

تخمین تغییر مکان جانبی بیشینه دیوارهای خاک مسلح پشت به پشت

سروش نظریان، دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی،

دانشگاه شاهد، تهران

علی درخشانی*، استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران

Email: derakhshani85@gmail.com, adera@shahed.ac.ir

دریافت: ۹۶/۰۱/۲۶ - پذیرش: ۹۶/۰۶/۰۹

چکیده

دیوارهای خاک مسلح پشت به پشت، در محل‌هایی نظیر خاکریز کوله پل‌ها و رمپ‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. هر چند استفاده از این نوع دیوار خاک مسلح از اهمیت بالایی برخوردار است ولی آیین‌نامه‌های طراحی بسیار محدودی در این رابطه در دسترس است. طبق توصیه FHWA اگر فاصله دو انتهای مسلح‌کننده‌ها به اندازه کافی به یکدیگر نزدیک باشد، عملکرد دیوار خاک مسلح به صورت پشت به پشت می‌باشد و در غیر این صورت، طرفین دیوار خاک مسلح به صورت مستقل از یکدیگر طراحی می‌شوند. در تحقیق حاضر، با ثابت در نظر گرفتن عرض و ارتفاع کل دیوار و با تغییر طول ژئوگریدها، فاصله قائم آن‌ها از یکدیگر و نیز زوایای اصطکاک داخلی خاک، ۱۹۶ حالت مختلف مدل‌سازی با استفاده از نرم‌افزار FLAC 2D انجام گرفته است. به منظور بررسی نحوه تشکیل گوه گسیختگی در دیوار خاک مسلح عادی و دیوار خاک مسلح پشت به پشت، از تحلیل تعادل حدی استفاده شده است. نتایج مدل‌سازی‌های انجام گرفته شامل بررسی فشار جانبی پشت دیوار، حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگریدها و تغییر مکان‌های افقی در حالات مختلف تحلیل گردید. بر این مبنای مشخص شد که بیشترین تغییر مکان افقی دیوار به طور کلی در بازه‌ای بین ۰/۳۵ تا ۰/۵۷ ارتفاع کل دیوار شکل می‌گیرد. با عنایت به حداکثر تغییر مکان‌های افقی به دست آمده از مدل‌سازی‌های انجام گرفته، توصیه آیین‌نامه برای تعیین مرز تشکیل دیوار پشت به پشت مناسب ارزیابی شد. با بررسی حداکثر تغییر مکان‌های افقی حاصل شده، تغییر در عملکرد دیوار مطالعه شد و با توسعه یک مدل غیرخطی با شکل کلی ضرب پارامترهای توان‌دار، روابطی جهت تخمین حداکثر تغییر مکان افقی دیوار با توجه به پارامترهای مؤثر در رفتار آن ارائه گردید. ضرایب تعیین مربوط به نتایج این تحلیل آماری برای دیوارهای عادی، پشت به پشت و مجموع هر دو حالت به ترتیب ۰/۹۵۳، ۰/۹۶۹ و ۰/۹۴۷ به دست آمد که دقت مناسب این روابط را جهت تخمین حداکثر تغییر مکان افقی و نیز نمایش روندهای موجود تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: دیوار خاک مسلح پشت به پشت، تغییر مکان‌های جانبی، مدل‌سازی عددی، مدل غیرخطی

۱. مقدمه

افزایش میزان زاویه اصطکاک خاک در خاکریز پست دیوار، میزان تغییر مکان دیوارها کاهش می‌یابد. الشربینی و همکاران (۲۰۱۳) با کمک نرم‌افزار PLAXIS مدل‌سازی نموده و مطالعات مشابهی با پژوهش هان و لشینسکی (۲۰۱۰) انجام دادند. آن‌ها با استفاده از روش اجزای محدود به بررسی ۱۳ حالت مختلف از طول ژئوگرید و فاصله دو دیواره از یکدیگر پرداختند و به بررسی فشار جانبی، کشش در مسلح-کننده‌ها و ضرایب اطمینان در حالات مختلف مبادرت نمودند.

بن‌مبارک و همکاران (۲۰۱۶) با مدل‌سازی حالات مختلفی از دیوار پست‌به‌پست و تحلیل نتایج آن، به مقایسه با آیین‌نامه FHWA پرداختند. در این مطالعه نیز طول ژئوگریدها و فاصله قائم آن‌ها از یکدیگر ثابت بوده است. این محققین، در مطالعه خود، با تغییر فاصله دو دیوار از یکدیگر، ضریب اطمینان پایداری کل برای هر مدل را به دست آورده و سپس با مقایسه آن‌ها با یکدیگر مرز دیوار پست‌به‌پست را تعیین نمودند که رابطه ارائه شده جهت تعیین مرز دیوار پست‌به‌پست در آیین‌نامه FHWA را تأیید می‌نماید.

جبری و بن‌مبارک (۲۰۱۶) با روش اجزای محدود و به وسیله مدل‌سازی در نرم‌افزار PLAXIS و نیز روش‌های تحلیلی، تعدادی مطالعه پارامتری بر مبنای تغییرات فاصله دو دیوار پست‌به‌پست انجام دادند. با استفاده از نتایج به دست آمده، اثر فاصله دیوارها بر تغییرات فشار جانبی خاک، سطح گسیختگی بحرانی، کشش در مسلح‌کننده‌ها و جابجایی دیوار تحلیل گردید. بن‌مبارک و جبری (۲۰۱۷) با مدل‌سازی حالات متنوعی از دیوار پست‌به‌پست با کمک روش اجزای محدود، اثر طول همپوشانی مسلح‌کننده‌ها را بر پارامترهای مختلف ارزیابی کردند. سطح گسیختگی بحرانی، کشش در مسلح‌کننده‌ها، ضرایب اطمینان و جابجایی دیوار، پارامترهایی بودند که در شرایطی که

دیوارهای خاک مسلح پست‌به‌پست در بسیاری از خاکریزهای کوله پل‌ها و رمپ‌های بزرگ مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این حال، توصیه‌های آیین‌نامه‌ای موجود برای طراحی این نوع از دیوارهای خاک مسلح، بسیار محدود می‌باشد. مطابق دستورالعمل FHWA، مهم‌ترین پارامتر تعیین کننده شرایط مرزی در دیوار پست‌به‌پست، فاصله بین دو انتهای ژئوگریدهای طرفین از یکدیگر (D) می‌باشد. اگر D بیش از مقدار مرزی تعیین شده در آیین‌نامه باشد، می‌توان دیوارهای خاک مسلح هر طرف را به صورت مستقل از یکدیگر تحلیل و طراحی نمود. ولی در صورتی که D از حد گفته شده کمتر باشد، توده‌های خاک طرفین با یکدیگر اندرکنش داشته و دیگر نمی‌توان آن‌ها را به صورت مستقل از یکدیگر طراحی نمود. با عنایت به این که اطلاعات تکمیلی در آیین‌نامه‌های طراحی در ارتباط با این نوع دیوارها داده نشده است این موضوع مورد توجه محققین قرار گرفته تا با مدل‌های آزمایشگاهی و عددی به مطالعات دقیق‌تری درباره رفتار و عملکرد این نوع از دیوارهای خاک مسلح بپردازند.

هان و لشینسکی (۲۰۱۰) با ثابت نگهداشتن طول و فاصله قائم بین ژئوگریدها، تغییر فاصله دو دیوار از یکدیگر و ایجاد شرایط مختلف، به مدل‌سازی دیوار خاک مسلح و تشکیل دیوار پست‌به‌پست با استفاده از نرم‌افزار FLAC پرداخته و سپس به بررسی و تحلیل پارامترهای مختلف، نظیر فشار جانبی پست دیوار، حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگریدها و اثر فاصله بر اندرکنش گوه‌های گسیختگی در فواصل مختلف دیوارها از یکدیگر پرداختند.

کاتکار و ویسونادام (۲۰۱۱) با استفاده از روش المان محدود، به بررسی کشش در مسلح‌کننده‌ها و تغییر مکان دیوار در سه حالت مختلف برای طول ژئوستتیک‌ها پرداختند. آن‌ها گزارش دادند که با

۱۹۶ حالت مختلف، ضمن بررسی پارامترهای مختلف نظیر فشار جانبی پشت دیوار و حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگریدها، تغییر مکان‌های افقی دیوار به‌طور دقیق‌تر مطالعه شده است. سپس، با استفاده از حداکثر تغییر مکان‌های افقی در حالات مختلف، تغییر عملکرد دیوار خاک مسلح در حالت پشت‌به‌پشت بررسی شده است. در ادامه، با استفاده از اطلاعات موجود و با در نظر گرفتن پارامترهای مؤثر بر مدل‌سازی، روابطی جهت تعیین حداکثر تغییر مکان افقی در دیوارهای خاک مسلح ارائه شده است.

