

بررسی اثرات تغییرات پارامترهای مفصل پنجه غیرفعال بر روی حرکت مدل دو بعدی ربات انسان نما

مجید ساده دل^۱، عقیل یوسفی کما^{۲*} و فائزه ایرانمنش^۳

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۱۲	هدف پیش رو در مقاله حاضر طراحی یک مفصل پنجه غیرفعال برای ربات انسان نما، سورنا ۳ می باشد. برای این منظور از مدل دو بعدی ربات استفاده شده است. در گام نخست، مسیر حرکت مفاصل ربات بدون در نظر گرفتن مفصل پنجه طراحی می شود. پس از آن، پایداری حرکت ربات مجهز به مفصل پنجه غیرفعال بررسی می گردد. برای این کار از معیار پایداری نقطه ممان صفر استفاده می شود. برای محاسبه موقعیت این نقطه، داشتن زوایای مفصل پنجه غیرفعال لازم بوده که با استفاده از روابط ارتعاشات واداشته محاسبه می گردد. پس از آن به استخراج مدل دینامیکی ربات پرداخته می شود. در این راستا با استفاده از روش رهاسازی قیود، کلیه نیروهای عکس العمل وارد بر ربات در فازهای مختلف حرکت بدست آمده و بردار نیروی تعمیم یافته که شامل گشتاورهای مفاصل و نیروهای عکس العمل زمین می باشد، محاسبه می شود. به منظور بررسی صحت مدل دینامیکی استخراج شده، بار دیگر موقعیت نقطه ممان صفر با استفاده از نیروهای عکس العمل زمین محاسبه می شود. به این ترتیب موقعیت نقطه ممان صفر با دو رویکرد مبتنی بر سینماتیک و دینامیک ربات محاسبه و مقایسه می گردد و صحت مدل دینامیکی استخراج شده نیز بررسی می شود. با تغییر پارامترهای مربوط به ضریب سختی و ثابت میرایی اثرات این دو پارامتر بر روی ارتعاشات پنجه غیرفعال بررسی شده و نهایتاً به کمک آنالیز پارامتری اثرات این دو پارامتر بر روی گشتاور و توان مفاصل بررسی می گردد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۷	
واژگان کلیدی:	
ربات انسان نما،	
پنجه غیرفعال پا،	
مدل دینامیکی،	
آنالیز پارامتری،	
ضریب سختی،	
ثابت میرایی.	

۱-مقدمه

عمود بر صفحه می باشند. برخی دیگر از ربات های انسان نما، علاوه بر درجات آزادی فوق، یک درجه آزادی دیگر نیز در مفصل پنجه خود دارند؛ ربات هایی نظیر اچ-هفت (H-7) [۱]، لولا (Lola) [۲]، تویوتا (Toyota) [۳] و اچ-آر-پی-فر-سی (HRP-4C) [۴] نمونه هایی هستند که مجهز به مفصل پنجه فعال می باشند. استفاده از مفصل پنجه فعال در ربات مزایای متعددی دارد. افزایش سرعت حرکت ربات [۱]، افزایش ارتفاع گام [۵]، بهبود پایداری [۶، ۷]، ذخیره

ربات مورد نظر در مقاله حاضر، ربات انسان نما سورنا ۳ (Surena) می باشد که در مرکز سیستم ها و فناوری های پیشرفته (Center of Advanced Systems and Technologies) دانشگاه تهران ساخته شده است. مدل مورد نظر، مدل دوبعدی این ربات بوده که در هر پای خود ۳ درجه آزادی دورانی دارد به طوری که هرکدام از مفاصل لگن، زانو و مچ دارای یک درجه آزادی دورانی حول محور

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: aykoma@ut.ac.ir

۱. استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

۲. استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک طراحی کاربردی، دانشگاه تهران

عملیاتی بودن روش نقطه ممان صفر، برای بررسی پایداری ربات از این معیار استفاده شده است. به منظور محاسبه موقعیت نقطه ممان صفر، زوایای تمامی مفاصل مورد نیاز است. بدلیل عدم امکان محاسبه زاویه مفصل پنجه غیرفعال پای معلق ربات با استفاده از سینماتیک، روش ممان صفر با چالش مواجه می‌شود. برای حل این چالش، در این مقاله، زاویه‌ی مفصل پنجه غیرفعال در پای معلق با استفاده از مدل ارتعاشات واداشته محاسبه می‌شود.

همچنین برای تحلیل حرکت ربات لازم است تا مدل دینامیکی دقیقی استخراج شود. روش‌های لاگرانژ [۲۱-۲۳] و نیوتن-اوایلر [۲۴-۲۶] روش‌های متداول و شناخته شده‌ای برای استخراج مدل دینامیکی ربات انسان‌نما می‌باشند. در مقاله حاضر به منظور استخراج مدل دینامیکی از روش لاگرانژ استفاده شده است.

بیشترین نوآوری‌های صورت گرفته در این مقاله شامل موارد زیر می‌باشند:

- ۱- محاسبه نقطه ممان صفر در فاز تک‌تکیه‌گاهی با در نظر گرفتن ارتعاشات مفصل پنجه غیر فعال پای معلق
- ۲- بررسی اثرات ضرایب سختی و ثابت میرایی مختلف بر روی ارتعاشات پنجه معلق، گشتاور و توان مفاصل در حرکت دورانی پنجه

۲- طراحی مسیر

در این بخش روند طراحی مسیر ربات انسان‌نمای دو بعدی مجهز به مفصل پنجه غیرفعال تشریح می‌شود. ربات مجهز به مفصل پنجه قادر است تا حرکات دورانی حول پاشنه^۹ و پنجه^{۱۰} انجام دهد. در روند طراحی مسیر پیشرو، ابتدا مسیر حرکت مفاصل مچ و لگن با توجه به قيود حرکتی موجود برای این مفاصل و همچنین شرط پیوستگی سرعت و شتاب طراحی شده و در ادامه با بکارگیری روش سینماتیک معکوس، زوایای مفاصل محاسبه می‌شود.

۲-۱- طراحی مسیر در فضای کاری

همانطور که قبلاً گفته شد، مدل به کار رفته در این مقاله،

انرژی [۸]، کاهش بیشینه سرعت مفاصل [۶] و ایجاد الگوی حرکتی شبیه به انسان [۴] از جمله مزایای استفاده از این نوع پنجه است. هندهارو^۱، الگوی حرکتی با زانوی کشیده با استفاده از مفاصل پنجه و پاشنه فعال را ابداع نمود [۹]. همچنین کوچکی^۲ کنترل تعادل ایستادن را برای یک ربات دو پای مجهز به مفصل پنجه فعال بررسی نمود [۱۰]. خوافی نیز به طراحی مسیر حرکت ربات دوپای سه بعدی با مفصل پنجه فعال پرداخته است. مدل او دارای ۹ بند و ۱۶ درجه آزادی فعال است که نسبت به مدل‌های متداول در مفصل مچ و پنجه دو درجه آزادی بیشتر دارد [۱۱].

از دیگر سو، در حوزه‌ی ربات انسان‌نما، مطالعه بر روی مفصل پنجه غیرفعال نیز صورت گرفته است. از جمله فواید استفاده از این نوع مفصل، ایجاد حرکتی سریع‌تر و هموارتر در ربات است [۱۲، ۱۳]. ربات‌هایی نظیر وایبان-تو-آر^۳ [۱۲]، پتمن^۴ [۱۴] و اچ-آر-پی-تو-آل-تی^۵ [۱۵] مجهز به این نوع مفصل می‌باشند. کاجیتا^۶ یک الگوی دویدن برای ربات اچ-آر-پی-تو-آل^۷ مجهز به پنجه غیرفعال فنی ابداع کرده است [۸]. علاوه بر آن، کومار^۸ نوعی مفصل پنجه هیبرید را طراحی نموده است که در آن با استفاده از یک مکانیزم پنجه فعال که مجهز به فنر و دمپر است، بیشینه گشتاور مورد نیاز برای این مفصل کاهش می‌یابد [۱۶].

هدف از این مقاله، طراحی یک مفصل پنجه غیرفعال برای ربات انسان‌نمای سورنا^۳ و بررسی تغییرات ناشی از افزودن این نوع پنجه به ربات با استفاده از مدل دو بعدی است. برخلاف طراحی‌های پیچیده با چند لینک و درجه آزادی، یک مفصل ساده با مشخصه‌های مکانیکی مناسب اتخاذ شده است. همچنین ضرایب سختی و ثابت میرایی پنجه‌ی غیرفعال قبلاً محاسبه گردیده است.

