ارائه یک مدل ریاضی و روش حل ابتکاری برای مسئله مکان‌یابی–مسیریابی دوسطحی با در نظر گرفتن شرایط گذاشت و برداشت در حالت عدم قطعیت

سید مهدی حسینی مطلق[۱،*]، محمدرضا قطره سامانی[۲] و عباس جوکار[۳]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۹۵/۰۱/۲۱

پذیرش مقاله: ۹۶/۰۲/۲۷

واژگان کلیدی:

مکان یابی مسیریابی،

مدل های دوسطحی،

گذاشت و برداشت همزمان،

عدم قطعیت،

روش جستجوی بزرگ،

همسایگی انطباقی.

چکیده

در این مقاله به ارائه یک مدل ریاضی در حوزه مسائل مکان‌یابی- مسیریابی در حالت دوسطحی با در نظرگرفتن شرایط گذاشت و برداشت بصورت همزمان پرداخته شده است. در این مسئله به تعیین محل تسهیلات لازم و مسیرهای وسایل نقلیه برای خدمت‌رسانی به مشتریان با در نظرگرفتن برخی از محدودیت‌ها پرداخته می‌شود تا خواسته‌های تمام مشتریان را برآورده سازد و هزینه کل شبکه که شامل هزینه‌های ثابت احداث تسهیلات، هزینه‌های ثابت وسایل نقلیه و هزینه‌های عملیاتی وسایل نقلیه می‌باشد را به حداقل رساند. به دلیل عدم قطعیت موجود در تقاضای مشتریان، این پارامتر در مدل ریاضی در قالب اعداد فازی ذوزنقه‌ای لحاظ شده است. استفاده از این رویکرد می‌تواند به اتخاذ سطح مناسب خدمت به مشتریان توسط خبرگان با در نظرگرفتن هزینه‌های سیتم گردد. برای حل این مسئله از یک روش حل ابتکاری بر پایه جستجوی بزرگ همسایگی انطباقی استفاده شده است. برای نمایش کارایی الگوریتم ابتدا برای مدل آزاد شده از نمونه مسائل استاندارد موجود در ادبیات استفاده شده و سپس برای مدل در حالت گذاشت و برداشت نمونه مسائل جدید تولید شده و نتایج حاصل از حل آن گزارش شده است. نتایج بدست آمده از حل مدل حاکی از کارایی الگوریتم در یافتن جواب‌های بهتر نسبت به الگوریتم های ارائه شده بر روی مسائل استاندارد در زمانی معقول، در ادبیات موضوع مسائل مکانیابی- مسیریابی می‌باشد.

۱-مقدمه[۱]

در سه دهه اخیر، رویکرد بهینه‌سازی یکپارچه سیستم‌های لجستیکی به یکی از مهمترین مسائل بهینه‌سازی در مدیریت زنجیره تأمین تبدیل شده است. این رویکرد به بهینه‌سازی همزمان تصمیمات سطح استراتژیک، تاکتیکی و عملیاتی یعنی مکان مناسب احداث تسهیلات، تخصیص تأمین‌کنندگان/ مشتریان به تسهیلات، ناوگان و مسیرهای حمل‌ونقل، و برنامه-ریزی و کنترل موجودی‌ها می‌پردازد[۱].

مسأله مکان‌یابی- مسیریابی به تعیین محل انبارها و مسیرهای وسایل نقلیه برای خدمت‌رسانی به مشتریان تحت

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: motlagh@iust.ac.ir

۱. استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت

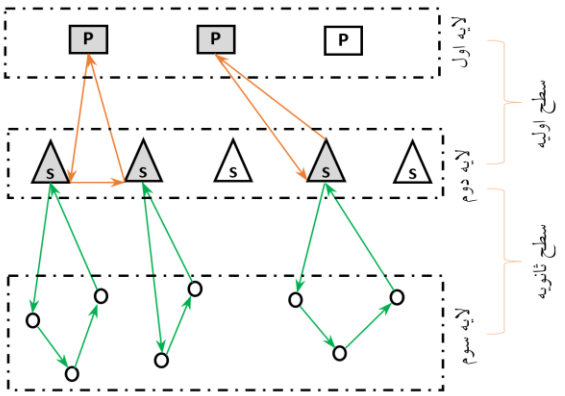
۲. دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت

۳. دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت

برخی از محدودیت‌ها از قبیل ظرفیت انبارها، ظرفیت وسایل نقلیه و طول مسیر می‌پردازد تا خواسته‌های تمام مشتریان را برآورده سازد و هزینه کل شبکه که شامل هزینه‌های مسیریابی، هزینه‌های ثابت وسایل نقلیه، هزینه‌های ثابت تسهیلات و هزینه‌های عملیاتی وسایل نقلیه می‌باشد را به حداقل برساند[۲].

در مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات کلاسیک، در هنگام محاسبه هزینه‌های توزیع، فرض می‌کنیم که هر مشتری (به عنوان مثال مشتری، بازار و ...) در یک مسیر مستقیم رفت و برگشتی قرار گرفته است. این وضعیت تنها در صورتی درست است که تقاضای هر مشتری به طور کامل ظرفیت کامیون حامل آن را پر کند. با این حال، در بسیاری از برنامه‌های کاربردی که در عمل انجام می‌شود، ممکن است تقاضا برای هر مشتری کمتر از ظرفیت بار کامیون حامل آن باشد. به همین دلیل مشتریان متعدد در یک مسیر واحد قرار می‌گیرند و خدمت-رسانی می‌شوند. در این حالت هزینه‌های توزیع نیز بستگی به دنباله‌ای از مشتریان دارد که در یک مسیر قرار می‌گیرند. در این مورد، برای انعکاس دقیق هزینه‌های توزیع مسیرها در یک مدل مکان‌یابی، مسأله مسیریابی و مکان‌یابی باید به طور همزمان مورد حل واقع شوند.

مسأله مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی نقش مهمی در شبکه حمل و نقل به خصوص در لجستیک شهری ایفاء می‌کند که دو علت در این امر موثر است. اولاً وجود انبارهای میانی (نزدیک شهرها) سبب کاهش چشمگیر هزینه‌های ارسال نسبت به ارسال مستقیم از انبار مرکزی می‌شود. دوماً مسئولان شهری علاقه‌مند هستند که ترافیک درون شهری را کاهش دهند و به همین سبب برای آنها مطلوب است که کامیون‌های کوچکتری در سطح شهر تردد نمایند. شکل (۱) نمایی از مسأله مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی (با سه لایه) را نشان می‌دهد، که به ترتیب در لایه اول تسهیلات اولیه، در لایه دوم تسهیلات ثانویه و لایه سوم مشتریان نهایی قرار دارند و کالا از سمت لایه اول به سمت مشتریان ارسال می‌شود. در این مسأله در بین تسهیلات اولیه و ثانویه مسأله مکان‌یابی انجام شده و به طور همزمان مسأله مسیریابی برای سرویس‌دهی به مشتریان با استفاده از تسهیلات بازگشایی شده سطح ثانویه انجام می‌شود که خود این تسهیلات از طریق تسهیلات بازگشایی شده سطح اولیه کالا دریافت می‌کنند. همانطور که از شکل مشخص است در این مسأله به طور همزمان دو مسأله مکان‌یابی- مسیریابی انجام می‌شود. وجه تسمیه این مسأله نیز از همین جا نشأت می‌گیرد که مسأله مکان‌یابی- مسیریابی باید در دو سطح بررسی شود.



شکل ۱- نمایی از یک مسئله مکان‌یابی- مسیریابی دو سطحی

در مسأله مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی، دو نوع وسیله نقلیه وجود دارد. وسایل نقلیه‌ای که وظیفه خدمت‌رسانی بین تسهیلات اولیه و تسهیلات ثانویه را بر عهده دارد و وسایل نقلیه-ای که بین تسهیلات ثانویه و مشتریان در تردد است و به مشتریان سرویس‌دهی می‌نماید. وسایل نقلیه مورد استفاده در سطح اولیه که وظیفه ارسال کالا از تسهیلات اولیه به تسهیلات ثانویه را دارند به طور معمول وسایل نقلیه حجیم و بزرگ هستند که در سیستم حمل و نقل برون شهری استفاده می‌شوند و اجازه تردد در داخل شهر را ندارند ولی وسایل نقلیه مورد استفاده بین تسهیلات ثانویه و مشتریان معمولا وسایلی با حجم و در اندازه-های متوسط می‌باشند که قادر خواهند بود در سطح شهر تردد نمایند. در این مقاله فرض بر این است که وسایل نقلیه در هر سطح همگن هستند و مشتریان به طور مستقیم نمی‌توانند از تسهیلات اولیه کالا دریافت نمایند. مشتریان در دنیای واقعی گاهی علاوه بر تقاضای دریافت کالا، تقاضای تحویل کالا به وسایل نقلیه را برای بازگشت به انبار نیز دارند که می‌توان با تحویل و بارگیری همزمان کالا به آنها از سرویس‌دهی مجدد به آنها اجتناب نمود. علاوه بر آن تقاضای مشتریان در بازه‌ها و افق-های زمانی متفاوت تابع شرایط مختلف بوده و دارای نرخ ثابت و یکسانی نمی‌باشد. در این مقاله مدلی برای مسأله مکان‌یابی-مسیریابی دوسطحی در شبکه توزیع ارائه می‌شود که همزمان با

مکان‌یابی انبارهای میانی ما بین انبار مرکزی و مشتریان، تقاضای مشتریان به صورت غیر قطعی در نظر گرفته می‌شود و آنها علاوه بر تقاضای دریافت کالا، تقاضای ارسال کالا به صورت همزمان را نیز دارند.

در این مقاله ابتدا ساختار مسئله معرفی شد و سپس مرور ادبیات این حوزه در بخش بعدی ارائه خواهد شد. سپس در بخش سوم با تعریف علائم ریاضی مورد نیاز مدل ریاضی در حالت قطعی و سپس در بخش چهارم با تعریف رویکرد مقابله با عدم قطعیت، مدل ریاضی در حالت غیرقطعی ارائه خواهد شد. در بخش پنجم به ارائه روش حل مسئله و در بخش ششم نتایج حاصل از حل مدل و تحلیل حساسیت‌های مورد نیاز گزارش شده است و در نهایت زمینه‌های تحقیقات آتی در این حوزه در بخش هفتم معرفی می‌گردد.

۲-مرور ادبیات

انواع مختلفی از مسائل مکان‌یابی- مسیریابی در ادبیات این حوزه وجود دارد. مین و همکاران [۳] در سال ۱۹۹۸ اولین دسته‌بندی را برای مسائل مکان‌یابی- مسیریابی ارائه نمودند. نگی و سالهی [۴] در سال ۲۰۰۷ این دسته بندی را کامل نمودند و با توجه به تابع هدف، متغیرهای تصمیم‌گیری، پارامترها و محدودیت‌های مسأله شاخص‌های مسأله مکان-یابی- مسیریابی را تعریف نمودند. در واقع شاخص‌های مسأله مکان‌یابی- مسیریابی ترکیبی از شاخص‌های مسأله مکان‌یابی و شاخص‌های مسأله مسیریابی می‌باشند.