۲. مدل شبیه‌سازی دیوار خاک مسلح پشت‌به-

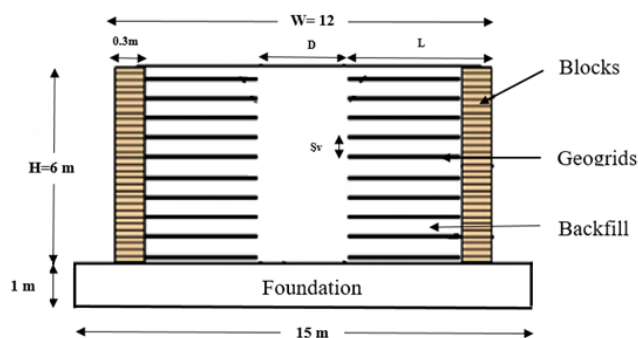
پشت

در مدل‌سازی‌های انجام گرفته، ارتفاع کل دیوار خاک مسلح ۶ متر، فاصله بین دو دیوار از یکدیگر ۱۲ متر و ضخامت هر یک از دیوارهای بلوکی طرفین ۳۰ سانتی-متر می‌باشد که روی یک پی به طول ۱۵ متر و ارتفاع ۱ متر قرار گرفته است (شکل ۱). طول ژئوگریدها و فاصله قائم ژئوگریدها از یکدیگر، پارامترهای هندسی متغیر می‌باشند. در جدول ۱، بر اساس طول و فواصل قائم مختلف در نظر گرفته شده برای ژئوگریدها در مدل‌سازی، طول کل ژئوگرید در تمامی حالات مدل‌سازی ارائه شده است.

دیوارهای پشت‌به‌پشت بسیار نزدیک به هم هستند مورد مطالعه قرار گرفتند. به‌علاوه، آن‌ها تأثیر ارتفاع و عرض دیوارهای پشت‌به‌پشت نزدیک به هم را نیز بررسی کردند.

هاردیانتو و ترونک (۲۰۱۰) در مقاله خود به مقایسه نتایج مدل دینامیک با روش سنتی مونتونوبه-اوکابه پرداختند. در این تحقیق، به‌منظور مدل‌سازی از نرم‌افزار FLAC استفاده شد. به بیان دیگر، این محققین به بررسی جابه‌جایی و فشار جانبی با استفاده از روش عددی تفاضل محدود در شتاب‌های مختلف زلزله با روش شبه‌استاتیک پرداختند. بر اساس نتایج حاصل شده، روش شبه‌استاتیک، یک روش محافظه‌کارانه در طراحی لرزه‌ای دیوارهای مسلح پشت‌به‌پشت می‌باشد.

همانطور که مطرح شد، جزئیات چگونگی رفتار دیوارهای خاک مسلح پشت‌به‌پشت هنوز به‌طور کامل شناخته شده نیست. یک پارامتر بسیار مهم که در بردارنده پاسخ و نماینده عملکرد این‌گونه از دیوارها است، تغییر مکان افقی در ارتفاع دیوار می‌باشد که تغییرات آن در شرایط مختلف در طراحی دیوار با عنایت به عملکرد مورد انتظار حائز اهمیت ویژه‌ای است. در این مطالعه، با استفاده از نرم‌افزار FLAC، با ثابت در نظر گرفتن فاصله دو دیوار از یکدیگر، با اعمال تغییر در زاویه اصطکاک داخلی خاک، طول ژئوگرید و فاصله قائم ژئوگریدها از یکدیگر و ایجاد



شکل ۱. ابعاد هندسی مدل مورد مطالعه

جدول ۱. طول کل ژئوگرید در هر حالت از مدل سازی بر اساس طول یک شاخه ژئوگرید و فاصله قائم بین آنها

طول ژئوگرید (متر)	فاصله قائم (متر)					
	۰/۹	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵	۰/۴
۳/۰	۴۲/۰	۴۸/۰	۵۴/۰	۶۰/۰	۷۲/۰	۹۰/۰
۳/۳	۴۶/۲	۵۲/۸	۵۹/۴	۶۶/۰	۷۹/۲	۹۹/۰
۳/۶	۵۰/۴	۵۷/۶	۶۴/۸	۷۲/۰	۸۶/۴	۱۰۸/۰
۳/۹	۵۴/۶	۶۲/۴	۷۰/۲	۷۸/۰	۹۳/۶	۱۱۷/۰
۴/۲	۵۸/۸	۶۷/۲	۷۵/۶	۸۴/۰	۱۰۰/۸	۱۲۶/۰
۴/۵	۶۳/۰	۷۲/۰	۸۱/۰	۹۰/۰	۱۰۸/۰	۱۳۵/۰
۴/۸	۶۷/۲	۷۶/۸	۸۶/۴	۹۶/۰	۱۱۵/۲	۱۴۴/۰
۵/۱	۷۱/۴	۸۱/۶	۹۱/۸	۱۰۲/۰	۱۲۲/۴	۱۵۳/۰
۵/۴	۷۵/۶	۸۶/۴	۹۷/۲	۱۰۸/۰	۱۲۹/۶	۱۶۲/۰
۵/۷	۷۹/۸	۹۱/۲	۱۰۲/۶	۱۱۴/۰	۱۳۶/۸	۱۷۱/۰
۶/۰	۸۴/۰	۹۶/۰	۱۰۸/۰	۱۲۰/۰	۱۴۴/۰	۱۸۰/۰

جدول ۲. مشخصات مکانیکی خاکریز، پی و بلوک های دیوار

مواد	مدل	γ (kN/m ³)	E (MPa)	ν (-)	C (MPa)	Φ (°)
خاکریز	موهر- کولومب	۱۸	۵۰	۰/۳	۰	۲۵
					۰	۳۰
					۰	۳۴
بلوکها و پی	الاستیک	۲۴	۱۰۰	۰/۱۵	-	-

مسلح کننده های ژئوستتیک به کار رفته در توده خاک از نوع ژئوگرید می باشند. به منظور مدل سازی رفتار کششی ژئوگریدها، در این تحقیق از المان کابل در مدل سازی آنها استفاده شده است. طبق نتایج تحقیقات شینودا و باترست (۲۰۰۴) ضریب ارتجاعی

در دیوار پشت به پشت مدل شده، خاکریز از جنس خاک درشت دانه و مسلح کننده ها از نوع ژئوگرید می- باشند. مشخصات مربوط به مصالح خاک، پی و بلوک های دیوار در جدول ۲ ارائه شده است. برای جلوگیری از هرگونه خرابی ممکن، پارامترهای مقاومتی قوی برای مصالح پی لحاظ شد.

که H ارتفاع کل دیوار خاک مسلح (متر) و Φ زاویه اصطکاک داخلی خاک (درجه) است.

جدول ۳. تعیین مرز تشکیل دیوار پشت به پشت در مدل-

های ساخته شده		
Φ (°)	D (m)	L (m)
۲۵	۳/۸۲	۴/۰۹
۳۰	۳/۴۶	۴/۲۷
۳۴	۳/۱۹	۴/۴۱

لازم به ذکر است که از مجموع ۱۹۶ حالت مختلف مدل سازی شده، ۱۱ مورد دچار ناپایداری و فروریزش شده اند. ده مورد از ناپایداری ها در خاک با زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه می باشد. این مدل ها شامل ژئوگریدهای به طول ۳ متر و با فواصل قائم ۰/۶ تا ۰/۹ متر، طول ۳/۳ متر و با فواصل قائم ۰/۷ تا ۰/۹ متر، طول ۳/۶ متر و با فواصل قائم ۰/۸ و ۰/۹ متر و طول ۳/۹ متر با فاصله قائم ۰/۹ متر می باشد. تنها یک مورد مربوط به خاک با زاویه اصطکاک داخلی ۳۰ درجه می باشد که طول ژئوگرید در آن ۳ متر و فاصله قائم بین ژئوگریدها در آن ۰/۹ متر می باشد.

به منظور بررسی و نمایش تفاوت تشکیل گوه گسیختگی در حالت دیوار خاک مسلح عادی نسبت به دیوار خاک مسلح پشت به پشت، از تحلیل تعادل حدی بهره گرفته شده است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می شود، گوه گسیختگی در حالت دیوار خاک مسلح پشت به پشت نسبت به دیوار خاک مسلح عادی نشان از اندرکنش گوه های گسیختگی دارد.

۳. روش تحلیل

در این تحقیق، به منظور مدل سازی دیوار خاک مسلح پشت به پشت، از نرم افزار FLAC 2D (V7.0) که از روش عددی تفاضل محدود استفاده می کند، بهره گرفته شده است (آیتاسکا، ۲۰۱۱). این نرم افزار علاوه بر انجام

ژئوگرید مورد استفاده در مدل سازی های این مطالعه ۲۲۵ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است.