در این میان لازم است تا پایداری ربات نیز بررسی شود. برای بررسی پایداری ربات‌های انسان‌نما، معیارهای مختلفی وجود دارد. تعدادی از این معیارها شامل معیار نقطه ممان صفر^۹ [۱۷]، اف-آر-آی^{۱۰} [۱۸]، ام-اف-آر-آی^{۱۱} [۱۹] و سی-دبلیو-سی^{۱۲} [۲۰] هستند. در این مقاله به دلیل

9. Zero moment point
10. FRI
11. MFRI
12. CWC
13. Heel-strike motion
14. Toe-off motion

1. Handharu
2. Kouchaki
3. Wabian-2R
4. Petman
5. HRP-2LT
6. Kajita
7. HRP-2L
8. Kumar

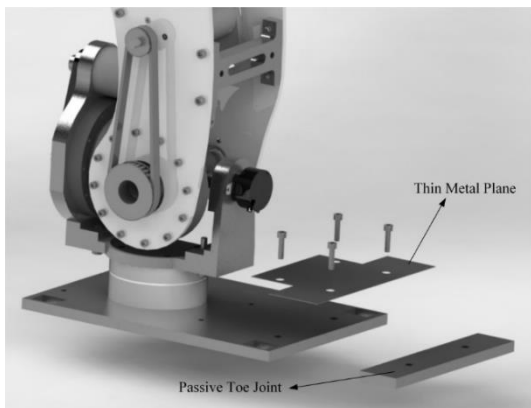
در شکل (۲) تصویری از پنجه غیرفعال و نحوه اتصال آن بر روی پای ربات نشان داده شده است. مشخصات پنجه غیرفعال به کار رفته در جدول ۴ بیان شده است.

جدول ۲- جرم بندها

نام پارامتر	توضیحات	جرم (کیلوگرم)
M_{tr}	جرم بالاتنه	۳۹/۳۹۶
M_{th}	جرم ران	۶/۳۲۷
M_{sh}	جرم ساق	۴/۵۶۱
M_f	جرم کف پا	۲/۲۳۶

جدول ۳- ممان اینرسی بندها

نام پارامتر	توضیحات	ممان اینرسی (کیلوگرم متر مربع)
J_{tr}	ممان اینرسی بالاتنه	۲/۹۴۴۴۹
J_{th}	ممان اینرسی ران	۰/۰۶۱۶۵
J_{sh}	ممان اینرسی ساق	۰/۰۷۳۸۴
J_f	ممان اینرسی کف پا	۰/۰۲۲۶۰



شکل ۲- تصویر مدل پنجه غیرفعال اضافه شده به پای ربات انسان نما سورنا ۳

جدول ۴- مشخصات پنجه غیرفعال

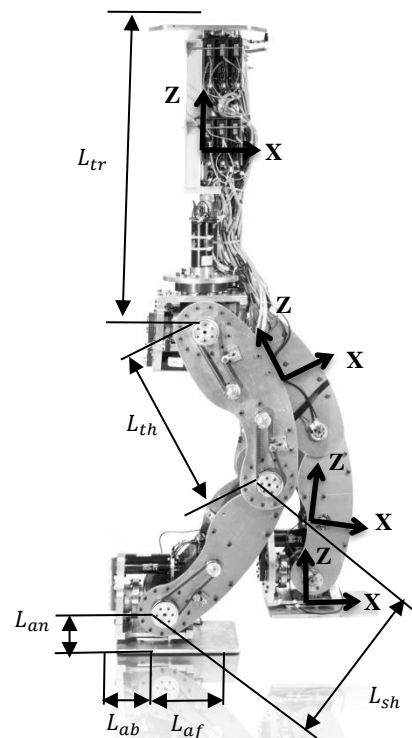
نام پارامتر	توضیحات	مقدار عددی
M_t	جرم پنجه	۰/۵۱۲ کیلوگرم
L_{ft}	طول پنجه	۳۰ سانتی متر
J_t	ممان اینرسی پنجه	۰/۰۰۰۱۵ کیلوگرم متر مربع

همچنین پارامترهای به کار رفته در طراحی مسیر در جدول ۵ معرفی شده‌اند. این پارامترها به همراه فازهای مختلف حرکت ربات در شکل (۳) نمایش داده شده است.

براساس مدل دو بعدی ربات انسان نما سورنا ۳ می‌باشد. نمای دو بعدی این ربات در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین پارامترهای طولی مربوط به مدل در این شکل مشخص و مقادیر این پارامترها در جدول ۱ تعیین گردیده است. سایر پارامترهای مربوط به مدل، شامل جرم و ممان اینرسی بندها به همراه مقادیر آن‌ها به ترتیب در جدول ۲ و جدول ۳ مشخص شده است. شایان ذکر است که ممان اینرسی بندها حول محورهای محلی واقع در مرکز جرم هر بند محاسبه شده که این محورها نیز برای هر بند در شکل (۱) نشان داده شده‌اند.

جدول ۱- طول بندها

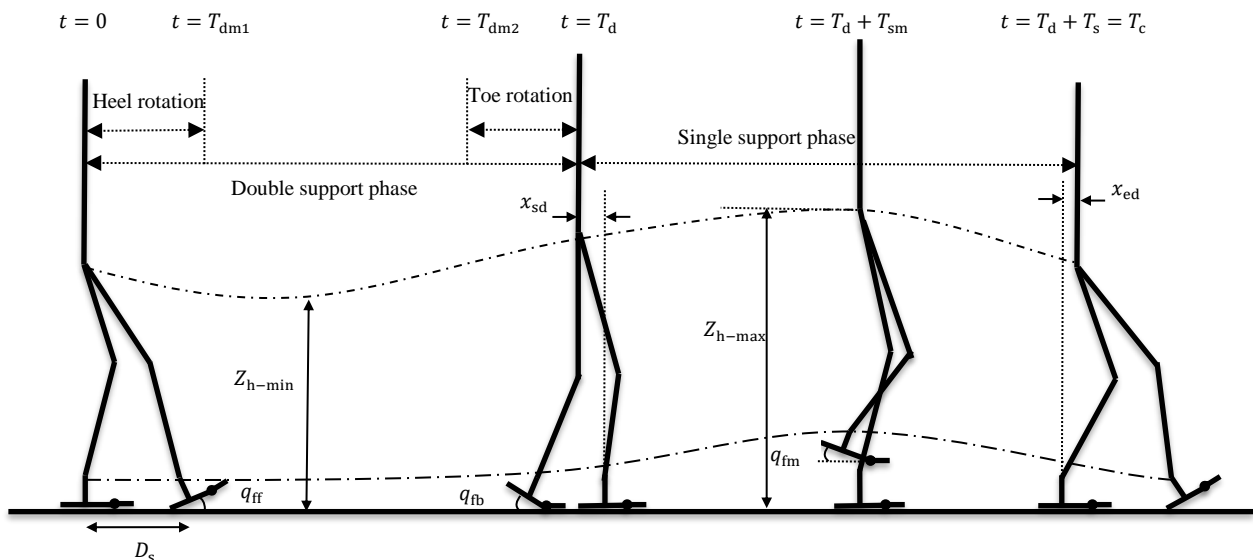
نام پارامتر	توضیحات	طول (میلی‌متر)
L_{tr}	طول بالاتنه	۵۶۸
L_{th}	طول ران	۳۶۰
L_{sh}	طول ساق	۳۶۰
L_{an}	فاصله مچ تا کف پا	۱۲۸
L_{ab}	فاصله کف پا تا پاشنه	۱۰۱/۵
L_{af}	فاصله کف پا تا پنجه	۱۶۶/۵



شکل ۱- نمای ربات انسان نما سورنا ۳ در صفحه جانبی به همراه پارامترهای طولی و محورهای مختصات محلی مفاصل

جدول ۵- پارامترهای طراحی مسیر

نام پارامتر	مقدار پارامتر	واحد	توضیحات
V	0.5	کیلومتر بر ساعت	سرعت حرکت ربات
T_d	$0.4T_c$	ثانیه	دوره زمانی فاز دو تکیه‌گاهی ^{۱۶}
T_s	$T_c - T_d$	ثانیه	دوره زمانی فاز تک تکیه‌گاهی ^{۱۷}
T_{sm}	$0.4T_s$	ثانیه	زمان میانی فاز تک تکیه‌گاهی
T_{dm1}	$0.3T_d$	ثانیه	زمان میانی اول در فاز دو تکیه‌گاهی
T_{dm2}	$0.7T_d$	ثانیه	زمان میانی دوم در فاز دو تکیه‌گاهی
T_c	D_c/V	ثانیه	مدت زمان یک گام
q_{ff}	-10	درجه	زاویه دوران پاشنه در ابتدای فاز دو تکیه‌گاهی
q_{fm}	0	درجه	زاویه پای معلق نسبت به زمین در زمان میانی فاز تک تکیه‌گاهی
q_{fb}	10	درجه	زاویه دوران پنجه در انتهای فاز دو تکیه‌گاهی
x_{ed}	$0.15D_c$	متر	فاصله بین مفصل لگن و مفصل مچ در پایان فاز تک تکیه‌گاهی
x_{sd}	$0.1D_c$	متر	فاصله بین مفصل لگن و مفصل مچ در ابتدای فاز تک تکیه‌گاهی
Z_{h-min}	$0.87(L_{an} + L_{sh} + L_{th})$	متر	کمترین ارتفاع مفصل لگن
Z_{h-max}	$0.9(L_{an} + L_{sh} + L_{th})$	متر	بیشترین ارتفاع مفصل لگن
D_c	0.4	متر	طول گام



شکل ۳- نمایش تصویری پارامترهای طراحی مسیر و فازهای مختلف حرکت

فضای کاری طراحی شود. پس از آن با بکارگیری سینماتیک معکوس، زوایای مفاصل در فضای مفصلی محاسبه می‌گردد.