به وضوح مسائل مکان‌یابی- مسیریابی با مسأله مکان‌یابی کلاسیک و مسیریابی وسیله نقلیه ارتباط دارند که هر دو مسأله اخیر به عنوان موارد خاصی از مسأله مکان‌یابی- مسیریابی بیان می‌شوند و اگر لازم باشد که همه مشتریان به صورت مستقیم با یک انبار ارتباط داشته باشند، آنگاه مسأله مکان‌یابی مسیریابی به یک مسأله مکان‌یابی استاندارد تبدیل می‌شود و از طرف دیگر اگر موقعیت‌های انبارها را ثابت نگه داریم مسأله مکان‌یابی مسیریابی به مسأله مسیریابی وسیله نقلیه ساده می‌شود[۵].

سجادی و همکاران به ارائه یک مدل دوسطحی با در نظر تقاضای مشتریان در حالت احتمالی برای مسأله مکان‌یابی- مسیریابی پرداخته‌اند. ظرفیت تسهیلات و وسایل نقلیه در مدل آنها محدود در نظر گرفته شده است. آنها هزینه‌های موجودی، نگهداری و کمبود را نیز در مسأله خود کمینه کرده و برای حل این مسأله از روش شبیه‌سازی تبرید استفاده نموده-اند[۶].

لین و همکاران مدل مسأله مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی خود را با در نظرگرفن ظرفیت محدود برای تسهیلات موجود و محدودیت طول مسیر برای وسایل نقلیه ارائه کرده‌اند. آنها برای حل مسأله خود از ترکیب روش شبیه‌سازی تبرید و انشعاب و تحدید بهره برده‌اند[۷].

حمیدی و همکاران یک مدل سه‌سطحی چند کالایی را برای مسأله مکان‌یابی- مسیریابی در نظر گرفته‌اند. وسایل نقلیه در مسأله آنها همگن و دارای ظرفیت معین می‌باشد. ارسال کالا از سطوح بالایی به تمامی سطوح پایینی امکان پذیر است. ارتباط بین انبارها نیز در مسأله آنها بصورت ارسال مستقیم کالا لحاظ شده است. آنها از ترکیب روشهای جستجوی حریصانه و جستجوی ممنوع برای حل مدل خود استفاده کرده‌اند[۸].

جیانگ و همکاران یک مسأله مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی با فرض احتمالی بودن تقاضای مشتریان ارائه کرده‌اند. ظرفیت وسایل نقلیه محدود و ناوگان حمل و نقل در این مسأله همگن در نظر گرفته شده است. آنها هزینه نگهداری موجودی کالا را نیز در مدل خود لحاظ کرده و برای حل مسأله خود از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک استفاده کرده‌اند[۹].

آلومر و همکاران یک مدل دو سطحی برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح برای مسأله مکان‌یابی- مسیریابی مواد مضر ارائه کرده‌اند. مسأله آنها چند محصولی بوده و ظرفیت و تعداد تسهیلات و وسایل نقلیه در مسأله آنها محدود فرض شده است. آنها در تابع هدف خود به کمینه کردن هزینه‌های مکان‌یابی و مسیریابی و هم‌چنین به حداقل رساندن ریسک در مسأله پرداخته‌اند[۱۰].

زرندی و همکاران یک مسأله مکان‌یابی- مسیریابی با در نظر گرفتن پنجره‌های زمانی برای ملاقات مشتریان بصورت فازی ارائه کرده‌اند. ظرفیت تسهیلات و وسایل نقلیه در مسأله آنها محدود در نظر گرفته شده است. آنها برای حل مسأله خود از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده کرده‌اند[۱۱].

واسنر و همکاران یک مدل دوسطحی برای مسأله مکان‌یابی-مسیریابی مطرح نموده‌اند که ظرفیت تسهیلات و تعداد ناوگان حمل و نقل نامحدود بوده و ظرفیت وسایل نقلیه و محدودیت

حداکثر طول برای آنها در مسأله گنجانده شده است. آنها علاوه بر کمینه کردن هزینه‌های ثابت تسهیلات، هزینه ثابت وسایل نقلیه و هم چنین هزینه متغیر وسایل نقلیه، هزینه‌های سفارش کالا را در مدل خود در نظر گرفته‌اند. آنها مدل خود را در قالب یک برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح ارائه و از یک روش ابتکاری برای حل آن استفاده کرده‌اند[۱۲].

شرایط گذاشت و برداشت برای اولین بار توسط کارائوگلان و همکاران در مسائل مکانیابی- مسیریابی ارائه شده است. شرایط گذاشت و برداشت در مدل آنها بصورت همزمان در نظر گرفته شده و آنها مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خود را با در نظر گرفتن محدود بودن ظرفیت وسایل نقلیه و تسهیلات ارائه کرده‌اند. آنها با استفاده از روش شاخه و برش و با استفاده از شبیه سازی تبرید مسئله خود را حل کرده-اند[۱۳].

کارائوگلان و همکاران بار دیگر مدل ریاضی خود را بصورت مسیریابی گره‌ای بازنویسی کرده و با استفاده از یک روش دو فازی آن را حل و پس از آن نتایج مسأله را با مقاله قبلی خود مقایسه کرده‌اند[۱۴].

گولوزاری و همکاران یک مسأله مکان‌یابی- مسیریابی با شرایط حداکثر طول مسیر برای وسایل نقلیه را ارائه کرده‌اند. تقاضای مشتریان، زمان سفر و زمان سرویس‌دهی در مسأله آنها در شرایط عدم قطعیت و بصورت فازی در نظر گرفته شده است. برای حل این مسأله، آنها از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده کرده‌اند[۱۵].

قدسی و همکاران یک مسأله مکان‌یابی- مسیریابی با شرایط گذاشت و برداشت ارائه کرده‌اند. مکان‌یابی تسهیلات در مسأله آنها در فضای پیوسته تعیین می‌شود و ظرفیت تسهیلات در مسأله آنها نامحدود در نظر گرفته شده است. مدل ریاضی آنها بصورت برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط غیرخطی است و از یک روش جستجوی همسایگی برای حل آن بهره برده‌اند[۱۶].

ریک و همکاران یک مدل مکان‌یابی- مسیریابی چند به چند که در آن مشتریان توانایی ارسال کالا به یکدیگر را دارند، با در نظرگرفتن شرایط گذاشت و برداشت ارائه کرده‌اند. آنها برای حل مسأله خود در ابعاد کوچک از روش دقیق و در ابعاد بزرگتر مسأله از الگوریتم ژنتیک کمک گرفته‌اند[۱۷].

در این مقاله یک مدل ریاضی برای مسئله مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی با شرایط گذاشت و برداشت ارائه می‌شود. به دلیل ابهام‌های موجود در پارامتر تقاضای مشتریان، عدم قطعیت در این پارامتر نیز در مدل ریاضی و حل آن در نظر گرفته شده است. این مسئله در ادبیات حوزه مکان‌یابی- مسیریابی تا به حال مورد بررسی قرار نگرفته است و دارای کاربردهای عملی زیادی در دنیای واقعی می‌باشد. با توجه به توضیحات عنوان شده نوآوری‌های مقاله پیش رو شامل موارد زیر می‌باشد:

۱) توسعه یک مدل ریاضی دوسطحی با در نظرگرفتن شرایط گذاشت و برداشت بصورت همزمان در مسئله مکان یابی- مسیریابی.
۲) ارائه یک الگوریتم ابتکاری برای ایجاد جواب اولیه مبتنی بر روش خوشه‌بندی مشتریان.
۳) ارائه یک روش ابتکاری بر مبنای جستجوی بزرگ همسایگی انطباقی برای بهبود جواب اولیه و مقایسه نتایج بدست آمده با مسائل نمونه موجود در ادبیات مسائل دوسطحی مکانیابی- مسیریابی.
۴) در نظرگرفتن عدم قطعیت در پارامتر تقاضای مشتریان بصورت فازی و اتخاذ آن در مدل ریاضی بصورت ماژول اعتبار.

۳-شرح مسئله

گراف بدون جهت $G = (V, E)$ در نظر گرفته می‌شود به طوری که مجموعه گره‌های این گراف شامل V که مجموعه کلیه گره‌های شبکه، V_O مجموعه انبارهای مرکزی، V_R مجموعه انبارهای میانی و V_C مجموعه مشتریان است به نحوی که $V_1 = V_O \cup V_R$ مجموعه گره‌های سطح اول و $V_2 = V_R \cup V_C$ مجموعه گره‌های سطح دوم شبکه می‌باشد. مجموعه کلیه یال-های موجود در گراف شبکه توزیع (E) شامل یال‌های بدون جهت و اتصال دهنده مراکز توزیع مرکزی به مراکز توزیع میانی، مراکز توزیع میانی به مشتریان و مشتریان به یکدیگر است. مجموعه K شامل وسایل نقلیه می‌باشد که در سطح دوم مابین مراکز میانی و مشتریان مورد استفاده قرار می‌گیرند. یالهای اتصال دهنده در نابرابری $(d_{ij} \le d_{il} + d_{lj})$ صدق می‌کنند. مجموعه ها و پارامترهای مسأله به شرح زیر می‌باشند:

مجموعه‌ها و پارامترهای مسأله

$\boldsymbol{I}$: مجموعه مشتریان

$\boldsymbol{O}$: مجموعه انبارهای مرکزی

$\boldsymbol{R}$: مجموعه انبارهای کاندید میانی

$\boldsymbol{CD_O}$: ظرفیت هریک از انبارهای مرکزی

$\boldsymbol{RD_R}$: ظرفیت هریک از انبارهای میانی

$\boldsymbol{d_i}$: میزان تقاضای گذاشت هریک از مشتریان

$\boldsymbol{p_i}$: میزان تقاضای برداشتی هریک از مشتریان

$\boldsymbol{CV}$: ظرفیت هریک از وسایل نقلیه موجود

$\boldsymbol{F_R}$: هزینه ثابت راه‌اندازی هریک از انبارهای میانی.

$\boldsymbol{G_{OR}}$: هزینه سفر مابین هریک از انبارهای مرکزی و انبارهای میانی.

$\boldsymbol{H_{ij}}$: هزینه سفر مابین هریک از مشتریان به یکدیگر، مشتریان به انبار و بالعکس.