به منظور تعیین مقادیر پارامترهای مربوط به اندرکنش بین "خاک با بتن" و "بتن با بتن" از روابط (۱) و (۲) استفاده شده است. این روابط در راهنمای نرم افزار FLAC ارائه گردیده است.

$$ES = \frac{K + \frac{4}{3}G}{\Delta z_{\min}} \quad (1)$$

$$kn = ks = 10ES \quad (2)$$

که ES سختی معادل، kn سختی نرمال زون های مجاور، Ks سختی برشی زون های مجاور (مگانیوتن بر متر مکعب)، K مدول حجمی (مگاپاسکال)، G مدول برشی (مگاپاسکال) و Δz_{\min} کوچکترین بُعد در کوچکترین زون مشترک (متر) می باشند.

برای تعیین اندرکنش بین ژئوگرید با خاک و بتن، از روابط (۳) و (۴) استفاده شده است:

$$S_{\text{bond}} = \pi D_{\text{eq}} c \quad (3)$$

$$K_{\text{bond}} = \frac{2\pi G}{10 \ln \left(1 + \frac{2t}{D_{\text{eq}}} \right)} \quad (4)$$

که D_{eq} قطر معادل ژئوگرید (متر)، c چسبندگی خاک (مگاپاسکال)، t ضخامت ناحیه برشی (متر)، S_{bond} مقاومت چسبندگی (مگانیوتن بر متر) و K_{bond} سختی برشی (مگاپاسکال) است.

با توجه به رابطه (۵) ارائه شده توسط FHWA به منظور تشکیل دیوار پشت به پشت (ریان و همکاران، ۲۰۰۹؛ آدامز و همکاران، ۲۰۱۱)، جدول ۳ شرایط مرزی فاصله دو انتهای ژئوگریدها و طول ژئوگریدها را با توجه به زاویه اصطکاک داخلی خاک نمایش می دهد.

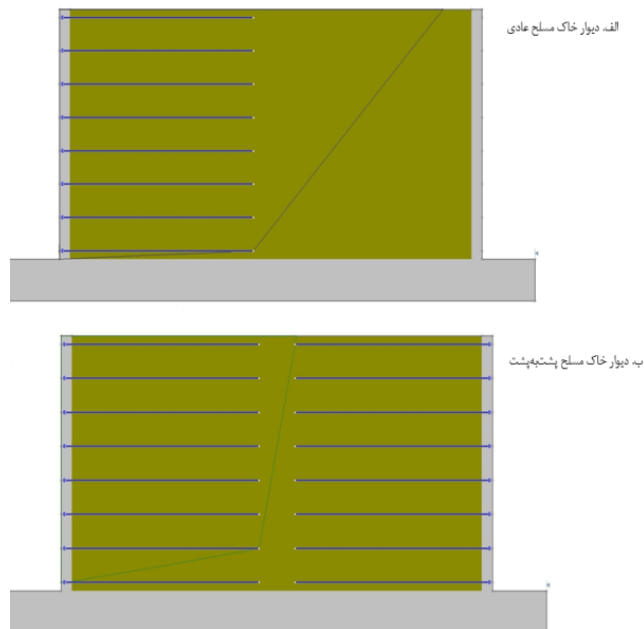
$$D = H \tan \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (5)$$

در این پژوهش، خاک شن سیلت دار با مشخصات:
 $D_{50} = 0.42 \text{ mm}$, $C_u = 4.6$, $\Phi = 39^\circ$, $E = 25 \text{ MPa}$,
 $\nu = 0.2$, $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$
 به عنوان مصالح خاکریز در دیوار خاک مسلح ۶ متری
 استفاده شده است. در تسلیح دیوار، ژئوگرید یک
 محوری، ساخته شده از پلی اتیلن با چگالی زیاد استفاده
 شده است.

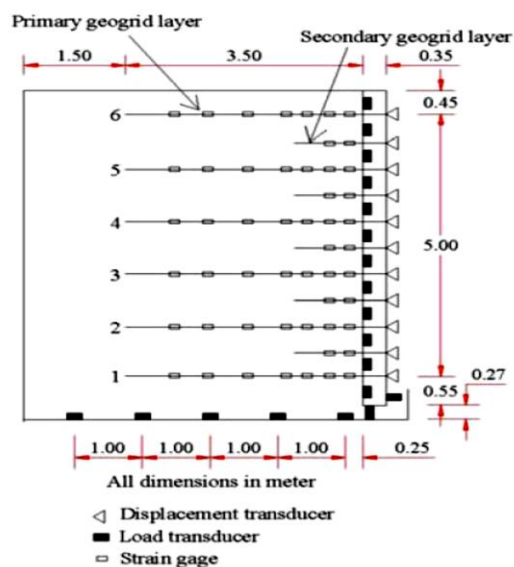
به منظور صحت سنجی مدل سازی در نرم افزار FLAC
 2D به مقایسه نتایج آزمایش انجام گرفته با خروجی های
 مدل سازی پرداخته شد. در این راستا، خاک، ایزوتروپ
 و همگن در نظر گرفته شده و معیار تسلیم موهر-
 کولمب برای مدل سازی رفتار آن لحاظ شد. شکل ۴
 هندسه مدل ساخته شده در نرم افزار را نمایش می دهد.
 لازم به ذکر است که مدل فیزیکی آزمایش به صورت
 لایه به لایه ساخته شده و مدل سازی نیز به همین ترتیب
 در نرم افزار صورت گرفته است. پس از انجام فرایند
 مدل سازی و تحلیل، خروجی های مربوط به تغییر مکان
 افقی دیوار با مدل آزمایشگاهی تاجیری و همکاران
 (۱۹۹۶) مورد مقایسه قرار گرفته است که از تطابق
 مطلوبی برخوردار است (شکل ۵).

محاسبات مربوط به فشار خاک و نیروی مسلح کننده ها،
 امکان تحلیل اندرکنش گوه های گسیختگی در حالت
 دیوار خاک مسلح پشت به پشت را نیز فراهم می آورد.
 به منظور بررسی چگونگی تشکیل گوه گسیختگی در
 حالت دیوار خاک مسلح عادی و دیوار خاک مسلح
 پشت به پشت، از نرم افزار تعادل حدی SLIDE (V6.0)
 استفاده شده است (راک ساینس، ۲۰۱۰). سپس، اثر
 فاصله بین دو انتهای ژئوگریدها بر حداکثر تغییر مکان
 افقی دیوار از طریق رگرسیون بررسی گردیده است. در
 ادامه، به منظور ارائه روابط مربوط به تخمین حداکثر
 تغییر مکان افقی با در نظر گرفتن پارامترهای مؤثر شامل
 زاویه اصطکاک خاک، طول ژئوگریدها و فاصله قائم
 بین ژئوگریدها، از نرم افزار تحلیل آماری SPSS
 (V22.0) بهره گرفته شده است.

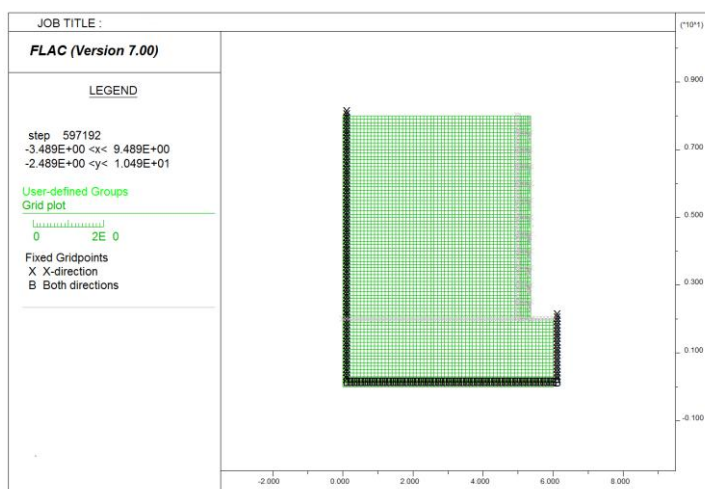
تاجیری و همکاران (۱۹۹۶) در پژوهشی
 آزمایشگاهی، با مدل سازی دیوارهای خاکی مسلح شده
 با ژئوگرید در مقیاس کامل، مقادیر پارامترهای مختلف
 از جمله تغییر مکان افقی دیوار، میزان فشار جانبی و
 همچنین کرنش مسلح کننده ها را اندازه گیری نموده اند.
 شکل ۳ به صورت شماتیک، جانمایی ابزار دقیق اندازه-
 گیری را نمایش می دهد.