۲-۲- طراحی مسیر مفصل مچ و مفصل لگن

به منظور طراحی مسیر مفصل مچ، قیودی برای حرکت

مطابق آنچه گفته شد، ابتدا لازم است تا مسیر حرکت مفاصل مچ و لگن در فضای کاری طراحی شود. برای این کار لازم است تا قیود حرکتی این مفاصل تعیین شده و با استفاده از چند جمله‌ای‌هایی که شرط پیوستگی سرعت و شتاب را بر آورده می‌کنند، مسیر حرکت این مفاصل در

16. Double support phase (DSP)

17. Single support phase(SSP)

برای طراحی مسیر مفصل نیز به کار می‌رود. از آنجایی که زاویه بالاتنه ربات همواره ثابت بوده و در حالت عمودی فرض می‌شود، بنابراین تنها برای حرکت در راستای افقی و عمودی، قیودی مطابق با رابطه (۴) و رابطه (۵) فرض می‌شود.

$$x_h = \begin{cases} x_{ed} & t = 0 \\ D_c - x_{sd} & t = T_d \\ D_c + x_{ed} & t = T_c \\ 2D_c - x_{sd} & t = T_c + T_d \\ 2D_c + x_{ed} & t = 2T_c \end{cases} \quad (4)$$

$$Z_h = \begin{cases} Z_{h-min} & t = \frac{T_d}{2} \\ Z_{h-max} & t = T_d + \frac{T_s}{2} \\ Z_{h-min} & t = T_c + \frac{T_d}{2} \\ Z_{h-max} & t = T_c + T_d + \frac{T_s}{2} \end{cases} \quad (5)$$

۲-۳- محاسبه زاویه مفاصل

با توجه به مسیرهای تعیین شده در مرحله قبل، به منظور بدست آوردن زوایای مفاصل در فضای مفصلی از روش سینماتیک معکوس استفاده شده است.

$$\begin{cases} Q_{th} = Q_{tr} + q_h \\ Q_{sh} = Q_{th} + q_k \end{cases} \quad (6)$$

در رابطه (۶)، Q_{tr} ، Q_{sh} ، Q_h و q_k ، به ترتیب نشان دهنده زاویه لینک ران، بالاتنه، ساق پا و مفاصل لگن و زانو می‌باشند. با استفاده از رابطه (۶)، q_k و q_h محاسبه می‌شود.

همچنین زوایای سایر مفاصل نیز با استفاده از رابطه (۷) محاسبه می‌گردد.

$$\begin{cases} q_{tr} + q_h = \tan^{-1} \left(\frac{x_k - x_h}{z_k - z_h} \right) \\ q_{tr} + q_h + q_k = \tan^{-1} \left(\frac{x_a - x_h}{z_a - z_h} \right) \\ q_{tr} + q_h + q_k + q_a = q_f \end{cases} \quad (7)$$

در رابطه (۷)، q_{tr} ، q_h ، q_k و q_a ، q_f به ترتیب نشان دهنده زاویه بالاتنه، مفصل لگن، مفصل زانو، مفصل مچ و کف پا می‌باشند. همچنین z_a ، z_k و z_h به ترتیب بیانگر مختصه Z مفصل مچ، زانو و لگن می‌باشند. x_a ، x_k و x_h نیز به ترتیب مختصه X مفصل مچ، زانو و لگن را نشان می‌دهند. شایان ذکر است زاویه بالاتنه در طول حرکت ثابت و برابر ۹۰ درجه نسبت به خط افق می‌باشد.

نمودارهای حاصل از طراحی مسیر مفاصل برای پای راست در شکل (۴) نمایش داده شده است.

ربات در نظر گرفته می‌شود که این قیود بر روی زاویه کف پا و مولفه‌های افقی و عمودی حرکت مچ پای ربات فرض می‌شوند. هدف از طراحی مسیر مفصل مچ، بدست آوردن چند جمله‌ای‌هایی برای زاویه کف پا نسبت به زمین و همچنین مولفه‌های افقی و عمودی مفصل مچ در طول حرکت است. قیودی که برای زاویه کف پا و مختصه افقی و عمودی مفصل مچ پای راست در نظر گرفته می‌شوند، به ترتیب در رابطه (۱)، رابطه (۲) و رابطه (۳) مشخص شده‌اند. این قیود برای پای راست ربات در نظر گرفته شده و برای پای چپ نیز قیود مشابهی وجود دارند با این تفاوت که مدت زمان یک گام به قیود زمانی اضافه می‌شوند.

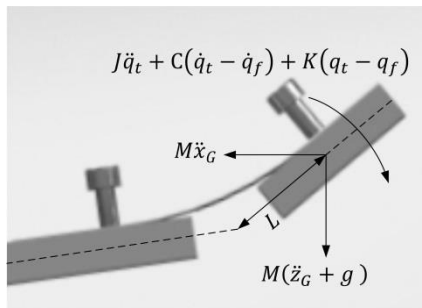
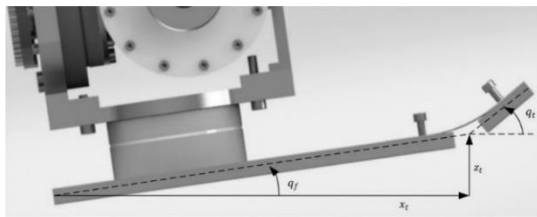
$$q_f = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq T_{am2} \\ q_{fb} & t = T_d \\ q_{fm} & t = T_d + T_{sm} \\ q_{ff} & t = T_c \\ 0 & T_c + T_{am1} \leq t \leq 2T_c \end{cases} \quad (1)$$

$$x_{ar} = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq T_{am2} \\ L_{af}(1 - \cos(Q_{fr})) & t = T_d \\ +L_{an} \sin(Q_{fr}) & \\ x_{am} & t = T_d + T_{sm} \\ 2D_c + L_{ab}(\cos(Q_{fr}) - 1) & t = T_c \\ +L_{ab} \sin(Q_{fr}) & \\ 2D_c & T_c + T_{am1} \leq t \leq 2T_c \end{cases} \quad (2)$$

$$z_{ar} = \begin{cases} L_{an} & 0 \leq t \leq T_{am2} \\ L_{af} \sin(Q_{fr}) & t = T_d \\ +L_{an}(1 - \cos(Q_{fr})) & \\ L_{an} + z_{am} & t = T_d + T_{sm} \\ -L_{ab} \sin(Q_{fr}) & t = T_c \\ +L_{an} \cos(Q_{fr}) & \\ L_{an} & T_c + T_{am1} \leq t \leq 2T_c \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه (۲)، x_{am} برابر با نصف طول گام و در رابطه (۳)، z_{am} برابر با $0, 1$ می‌باشند. تمامی این قیود با در نظر گرفتن حرکت ربات با وجود دوران پنجه و پاشنه ایجاد شده‌اند. با توجه به این قیود حرکتی و با در نظر گرفتن پیوستگی سرعت و شتاب، چند جمله‌ای‌هایی از مرتبه مناسب برای توصیف حرکت مفصل مچ تعیین می‌شوند. چند جمله‌ای‌هایی که نشان‌دهنده مسیر طراحی شده برای مفاصل می‌باشند به طور شماتیک در شکل (۳) نشان داده شده‌اند.