$\boldsymbol{FC}$: هزینه ثابت استفاده از هریک از وسایل نقلیه

متغیرهای تصمیم مسأله عبارتند از:

$\boldsymbol{x_{OR}}$: میزان کالای انتقالی از انبار مرکزی شماره O به انبار میانی شماره R. $(\forall R \in V_R, \forall O \in V_O)$

$\boldsymbol{y_{ij}}$: متغیر صفر و یک، اگر سفر مابین گره i و گره j صورت گیرد. $(\forall i, j \in V_2)$

$\boldsymbol{O_R}$: متغیر صفر و یک، اگر انبار Rام احداث شود. $(\forall R \in V_R)$

$\boldsymbol{p_{iR}}$: متغیر صفر و یک، اگر مشتری iام به انبار میانی Rام تعلق پیدا کند. $(\forall i \in V_C, \forall R \in V_R)$

$\boldsymbol{Z_i}$: مجموع تقاضای تحویل داده شده به مشتریان مسیر قبل از ملاقات مشتری i توسط وسیله نقلیه $(\forall i \in V_2)$

$\boldsymbol{W_i}$: مجموع تقاضای برداشت شده از مشتریان مسیر بعد از ملاقات مشتری i توسط وسیله نقلیه $(\forall i \in V_2)$

$$Min \sum_{i\in v_2}\sum_{j\in v_2} H_{ij} * y_{ij} + \sum_{o\in v_o}\sum_{R\in v_R} G_{OR} * x_{OR} + \sum_{R\in v_R} F_R * O_R + \sum_{i\in v_2}\sum_{R\in v_R} FC * y_{iR} \quad (۱)$$

$s.t.$

$$\sum_{R\in v_R} x_{OR} \le CD_O \qquad \forall O \in V_O \qquad (۲)$$

$$\sum_{O\in v_O} x_{OR} \le RD_R * O_R \qquad \forall R \in V_R \qquad (۳)$$

$$\sum_{O\in v_O} x_{OR} \ge \sum_{i\in v_2} d_i * p_{iR} \qquad \forall R \in V_R \qquad (۴)$$

$$\sum_{j\in v_2} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in V_c \qquad (۵)$$

$$\sum_{j\in v_2} y_{ji} = \sum_{j\in v_2} y_{ij} \qquad \forall i \in V_2 \qquad (۶)$$

$$\sum_{R\in v_R} p_{iR} = 1 \qquad \forall i \in V_c \qquad (۷)$$

$$\sum_{i\in v_2} d_i * p_{iR} \le RD_R * O_R \qquad \forall R \in V_R \qquad (۸)$$

$$\sum_{i\in v_2} p_i * p_{iR} \le RD_R * O_R \qquad \forall R \in V_R \qquad (۹)$$

$$(z_j - z_i + CV * y_{ij} + (CV - d_i - d_j) * y_{ji} + d_i \le CV \qquad \forall i,j \in V_c, i \ne j \qquad (۱۰)$$

$$(w_j - w_i + CV * y_{ij} + (CV - p_i - p_j) * y_{ji} + p_i \le CV \qquad \forall i,j \in V_c, i \ne j \qquad (۱۱)$$

$$z_i + w_i - d_i \le CV \qquad \forall i \in V_c \qquad (۱۲)$$

$$d_i + \sum_{j\in v_c, j\neq i} d_j * y_{ij} \leq z_i \qquad \forall i \in V_c \qquad (۱۳)$$

$$p_i + \sum_{j\in v_c, j\neq i} p_j * y_{ij} \leq w_i \qquad \forall i \in V_c \qquad (۱۴)$$

$$z_i + (CV - d_i)(\sum_{R\in v_R} y_{iR}) \leq CV \qquad \forall i \in V_c \qquad (۱۵)$$

$$w_i + (CV - p_i)(\sum_{R\in v_R} y_{Ri}) \leq CV \qquad \forall i \in V_c \qquad (۱۶)$$

$$y_{iR} \leq p_{iR} \qquad \forall i \in V_c, \forall R \in V_R \qquad (۱۷)$$

$$y_{Ri} \leq p_{iR} \qquad \forall i \in V_c, \forall R \in V_R \qquad (۱۸)$$

$$y_{iR} + p_{iR} + \sum_{m\in v_R, m\neq R} p_{jm} \leq 2 \qquad \forall i,j \in V_c, i \neq j,, \forall R \in V_R \qquad (۱۹)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \in V_2 \qquad (۲۰)$$

$$x_{OR} \geq 0 \qquad \forall O \in V_O, \forall R \in V_R \qquad (۲۱)$$

$$p_{iR} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in V_c, \forall R \in V_R \qquad (۲۲)$$

$$O_R \in \{0,1\} \qquad \forall R \in V_R \qquad (۲۳)$$

$$z_i \geq 0 \qquad \forall i \in V_2 \qquad (۲۴)$$

$$w_i \geq 0 \qquad \forall i \in V_2 \qquad (۲۵)$$

در این مدل تابع هدف به دنبال کمینه کردن مجموع هزینه‌های ارسال کالا از انبارهای میانی به مشتریان، هزینه های ثابت احداث انبارهای میانی، هزینه استفاده از وسایل نقلیه بین انبارهای میانی و مشتریان، هزینه‌های ارسال کالا از انبارهای مرکزی به انبارهای میانی و هزینه‌های ثابت استفاده از وسایل نقلیه است. محدودیت (۲) نشان‌دهنده ظرفیت محدود انبارهای مرکزی می‌باشد. محدودیت (۳) نشان‌دهنده ظرفیت محدود انبارهای میانی می‌باشد. محدودیت (۴) نشان‌دهنده تعادل جریان های ورودی و خروجی به انبارهای میانی می‌باشد. محدودیت (۵) نشانده ملاقات هریک از مشتریان شبکه می‌باشد. محدودیت شماره (۶) برابر بودن کمان‌های ورودی و خروجی به هر مشتری را تضمین می‌کند. محدودیت شماره (۷) نشان‌دهنده آن است که هریک از مشتریان تنها به یکی از انبارهای موجود تخصیص پیدا کنند. محدودیت شماره (۸) و (۹) نشان‌دهنده آن است که مجموع تقاضاهای برداشتی از مشتریان یک مسیر برابر با مجموع تقاضاهای برداشتی مشتریان تخصیص داده شده به آن انبار باشد. محدودیت های شماره (۱۰) و (۱۱) جریان‌های گذاشت و برداشت در هر کمان را برای هریک از وسایل نقلیه با توجه به ظرفیت آن وسیله نقلیه برقرار می‌سازد. محدودیت شماره (۱۲) ظرفیت وسیله نقلیه را در هر کمان از شبکه محدود می‌کند. محدودیت‌های شماره (۱۳) تا (۱۶) حدود بالا و پایین را برای متغیرهای جریان (گذاشت و برداشت کالا) تعیین می‌کند. محدودیت‌های شماره (۱۷) تا (۱۹) از ایجاد زیر دور در شبکه جلوگیری می‌کند. محدودیت‌های شماره (۲۰) تا (۲۵) نشان-دهنده نوع متغیرهای تصمیم در مسأله هستند.

۴-اعتبار فازی

مفاهیم عدم قطعیت یکی از موضوعات عمده و مورد توجه در مدلهای بهینه‌سازی و تحقیق در عملیات می‌باشد. این موضوع به ویژه در مسائل با ابعاد بزرگ، که داده‌ها به آسانی قابل دسترسی نیستند، به چشم می‌خورد. بعنوان مثال عدم قطعیت می‌تواند در پارامترهایی چون مقدار تقاضا، هزینه‌ها، زمان سفر و ... اتفاق بیافتد. لذا، در نظرگرفتن عدم قطعیت در این قبیل پارامترها به هنگام مدلسازی بسیار حائز اهمیت می‌باشد. بطور کلی عدم قطعیت در دو دسته عمده جای می‌گیرد: عدم قطعیت از نوع تصادفی و عدم قطعیت از نوع فازی. ماهیت تصادفی داده‌هایی که می توان برای آنها توزیع احتمال پیوسته و یا گسسته بر

اساس داده‌های تاریخی و یا عینی کافی، متصور بود، منشا ایجاد عدم قطعیت تصادفی هستند. برای مواجهه با عدم قطعیت تصادفی می‌توان از رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی و یا برنامه‌ریزی استوار بهره جست[۱۸]. رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی در مواردی که اطلاعات در مورد توزیع تصادفی این داده‌های ورودی در دسترس باشد قابل استفاده می‌باشد ولی چنانچه اطلاعاتی در در مورد توزیع تصافی این داده‌ها در دسترس نبود می‌توان از رویکرد برنامه‌ریزی استوار استفاده نمود. بعلاوه رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی تنها زمانی معنادار است که یک اتفاق معین در یک دوره زمانی چندین بار تکرار شود. اما در برخی از موارد، داده‌های عینی و تاریخی به حد کفایت برای مدلسازی پارامترهای غیرقطعی وجود ندارد. علاوه بر این ممکن است در رخدادن یک واقعه خاص، تکراری وجود نداشته باشد. در این گونه موارد تخمین توزیع امکان برای پارامتر غیرقطعی بسیار دشوار و یا حتی غیرممکن می‌باشد. لذا در چنین مواقعی با پارامترهای نامعلوم که غیردقیق و نامعلوم بودن آنها برخاسته از فقدان اطلاعات در مورد این پارامترها می‌باشد، مواجه هستیم که دارای عدم قطعیت شناختی می‌باشند. بنابراین این پارامترها دارای ماهیتی مختلط عینی- ذهنی بوده و می‌تواند با استفاده از تئوری فازی بعنوان مکملی برای توزیع احتمال فرموله شود[۱۹]. مفاهیم مجموعه فازی و توابع عضویت توسط زاده در سال ۱۹۶۵ ارائه شده است[۲۰]. بعد از آن در اغلب مسائل دنیای واقعی، رویکرد فازی توسعه داده شده و مورد استفاده قرار گرفته است. متغیر فازی توسط کافمن[۲۱] برای اندازه گیری یک رویداد فازی ارائه شده است. سپس زاده در سال ۱۹۷۸ [۲۲] تئوری اندازه‌گیری امکان را برای متغیر فازی پیشنهاد کرد. بعد از آن تئوری اعتبار توسط لیو در سال ۲۰۰۴ توسعه یافت[۲۳]. در این بخش به برخی از مفاهیم اساسی مربوط به متغیر فازی پرداخته شده است. ابتدا مفاهیم امکان، الزام و اندازه اعتبار برای یک رویداد فازی معرفی شده و برای مدل قطعی مسئله بکار گرفته شده است.

تعریف اول: (ارجاع به نامیس[۲۴]) اگر Θ به عنوان یک مجموعه غیر تهی، $\emptyset$ یک مجموعه تهی و $\rho(\Theta)$ توانی از مجموعه Θ فرض شود. به ازای هر مجموعه $A \in \rho(\Theta)$، مقدار امکان با یک عدد غیر منفی $Pos(A)$ نشان داده شده و از سه اصل زیر پیروی می‌کند:

۱) $Pos\{\emptyset\} = ۰$

۲) $Pos\{H\} = ۱$

۳) $Pos\{\cup_k A_k\} = sup_k Pos(A_k)$ برای هر $\{A_k\}$ انتخابی از $\rho(\Theta)$

فضای امکان با $(\Theta, \rho(\Theta), Pos)$ تعریف شده و اندازه گیری آن با تابع Pos معرفی شده است.

تعریف دوم: اندازه گیری الزام برای $A \in \rho(\Theta)$ بصورت $Nec\{A\} = ۱ - Pos\{A\}$ تعریف می‌شود.