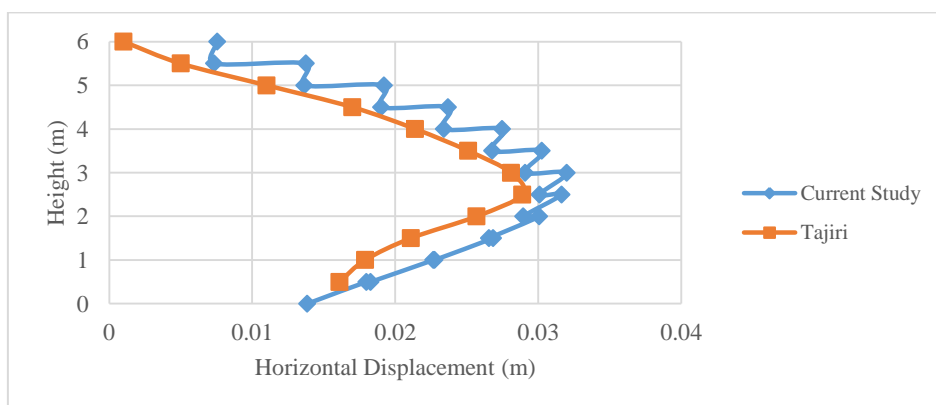
شکل ۲. چگونگی تشکیل گوه گسیختگی در
 دیوار خاک مسلح عادی و دیوار خاک مسلح
 پشت به پشت



شکل ۳. نمای شماتیک ابزار دقیق در آزمایش تاجیری و همکاران (۱۹۹۶)



شکل ۴. مدل سازی انجام گرفته مطابق آزمایش تاجیری و همکاران (۱۹۹۶) در نرم افزار FLAC 2D



شکل ۵. نمودار جابه جایی افقی پس از خاکریزی لایه نهایی

۴. نتایج و بحث

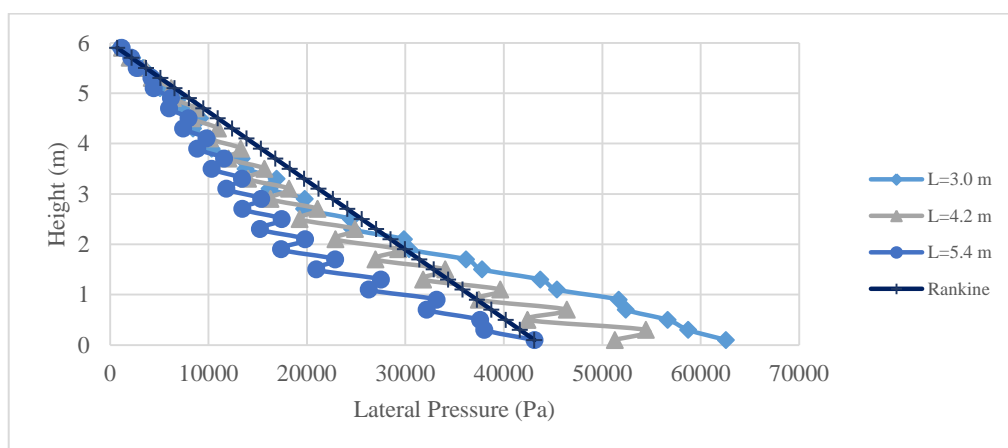
۴-۱. توزیع فشار جانبی

در توده‌ی خاک بدون عناصر تسلیح، توزیع فشار جانبی پشت دیوار به طور قابل توجهی تابع زاویه اصطکاک داخلی خاک می‌باشد. اما پس از تسلیح خاک، عناصر و نوع مسلح‌سازی خاک بر مقدار و توزیع فشار جانبی اثرگذار می‌باشند که در ادامه به بررسی اثر طول و فاصله قائم ژئوگریدها بر فشار جانبی پشت دیوار پرداخته می‌شود.

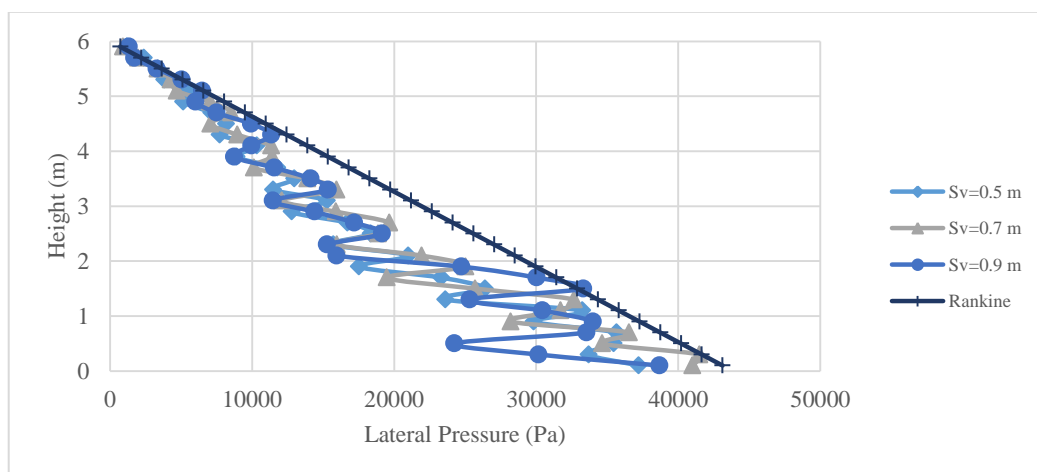
در شکل ۶، با ثابت در نظر گرفتن فاصله قائم بین ژئوگریدها در زاویه اصطکاک داخلی خاک ۲۵ درجه، مشاهده می‌شود که با افزایش طول ژئوگریدها، از میزان

فشار جانبی پشت دیوار کاسته می‌شود. در واقع، افزایش طول ژئوگریدها از ۳ متر به ۵/۴ متر موجب حدود ۳۲٪ کاهش در میزان حداکثر فشار جانبی پشت دیوار می‌شود. همچنین، توزیع فشار جانبی خاک با استفاده از روش رانکین جهت مقایسه ارائه گردیده است.

در شکل ۷، با ثابت نگه داشتن زاویه اصطکاک داخلی خاک و طول ژئوگریدها، مشاهده می‌شود که اعمال تغییر بر فواصل قائم بین ژئوگریدها اثر ناچیزی بر تغییر فشار جانبی پشت دیوار دارد و نیز همه منحنی‌های توزیع فشار جانبی خاک مقادیر کمتری به نسبت توزیع فشار محاسبه شده از روش رانکین دارند.



شکل ۶. نمودار توزیع فشار جانبی: $\Phi=25^\circ$ و $S_v=0.4\text{m}$



شکل ۷. نمودار توزیع فشار جانبی: $\Phi=25^\circ$ و $L=5.4\text{m}$

دیگر، تغییر رفتار به حالت دیوار پشت به پشت موجب کاهش فشار جانبی خاک در پشت دیوار شده و متعاقباً سبب کاهش حداکثر نیرو در عناصر تسلیح شده است. در مجموع، افزایش طول ژئوگریدها از ۳ متر به ۵/۴ متر موجب کاهش ۴۴ درصدی در میزان حداکثر نیروی کششی در آنها می‌شود.

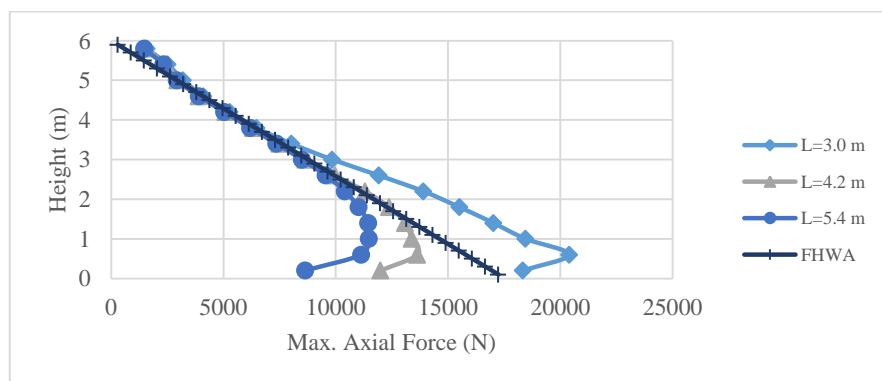
در شکل ۹، توزیع نیروی کششی ژئوگریدها در ارتفاع دیوار برای فواصل قائم مختلف مطابق نتایج مدل‌سازی‌های عددی انجام گرفته و نیز مطابق روش آیین‌نامه FHWA برای مقایسه ترسیم شده است. با ثابت نگه داشتن زاویه اصطکاک داخلی خاک و طول ژئوگریدها، مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله قائم بین ژئوگریدها، میزان نیروی بسیج شده در ژئوگریدها افزایش می‌یابد.

همانطور که در نمودارهای شکل ۹ مشاهده می‌شود، مقادیر حداکثر نیروی کششی بسیج شده حاصل از تحلیل‌ها تطابق خوبی با نتایج حاصل از توصیه‌های FHWA، به‌خصوص در قسمت‌های فوقانی، دارد. ولی در قسمت‌های تحتانی چنین نیست و بر خلاف نتایج حاصل از توصیه‌های FHWA حداکثر نیروی کششی بسیج شده در ژئوگریدها، در بیشترین عمق از دیوار خاک مسلح اتفاق نمی‌افتد. علت این امر اندرکنش بین خاک، پی و دیواره‌های بتنی در گوشه پایینی پشت دیوار با یکدیگر می‌باشد که از میزان کرنش‌ها و همچنین نیروهای وارد بر ژئوگریدها می‌کاهد.