مشابه آنچه در روند طراحی مسیر مفصل مچ صورت گرفت،



شکل ۵- حرکت پنجه‌ی پای معلق در فاز تک تکیه‌گاهی که مطابق مدل حرکت ارتعاشی واداشته در نظر گرفته شده است

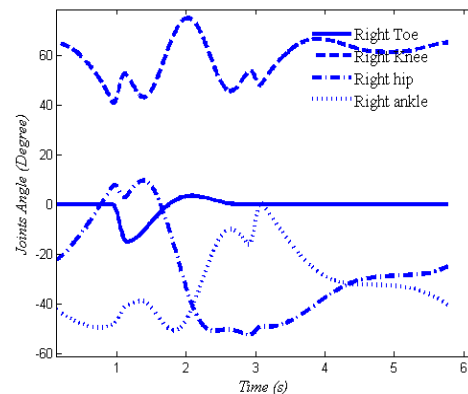
معادله حرکت بند پنجه در فاز تک تکیه‌گاهی به فرم رابطه (۹) می‌باشد:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_G &= \ddot{x}_t - L\ddot{q}_t \sin(q_t) - L\dot{q}_t^2 \cos(q_t) \\ \ddot{z}_G &= \ddot{z}_t + L\ddot{q}_t \cos(q_t) - L\dot{q}_t^2 \sin(q_t) \\ J\ddot{q}_t + C(\dot{q}_t - \dot{q}_f) + K(q_t - q_f) \\ &+ M(\ddot{z}_G + g)L \cos(q_t) \\ &- M\ddot{x}_G L \sin(q_t) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

x_G و z_G به ترتیب نشان دهنده موقعیت x و z مرکز جرم بند پنجه و x_t و z_t به ترتیب نشان‌دهنده موقعیت x و z مفصل پنجه می‌باشند. با داشتن \ddot{x}_t ، \dot{x}_t و q_f و \dot{q}_f که از مراحل قبل بدست آمده، و همچنین با فرض اینکه مقادیر K و C موجود در رابطه (۹) که همان ضریب سختی و ثابت میرایی مفصل پنجه می‌باشند معلوم است، زاویه مفصل پنجه در فاز تک تکیه‌گاهی با استفاده از روش‌های عددی محاسبه می‌گردد. اکنون با داشتن زوایای مفصل پنجه در فازهای مختلف حرکت، موقعیت نقطه ممان صفر توسط رابطه (۸) قابل محاسبه می‌باشد.

علاوه بر رابطه (۸) که موقعیت نقطه ممان صفر را بر مبنای سینماتیک ربات محاسبه می‌کند، می‌توان موقعیت این نقطه را بر مبنای دینامیک ربات نیز محاسبه نمود.

برای این منظور لازم است که نیروهای عکس‌العمل وارد بر ربات نیز محاسبه شود که در قسمت بعد نحوه محاسبه این



شکل ۴- مسیرهای زاویه‌ای مفصل

۳- پایداری

افزودن مفصل پنجه غیرفعال به ربات انسان‌نما، رفتار دینامیکی ربات را تغییر می‌دهد به طوری که نیروهای عکس‌العمل زمین، گشتاور مفصل و میزان مصرف انرژی ربات دستخوش تغییر خواهند شد. در این بخش، نحوه تعیین پایداری ربات مجهز به مفصل پنجه غیرفعال بررسی می‌گردد. به منظور بررسی پایداری حرکت ربات از معیار نقطه ممان صفر استفاده می‌شود. موقعیت نقطه ممان صفر با استفاده از رابطه (۸) قابل محاسبه است.

$$x_{ZPM} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{G_i} \times m_i (\ddot{z}_{G_i} + g) - \sum_{i=1}^n z_{G_i} \times m_i \ddot{x}_{G_i} - \sum_{i=1}^n \bar{I}_{y_i} \ddot{q}_{y_i}}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_{G_i} + g)} \quad (8)$$

در رابطه (۸)، i شماره بندها می‌باشد. همچنین \ddot{x}_{G_i} ، \ddot{z}_{G_i} و \ddot{q}_{y_i} به ترتیب موقعیت و شتاب مرکز جرم بند مربوطه را در جهات x و z نشان می‌دهند. \bar{I}_{y_i} نیز نشان‌دهنده ممان اینرسی بند مورد نظر حول محور عمود بر صفحه و \ddot{q}_{y_i} نیز شتاب زاویه‌ای بند مربوطه می‌باشند. با توجه به رابطه (۸)، برای محاسبه موقعیت نقطه ممان صفر، داشتن زوایای مفصل پنجه لازم است. در فاز دو تکیه‌گاهی، زاویه مفصل پنجه برابر با زاویه کف پا نسبت به زمین است که توسط رابطه (۷) محاسبه گردید. در فاز تک تکیه‌گاهی، حرکت مفصل پنجه پای معلق بعنوان یک حرکت ارتعاشی واداشته^{۱۸} در نظر گرفته می‌شود که تحت تاثیر جابجایی بند کف پا^{۱۹} تحریک می‌شود. حرکت بند کف پا با استفاده از سینماتیک مستقیم قابل محاسبه بوده و از پیش تعیین شده است. مدل دو بعدی از این ارتعاشات در شکل (۵) نشان داده شده است.

19. Sole link

18. Base excited vibration

یافته است که مولفه‌های آن، نیروها و گشتاورهای وارد بر ربات می‌باشند. تعداد مولفه‌های ماتریس Q براساس فاز حرکت و تعداد نیروها و گشتاورهای عکس‌العمل وارد بر ربات محاسبه می‌شوند. در ابتدا ربات به صورت جسم آزاد^{۲۰} فرض می‌شود که هیچ‌گونه تماسی با محیط اطراف خود ندارد و در نتیجه هیچ‌گونه نیرو و گشتاور خارجی به ربات اعمال نمی‌شود. در این حالت مولفه‌های ماتریس Q تنها شامل گشتاورهای داخلی ربات می‌باشند که همان گشتاورهای مفاصل هستند. بنابراین، ماتریس Q به شکل رابطه (۱۳) است:

$$Q = B_{9 \times 6} \tau_{6 \times 1}, B_{9 \times 6} = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} \\ 0_{3 \times 8} \end{bmatrix}, \tau_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \tau_{3 \times 1}^r \\ \tau_{3 \times 1}^l \end{bmatrix} \quad (13)$$

با توجه به این که کلیه قیودی که بین کف پای ربات و زمین وجود دارد هولونومیک^{۲۱} هستند، هر قید با نیروها و گشتاورهای مناسب جایگزین می‌گردد به طوری که نقطه اثر این نیروها و گشتاورها بسته به فاز حرکت و محل نقطه ممان صفر تغییر می‌کند. این روش، رهاسازی قیود^{۲۲} نامیده می‌شود. بنابراین مولفه‌های ماتریس Q براساس فاز حرکت تعیین می‌گردند. این مولفه‌ها در ادامه به تفصیل برای کلیه فازهای حرکت بیان شده‌اند.

۴-۱- کف پای راست روی زمین در فاز تک تکیه‌گاهی

در این حالت که در شکل (۶) نشان داده شده است، تنها یک پای ربات بر روی زمین است، نقطه ممان صفر باید در محدوده (\hat{a}) باشد و نمی‌تواند وارد محدوده پنجه شود. علت این امر آن است که معیار پایداری نقطه ممان صفر برای ربات عملگر کامل^{۲۳} است. مطابق با این معیار، به دلیل اینکه مفصل پنجه به کار رفته در ربات از نوع غیرفعال است و در محل این مفصل هیچ عملگر یا موتور وجود ندارد، در صورتی که نقطه ممان صفر وارد محدوده پنجه شود ربات ناپایدار خواهد شد.

در این حالت نیروها و گشتاورهای بدست آمده با استفاده از روش رهاسازی قیود، در شکل (۶) و رابطه (۱۴) مشخص شده‌اند. همان‌گونه که در تصویر نشان داده شده است نقطه اثر نیروهای عکس‌العمل زمین وارد بر کف پای ربات، نقطه

نیروها به تفصیل بیان می‌گردد. با فرض داشتن نیروهای عکس‌العمل زمین، موقعیت نقطه ممان صفر با استفاده از این نیروها بوسیله رابطه (۱۰) محاسبه می‌گردد.

$$x_{zmp} = \frac{F_{zR} X_{soleR} + F_{zL} X_{soleL} - M_{yR} - M_{yL}}{F_{zR} + F_{zL}} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، F_{zL} و F_{zR} به ترتیب نشان‌دهنده نیروهای عکس‌العمل زمین که در راستای z بر پای راست و پای چپ وارد می‌شوند، می‌باشند. همچنین M_{yL} و M_{yR} گشتاور عکس‌العمل وارد بر پای راست و پای چپ می‌باشند.