تعریف سوم: اندازه گیری اعتبار برای $A \in \rho(\Theta)$ بصورت $Cr\{A\} = \frac{۱}{۲}[\, Pos\{A\} + Nec\{A\}]$ است.

اگر ξ یک متغیر فازی ذوزنقه‌ای با عدد فازی $\xi = (\xi_۱, \xi_۲, \xi_۳, \xi_۴)$ و r یک عدد حقیقی فرض شود. اندازه اعتبار با استفاده از روابط (۲۶) و (۲۷) محاسبه می‌شود .

$$Cr\{\xi \le r\} = \begin{cases} 0, & r \in (-\infty, \xi_1] \\ \dfrac{r-\xi_1}{2(\xi_2-\xi_1)}, & r \in (\xi_1, \xi_2] \\ \dfrac{1}{2}, & r \in (\xi_2, \xi_3] \\ \dfrac{r-2\xi_3+\xi_4}{2(\xi_4-\xi_3)}, & r \in (\xi_3, \xi_4] \\ 1, & r \in (\xi_4, \infty] \end{cases} \quad (۲۶)$$

$$Cr\{\xi \ge r\} = \begin{cases} 1, & r \in (-\infty, \xi_1] \\ \dfrac{2\xi_2-\xi_1-r}{2(\xi_2-\xi_1)}, & r \in (\xi_1, \xi_2] \\ \dfrac{1}{2}, & r \in (\xi_2, \xi_3] \\ \dfrac{\xi_4-r}{2(\xi_4-\xi_3)}, & r \in (\xi_3, \xi_4] \\ 0, & r \in (\xi_4, \infty] \end{cases} \quad (۲۷)$$

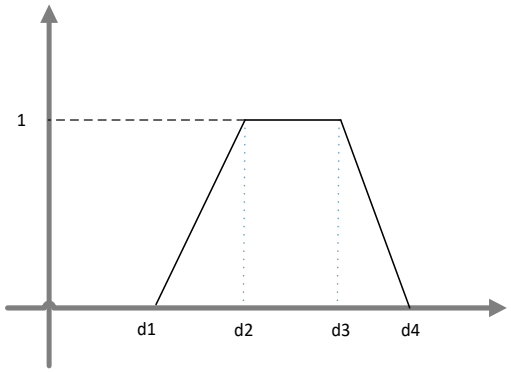
برای سطح خدمت $\alpha > ۰.۵$ اندازه اعتبار از روابط(۲۸) و (۲۹) منتج می‌شود:

$$Cr\{\xi \le r\} \ge \alpha \rightarrow r \ge (2-2\alpha)\xi_3 + (2\alpha - 1)\xi_4 \quad (۲۸)$$

$$Cr\{\xi \geq r\} \geq \alpha \rightarrow r \leq (2\alpha - 1)\xi_1 + (2 - 2\alpha)\xi_2 \quad (۲۹)$$

۴-۱- برنامه ریزی شرطی تصادفی با ماژول اعتبار

به منظور در نظرگرفتن عدم قطعیت در مدل از رویکرد فازی استفاده شده است. در این بخش برای پارامتر تقاضای مشتریان متغیرهای فازی در نظر گرفته شده است که با عدد فازی ذوزنقه‌ای $d = (d_1, d_2, d_3, d_4)$ در شکل (۲) نمایش داده شده است.



شکل ۲- عدد فازی ذوزنقه ای برای متغیر تقاضا

اگر عدد فازی ذوزنقه‌ای $p_i = (p_{i(1)}, p_{i(2)}, p_{i(3)}, p_{i(4)})$ برای تقاضای از نوع برداشت و بطور مشابه برای تقاضای تحویلی، عدد فازی ذوزنقه‌ای $d_i = (d_{i(1)}, d_{i(2)}, d_{i(3)}, d_{i(4)})$ فرض شود. با اعمال روابط فازی (۲۸) و (۲۹) در مدل قطعی، محدودیت‌های (۴) و (۸) تا (۱۶) بترتیب زیر تغییر خواهند کرد:

$$\sum_{O \in V_O} x_{OR}^S \geq \sum_{i \in V_2} \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha - 1) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) * p_{iR}^S \quad \forall \mathrm{R} \in V_R, \forall s \quad (۳۰)$$

$$\sum_{i \in V_2} \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha - 1) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) * p_{iR}^S \leq RD_R * O_R \quad \forall \mathrm{R} \in V_R, \forall s \quad (۳۱)$$

$$\sum_{i \in V_2} \left((2-2\alpha) * \mathrm{p}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha - 1) * \mathrm{p}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) * p_{iR}^S \leq RD_R * O_R \quad \forall \mathrm{R} \in V_R, \forall s \quad (۳۲)$$

$$Z_j^S - Z_i^S + CV * y_{ij}^S + \left(CV - \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) - \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{j(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{d}_{\mathrm{j(4)}}^{\mathrm{S}}\right)\right) y_{ji}^S + \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) \leq CV \quad \forall \mathrm{i,j} \in V_c, i \neq j, \forall s \quad (۳۳)$$

$$W_j^S - W_i^S + CV * y_{ij}^S + \left(CV - \left((2-2\alpha) * \mathrm{p}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{p}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) - \left((2-2\alpha) * \mathrm{p}_{\mathrm{j(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{p}_{\mathrm{j(4)}}^{\mathrm{S}}\right)\right) y_{ji}^S + \left((2-2\alpha) * \mathrm{p}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{p}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) \leq CV \quad \forall \mathrm{i,j} \in V_c, i \neq j, \forall s \quad (۳۴)$$

$$Z_i^S + W_i^S - \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) \leq CV \quad \forall \mathrm{i} \in V_C, \forall s \quad (۳۵)$$

$$\left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{d}_{\mathrm{i(4)}}^{\mathrm{S}}\right) + \sum_{j \in V_C, j \neq i} \left((2-2\alpha) * \mathrm{d}_{\mathrm{j(3)}}^{\mathrm{S}} + (2\alpha-1) * \mathrm{d}_{\mathrm{j(4)}}^{\mathrm{S}}\right) y_{ij}^S \leq Z_i^S \quad \forall \mathrm{i} \in V_C, \forall s \quad (۳۶)$$

$$\left((2-2\alpha)*\mathrm{p}_{\mathrm{i}(3)}^{\mathrm{S}}+(2\alpha-1)*\mathrm{p}_{\mathrm{i}(4)}^{\mathrm{S}}\right)+\sum_{j\in V_C, j\neq i}\left((2-2\alpha)*\mathrm{p}_{\mathrm{j}(3)}^{\mathrm{S}}+(2\alpha-1)*\mathrm{p}_{\mathrm{j}(4)}^{\mathrm{S}}\right)*y_{ij}^{S}\leq W_i^S \qquad \forall \mathrm{i}\in V_C,\forall s \qquad (۳۷)$$

$$Z_i^S+\left(CV-\left((2-2\alpha)*\mathrm{d}_{\mathrm{i}(3)}^{\mathrm{S}}+(2\alpha-1)*\mathrm{d}_{\mathrm{i}(4)}^{\mathrm{S}}\right)\right)\left(\sum_{R\in V_R}y_{iR}^{S}\right)\leq CV \qquad \forall \mathrm{i}\in V_C,\forall s \qquad (۳۸)$$

$$W_i^S+\left(CV-\left((2-2\alpha)*\mathrm{p}_{\mathrm{i}(3)}^{\mathrm{S}}+(2\alpha-1)*\mathrm{p}_{\mathrm{i}(4)}^{\mathrm{S}}\right)\right)\left(\sum_{R\in V_R}y_{Ri}^{S}\right)\leq CV \qquad \forall \mathrm{i}\in V_C,\forall s \qquad (۳۹)$$

۵-روش حل

الگوریتم پیشنهادی یک روش حل ترکیبی از الگوریتم ابتکاری جستجوی بزرگ همسایگی انطباقی با الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید است. برای حل مدل ابتدا یک جواب اولیه مناسب ایجاد شده و با استفاده از الگوریتم‌های بهبود دهنده به جستجوی جواب‌های همسایه به منظور رسیدن به جواب بهینه پرداخته شده است.

الگوریتم جستجوی بزرگ همسایگی انطباقی (LNS) توسعه‌ای از الگوریتم جستجوی بزرگ همسایگی است که توسط شاو ارائه شده و بر پایه ایده بهبود تدریجی جواب اولیه با استفاده از عملگرهای تخریب و ایجاد است. به عبارت دیگر LNS شامل یک سری از حرکات برداشت و گذاشت بوده و جستجوی همسایگی با استفاده از برداشت چند مشتری از جواب و دوباره قرار دادن آن‌ها در مسیر بدست می‌آید. روش ابتکاری LNS برای مسائل مسیریابی وسیله نقلیه نتایج خوبی را ارائه کرده است. هم چنین این روش ابتکاری برای مسائلی با دو نوع تقاضای گذاشت و برداشت نیز به خوبی عمل کرده است.

برخلاف مسأله جستجوی بزرگ همسایگی، الگوریتم جستجوی بزرگ همسایگی انطباقی (ALNS) از چندین عملگر برداشت و گذاشت مشتریان در حین جستجو همسایگی استفاده می‌کند. ابتدا الگوریتم با یک جواب اولیه شدنی شروع کرده و این جواب توسط عملگرهای برداشت و گذاشت تغییر کرده و جواب جدید تولید شده در صورت بهبود در تکرار بعد به عنوان ورودی الگوریتم در نظر گرفته می‌شود. از موارد مهم در ارائه الگوریتم‌های فراابتکاری، ساخت جواب اولیه مناسب و استفاده از الگوریتم‌های بهبود دهنده متناسب با نوع مسأله می‌باشد.

برای چارچوب دادن و محدود کردن فضای جستجوی جواب در الگوریتم ALNS باید از الگوریتم‌هایی مانند شبیه‌سازی تبرید (SA)یا جستجوی ممنوعه (TS) استفاده کرد که در اینجا از الگوریتم SA استفاده شده است. ساختار کلی الگوریتم ارائه شده بدین صورت است که با ایجاد یک جواب اولیه توسط الگوریتم سازنده$(Xinitial)$ ، دما را در حالت دمای اولیه $(T=T_0)$ قرار داده و با استفاده از عملگرهای بهبود دهنده که (در اینجا منظور توالی از عملگرهای برداشت و گذاشت است) به جستجوی فضای جواب پرداخته می‌شود. در هر تکرار جواب جدید بدست آمده $(Xnew)$ ارزیابی شده و در صورت خوب بودن جواب بدست آمده، جواب جدید پذیرفته شده و به عنوان جواب جاری $(Xcurrent)$ در تکرار بعد وارد می‌شود. در صورت بد بودن جواب با احتمالی جواب پذیرفته می‌شود. دما در هر تکرار به تدریج با نرخ تبرید γ کاهش می‌یابد تا فضای جستجوی جواب را کاهش دهد این کار تا ماکزیمم تکرار الگوریتم ALNS ادامه می‌یابد. شبه‌کد الگوریتم ALNS-SA در الگوریتم شکل (۳) نشان داده شده است.