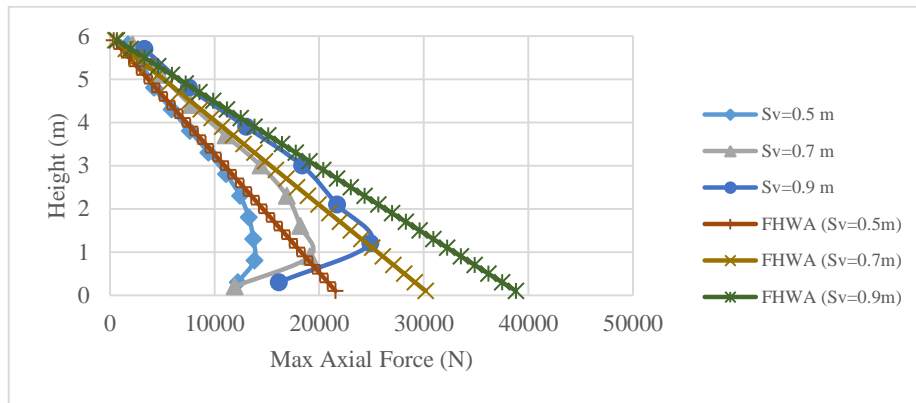
با توجه به نمودارهای ارائه شده در شکل‌های ۶ و ۷ و همچنین شرایط مرزی ارائه شده در جدول ۳ جهت تشکیل دیوار پشت‌به‌پشت، مشاهده می‌شود که با افزایش طول ژئوگریدها و ایجاد شرایط دیوار پشت‌به‌پشت، میزان فشار جانبی پشت دیوار تقلیل یافته و از نتایج تئوری رانکین کمتر است. در واقع، کاهش فشار جانبی خاک در پشت دیوار به دلیل تغییر رفتار سیستم از حالت دیوار تکی به حالت دیوار پشت‌به‌پشت و اندرکنش گوه‌های گسیختگی اتفاق می‌افتد. البته پس از ورود به حالت پشت به پشت، تغییر فواصل قائم بین ژئوگریدها، اثر چندانی بر تغییر فشار جانبی پشت دیوار نداشته است.

۲-۴. توزیع حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگریدها

در این بخش، به بررسی اثر طول ژئوگریدها و فاصله قائم آنها از یکدیگر بر میزان حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگرید پرداخته می‌شود. در شکل ۸، با ثابت نگه داشتن فاصله قائم بین ژئوگریدها در زاویه اصطکاک داخلی خاک ۲۵ درجه، مشاهده می‌شود که با افزایش طول ژئوگریدها از میزان حداکثر نیروی کششی وارد بر آنها کاسته می‌شود. افزایش طول مسلح‌کننده‌ها در واقع منجر به افزایش سطح ژئوگریدها در تماس با خاک شده و عملاً با توزیع بار به‌طور گسترده‌تر باعث کاهش حداکثر نیروی کششی در آنها شده است. از سوی



شکل ۸. بیشترین نیروی کششی وارد بر ژئوگریدها: $\Phi=25^\circ$ و $S_v=0.4m$



شکل ۹. حداکثر نیروی کششی در ژئوگریدها: $\Phi=25^\circ$ و $L=5.4m$

بین مسلح‌کننده‌ها به معنی وجود لایه‌های ضخیم‌تر خاک (بدون ژئوگرید) است، کاهش میزان تسلیح در واحد ارتفاع دیوار خاکی منجر به آزادی عمل بیشتر دانه‌های خاک هر لایه و متعاقباً تغییرمکان‌های افقی قابل توجه‌تر می‌گردد. افزایش در میزان حداکثر تغییرمکان‌های افقی دیوار از $5/1$ سانتی‌متر به $9/8$ سانتی‌متر برای افزایش فاصله قائم ژئوگریدها از 3 متر به $5/4$ متر به دست آمد.

۳-۴-۱. محل وقوع حداکثر تغییرمکان افقی در حالت

عادی و پشت‌به‌پشت

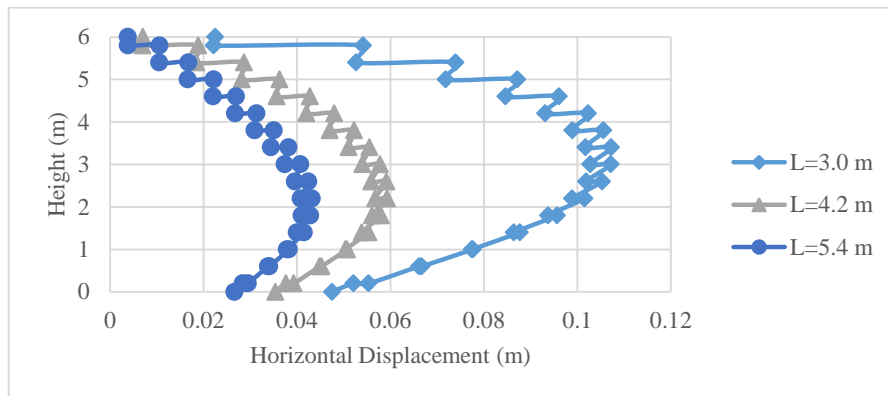
با بررسی تمامی مدل‌سازی‌های انجام شده چنین نتیجه‌گیری می‌شود که بیشترین تغییرمکان افقی دیوار به طور کلی در بازه‌ای بین $0/35$ تا $0/57$ ارتفاع کل دیوار شکل می‌گیرد. در دیوارهای پشت‌به‌پشت، محل وقوع بیشترین تغییرمکان افقی در ارتفاعات پایین‌تر می‌باشد. علت این امر را می‌توان اندرکنش گوه‌های گسیختگی در توده‌های خاک پشت دیوارهای طرفین با یکدیگر دانست. جدول ۴ بازه‌های وقوع بیشترین تغییرمکان افقی را برای حالات مختلف مدل‌سازی شده در هر یک از زوایای اصطکاک داخلی نشان می‌دهد. شکل ۱۲ ارتفاع محل بیشترین تغییرمکان‌های افقی برای زوایای اصطکاک داخلی مختلف را نمایش می‌دهد.

۳-۴. ارزیابی تغییرمکان افقی دیوارها

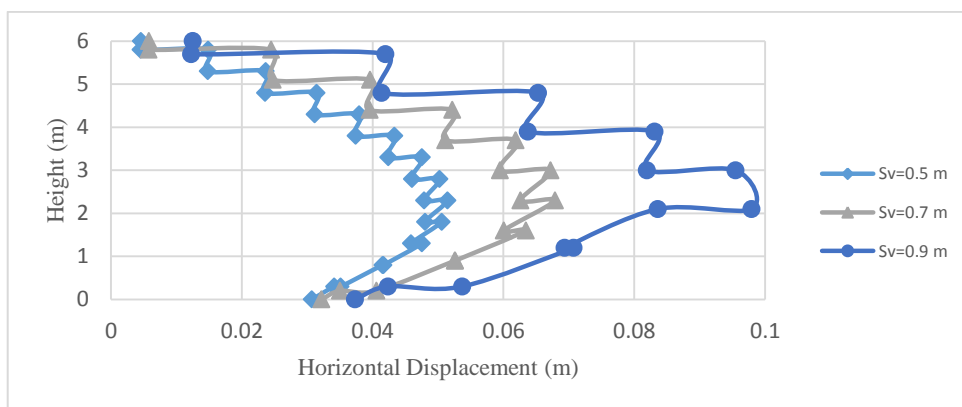
از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر در طراحی و بهره‌برداری دیوار خاک مسلح، میزان تغییرمکان‌های افقی آن می‌باشد. در ادامه، به بررسی اثر طول ژئوگریدها و فاصله قائم ژئوگریدها از یکدیگر بر میزان و توزیع تغییرمکان افقی دیوار خاک مسلح پشت‌به‌پشت پرداخته می‌شود.

در شکل ۱۰، تغییرات تغییرمکان‌های جانبی در ارتفاع دیوار برای دیوارهای خاکی مسلح شده با ژئوگریدهایی با طول‌های متفاوت نمایش داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌گردد، با ثابت نگه داشتن فاصله قائم بین ژئوگریدها در زاویه اصطکاک داخلی 25 درجه، با افزایش طول ژئوگرید از میزان تغییرمکان‌های افقی دیوار کاسته می‌شود. این کاهش در میزان حداکثر تغییرمکان‌های افقی دیوار از $10/7$ سانتی‌متر تا $4/3$ سانتی‌متر برای افزایش طول ژئوگریدها از 3 متر به $5/4$ متر ارزیابی شد.