۴- مدل دینامیکی

به منظور ارائه مدل دینامیکی برای ربات مجهز به مفصل پنجه غیرفعال لازم است تا ابتدا مختصات به کار رفته برای حرکت ربات تعیین شود. برای این کار از بردار مختصات تعمیم یافته که توسط رابطه (۱۱) تعریف شده است، استفاده می‌گردد:

$$q = [q_{hr} \ q_{kr} \ q_{ar} \ q_{tr} \ q_{hl} \ q_{kl} \ q_{al} \ q_{tl} \ x_h \ z_h \ q_h] \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)، مختصاتی که اندیس R دارند مربوط به پای راست و مختصاتی که اندیس L دارند مربوط به پای چپ می‌باشند. همچنین اندیس‌های a, k, h و t به ترتیب نشان‌دهنده مختصات مربوط به مفصل لگن، زانو، مچ و پنجه می‌باشند.

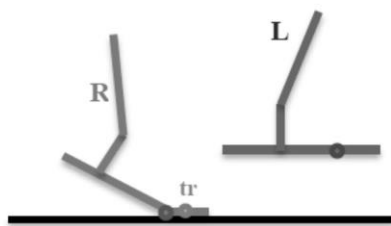
فرض اولیه این است که صرف نظر از روش به کار رفته برای طراحی مسیر، یک الگوی حرکت پایدار برای حرکت ربات بدون مفصل پنجه وجود دارد. با بکارگیری مختصات تعمیم‌یافته‌ی تعریف شده، معادله کلی حاکم بر مدل دینامیکی ربات با استفاده از روش لاگرانژ به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌شود:

$$M_{11 \times 11}(q) \times \ddot{q} + C_{11 \times 1}(q, \dot{q}) + G_{11 \times 1}(q) = Q \quad (12)$$

در طرف سمت چپ رابطه (۱۲)، $M_{11 \times 11}(q)$ نشان‌دهنده اثرات اینرسی، $C_{11 \times 1}(q, \dot{q})$ نشان‌دهنده اثرات کوریولیس و $G_{11 \times 1}(q)$ نشان‌دهنده اثرات گرانشی می‌باشند. طرف راست رابطه (۱۲) بیانگر بردار نیروی تعمیم

22. Constraint relaxation method
23. Fully-actuated

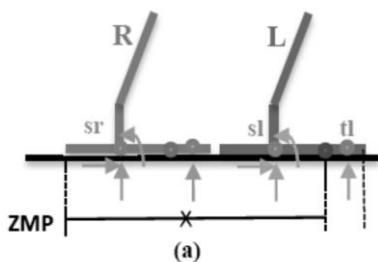
20. Free body
21. Holonomic constraints



شکل ۷- پنجه پای راست روی زمین در فاز تک تکیه گاهی به همراه نیروها و گشتاورهای بدست آمده از روش رهاسازی قیود

۴-۳- کف هر دو پا روی زمین در فاز دو تکیه گاهی

در این حالت که در شکل (۸) و رابطه (۱۶) نشان داده شده است، نقطه ممان صفر باید در محدوده (a) باشد. با استفاده از روش رهاسازی قیود، نیروها و گشتاورهای اعمالی به کف پای ربات در شکل نشان داده شده است.



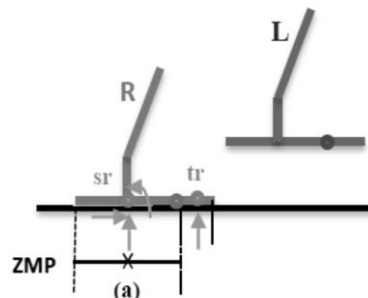
شکل ۸- کف هر دو پا روی زمین در فاز دو تکیه گاهی به همراه نیروها و گشتاورهای بدست آمده از روش رهاسازی قیود

$$\begin{aligned} F_{sr} &= [F_{x_r}, F_{z_r}, M_{y_r}]^T \\ F_{sl} &= [F_{x_l}, F_{z_l}, M_{y_l}]^T \\ F_{tr} &= [F_{z_r}]^T \\ F_{tl} &= [F_{z_l}]^T \end{aligned} \quad (16)$$

مولفه های ماتریس نیروی تعمیم یافته به صورت رابطه (۱۷) تعریف می گردد. در این حالت تعداد معادلات ۱۱ و تعداد مجهولات ۱۴ می باشد و دستگاه معادلات قابل حل است.

$$Q = [B \quad J_{sr}^T \quad J_{tr}^T \quad J_{sl}^T \quad J_{tl}^T]_{11 \times 14} \begin{bmatrix} \tau_{6 \times 1} \\ F_{sr_{3 \times 1}} \\ F_{tr_{1 \times 1}} \\ F_{sl_{3 \times 1}} \\ F_{tl_{1 \times 1}} \end{bmatrix}_{14 \times 1} \quad (17)$$

”S” خواهد بود و نیروی عکس العمل وارد بر پنجه (برای خنثی کردن وزن پنجه)، در نقطه ”t” اعمال می شود.



شکل ۶- کف پای راست روی زمین در فاز تک تکیه گاهی به همراه نیروها و گشتاورهای بدست آمده از روش رهاسازی قیود

$$\begin{aligned} F_{sr} &= [F_{x_r}, F_{z_r}, M_{y_r}]^T \\ F_{tr} &= [F_{z_r}]^T \end{aligned} \quad (14)$$

بر این اساس، مولفه های بردار نیروی تعمیم یافته، برای این حالت به صورت رابطه (۱۵) تعریف می شوند:

$$Q = [B \quad J_{sr}^T \quad J_{tr}^T]_{11 \times 10} \begin{bmatrix} \tau_{6 \times 1} \\ F_{sr_{3 \times 1}} \\ F_{tr_{1 \times 1}} \end{bmatrix}_{10 \times 1} \quad (15)$$

همان طور که رابطه (۱۵) نشان می دهد، در این حالت، مدل دینامیکی ربات شامل ۱۱ معادله و ۱۰ مجهول می باشد، و تعداد مجهولات کمتر از تعداد معادلات است. مجهول ۱۱ام زاویه ی پنجه پای معلق در هوا است که در بخش ۳ با استفاده از رابطه (۹) محاسبه گردید. به این ترتیب با جایگذاری زاویه ی پنجه پای معلق در رابطه (۱۲) و حذف یکی از معادلات دلخواه، تعداد مجهولات و معادلات یکسان و برابر ۱۰ خواهد شد و دستگاه معادلات قابل حل است.

۴-۲- پنجه پای راست روی زمین در فاز تک تکیه گاهی

این حالت که در شکل (۷) نشان داده شده است، جزو حالت های طراحی مسیر نمی باشد به این دلیل که در این حالت چندضلعی تکیه گاهی [۱۷] ۲۴ یک خط است و بر اساس معیار پایداری نقطه ممان صفر، این حالت ناپایدار می باشد.

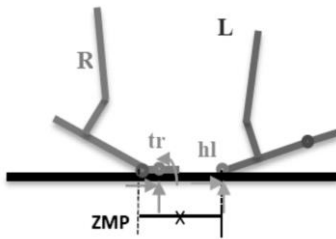
$$\begin{aligned} \text{a) } F_{sl} &= [F_{x_1}, F_{z_1}, M_{y_1}]^T \\ \text{b) } F_{tr} &= [F_{x_r}, F_{z_r}, M_{y_r}]^T \\ F_{tl} &= [F_{z_l}]^T \end{aligned} \quad (20)$$

ماتریس نیروی تعمیم‌یافته در این حالت توسط رابطه (۲۱) معرفی شده است. در این حالت تعداد معادلات ۱۱ و تعداد مجهولات ۱۳ می‌باشد و دستگاه معادلات قابل حل است.

$$Q = [B \quad J_{tr}^T \quad J_{sl}^T \quad J_{tl}^T]_{11 \times 13} \begin{bmatrix} \tau_{6 \times 1} \\ F_{tr3 \times 1} \\ F_{sl3 \times 1} \\ F_{tl1 \times 1} \end{bmatrix}_{13 \times 1} \quad (21)$$

۴-۶- پنجه پای راست و پاشنه پای چپ روی زمین در فاز دو تکیه‌گاهی

نیروها و گشتاورهای عکس‌العمل به همراه محدوده‌ی مجاز برای نقطه ممان صفر در شکل (۱۱) و رابطه (۲۲) نشان داده شده است.



شکل ۱۱- پنجه پای راست و پاشنه پای چپ روی زمین در فاز دو تکیه‌گاهی به همراه نیروها و گشتاورهای بدست آمده از روش رهاسازی قیود

$$\begin{aligned} \text{a) } F_{hl} &= [F_{x_l}, F_{z_l}]^T \\ \text{b) } F_{tr} &= [F_{x_r}, F_{z_r}, M_{y_r}]^T \end{aligned} \quad (22)$$

بردار نیروی تعمیم‌یافته برای این حالت نیز مطابق رابطه (۲۳) بدست می‌آید. در این حالت تعداد معادلات و مجهولات ۱۱ می‌باشد و دستگاه معادلات قابل حل است.