روش ابتکاری ارائه شده یک روش ترکیبی دو فازی است که در فاز اول جواب اولیه با استفاده از استراتژی های مختلف خوشه-بندی ایجاد شده و سپس در فاز دوم جواب بدست آمده بهبود داده می‌شود. فرآیند ساخت جواب اولیه و بهبود آن در شکل (۴) نمایش داده شده است.

فاز اول این روش ابتکاری از دو بخش تشکیل شده است، بخش اول حل یک مسأله مکان‌یابی- مسیریابی در سطح ثانویه و در مرحله دوم و پس از بازگشایی تسهیلات ثانویه در مرحله قبل،

حل یک مسأله مسیریابی وسیله نقلیه بین تسهیلات بازشده و انبار مرکزی (در این مسأله فرض شده است که در تسهیل اولیه فقط یک انبار وجود دارد).

Algorithm : Pseudo code for **ALNS-SA** (R, I, T_0 and γ)

```
Generate initial solution by proposed construction algorithm;
Define probabilities for each operator;
Adjust temperature T = T.;
Let X_best = X_current = X_initial;
While (max iteration is reached) do;
Select a removal operator R*;
Let Xp be the solution obtained by applying operator R*;
Select an insertion operator I*;
Let X_new be the new solution obtained by applying operator I*;
    If C(X_new) < C(X_current) then
        X_current = X_new
    Else
        Let v = e^(-(C(X_new)-C(X_current))/T
        Generate a random number ε ∈ [0,1]
        If ε < v
            X_current = X_new
If C(X_new) < C(X_current) then
    X_best = X_current
T = γ T
Update probabilities by roulette wheel
Return best solution X_best
```

شکل ۳- شبه کد الگوریتم ALNS-SA

بخش اول این فاز از دو مرحله تشکیل شده است. مرحله اول، خوشه‌بندی مشتریان به تعداد مختلفی خوشه، با استفاده از استراتژی‌های مختلف خوشه‌بندی و در مرحله دوم مسیریابی مشتریان هر خوشه. در بخش دوم این فاز از استراتژی مسیریابی ارائه شده در بخش قبل استفاده نموده و تسهیلات بازگشایی شده در سطح ثانویه را مشتری فرض کرده که میزان تقاضای آنها برابر ظرفیتشان بوده و باید توسط انبار مرکزی کالا دریافت نمایند. در انتهای این فاز جواب اولیه مسأله ساخته خواهد شد. در فاز دوم، با استفاده از روش جستجوی بزرگ همسایگی جواب ساخته شده در فاز اول بهبود داده می‌شود.

۵-۱-ایجاد جواب اولیه

این فاز شامل دو بخش است. که در بخش اول ایجاد جواب اولیه در سطح ثانویه و بخش دوم ایجاد جواب اولیه در سطح اولیه.

بخش اول این فاز شامل دو مرحله می‌باشد:

مرحله اول: خوشه‌بندی مشتریان

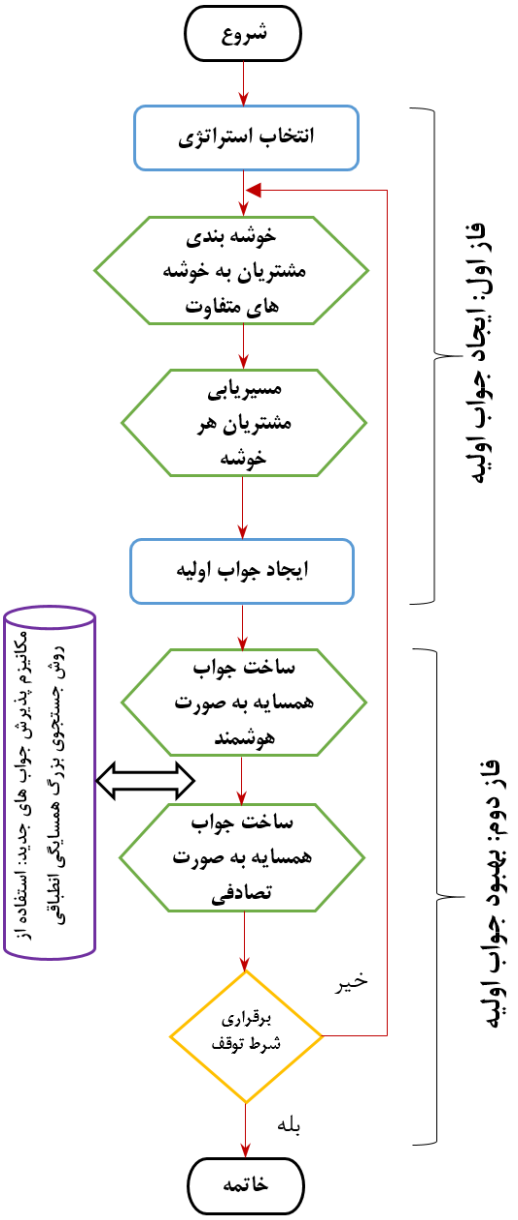
مرحله دوم: مسیریابی

مرحله دوم نیز شامل سه گام است:

گام اول: انتخاب تسهیلات (انبارها)

گام دوم: تخصیص خوشه ها

گام سوم: مسیریابی مشتریان



شکل ۴- فرآیند ساخت جواب اولیه و بهبود آن

در ادامه به توضیحات نحوه ایجاد جواب اولیه اشاره شده است.

مرحله اول: خوشه‌بندی مشتریان که در آن هر مشتری به خوشه‌های مختلف تخصیص می‌یابد. در هر بار تکرار الگوریتم تعداد خوشه‌ها از عدد ۲ تا ۹ تغییر می‌کنند که منجر به تشکیل جواب‌های اولیه مختلف خواهند شد.
مرحله دوم: تشکیل تورهای مختلف (مسیر) با کمترین هزینه برای ملاقات مشتریان هر خوشه به گونه‌ای که ظرفیت هر تور از ظرفیت وسیله نقلیه بیشتر نشود.

۵-۱-۱-خوشه بندی مشتریان

هدف روش خوشه‌بندی آن است که داده‌ها بر اساس یک یا چند معیار شباهت به خوشه‌هایی تقسیم شوند، به گونه‌ای که شباهت بین داده‌های درون هر خوشه حداکثر و شباهت بین داده‌های خوشه‌های متفاوت حداقل شود. در این پروژه از معیار شباهت فاصله اقلیدسی استفاده شده است. قبل از توضیح استراتژی خوشه‌بندی به تشریح معیار شباهت پرداخته می‌شود. با استفاده از معیار کمترین فاصله اقلیدسی، یک خوشه با خوشه دیگر ترکیب می‌شود. ابتدا باید مختصات مرکز هر خوشه را از رابطه (۴۰) محاسبه نمود: فرض کنید مجموعه مشتریان خوشه i با نماد C_i و تعداد عناصر آن با نماد $|C_i|$ نشان داده شوند. برای محاسبه مختصات مرکز خوشه C_i به صورت زیر عمل می‌شود.

$$x_{c_i} = \frac{\sum x_j}{|c_i|} \qquad y_{c_i} = \frac{\sum y_j}{|c_i|} \qquad \forall\, j \in C_i \qquad (۴۰)$$

پس از محاسبه مختصات مرکز خوشه، فاصله دو خوشه i, k از یکدیگر از رابطه (۴۱) بدست می آید. که D_{ik} فاصله بین دو خوشه i, k است.

$$D_{ik} = \sqrt{\left(x_{c_i} - x_{c_k}\right)^2 + \left(y_{c_i} - y_{c_k}\right)^2} \qquad (۴۱)$$

۵-۱-۲-مسیریابی مشتریان

پس از خوشه‌بندی مشتریان، در این مرحله مسیریابی انجام می‌شود. این مرحله از سه گام تشکیل شده است که در گام اول از بین انبارهای بالقوه تعدادی انبار انتخاب می‌شوند. در گام دوم خوشه ها به انبارهای انتخابی تخصیص می‌یابند و در گام آخر مسیریابی مشتریان انجام می‌شود.

- **گام اول: انتخاب تسهیلات (انبارها)**

در ابتدا فاصله مرکز هر خوشه را از تمام انبارهای بالقوه محاسبه نمایید. به صورت مجازی هر خوشه را به نزدیکترین انبار اختصاص دهید. اولین انباری که بیشترین خوشه را در خود جای داده است در نظر بگیرید. اگر ظرفیت این انبار از مجموع تقاضای کل مشتریان بیشتر بود توقف نموده و به مرحله بعد بروید در غیر اینصورت دومین انباری که بیشترین خوشه را در خود جای داده در نظر گرفته و مجموع ظرفیت این دو انبار را با مجموع تقاضای مشتریان مقایسه کنید اگر این دو انبار می توانند تقاضای تمام مشتریان را برآورده نمایند به مرحله بعد بروید در غیر این صورت این کار را تا زمانی که مجموع ظرفیت انبارهای اضافه شده از مجموع تقاضای مشتریان بیشتر شود تکرار نمایید.

- **گام دوم: تخصیص خوشه ها**

از بین انبارهای انتخاب شده انباری که بیشترین ظرفیت را دارد در نظر بگیرید. نزدیکترین خوشه از بین مجموع خوشه‌ها به آن انبار را در نظر گرفته اگر ظرفیت انبار از مجموع تقاضای مشتریان خوشه انتخابی بیشتر بود این خوشه را به آن اختصاص دهید سپس از بین مجموعه خوشه های تخصیص نیافته نزدیکترین خوشه را به این انبار در نظر بگیرید اگر ظرفیت با قیمانده انبار بیش از ظرفیت تقاضای مشتریان این خوشه بود آن‌را به این انبار تخصیص دهید. این کار را تا جایی ادامه دهید که ظرفیت باقیمانده انبار هیچ خوشه‌ای را در خود اختصاص ندهد. سپس دومین انبار انتخاب شده که بیشترین ظرفیت را دارد، در نظر بگیرید. با استفاده از فرآیند توضیح داده شده خوشه‌ها را به این انبار اختصاص دهید. به ترتیب انبارها را بر مبنای ظرفیت آنها انتخاب نموده و با این فرآیند خوشه‌ها را به آنها اختصاص دهید. این کار را تا هنگامی‌که تمام خوشه ها تخصیص یابند اجرا کنید. در نهایت به مرحله بعد بروید.

- **گام سوم: مسیریابی مشتریان**

پس از انکه انبارها انتخاب و خوشه ها به آنها اختصاص پیدا کرده اند حالا نوبت به مسیریابی مشتریان است. این روش پیشنهادی در دسته روشهای حریصانه تولید جواب قرار می‌گیرد. (مکانیزمی که توضیح داده می‌شود برای تمام خوشه ها برقرار است).
یک خوشه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. حداقل تعداد وسایل نقلیه‌ای که باید به این خوشه خدمت‌رسانی کنند برابر است با جزء صحیح تقسیم مجموع تقاضای مشتریان یک خوشه بر

ظرفیت وسیله نقلیه ($\sum d_j / Q$) بعلاوه یک. حال فرض کنید که برای خدمت‌رسانی به خوشه مد نظر باید n وسیله نقلیه در نظر گرفته شود. پس مشتریان را در n مسیر مختلف قرار می‌گیرند. همه این مسیرها از انباری که خوشه به آن اختصاص یافته شروع می‌شود.