شکل ۱۱ توزیع تغییرمکان‌های افقی را در دیوارهای خاکی با فواصل قائم مختلف مسلح‌کننده‌ها به تصویر می‌کشد. با ثابت نگه داشتن طول ژئوگرید و مشخصات خاک، نتیجه‌گیری می‌شود که با افزایش فاصله قائم بین ژئوگریدها، به میزان تغییرمکان‌های افقی دیوار افزوده می‌شود. از آنجایی که فاصله قائم بیشتر



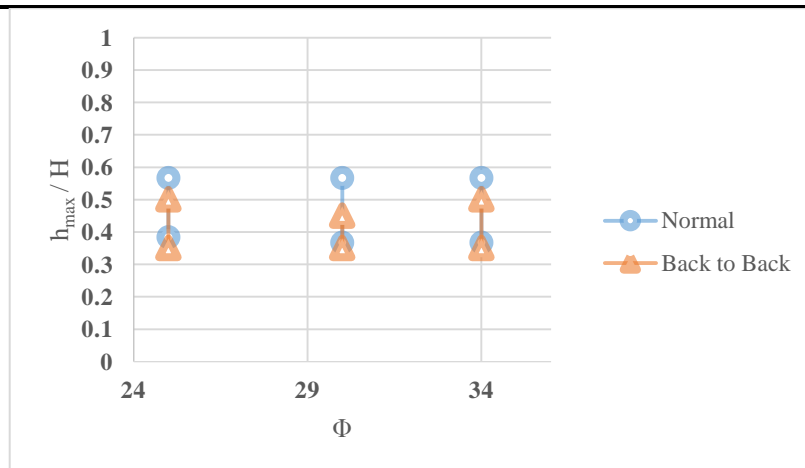
شکل ۱۰. تغییر مکان افقی دیوار: $\Phi=25^\circ$ و $S_v=0.4m$



شکل ۱۱. تغییر مکان افقی دیوار $L=5.4m$ و $\Phi=25^\circ$

جدول ۴. محل وقوع حداکثر تغییر مکان افقی در زوایای اصطکاک مختلف

Φ (°)	۲۵	۳۰	۳۴
عادی	۰/۳۸-۰/۵۷	۰/۳۷-۰/۵۷	۰/۳۷-۰/۵۷
پشت به پشت	۰/۳۵-۰/۵۰	۰/۳۵-۰/۴۵	۰/۳۵-۰/۵۰



شکل ۱۲. ارتفاع محل وقوع بیشترین تغییر مکان های افقی برای زوایای اصطکاک مختلف در دو حالت عادی و پشت به پشت

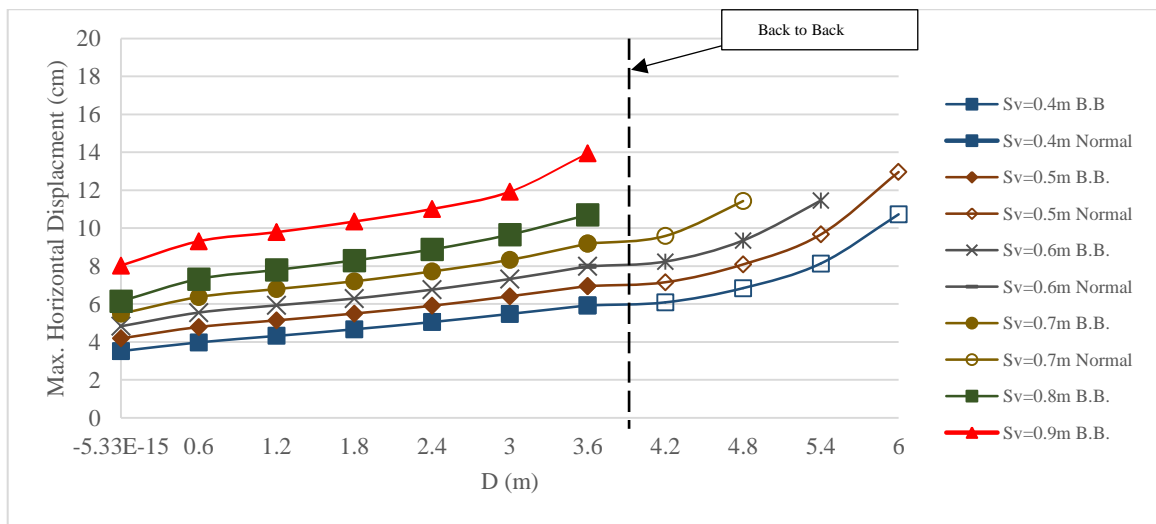
ژئوگریدها در جدول ۳ تعیین گردیده است. به منظور بررسی رابطه ارائه شده، مقادیر مرزی مذکور در نمودارهای شکل ۱۳، ۱۴ و ۱۵ با خط چین قائم مشخص شده‌اند. حداکثر تغییر مکان‌های افقی به دست آمده از مدل‌سازی‌های انجام گرفته برای هر زاویه اصطکاک داخلی خاک برای فواصل افقی (متناظر با طول‌های) مختلف ژئوگرید در فاصله قائم مشخص در نمودارهای مذکور با مقادیر مرزی قابل مقایسه است.

۲-۳-۴. روند تغییر رفتار دیوار از حالت عادی به

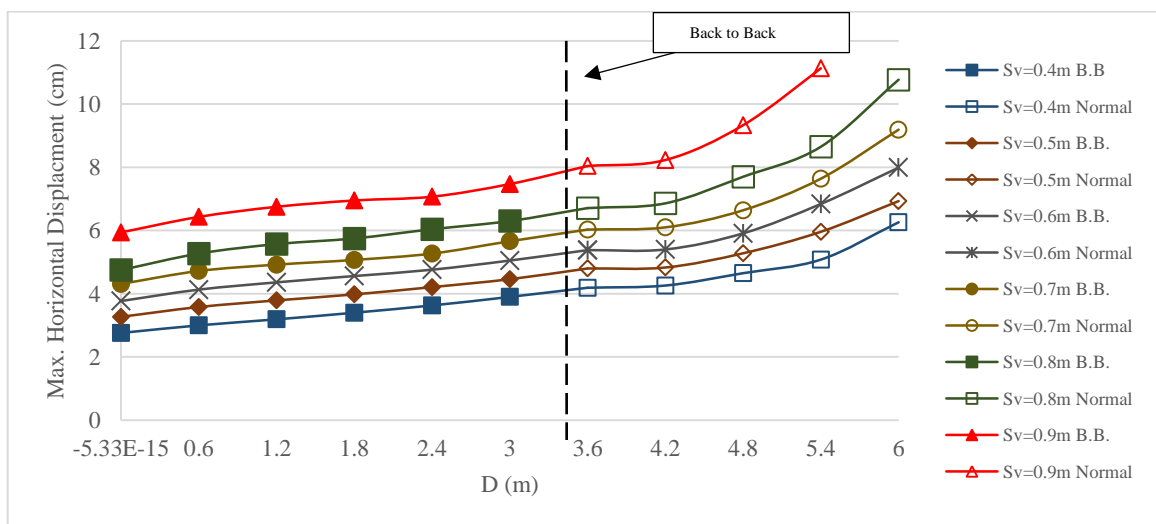
پشت به پشت

حداکثر تغییر مکان‌های افقی حاصل شده از مدل‌سازی‌های انجام گرفته برای زوایای اصطکاک داخلی ۳۰، ۲۵ و ۳۴ درجه برای فواصل مختلف دو انتهای ژئوگریدها در فواصل قائم مشخص در شکل‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵ ارائه شده است.

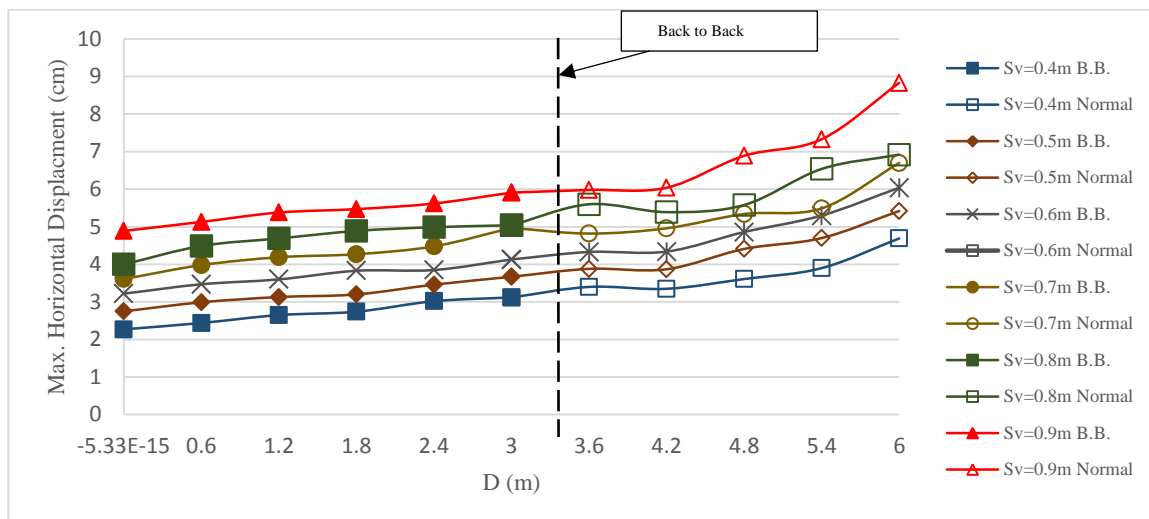
با توجه به رابطه ۵، مرز حالت دیوار خاک مسلح عادی و پشت به پشت بر اساس طول و نیز فاصله دو انتهای



شکل ۱۳. بیشترین جابجایی‌های افقی برای زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه



شکل ۱۴. بیشترین جابجایی‌های افقی برای زاویه اصطکاک داخلی ۳۰ درجه



شکل ۱۵. بیشترین جابجایی‌های افقی برای زاویه اصطکاک داخلی ۳۴ درجه

c در روابط فوق، d_{max} حداکثر تغییر مکان افقی، D فاصله دو انتهای ژنوگرید از یکدیگر و a، b و c ضرایب روابط می‌باشند. جداول ۵، ۶ و ۷ معادلات هر یک از روابط برازش شده بر نمودارهای فوق را در بخش دیوار خاک مسلح پشت‌به‌پشت و خاک مسلح عادی برای زوایای اصطکاک داخلی مختلف ارائه می‌دهند.

همانطور که مشاهده می‌شود، تغییرات تغییر مکان‌های افقی دیوار خاک مسلح در بخش پشت‌به‌پشت به صورت خطی (رابطه ۶) بوده و در بخش عادی به صورت غیر خطی و به صورت چند جمله‌ای درجه دو (رابطه ۷) می‌باشد. همچنین، نمودارهای فوق صحت رابطه ارائه شده در تعیین مرز دیوار خاک مسلح عادی نسبت به دیوار خاک مسلح پشت‌به‌پشت را بیان می‌دارد.

$$d_{max} = a.D + b \quad (6)$$

$$d_{max} = a.D^2 + b.D + c \quad (7)$$

جدول ۵. معادلات برازش شده بر نمودار "بیشینه تغییر مکان افقی - فاصله دو انتهای ژنوگرید": زاویه اصطکاک داخلی ۲۵ درجه

MSEW عادی	MSEW پشت‌به‌پشت	S_v
$d_{max} = 1.07D^2 - 8.36D + 22.19$ ($R^2 = 0.996$)	$d_{max} = 0.65D + 3.53$ ($R^2 = 0.998$)	۰/۴
$d_{max} = 1.35D^2 - 10.57D + 27.55$ ($R^2 = 0.996$)	$d_{max} = 0.73D + 4.24$ ($R^2 = 0.994$)	۰/۵
$d_{max} = 1.29D^2 - 9.71D + 26.20$ ($R^2 = 0.999$)	$d_{max} = 0.82D + 4.90$ ($R^2 = 0.990$)	۰/۶
$d_{max} = 1.99D^2 - 14.81D + 36.75$ ($R^2 = 0.999$)	$d_{max} = 0.95D + 5.59$ ($R^2 = 0.986$)	۰/۷
-	$d_{max} = 1.16D + 6.32$ ($R^2 = 0.981$)	۰/۸
-	$d_{max} = 1.4387D + 8.0318$ ($R^2 = 0.946$)	۰/۹

جدول ۶. معادلات برازش شده بر نمودار "بیشینه تغییرمکان افقی - فاصله دو انتهای ژنوگرید": زاویه اصطکاک داخلی ۳۰ درجه

MSEW عادی	MSEW پشت به پشت	S _v
$d_{\max} = 0.45D^2 - 3.48D + 10.93$ (R ² = 0.988)	$d_{\max} = 0.39D + 2.74$ (R ² = 0.995)	۰/۴
$d_{\max} = 0.42D^2 - 3.12D + 10.59$ (R ² = 0.999)	$d_{\max} = 0.40D + 3.29$ (R ² = 0.993)	۰/۵
$d_{\max} = 0.53D^2 - 3.99D + 12.85$ (R ² = 0.998)	$d_{\max} = 0.42D + 3.82$ (R ² = 0.991)	۰/۶
$d_{\max} = 0.68D^2 - 5.20D + 15.98$ (R ² = 0.999)	$d_{\max} = 0.44D + 4.35$ (R ² = 0.976)	۰/۷
$d_{\max} = 0.80D^2 - 6.06D + 18.15$ (R ² = 0.994)	$d_{\max} = 0.50D + 4.87$ (R ² = 0.983)	۰/۸
$d_{\max} = 1.12D^2 - 8.33D + 23.54$ (R ² = 0.999)	$d_{\max} = 0.52D + 6.02$ (R ² = 0.964)	۰/۹

جدول ۷. معادلات برازش شده بر نمودار "بیشینه تغییرمکان افقی - فاصله دو انتهای ژنوگرید": زاویه اصطکاک داخلی ۳۴ درجه

MSEW عادی	MSEW پشت به پشت	S _v
$d_{\max} = 0.19D^2 - 1.29D + 5.34$ (R ² = 0.953)	$d_{\max} = 0.29D + 2.27$ (R ² = 0.986)	۰/۴
$d_{\max} = 0.19D^2 - 1.11D + 5.33$ (R ² = 0.981)	$d_{\max} = 0.29D + 2.77$ (R ² = 0.977)	۰/۵
$d_{\max} = 0.22D^2 - 1.36D + 6.26$ (R ² = 0.990)	$d_{\max} = 0.28D + 3.26$ (R ² = 0.970)	۰/۶
$d_{\max} = 0.34D^2 - 2.53D + 9.53$ (R ² = 0.951)	$d_{\max} = 0.40D + 3.65$ (R ² = 0.948)	۰/۷
$d_{\max} = 0.19D^2 - 1.10D + 6.79$ (R ² = 0.9033)	$d_{\max} = 0.33D + 4.19$ (R ² = 0.885)	۰/۸
$d_{\max} = 0.43D^2 - 2.94D + 10.91$ (R ² = 0.981)	$d_{\max} = 0.32D + 4.92$ (R ² = 0.979)	۰/۹

جدول ۸. مقادیر ضرایب معادله تخمین حداکثر تغییرمکان افقی در حالات مختلف

تمام موارد	MSEW پشت به پشت	MSEW عادی	ضریب
۱۶۷۴/۹۷۴	۸۷۸/۸۸۱	۵۵۸۴/۵۹۱	A
-۲/۲۲۵	-۱/۹۲۵	-۲/۳۹۷	B
-۱/۰۸۱	-۱/۲۰۸	-۱/۴۲۵	C
۰/۸۶۱	۰/۹۸۰	۰/۷۹۲	D
۰/۹۴۷	۰/۹۶۹	۰/۹۵۳	R ²

از پارامترهای ورودی بر خروجی روابط به خوبی قابل تحلیل باشد.

در فرمول‌های حاصل از این تحلیل آماری، توان مربوط به زاویه اصطکاک داخلی خاک منفی می‌باشد و بدین معناست که با افزایش این پارامتر، از میزان تغییر مکان افقی کاسته می‌شود. توان عبارت مربوط به فاصله بین دو انتهای ژئوگریدها نیز منفی می‌باشد که نشان‌دهنده افزایش تغییر مکان افقی دیوار با افزایش پارامتر فاصله بین دو انتهای ژئوگریدها است. مثبت بودن توان فاصله قائم ژئوگریدها بیان می‌کند که با افزایش این پارامتر، تغییر مکان افقی افزایش می‌یابد. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت که روابط ارائه شده از لحاظ فیزیکی با رفتار واقعی دیوارهای خاک مسلح پشت‌به‌پشت همخوانی دارند.