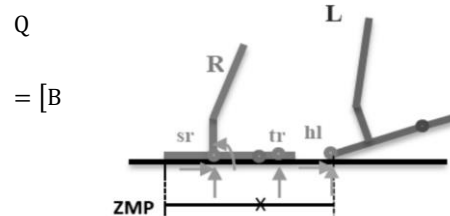
$$Q = [B \quad J_{tr}^T \quad J_{hl}^T]_{11 \times 11} \begin{bmatrix} \tau_{6 \times 1} \\ F_{tr3 \times 1} \\ F_{hl2 \times 1} \end{bmatrix}_{11 \times 1} \quad (23)$$

۵- بحث و بررسی نتایج

در این بخش مراحل نشان داده شده در شکل (۱۲) انجام می‌شود. ابتدا زاویه پنجه غیرفعال در فازهای مختلف حرکت با استفاده از روابط موجود محاسبه شده است. پس از آن به منظور بررسی پایداری، مکان نقطه ممان صفر محاسبه

۴-۴- کف پای راست و پاشنه پای چپ روی زمین در فاز دو تکیه‌گاهی

در حالت نشان داده شده در شکل (۹) و رابطه (۱۸)، نقطه ممان صفر باید در محدوده مشخص شده در شکل باشد. نیروها و گشتاورهای عکس‌العمل در شکل نشان داده شده است.



شکل ۹- کف پای راست و پاشنه پای چپ روی زمین در فاز دو تکیه‌گاهی به همراه نیروها و گشتاورهای بدست آمده از روش رهاسازی قیود

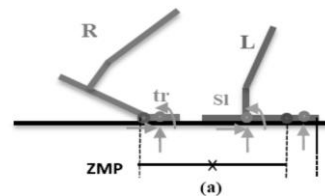
$$\begin{aligned} F_{sr} &= [F_{x_r}, F_{z_r}, M_{y_r}]^T \\ F_{hl} &= [F_{x_l}, F_{z_l}]^T \\ F_{tr} &= [F_{z_r}]^T \end{aligned} \quad (18)$$

مولفه‌های ماتریس نیروی تعمیم‌یافته به صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌گردد. در این حالت تعداد معادلات ۱۱ و تعداد مجهولات ۱۲ می‌باشد و دستگاه معادلات قابل حل است.

$$Q = [B \quad J_{sr}^T \quad J_{tr}^T \quad J_{hl}^T]_{11 \times 12} \begin{bmatrix} \tau_{6 \times 1} \\ F_{sr3 \times 1} \\ F_{tr1 \times 1} \\ F_{hl2 \times 1} \end{bmatrix}_{12 \times 1} \quad (19)$$

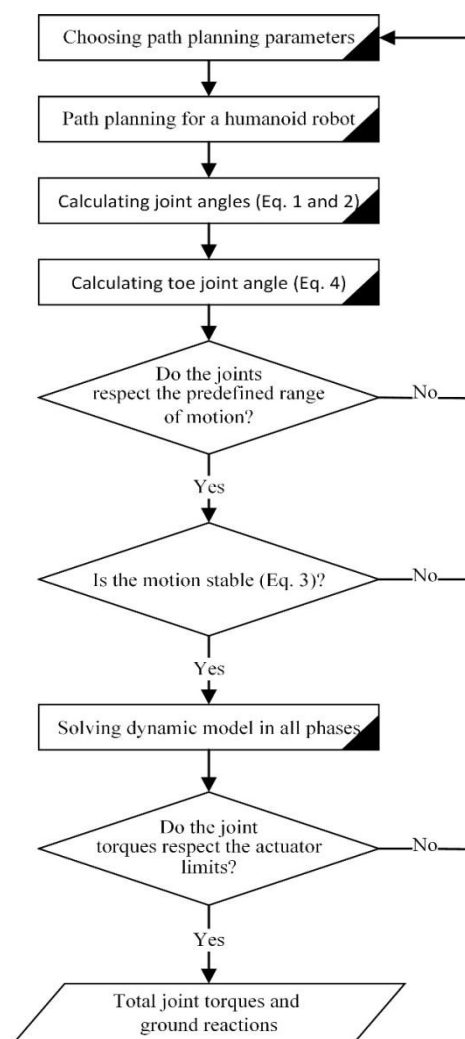
۴-۵- پنجه پای راست و کف پای چپ روی زمین در فاز دو تکیه‌گاهی

در حالت نشان داده شده در شکل (۱۰) و رابطه (۲۰) نیز محدوده‌ی مجاز نقطه ممان صفر و همچنین نیروهای عکس‌العمل مشخص شده‌اند.



شکل ۱۰- پنجه پای راست و کف پای چپ روی زمین در فاز دو تکیه‌گاهی به همراه نیروها و گشتاورهای بدست آمده از روش رهاسازی قیود

بر مبنای دینامیک ربات یعنی با استفاده از نیروهای عکس‌العمل بدست آمده از مدل دینامیکی، می‌پردازد. مسیرهای بدست آمده برای نقطه ممان صفر با این دو رویکرد در شکل (۱۴) ترسیم شده‌اند. مطابقت این دو نمودار بر یکدیگر، صحت مدل دینامیکی استخراج شده را به اثبات می‌رساند. همچنین براساس شکل (۱۴)، موقعیت نقطه ممان صفر در طول فازهای مختلف حرکت در داخل چند ضلعی تکیه‌گاهی می‌باشد که نشان دهنده پایداری حرکت است.



شکل ۱۲- خلاصه تحلیل پایداری و مدل دینامیکی ربات انسان نما

۵-۳- آنالیز پارامتری

در این قسمت به منظور بررسی اثرات ضریب سختی و ثابت میرایی بر روی گشتاور و توان مفاصل، آنالیزهای پارامتری مختلفی انجام گرفته است. از آنجایی که ثابت میرایی تأثیر چندانی بر روی مشخصات مسیر ندارد، ثابت در نظر گرفته شده است و تنها ضریب سختی تغییر داده شده است. نتایج

می‌شود. در صورتی که براساس معیار پایداری نقطه ممان صفر، این نقطه در داخل چند ضلعی تکیه‌گاهی قرار گیرد، شرط پایداری برقرار است. در ادامه با حل مدل دینامیکی ربات در فازهای مختلف حرکت نیروهای عکس‌العمل زمین و گشتاورهای مفاصل محاسبه شده است. پس از محاسبه نیروهای عکس‌العمل، مجدداً مکان نقطه ممان صفر با استفاده از رابطه (۱۰) محاسبه می‌گردد تا صحت مدل دینامیکی استخراج شده سنجیده شود. در هر کدام از مراحل فوق، چنانچه شرط پایداری یا محدودیت‌های موجود برای سرعت و گشتاور مفاصل برقرار نباشد، لازم است تا با تغییر پارامترهای مربوط به طراحی مسیر، مجدداً مراحل فوق را طی نمود تا این شروط برقرار شوند.

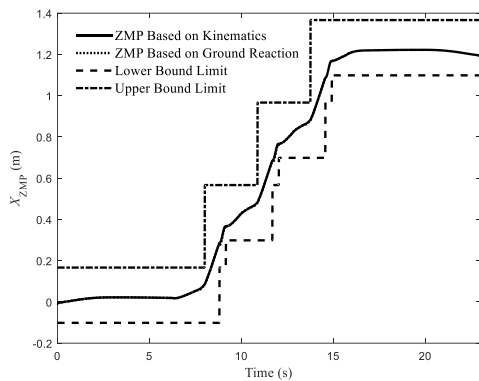
۵-۱- زاویه پنجه غیرفعال

زاویه پنجه غیرفعال به ازای مقادیر مختلف ضریب سختی (K) و ثابت میرایی (C) در فازهای مختلف حرکت در شکل (۱۳) ترسیم شده است. در حرکت دورانی پنجه که در پایان فاز دو تکیه‌گاهی مشاهده می‌شود، زاویه خم‌شدگی پنجه غیرفعال ۱۰ درجه می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۱۳-a) مشاهده می‌شود، در شرایطی که ثابت میرایی ثابت باشد، کم بودن مقدار ضریب سختی موجب ایجاد ارتعاشاتی با بسامد کم و دامنه زیاد می‌شود. درحالی که مقادیر بزرگ ضریب سختی منجر به ایجاد ارتعاشاتی با بسامد زیاد و دامنه کم خواهد شد. از دیگر سو براساس شکل (۱۳-b)، با فرض ثابت بودن ضریب سختی، بدیهی است که با افزایش ثابت میرایی، دامنه کاهش یافته و ارتعاشات میرا می‌شوند. مثبت بودن زاویه پنجه غیرفعال در پایان فاز تک تکیه‌گاهی به منظور جبران‌سازی وزن لینک پنجه می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۱۳-a) مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار ضریب سختی، این زاویه چرخش کاهش می‌یابد. اگرچه به هنگام انتقال از فاز تک تکیه‌گاهی به فاز دو تکیه‌گاهی، زاویه پنجه کاهش ناگهانی پیدا کرده است، اما در عمل مفصل پنجه به هنگام رسیدن پا به زمین به آرامی تغییر زاویه می‌دهد.