پس از ساخت جواب اولیه، از الگوریتم‌های بهبود دهنده برای جستجوی فضای همسایگی و تولید جواب‌های همسایه استفاده می‌شود. همانطور که اشاره شد در الگوریتم ALNS از دو نوع عملگر برداشت و گذاشت استفاده می‌شود. با استفاده از عملگر برداشت در هر تکرار تعدادی از مشتریان با استراتژی مشخصی انتخاب شده و از جواب برداشته می‌شود.

۵-۲-عملگرهای برداشت

در این مقاله ۹ عملگر برداشت تشریح شده است که برخی از آن‌ها از عملگرهای موجود در ادبیات برداشته شده و برخی از آن‌ها پیشنهاده شده است. ورودی این عملگرها جواب جاری مسأله بوده که با استراتژی‌های خاصی، تعدادی گره از آن برداشت شده و یک جواب کاهش یافته و لیستی از مشتریان برداشته شده از جواب به عنوان خروجی این عملگرها نتیجه می‌شود. در ادامه به تشریح هریک از این عملگرها خواهیم پرداخت.

۱. برداشت تصادفی

این عملگر با یک لیست خالی شروع می‌کند و به طور تصادفی یک انبار را انتخاب کرده و سپس به صورت تصادفی S گره را از مسیرهای اختصاص داده شده به آن انبار برمی‌دارد و برای S تکرار اجرا می‌کند. ایده انتخاب تصادفی به ایجاد تنوع در مکانیسم جستجو کمک می‌کند. نحوه کارکرد این عملگر در شکل شماره (۵) نمایش داده شده است.

۲. برداشت بدترین مسافت

این عملگر در هر تکرار مشتری با بیشترین هزینه را انتخاب می‌کند که در آن هزینه بصورت مجموع مسافت هر گره از گره قبل و بعد آن طبق رابطه (۴۱) محاسبه می‌شود. نحوه کارکرد این عملگر در شکل شماره (۶) نمایش داده شده است.

$$S(i) = d_{ji} + d_{ik} - d_{jk} \quad (۴۱)$$

۳. برداشت از کوتاهترین مسیر

این عملگر مانند عملگر برداشت بدترین مسافت عمل می‌کند با این تفاوت که در هر تکرار ابتدا یک مسیر را به تصادف انتخاب می‌کند و سپس به دنبال گره‌ای با بیشترین مسافت از گره قبل و بعد خود می‌گردد.

$$S(i) = d_{ji} + d_{ik} - d_{jk} \quad (۴۲)$$

۴. عملگر تعویض انبارها

در این عملگر دو انبار احداث شده به تصادف انتخاب می‌شوند و سپس مشتریان این دو انبار با یکدیگر تعویض می‌شوند.

۵. عملگر شاو

این عملگر مجموعه‌ای از گره‌ها با ویژگی‌های شبیه هم را انتخاب می‌کند. . این عملگر به دنبال گره‌هایی با شباهت از لحاظ معیار مسافت است. گره‌ای که کمینه مقدار را به خود اختصاص دهد برای برداشت انتخاب شده و به همین ترتیب گره بعد بر اساس گره برداشت شده ماقبل خود انتخاب می‌شود.

۶. عملگر بر پایه شعاع همسایگی

در این عملگر یک انبار به تصادف انتخاب می شود و سپس تعداد s گره که دورترین فاصله را از انبار دارند تعیین می‌شوند. سپس با ایجاد یک شعاع همسایگی در اطراف هریک از این گره‌ها تعداد مسیرهایی که هریک از این گره‌ها می توانند در آنها قرار گیرند محاسبه می‌شوند. در نهایت گره‌ای که بیشترین تعداد مسیر برای آن بدست آمده است از جواب فعلی حذف و در لیست مشتریان قرار داده می‌شود.

۷. عملگر برداشت مسیر

در این عملگر یک مسیر بصورت تصادفی انتخاب شده و سپس تمام مشتریان آن مسیر از جواب فعلی حذف و به لیست مشتریان انتقال می‌یابند.

۸. عملگر توزیع دوباره مسیر

در این عملگر ابتدا بین یک تا مسیر تصادفی از بین مسیرهای موجود انتخاب شده و سپس مجموع فاصله هریک از گره های موجود را تا دیگر انبارهای احداث شده موجود محاسبه می‌شود. سپس تعداد s گره که کمترین میزان مجموع این فواصل را داشته باشند از جواب فعلی حذف و به لیست مشتریان انتقال می‌یابند.

۹. عملگر مشتریان مرتبط

در این عملگر ابتدا یک گره به تصادف انتخاب می‌شود و سپس به ایجاد یک شعاع همسایگی در اطراف آن گره تعداد گره‌های

موجود محاسبه شده و سپس تعداد S گره از آنها حذف و به لیست مشتریان انتقال داده می‌شوند.

۵-۳-عملگرهای گذاشت

الگوریتم گذاشت با استفاده از لیست مشتریان برداشت شده توسط عملگرهای برداشت و جواب کاهش یافته، با استراتژی مشخصی گره‌ها را در جایگاه‌های جدید قرار داده و به ساخت دوباره مسیر می‌پردازد.

۱. گذاشت حریصانه

این عملگر در هر تکرار خود یک گره از گره‌های برداشت شده را در بهترین جای ممکن و موجه خود وارد می‌کند

۲. گذاشت حریصانه به همراه ایجاد اختلال

در عملگر گذاشت حریصانه این مشکل ممکن است پیش آید۱-۵- که آخرین گره وارد شده بهترین مکان قرار گیری خود را از دست دهد و در جایی قرار گیرد که هزینه‌ها را بصورت چشم گیری افزایش دهد. در این اپراتور این ضعف اپراتور حریصانه اصلاح شده و با ایجاد حالت تصادفی در هزینه‌های هر گره نتیجه بهتری کسب می‌شود. در این اپراتور از فاکتور $d \in [۰.۸,۱.۲]$ برای ایجاد پراکندگی در هزینه‌ها استفاده می‌شود.

۳. گذاشت همراه با بیشترین تاسف

در این عملگر بهترین جایگاه قرارگیری هر گره در بین تمامی جایگاه‌های موجود و سپس دومین بهترین جایگاه قرار گیری هر گره انتخاب و هزینه آن برای تمامی گره‌ها محاسبه می-شود. سپس اختلاف این دو هزینه محاسبه شده و گره‌های موجود بر اساس بیشترین مقدار محاسبه شده به صورت نزولی مرتب می‌شوند. سپس گره‌ها مطابق با این معیار، انتخاب شده و در بهترین جایگاه ممکن قرار می‌گیرند.

۴. گذاشت ابتکاری

در این عملگر مقدار تاسف برای تمامی گره‌ها ابتدا محاسبه می‌شود. سپس مسیرهای موجود بر اساس ظرفیت بلااستفاده آنها از کمترین مقدار به بیشترین مقدار مرتب می‌شوند. سپس گره‌ها بر اساس اولویت مقدار تاسف در مسیرهای موجود مرتب شده در صورت امکان قرار می‌گیرند.

۵-۴-عملگرهای هوشمند

در این بخش به معرفی سه عملگر هوشمند دیگر استفاده شده در ساخت جواب همسایه می‌پردازیم.

۱. **عملگر جابجایی انبارها**

در این عملگر دو مسیر به تصادف انتخاب شده و انبار مرتبط با این دو مسیر با هم جابجا می شوند. اگر دو مسیر انتخاب شده مربوط به یک انبار یکسان باشند در جواب تغییر ایجاد نمی‌شود.

۲. عملگر حذف و انتقال به نزدیکترین مسیر

در این عملگر دو مسیر متفاوت انتخاب شده و فاصله بین مشتریان یک مسیر با مشتریان مسیر دوم محاسبه می‌شود. نزدیکترین مشتری مسیر اول به قبل از نزدیکترین مشتری مسیر دوم منتقل می‌شود.

۳. عملگر جابه‌جایی یک کمان با کمان دیگر

در این عملگر دو مسیر متفاوت انتخاب شده و یک کمان با کمان دیگر از مسیر جابجا می‌شوند.

۵-۵-برازندگی عملگرها

همانطور که اشاره شد انتخاب عملگرها وابسته به عملکرد گذشته آن‌ها در بهبود جواب می‌باشد. انتخاب این عملگرها با استفاده از مکانیسم چرخ رولت صورت می‌گیرد. در ابتدا تمام عملگرها مشابه بوده و احتمال انتخاب آن‌ها یکسان می‌باشد. در هر N_ω تکرار از الگوریتم ALNS امتیاز عملگرها با توجه به عملکردشان در نحوه جستجوی جواب محاسبه شده و احتمال استفاده از آن ها بروزرسانی می شود. امتیاز بالای یک عملگر نشاندهنده موفقیت آن عملگر در جستجوی جواب است. بروزرسانی احتمال انتخاب عملگرها در الگوریتم با استفاده از رابطه $p_d^{t+۱} = p_d^t(۱ - r_p) + r_p\,\pi_i/\omega_i$ محاسبه شده که در آن r_p پارامتر مربوط به مکانیسم چرخ رولت و π_i امتیاز عملگر i و ω_i تعداد دفعات استفاده از عملگر i در N_ω تکرار است. امتیازها در ابتدای هر تکرار مکانیسم چرخ رولت صفر شده و با شرایط و مقادیر موجود در جدول شماره (۱) محاسبه می‌شود.

