیر اولر- برنولی و سایر اجزا با استفاده از المان سه‌بعدی هشت گره‌ای مدل‌سازی شده و رفتار همه‌ی اجزا الاستیک فرض شد. برای درک رفتار دینامیک اجزای تشکیل‌دهنده هر دو خط، با تغییر در مدول الاستیسیته و ضخامت لایه‌ها، تحلیل فرکانسی و تحلیل دینامیک حالت پایدار انجام گرفت. مقایسه منحنی‌های رسپتنس برای هر المان، تأثیر دینامیک آن جزء را در رفتار دینامیک خط نشان می‌دهد.

نتایج نشان داد که کاهش مدول الاستیسیته اجزای تشکیل‌دهنده خط منجر به کاهش سختی کل شده و کاهش فرکانس‌های تشدید و افزایش پاسخ فرکانسی قائم خط را به همراه خواهد داشت. همچنین، افزایش ضخامت لایه منجر به افزایش سختی خمشی کل خط می‌شود که در نهایت فرکانس‌های تشدید افزایش و پاسخ‌های فرکانسی کاهش می‌یابد. از طرفی، کاهش مدول الاستیسیته لایه‌های تشکیل‌دهنده خط بتنی رهدا ۲۰۰۰، کاهش سختی کل خط را در پی داشت و به ترتیب لایه هیدرولیکی، لایه بتنی و لایه محافظ یخ‌زدگی بیشترین تأثیر را در رفتار دینامیک قائم این خط داشتند. همچنین، با افزایش ضخامت لایه‌های تشکیل‌دهنده خط، سختی کل خط افزایش یافته و به ترتیب لایه بتنی و هیدرولیکی و لایه محافظ یخ‌زدگی بیشترین اثرگذاری را در رفتار دینامیک قائم این خط دارند.

۸. پیشنهادها

در زیر، پیشنهادهایی برای تحقیقات بعدی در این زمینه ذکر گردیده است:

- بررسی دقیق‌تر رفتار دینامیک بستر خاکی با توجه به میزان اثرگذاری زیاد آن بر خط آهن و ارائه‌ی راهکارهایی برای کاهش اثرهای مخرب آن.
- مطالعه‌ی تفاوت‌های بین مدل‌سازی ریل به صورت المان تیر و المان سه‌بعدی هشت گره‌ای و اثر آن بر رفتار دینامیک خط آهن.
- بررسی اثر لایه‌ها بر رفتار دینامیک جانبی خطوط حمل و نقل سریع.
- مطالعه‌ی رفتار غیر خطی لایه‌ها.

۹. مراجع

Blanco-Lorenzo, J., Santamaria, J., Vadillo, E. G. and Oyarzabal, O. 2011. "Dynamic comparison of different types of slab track and ballasted track using a flexible track model. Proc. Inst. Mech. Eng., Part F: J. Rail and Rapid Transit, 225(6): 574-592.

Cai, Z. and Raymond, G. P. 1994. "Modelling the dynamic response of railway track to wheel/rail impact loading". Struc. Eng. Mech., 2(1): 95-112.

Chebli, H., Clouteau, D. and Schmitt, L. 2008. "Dynamic response of high-speed ballasted railway tracks: 3D periodic model and in situ measurements". Soil Dyn. Earthq. Eng., 28(2): 118-131.

Craig, R. R. and Kurdila, A. J. 2006. "Fundamentals of Structural Dynamics". John Wiley and Sons, Inc., N. Y.

Dahlberg, T. 2003. "Railway track dynamics-A survey". Linköping University.

Duffy, D. G. 1990. "The response of an infinite railroad track to a moving, vibrating mass". J. Appl. Mech., 57(1): 66-73.

Irvine, T. 2013. "Calculating transfer functions from normal modes". Revision E, vibrationdata.

Kalker, J. J. 1996. "Discretely supported rails subjected to transient loads". Vehicle Syst. Dyn., 25(1): 71-88.

Lei, X. and Zhang, B. 2010. “Analysis of dynamic behavior for slab track of high-speed railway based on vehicle and track elements”. J. Transp. Eng., 137(4): 227-240.

Madshus, C., Kaynia, A. M., Harvik, L. and Holme, J. K. 1998. “A numerical ground model for railway-induced vibration”. Skipp B. O. Ground Dynamics and Man-Made Processes: Prediction, Design and Management. Thomas Telford, London, pp. 45-55.

Michas, G. 2012. “Slab track systems for high-speed railways”. MSc. Thesis, Department of Transport Science, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.

Nguyen G. K., Goicolea, R. J. M. and Gabaldón Castillo, F. 2011. “Dynamic analysis of high speed railway traffic loads on ballasted track”. Fifth International Symposium on Environmental Vibration, Chengdu, China, October 20-22.

Oyarzabal, O., Correa, N., Vadillo, E. G. and Santamaría, J. 2011. “Modelling rail corrugation with specific-track parameters focusing on ballasted track and slab track”. Vehicle Syst. Dyn., 49(11): 1733-1748.

Popp, K., Kruse, H. and Kaiser, I. 1999. “Vehicle-track dynamics in the mid-frequency range”. Vehicle Syst. Dyn., 31(5-6): 423-464.

Real Herraiz, J., Zamorano, C., Asensio Serrano, T. and Montalbán Domingo, L. 2014. “Comparison of the effect of different sleeper typologies and track layout on railway vibrations”. Lat. Am. J. Solids Struc., 11(12): 2241-2254.

Real, T., Zamorano, C., Hernández, C., García, J. A. and Real, J. I. 2016. “Static and dynamic behavior of transitions between different railway track typologies”. KSCE J. Civ. Eng., 20(4): 1356-1364.

Sayeed, M. A. and Shahin, M. A. 2016. “Three-dimensional numerical modelling of ballasted railway track foundations for high-speed trains with special reference to critical speed”. Transp. Geotech., 6: 55-65.

Shi, L., Cai, Y., Wang, P. and Sun, H. 2016. “A theoretical investigation on influences of slab tracks on vertical dynamic responses of railway viaducts”. J. Sound Vib., 374: 138-154.

Steenbergen, M. J. M. M., Metrikine, A. V. and Esveld, C. 2007. “Assessment of design parameters of a slab track railway system from a dynamic viewpoint”. J. Sound Vib., 306(1): 361-371.

Zhu, S., Yang, J., Yan, H., Zhang, L. and Cai, C. 2015. “Low-frequency vibration control of floating slab tracks using dynamic vibration absorbers”. Vehicle Syst. Dyn., 53(9): 1296-13146.