۵-۲- محاسبه مسیر نقطه ممان صفر

همان‌طور که در بخش ۳ تشریح شد، موقعیت نقطه ممان صفر با دو رویکرد متفاوت قابل محاسبه است. رابطه (۸) موقعیت نقطه ممان صفر را بر مبنای سینماتیک ربات محاسبه می‌کند. رابطه (۱۰)، به محاسبه موقعیت این نقطه

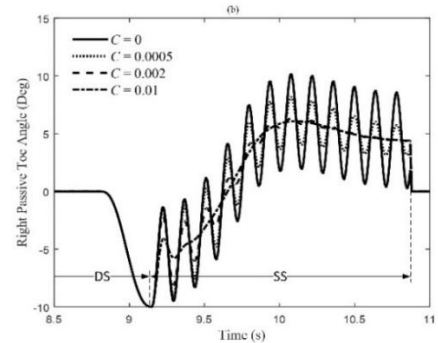
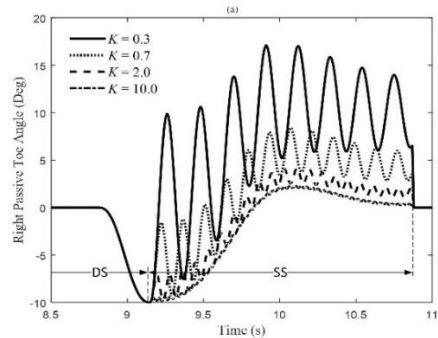
آنالیز پارامتری نشان می‌دهند که ضریب سختی عمدتاً بر روی حرکت دورانی پنجه اثرگذار است. به همین منظور، گشتاورها و توان مفاصل پای چپ و راست به ازای مقادیر مختلف K در حرکت دورانی پنجه برای پای راست در شکل (۱۵) و شکل (۱۶) نشان داده شده است.



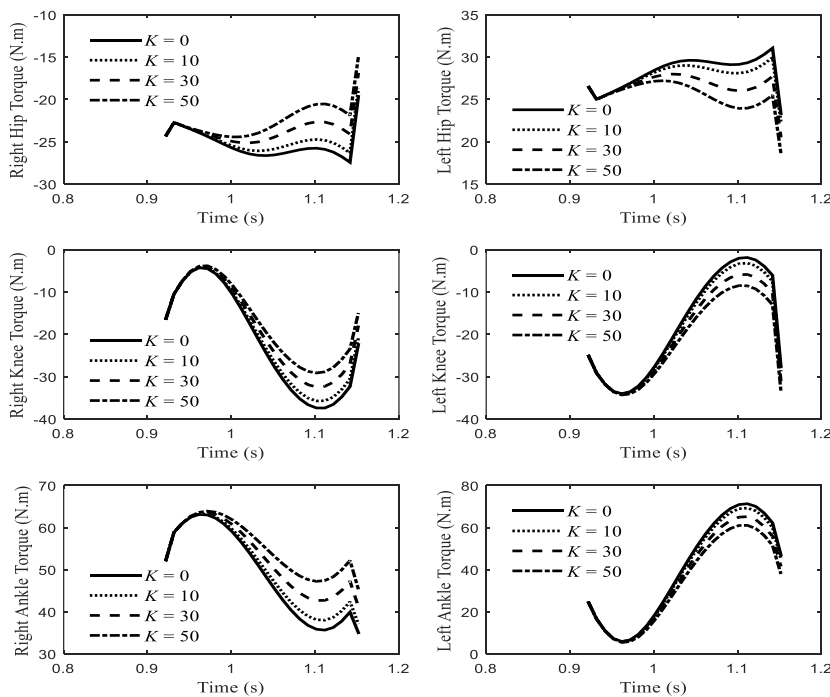
شکل ۱۴- محاسبه موقعیت نقطه ممان صفر بر مبنای سینماتیک ربات (رابطه (۸)) و دینامیک ربات (رابطه (۱۰))

۳-۵- آنالیز پارامتری

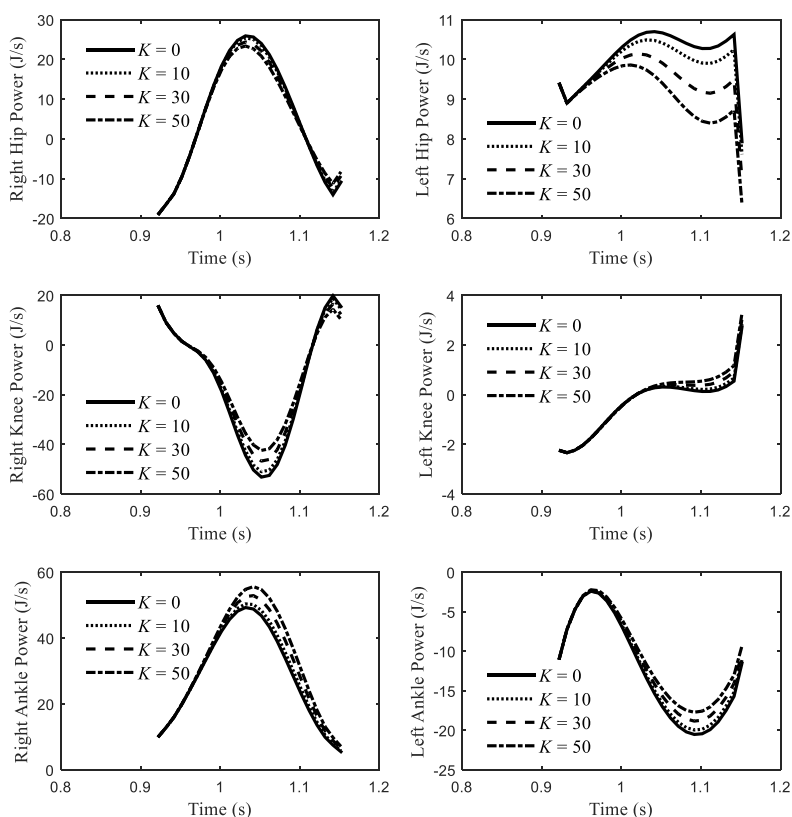
در این قسمت به منظور بررسی اثرات ضریب سختی و ثابت میرایی بر روی گشتاور و توان مفاصل، آنالیزهای پارامتری مختلفی انجام گرفته است. از آنجایی که ثابت میرایی تأثیر چندانی بر روی مشخصات مسیر ندارد، ثابت در نظر گرفته شده است و تنها ضریب سختی تغییر داده شده است. آنالیز پارامتری نشان می‌دهند که ضریب سختی عمدتاً بر روی حرکت دورانی پنجه اثرگذار است. به همین منظور، گشتاورها و توان مفاصل پای چپ و راست به ازای مقادیر مختلف K در حرکت دورانی پنجه برای پای راست در شکل (۱۵) و شکل (۱۶) نشان داده شده است.



شکل ۱۳- (a) تأثیر مقادیر مختلف K به ازای $C = 0.0004$ بر روی زاویه پنجه غیر فعال در فازهای مختلف حرکت (b) تأثیر مقادیر مختلف C به ازای $K = 0.6938$ بر روی زاویه پنجه غیر فعال در فازهای مختلف حرکت



شکل ۱۵- تأثیر تغییرات ضریب سختی بر روی گشتاور مفاصل به ازای $C = 0.0004$ در حرکت دورانی پنجه پای راست



شکل ۱۶- تاثیر تغییرات ضریب سختی بر روی توان مفاصل به ازای $C=0.0004$ در حرکت دورانی پنجه پای راست

۶- نتیجه گیری

در مقاله حاضر اثرات افزوده شدن پنجه غیرفعال به یک مدل دو بعدی ربات انسان نما بررسی گردید. به این منظور پس از طراحی مسیر و استخراج مدل دینامیکی ربات مجهز به این نوع مفصل، به همراه ماتریس نیروی تعمیم یافته برای فازهای مختلف حرکت ربات و همچنین بررسی پایداری ربات مجهز به مفصل پنجه غیرفعال، اثر تغییر پارامترهای مربوط به پنجه غیرفعال از قبیل ضریب سختی و ثابت میرایی پنجه بررسی شده است. بررسی تغییرات این دو پارامتر بر روی زاویه پنجه نشان می دهد که افزایش ضریب سختی موجب کاهش دامنه و افزایش بسامد ارتعاشات پنجه می شود. همچنین در این حالت میزان تغییرات زاویه پنجه در فاز تک تکیه گاهی کم تر است. براساس آنالیزهای انجام گرفته، با افزایش ثابت میرایی، دامنه ارتعاشات کاهش یافته و ارتعاشات بتدریج میرا می شوند که قابل انتظار است. از دیگر سو اثرات این دو پارامتر بر روی گشتاور و توان مفاصل نیز بررسی شده است. از آنجایی که ثابت میرایی از نظر مقداری کوچک است اثر چندانی بر روی گشتاور و توان

توان منفی که در شکل ۱۵ و شکل ۱۶ اتفاق افتاده است زمانی ایجاد می شود که سرعت و گشتاور یک مفصل غیرهم علامت باشند. در این حالت، در این مفصل تولید انرژی صورت می پذیرد که می تواند در مفاصل دیگر مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین توان منفی موجب کاهش توان مصرفی کل می شود و مفید است. اما در مورد گشتاور، مقدار قدرمطلق آن مهم است چرا که مفصل باید بتواند این مقدار بیشینه را تولید نماید. نتایج استفاده از مقادیر بزرگ ضریب سختی در جدول ۶ خلاصه شده است.