جدول ۱- پارامترهای وزن دهی به عملگرها

شرایط	پارامتر
عملکرد اپراتور منجر به بهترین جواب جدید شود	σ_1
منجر به جواب بهتری از جواب جاری شود	σ_2
منجر به جواب بدتر ولی قابل قبول شود	σ_3

۶-نتایج محاسباتی

به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، در این بخش آزمایشات محاسباتی برای مسأله مکانیابی- مسیریابی دوسطحی (2ELRP) انجام شده است. بدین ترتیب برای مقایسه الگوریتم

پیشنهادی مدل مسأله ارائه شده با نتایج مدل مسأله 2ELRP بایستی فرض گذاشت و برداشت همزمان در محدودیت‌ها آزاد شده تا مدل ارائه شده به صورت مدل 2ELRP تبدیل شود.
مجموعه داده‌ها عبارتست از مجموعه مثالی در یک موضوع خاص که محققین آن را برای حل مسأله ارائه کرده‌اند. در این مقاله از ۲ نوع مجموعه داده استفاده شده است که این مجموعه داده ها را انگوین و همکاران [۲۵] و پرینز و پرودهون[۲] ارائه کرده‌اند. نمونه مسائل استاندارد را می توان از منابع اطلاعاتی خاص [۲] دریافت نمود.
الگوریتم پیشنهادی با استفاده از نرم افزار متلب بر روی سرور با مشخصات اینتل ۷ هسته‌ای، ۲,۴ گیگا هرتز و ۱۶ گیگابایت حافظه داخلی اجرا شده است. این الگوریتم شامل پارامترهای قابل کنترل بوده که در جدول (۲) نشان داده شده است. معیار توقف در این الگوریتم با ماکزیمم تکرار مشخص شده است. تست‌های اولیه نشان می‌دهد که در ۱۰۰۰۰ تکرار، الگوریتم قادر به تولید جواب‌های خوبی است. انتخاب مقادیر پارامترها شاید بهترین مقدار نبوده ولی برای اکثر آزمایشات ما بسیار خوب عمل کرده است.
مهم‌ترین پارامتر در الگوریتم ALNS تعداد گره‌های قابل برداشت مجاز است که در تاثیر چشمگیری برروی کیفیت جواب‌های تولیدی خواهد داشت. در این الگوریتم، این پارامتر با S نشان داده شده و وابسته به تعداد تکرارها و تعداد مشتریان فرض شده است. بدین معنی که برای مثال با ۱۰۰ مشتری، در تکرارهای اولیه S بر روی ۱۰ گره تنظیم شده و با افزایش تعداد تکرارها این تعداد به تدریج کمتر شده تا به برداشت یک گره برسد. برای مثال در ۱۰۰۰۰ ماکزیمم تکرار، در ۲۰۰۰ تکرار اول تعداد گره‌های برداشتی S برابر با ۱۰ گره، در ۲۰۰۰ تکرار دوم S برابر با ۸ گره، در ۲۰۰۰ تکرار سوم S برابر با ۵ گره، در ۲۰۰۰ تکرار چهارم S برابر با ۳ گره و در ۲۰۰۰ تکرار آخر S برابر با یک در نظر گرفته شده است.
در این بخش یک تحلیل برای بررسی عملکرد اپراتورهای مختلف الگوریتم صورت گرفته است.
در ستون اول جدول (۳)، لیستی از اپراتورهای به کار گرفته شده در الگوریتم پیشنهادی آورده شده است. ستون دوم، فراوانی استفاده از هر اپراتور بر حسب درصدی از کل تکرارها را نشان می‌دهد. ستون سوم، تعداد جواب‌های بهینه یافت شده توسط هر اپراتور را نشان می‌دهد و در ستون آخر متوسط انحراف هزینه جواب‌های الگوریتم با و بدون این اپراتور داده شده است. این نتایج با اجرای الگوریتم بر روی یک مثال (100-5-1a) با تکرار مشخص بدست آمده است. همانطور که جدول (۳) نشان می‌دهد، عملگر برداشت شاو بهترین عملکرد را در بین عملگرها داشته بعد از آن عملگر برداشت بر پایه شعاع همسایگی و عملگر برداشت مشتریان مرتبط قرار دارند. در حالی که بالاترین استفاده در میان عملگرهای گذاشت مربوط به عملگر گذاشت ابتکاری و عملگر گذاشت حریصانه قرار می‌باشد.

جدول ۲- پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

پارامتر	مقدار عددی
ماکزیمم تکرار	۱۰۰۰۰
پارامتر چرخ رولت r_p,	۰,۱
دمای اولیه $T_.$,	۱۰۰
نرخ تبرید δ ,	۰,۹۹۹
ماکزیمم تکرار برای چرخ رولت N_w,	۲۰۰
امتیاز σ_1	۱۰
امتیاز σ_2	۱
امتیاز σ_3	۵

۶-۱- آزمایشات عددی بر روی مدل 2ELRP

برای ارزیابی کیفیت جواب‌های تولید شده با رویکرد ابتکاری ارائه شده، نتایج محاسباتی در جدول (۴) و (۵) برای مثال پرینز و انگوین گزارش شده است. نتایج عددی تولید شده با نتایج ارائه شده در ادبیات 2ELRP مقایسه شده است. مقادر عددی حاصل از جواب بدست آمده و زمان حل روش‌های مختلف که توسط نویسندگان بدست آمده است نیز در این جدول‌ها گزارش شده است. برای نشان دادن میزان بهبود جواب‌ها مقادیر Gap% محاسبه شده است. هم چنین Gap% درصد اختلاف هزینه کل بدست آمده از بهترین جواب موجود است که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{Gap} = 100 * (\text{Cost(proposed method)} - (\text{Best Known solution})) /(\text{Best Known solution})$$

در جدول شماره ۴ نتایج حاصل از حل مدل بر روی مثالهای نمونه پرینز و پرودهون گزارش شده است. در ستون اول این جدول شماره مثالهای عددی ارائه شده است. همانطور که پیداست تعداد مشتریان در این نمونه مسائل مابین ۲۰ تا ۲۰۰ مشتری و تعداد انبارهای کاندید مابین ۵ تا ۱۰ انبار در نظر گرفته شده است. ستون CPU در این جدول نشان دهنده زمان حل هر مثال توسط الگوریتم‌های ارائه شده در ابیات می‌باشد. همانطور که انتظار می رود با افزایش ابعاد مسئله در تمامی الگوریتم‌ها زمان حل مسئله نیز افزایش می‌یابد. در مقایسه الگوریتم این مقاله با سایر الگوریتم‌های ادبیات می‌توان دریافت که از نظر زمان حل تمامی الگوریتم‌ها در زمانی معقول قادر به یافتن پاسخ‌ها می‌باشند. اما از طرفی دیگر جواب‌های بدست آمده در این الگوریتم‌ها کمی متفاوت به نظر می‌رسد. ستون انتهایی این جدول نشان دهنده بهترین پاسخ یافت شده در ادبیات موضوع برای این مسائل نمونه می‌باشد. بهترین جواب‌هایی که توسط تمامی الگوریتم‌ها بدست آمده بصورت پررنگ در جدول نشان داده شده است حاکی از آن می‌باشد که الگوریتم مورد نظر توانسته به بهترین جواب موجود در ادبیات دست پیدا کند. نتایج بدست آمده توسط الگوریتم این مقاله توانسته در ۷ مثال نمونه دقیقا به بهترین جواب‌های موجود در ادبیات دست پیدا کند. اما ویژگی برجسته این الگوریتم آن است که در ۱۶ مثال نمونه توانسته بهترین جواب موجود تاکنون را بهبود دهد و جایگزین بهترین جواب موجود در ادبیات گردد. الگوریتم در سایر مثالهای عددی نیز با اختلاف بسیار کمی نسبت به بهترین جواب ادبیات توانسته به جواب برسد که نشان از کارایی مطلوب این الگوریتم می‌باشد. بصورت میانگین نیز الگوریتم این مقاله توانسته حدود ۰,۲ درصد بهترین جواب‌های موجود در ادبیات را بهبود بخشد. در جدول ۵ نتایج حاصل از حل مسئله بر روی مثالهای انگوین و همکاران گزارش شده است. عملکردی مشابه جدول قبل در اینجا نیز به چشم می‌خورد. دراینجا نیز الگوریتم این مقاله در ۸ مورد توانسته به بهترین جواب موجود در ادبیات تاکنون دست پیدا کند و در ۷ مورد نیز بهترین جواب موجود را بهبود دهد. در سایر مثالهای نمونه نیز الگوریتم توانسته با اختلاف بسیار کمی با بهترین جواب موجود در ادبیات به جواب برسد. از لحاظ زمانی نیز الگوریتم این مقاله عملکردی مشابه با سایر الگوریتم های ادبیات دارد.

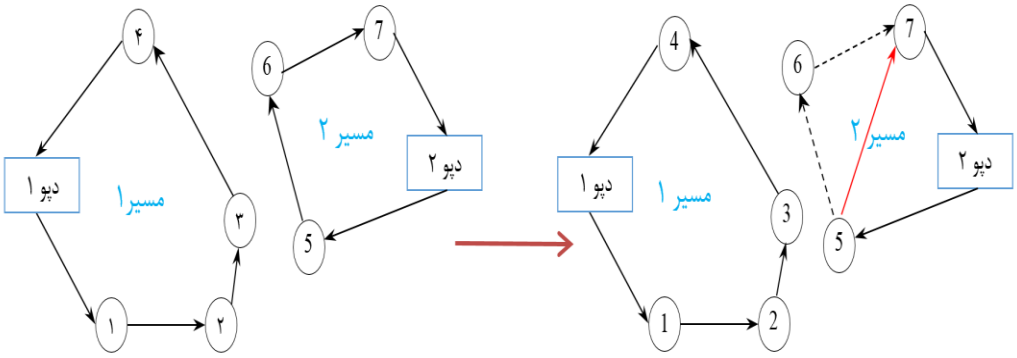
با توجه به در دسترس نبودن مثالهای نمونه برای مسئله 2ELRPSPD از مثالهای 2ELRP پریینز و پرودهون استفاده شده است و تقاضای برداشتی مشتریان علاوه بر تقاضای تحویلی به آنها اضافه شده است. با ارزیابی نتایج حل مدل ریلکس شده برای مسأله 2ELRPSPD مطابق با روش توضیح داده شده در مقاله کارائوگلان و همکاران [۱۳] داده‌های تقاضای برداشتی از مشتریان بصورت تصادفی تولید شده و سپس مدل با استفاده از مثال های نمونه پرینز و پرودهون اجرا و نتایج آن در جدول ۶ گزارش شده است. همانگونه که قابل مشاهده است زمان حل مثالها بازهم در حد معقولی بوده و نتایج تابع برای آنها گزارش شده است. در مقایسه جواب های بدست آمده با حالتی که تقاضای مشتریان فقط بصورت تحویلی باشد قابل مشاهده است که مقدار تابع هدف افزایش یافته که احتمالا می تواند ناشی از استفاده بیشتر از وسایل نقلیه برای پوشش تقاضای مشتریان و افزایش هزینه‌های مسیریابی باشد.

۶-۲- آزمایشات عددی بر روی مدل فازی

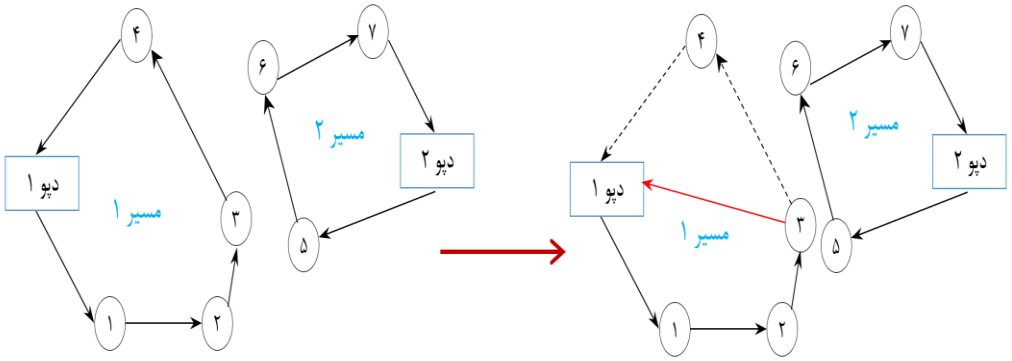
با استفاده از مجموعه داده‌های پرینز و پرودهون، عدد فازی ذوزنقه‌ای برای هر تقاضای تحویلی مشتریان در نظر گرفته شده است و الگوریتم پیشنهادی برای مدل فازی با توجه به سطح سرویس‌های مختلف $\alpha = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$ اجرا شده و نتایج برای مثال‌های با ۲۰، ۵۰ ، ۱۰۰ و ۲۰۰ مشتری گزارش شده است. همانطور که در جدول ۷ مشاهده می شود با افزایش α، هزینه مسیریابی افزایش یافته ولی هزینه‌های احداث انبار برای برخی از مقادیر α ثابت می‌ماند و در کل هزینه‌های سیستم با افزایش مقادیر α افزایش می‌یابد. روند تغییر هزینه‌ها به ازای α های مختلف برای مثال‌های نمونه در شکل‌های شماره (۷) تا (۱۰) نشان داده شده است.