۵. نتیجه‌گیری

رفتار دیوارهای خاک مسلح پشت‌به‌پشت با وجود کاربرد وسیع، در مقایسه با دیوارهای خاک مسلح عادی، در ادبیات فنی کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در این تحقیق، با هدف ارزیابی رفتار دیوارهای خاک مسلح پشت‌به‌پشت و با تمرکز بر تغییر مکان‌های جانبی، اثر زاویه اصطکاک داخلی خاک، فاصله دو انتهای ژئوگریدها و فاصله قائم ژئوگریدها از یکدیگر با ثابت نگه داشتن فاصله و ارتفاع دیوارهای طرفین مورد مطالعه قرار گرفت. برای ایجاد حالات مختلف مورد نظر، ۱۹۶ مدل عددی ساخته و تحلیل شد. طبق تحلیل‌های صورت گرفته در این تحقیق نتایج زیر درباره دیوارهای خاک مسلح پشت‌به‌پشت حاصل گردید:

- در یک زاویه اصطکاک داخلی خاک مشخص، با افزایش طول ژئوگریدها (L)، فشار جانبی پشت دیوار، حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگریدها و تغییر مکان‌های افقی دیوار، کاهش می‌یابد. برای افزایش طول ژئوگریدها از ۳ متر به ۵/۴ متر در زاویه اصطکاک

روابط ارائه شده در جداول ۵ تا ۷ جهت نمایش روند تغییرات تغییر مکان‌های افقی در حالات متنوع دیوارهای پشت‌به‌پشت و عادی به دست آمده‌اند. این روابط بین بیشترین تغییر مکان افقی و فاصله بین دو انتهای ژئوگریدها و به تفکیک شرایط دیوار خاک مسلح، فاصله قائم ژئوگریدها از یکدیگر و زوایای اصطکاک خاک ارائه شده‌اند.

همانطور که مشاهده می‌شود، تمامی روابط ارائه شده در جداول فوق از ضریب تعیین (R^2) بالایی برخوردار هستند که نشان دهنده سطح بالای همبستگی تغییر مکان افقی دیوارها با فاصله دو انتهای ژئوگریدها از یکدیگر می‌باشد.

در ادامه، به تحلیل آماری با استفاده از نرم‌افزار SPSS و توسعه یک مدل غیرخطی با شکل کلی ضرب پارامترهای توان‌دار جهت تخمین حداکثر تغییر مکان افقی با استفاده از متغیرهای مسئله و ارائه روابط حاصل از این تحلیل پرداخته شده است. در این تحلیل، زاویه اصطکاک داخلی خاک، فاصله افقی دو انتهای ژئوگریدها و فاصله قائم بین ژئوگریدها به عنوان ورودی و حداکثر تغییر مکان افقی دیوار به عنوان خروجی در نظر گرفته شده است. تمامی روابط حاصل از این تحلیل به فرم عمومی رابطه (۸) می‌باشند و مقادیر ضرایب آنها و نیز ضرایب تعیین در جدول ۸ ارائه شده‌اند.

$$d_{\max} = a \cdot \Phi^b \cdot (12 - D)^c \cdot S_v^d \quad (8)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، ضرایب تعیین مربوط به نتایج این تحلیل آماری نیز تا حد بسیار خوبی قابلیت اطمینان جهت استفاده از این روابط را برای تخمین حداکثر تغییر مکان افقی تأیید می‌کند.

به‌علاوه، ملاحظه می‌شود که ساختار کلی معادلات ارائه شده در این پژوهش به صورت ضرب پارامترهای توان‌دار بوده و این امکان را فراهم می‌کند که اثر هر یک

ژئوگریدها در حالت پشت‌به‌پشت به صورت خطی و در حالت دیوار خاک مسلح عادی به صورت چندجمله‌ای درجه دو می‌باشد. ضریب تعیین مناسب در برازش‌های انجام شده (عموماً بیش از ۰/۹۵) نیز مؤید نتیجه فوق می‌باشد.

- به‌منظور تخمین میزان حداکثر تغییر مکان افقی، براساس نتایج حاصل از مدل‌سازی‌های انجام گرفته، با در نظر گرفتن پارامترهای متغیر زاویه اصطکاک داخلی خاک، فاصله دو انتهای ژئوگریدها و فاصله قائم بین ژئوگریدها، یک مدل غیرخطی برای دیوارهای خاک مسلح با در نظر گرفتن سه حالت دیوار خاک مسلح پشت‌به‌پشت، دیوار خاک مسلح عادی و دیوار خاک مسلح بدون در نظر گرفتن مکانیزم عملکرد آن، توسعه یافت که روابط حاصل دارای ضرایب تعیین مناسبی به ترتیب به میزان ۰/۹۵۳، ۰/۹۶۹ و ۰/۹۴۷ می‌باشند.

- روابط تخمین مقادیر تغییر مکان جهت تحلیل دقیق روندهای موجود و با استفاده از نتایج تعداد زیادی مدل‌سازی عددی در نبود داده‌های تجربی کافی به دست آمد. مطابق فرم لحاظ شده در این روابط، اثر تغییرات پارامترهای مختلف بر تغییر مکان‌های جانبی بیشینه به خوبی قابل درک هستند. امید است در آینده در صورت وجود نتایج آزمایشگاهی به تعداد کافی، بتوان تحلیل‌های آماری را بر مبنای داده‌های واقعی انجام داد.

داخلی خاک ۲۵ درجه، کاهش مقادیر مربوط به بیشینه پارامترهای مذکور به ترتیب حدود ۳۲، ۴۴ و ۶۰ درصد است. با افزایش فاصله قائم بین ژئوگریدها (S_v)، تغییر محسوسی بر فشار جانبی پشت دیوار اعمال نمی‌شود. در حالی که میزان حداکثر نیروی بسیج شده در ژئوگریدها و تغییر مکان افقی دیوار افزایش می‌یابد.

- میزان فشار جانبی در حالت دیوار خاک مسلح پشت-به‌پشت که از طریق مدل عددی محیط پیوسته محاسبه می‌شود، از میزان فشار جانبی ارائه شده در آیین‌نامه بر اساس تئوری رانکین، کمتر می‌باشد. به این ترتیب می‌توان گفت استفاده از نتایج محاسبات بر اساس تئوری رانکین در طراحی محافظه‌کارانه است.

- با توجه به نتایج حاصل از بررسی حداکثر تغییر مکان-های افقی در مدل‌سازی‌های انجام گرفته، رابطه ارائه شده در FHWA جهت تعیین مرز تشکیل دیوار پشت-به‌پشت مناسب ارزیابی شد. در صورت تغییر عملکرد دیوارهای خاک مسلح از حالت عادی به حالت پشت-به-پشت، می‌توان از ظرفیت اضافه ایجاد شده در اثر اندرکنش گوه‌های خاک پشت دو دیوار، در طراحی بهره‌مند شد.

- براساس نمودارهای "حداکثر تغییر مکان افقی-فاصله دو انتهای ژئوگریدها"، چنین نتیجه‌گیری می‌شود که رابطه بین حداکثر تغییر مکان‌های افقی برای مقادیر مختلف زاویه اصطکاک داخلی خاک و فاصله قائم بین

۶. مراجع

- Adams, M., Nicks, J., Stabile, T., Wu, J., Schlatter, W. and Hartmann, J. 2011. "Geosynthetic Reinforced Soil Integrated Bridge System". Interim Implementation Guide, No. FHWA-HRT-11-026.
- Benmebarek, S., Attallaoui, S. and Benmebarek, N. 2016. "Interaction analysis of back-to-back mechanically stabilized earth walls". J. Rock Mech. Geotech. Eng., 8: 697-702.
- Benmebarek, S. and Djabri, M. 2017. "FEM to investigate the effect of overlapping reinforcement on the performance of back-to-back embankment bridge approaches under self-weight". Transport. Geotech., 11: 17-26.
- Berg, R. R., Christopher, B. R. and Barry, R. 2009. "Design of Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes". Publication No. FHWA-NHI-10-043, Federal Highway Administration.
- Djabri, M. and Benmebarek, S. 2016. "FEM analysis of back-to-back geosynthetic-reinforced soil retaining walls". Int. J. Geosynth. Ground Eng., 2(3): 26.

- El-Sherbiny, R., Ibrahim, E. and Salem, A. 2013. "Stability of back-to-back mechanically stabilized earth walls". Geo-Congress 2013, San Diego, California, USA, pp. 555-565.
- Han, J. and Leshchinsky, D. 2010. "Analysis of back-to-back mechanically stabilized earth walls". Geotext. Geomembranes, 28: 262-267.
- Hardianto, F. and Truong, K. 2010. "Seismic deformation of back-to-back mechanically stabilized earth (MSE) walls". Earth Retention Conference 3, Bellevue, Washington, USA, pp. 704-711.
- Itasca. 2011. "User's Guide Fast Lagrangian Analysis of Continua- FLAC, Ver. 7.0". Itasca Ltd.
- Katkar, H. and Viswanadham, B. 2011. "Some studies on the behaviour of back-to-back geosynthetic reinforced soil walls". Proceedings of Indian Geotechnical Conference, Kochi, pp. 911-914.
- Rocscience. 2010. "User's Guide SLIDE, ver. 6.0". Rocscience Ltd.
- Shinoda, M. and Bathurst, R. J. 2004. "Lateral and axial deformation of PP, HDPE and PET geogrids under tensile load". Geotext. Geomembranes, 22(4): 205-222.
- Tajiri, N., Sasaki, H., Nishimura, J., Ochiai, Y. and Dobashi, K. 1996. "Full-scale failure experiments of geotextile-reinforced soil walls with different facings". IS-Kyushu 9, Third International Symposium on Earth Reinforcement, Balkema, Rotterdam, The Netherlands.