جدول ۶- نتایج استفاده از مقادیر بزرگ K بر روی گشتاور و توان مفاصل

توان	گشتاور	نام مفصل
↓	↓	لگن پای راست
↑	↓	زانوی پای راست
↑	↑	مچ پای راست
↓	↓	لگن پای چپ
↑	↑	زانوی پای چپ
↑	↓	مچ پای چپ

پای چپ کاهش می‌یابد. علاوه بر این توان مصرفی مفاصل لگن پای راست و چپ نیز کم می‌شود.

مفاصل نداشته و تغییرات ضریب سختی نیز عمدتاً در حرکت دورانی پنجه تاثیرگذار است. به ازای مقادیر بزرگ ضریب سختی، گشتاور لگن و زانوی پای راست و لگن و مچ

مراجع

- [1] K. Nishiwaki, S. Kagami, Y. Kuniyoshi M. Inaba and H. Inoue "Toe joints that enhance bipedal and fullbody motion of humanoid robots", In Robotics and Automation, Washington, DC, USA, August 2002.
- [2] T. Buschmann, S. Lohmeier, and H. Ulbrich, "Humanoid robot lola: Design and walking control", Journal of physiology-Paris, Vol. 103, NO. 3-5, May 2009, pp. 141 – 148.
- [3] R. Tajima, D. Honda, and K. Suga "Fast running experiments involving a humanoid robot", in Robotics and Automation, Kobe, Japan, May 2009.
- [4] K. Miura, M. Morisawa, F. Kanehiro, S. Kajita, K. Kaneko, and K. Yokoi "Human-like walking with toe supporting for humanoids", in Intelligent Robots and Systems (IROS), San Francisco, CA, September 2011, pp. 4428-4435.
- [5] P. F. Doublicz, O. Bruneau, and F. B. Ouezdou, "Force control of the redundant leg of a biped robot to produce large inertial effects for crossing obstacles", International Journal of Humanoid Robotics, Vol. 9, NO. 1, March 2012, pp. 1-37.
- [6] C. K. Ahn, M. C. Lee, and S. J. Go "Development of a biped robot with toes to improve gait pattern", In Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), Proceedings. IEEE/ASME International Conference, Kobe, Japan, Vol. 2, July 2003, pp. 729-734.
- [7] L. Wang, Z. Yu, Q. Meng, and Z. Zhang "Influence analysis of toe-joint on biped gaits", International Conference on Mechatronics and Automation, Luoyang, Henan, China, June 2006, pp. 1631-1635.
- [8] E. Kouchaki, and M. J. Sadigh "Effect of toe-joint Bending on biped gait performance", In Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2010 IEEE International Conference on, Tianjin, China, December 2010, pp. 697-702.
- [9] N. Handharu, J. Yoon, and G. Kim "Gait pattern generation with knee stretch motion for biped robot using toe and heel joints", In Humanoid Robots, 2008. Humanoids 2008. 8th IEEE-RAS International Conference on, Daejeon, South Korea, December 2008, pp. 265-270.
- [10] M. J. Sadigh, E. Kouchaki, and C. Wu, "Effects of Constraints on Standing Balance of a Biped with Toe-Joints", Int. J. Humanoid Robot, Vol. 9, 2012, pp. 125 – 136.
- [11] H. Khafi, and H. Ahmadi, "Trajectory design for 3D biped robot by considering active toe rotation", Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, NO. 7, September 2015, pp. 139 – 148.
- [12] Y. Ogura, K. Shimomura, H. Kondo, A. Morishima, T. Okubo, S. Momoki, H. O. Lim and A. Takanishi "Human-like walking with knee stretched, heel-contact and toe-off motion by a humanoid robot", In Intelligent Robots and Systems, IEEE/RSJ International Conference on, Beijing, China, October 2006, pp. 3976-3981.
- [13] R. Sellaouti, O. Stasse, S. Kajita, K. Yokoi, and A. Kheddar "Faster and Smoother Walking of Humanoid HRP-2 with Passive Toe Joints", In Intelligent Robots and Systems, IEEE/RSJ International Conference on, Beijing, China, October 2006, pp. 4909-4914.
- [14] G. Nelson, A. Saunders, N. Neville, B. Swilling, J. Bondaryk, D. Billings, C. Lee, R. Playter and M. Raibert, "Petman: A humanoid robot for testing chemical protective clothing", Journal of the Robotics Society of Japan, Vol. 30, NO. 4, August 2002, pp. 372 – 377.

- [15] S. Kajita, K. Kaneko, M. Morisawa, S. Nakaoka, and H. Hirukawa "ZMP-based biped running enhanced by toe springs", In Robotics and Automation, IEEE International Conference on, Roma, Italy, April 2007, pp. 3963-3969.
- [16] R. Kumar, N. Handharu, Y. Jungwon, and K. Gap-soon "Hybrid toe and heel joints for biped/humanoid robots for natural gait", In Control, Automation and Systems, ICCAS'07. International Conference on, Seoul, South Korea, October 2007, pp. 2687-2692.
- [17] M. Vukobratović, and B. Borovac, "Zero-moment point-thirty five years of its life", International journal of humanoid robotics, Vol. 1, NO. 1, March 2004, pp. 157 – 173.
- [18] A. Goswami, "Postural stability of biped robots and the foot-rotation indicator (FRI) point", The International Journal of Robotics Research, Vol. 18, NO. 6, June 1999, pp. 523 – 533.
- [19] M. B. Popovic, A. Goswami, and H. Herr, "Ground reference points in legged locomotion: Definitions, biological trajectories and control implications", The International Journal of Robotics Research, Vol. 24, NO. 12, December 2005, pp. 1013 – 1032.
- [20] H. Hirukawa, S. Hattori, S. Kajita, K. Harada, K. Kaneko, F. Kanehiro M. Morisawa and S. Nakaoka "A pattern generator of humanoid robots walking on a rough terrain", In Robotics and Automation, IEEE International Conference on, Roma, Italy, Vol. x, April 2007, pp. 2181-2187.
- [21] S. Aoi, and K. Tsuchiya, "Generation of bipedal walking through interactions among the robot dynamics, the oscillator dynamics, and the environment: Stability characteristics of a five-link planar biped robot", Autonomous Robots, Vol. 30, NO. 2, February 2011, pp. 123 – 141.
- [22] M. Sadedel, A. Yousefi-Koma, and M. Khadiv "Offline path planning, dynamic modeling and gait optimization of a 2D humanoid robot", In Robotics and Mechatronics (ICRoM), Second RSI/ISM International Conference on, Tehran, Iran, Vol. x, October 2014, pp. 131-136.
- [23] M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, and M. Sadedel "Dynamics modeling of fully-actuated humanoids with general robot-environment interaction", In Robotics and Mechatronics (ICRoM), Second RSI/ISM International Conference on, Tehran, Iran, Vol. x, October 2014, pp. 233-238.
- [24] B. Ugurlu, J. Saglia, N. Tsagarakis, and D. Caldwell, "Yaw moment compensation for bipedal robots via intrinsic angular momentum constraint", International Journal of Humanoid Robotics, Vol. 9, NO. 4, December 2012, pp. 1-27.
- [25] T. Wang, C. Chevallereau, and C. Rengifo, "Walking and steering control for a 3D biped robot considering ground contact and stability", Robotics and Autonomous Systems, Vol. 60, NO. 7, July 2012, pp. 962 – 977.
- [26] Y. Aoustin, and A. M. Formalskii, "3D walking biped: optimal swing of the arms", Multibody System Dynamics, Vol. 32, NO. 1, June 2014, pp. 55 – 66.