جدول ۳- تحلیل حساسیت بر روی عملگرهای گذاشت و برداشت

اپراتور	فراوانی استفاده از هر اپراتور	تعداد جواب های بهینه یافت شده	انحراف هزینه جواب بدون اپراتور
برداشت تصادفی	۰.۱۱	۲	۰.۰۶
برداشت بدترین مسافت	۰.۱۱	۳	۰.۰۶
برداشت از کوتاهترین مسیر	۰.۱۲	۴	۰.۰۴
عملگر تعویض انبارها	۰.۰۹	۱	۰.۰۲
عملگر برداشت مسیر	۰.۰۸	۳	۰.۰۲
عملگر شاو	۰.۱۴	۷	۰.۰۸
عملگر بر پایه شعاع همسایگی	۰.۱۳	۵	۰.۰۵
عملگر توزیع دوباره مسیر	۰.۰۹	۱	۰.۰۲
عملگر مشتریان مرتبط	۰.۱۳	۴	۰.۰۴
گذاشت حریصانه	۰.۲۶	۸	۰.۰۷
گذاشت حریصانه به همراه ایجاد اختلال	۰.۲۲	۶	۰.۰۰۹
گذاشت همراه با بیشترین تاسف	۰.۱۸	۴	۰.۰۰۹
گذاشت ابتکاری	۰.۳۴	۱۲	۰.۰۸



شکل ۵: عملگر برداشت تصادفی



شکل ۶ : عملگر برداشت بدترین مسافت

جدول ۴- نتایج حل مسأله بر روی نمونه مثال‌های دو سطحی پرینز و پرودهون

مثال	الگوریتم پیشنهادی			MS-ILS*PR			MS-ILS			GRASP*PR			GRASP*LP			BKS
	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	
20-5-1a	۳,٤	۰,۰۰	**۸۹۰۷۵**	۲,٤	۰,۰۰	**۸۹۰۷۵**	۰,۹	۰,۰۰	**۸۹۰۷۵**	۱,۲	۲,۲۳	۹۱۰٦۲	۰,٦	۳,۹۹	۹۲٦۳۳	**۸۹۰۷۵**
20-5-1b	۱,۲	۰,۰۰	**٦۱۸٦۳**	۲,٦	۰,۰۰	**٦۱۸٦۳**	۰,٥	۰,۰۰	**٦۱۸٦۳**	۱,۷	۳,٦۰	٦٤۰۹۰	۰,٦	۱,۹۹	٦۳۰۹٤	**٦۱۸٦۳**
20-5-2a	۳,۲	-۰,۹٥	**۸٤٤۷۸**	۱,٦	۰,۰۰	**۸٥۲۹۰**	۰,۷	۰,۰۰	**۸٥۲۹۰**	۰,٦	۰,۹۷	۸٦۱۱۸	۰,٤	۱,۰۸	۸٦۲۱۲	**۸٥۲۹۰**
20-5-2b	۰,۹	۰,۰۰	**٦۰۸۳۸**	۱,٤	۰,۰۰	**٦۰۸۳۸**	۰,٤	۰,۰۰	**٦۰۸۳۸**	۱,۱	۰,۰۰	**٦۰۸۳۸**	۰,٤	۰,۰۰	**٦۰۸۳۸**	**٦۰۸۳۸**
50-5-1a	۱۲,۱	۰,۰۰	**۱۳٤۸٥٥**	۹,۲	۰,۰۰	**۱۳٤۸٥٥**	٥,۸	۰,۰۰	**۱۳٤۸٥٥**	۳,٥	۰,٥۱	۱۳٥٥٤۹	۲,۲	۰,۹٥	۱۳٦۱۳۷	**۱۳٤۸٥٥**
50-5-1b	۱۱,۳	۰,۲۹	۱۰۱۸۲۷	۱٥,۸	۰,۰۰	**۱۰۱٥۳۰**	٦,۹	۰,۱٥	۱۰۱٦۸۷	۳,۸	۰,۷٤	۱۰۲۲۸٦	۱,۹	۷,٥۳	۱۰۹۱۷۳	**۱۰۱٥۳۰**
50-5-2a	۲٥,۸	-۰,۱۳	**۱۳۱۹۸۷**	۱۲,۹	۰,۰۰	**۱۳۲۱٥۹**	٥,٦	۰,۰۰	**۱۳۲۱٥۹**	۳,۰	۰,۱٦	۱۳۲۳٦٤	۲,۱	۳,٥۰	۱۳٦۷۸٥	**۱۳۲۱٥۹**
50-5-2b	۲۳,۱	-۰,۱۹	**۱۱۰۳۳۲**	۱۸,٦	۰,۰۰	**۱۱۰٥٤۷**	۸,۲	۰,۱۰	۱۱۰٦٥۸	۳,۳	۲,۰٥	۱۱۲۸۱۰	۲,۱	۰,۸۱	۱۱۱٤٤۰	**۱۱۰٥٤۷**
50-5-2BIS	۲۹,۰	-۰,۰٤	**۱۲۲٥۹۹**	۲۷,٦	۰,۰۰	**۱۲۲٦٥٤**	۱۹,٤	۰,۰۰	**۱۲۲٦٥٤**	٥,۱	۱,٤۰	۱۲٤۳۷٥	۳,۰	۱,۸۱	۱۲٤۸۷۰	**۱۲۲٦٥٤**
50-5-2bBIS	۳۸,۲	۰,۰۰	**۱۰٥۷۷٦**	۳۰,۰	۰,۰۰	**۱۰٥۷۷٦**	۱۹,۷	۰,٤۰	۱۰٦۱۹۷	٦,٦	۰,۰۰	**۱۰٥۷۷٦**	۲,٦	۲,۷۸	۱۰۸۷۱۸	**۱۰٥۷۷٦**
50-5-3a	۱۹,۹	۰,۰۰	**۱۲۸۳۷۹**	۱٦,۲	۰,۰۰	**۱۲۸۳۷۹**	۱۱,۸	۰,۰۰	**۱۲۸۳۷۹**	٤,٥	۰,٤۱	۱۲۸۹۰۳	۳,۱	۰,٦٦	۱۲۹۲۲٥	**۱۲۸۳۷۹**
50-5-3b	۱۸,٥	۰,۰۰	**۱۰٤۰۰٦**	۱۷,۰	۰,۰۰	**۱۰٤۰۰٦**	۹,۲	۰,۰۰	**۱۰٤۰۰٦**	۳,۸	۰,۰۰	**۱۰٤۰۰٦**	۲,٤	۰,۰٥	۱۰٤۰٥۷	**۱۰٤۰۰٦**
100-5-1a	۱٥۰	۰,۰۹	۳۲۰٤٥۰	۳۷,۳	۰,۰۰	**۳۲۰۱۳۰**	۲۷,٥	۰,۳۰	۳۲۱۱۰۲	۷,٥	۰,٥٤	۳۲۱۸۷۰	٥,۹	۱,٤۷	۳۲٤۸۲۳	**۳۲۰۱۳۰**
100-5-1b	۱۷۱	۰,۱٤	۲٥۸٦۱٦	۳۲,۰	۰,۰۰	**۲٥۸۲٥٦**	۱۷,۲	۰,۳٥	۲٥۹۱٥٦	۸,۷	۰,٥۹	۲٥۹۷۹۱	٥,٤	۱,۲۷	۲٦۱٥۲۹	**۲٥۸۲٥٦**
100-5-2a	٤۹,۲	-۰,۳۳	**۲۳۳۷۹۰**	۲۹,٦	۰,۰۰	**۲۳٤٥۷٤**	۱٦,۹	۰۰.۰	**۲۳٤٥۷٤**	٦,٥	۰,۳۰	۲۳٥۲۷۷	٤,٦	۱,۰۱	۲۳٦۹۳۷	**۲۳٤٥۷٤**
100-5-2b	۹٤	-۰,٦۸	**۱۹٤۸۰۸**	۲٤,۹	۰,۰۰	**۱۹٦۱٤۹**	۱۱,۲	۰,۰٥	۱۹٦۲٥۰	٦,٤	۰,۰٤	۱۹٦۲۲۸	٤,۳	۰,٤٥	۱۹۷۲۷۹	**۱۹٦۱٤۹**
100-5-3a	۱۲۱	-۰,۲۱	**۲٤٦۱۰۰**	٦۸,۰	۰,۰۱	۲٤٦٦٦۱	٤۰,۰	۰,۰۰	**۲٤٦٦۳۷**	٦,۲	۰,۹۱	۲٤۸۸۹۳	٤,٤	۱,٥۲	۲٥۰۳۹۸	**۲٤٦٦۳۷**
100-5-3b	٦۸,۳	۰,٦٤	۱۹٦٥۱۱	٥٤,۳	۰,۰۰	**۱۹٥۲٥٤**	۱۳,۸	۰,۰۰	**۱۹٥۲٥٤**	۸,۸	۰,۰۰	**۱۹٥۲٥٤**	٤,۸	۱,۰٤	۱۹۷۲۷۹	**۱۹٥۲٥٤**
100-10-1a	۲۰۹	-۱,۸٥	**۳٥٦۲۳۹**	۳۳٦,٤	۰,۰۰	**۳٦۲۹٥۷**	۱۸۱,٤	۰,۰۰	**۳٦۲۹٥۷**	۱۷,۱	۰,٥٦	۳٦٤۹۸۸	۱۰,٤	۲,۱۱	۳۷۰٦۰۳	**۳٦۲۹٥۷**
100-10-1b	۱۹۱	-۱,۱	**۳۰۰٥۸**	۳۳۳,٥	۰,۰۰	**۳۰۳٤۰۰**	۱۸۱,۷	۲,۷٦	۳۱۱۷۷۹	۱۸,۱	۳,۱۹	۳۱۳۰۷۲	۱۰,۲	۳,٥۹	۳۱٤۲۷۷	**۳۰۳٤۰۰**
100-10-2a	۱٦۹	-۰,۱۱	**۳۰٥۹٤۷**	۳٦۲,۰	۰,۰۰	**۳۰٦۳۰۳**	۱۷۷,۰	۰,۳۳	۳۰۷۳۰۲	۱۳,۷	۱,۰۸	۳۰۹٦۲۱	۹,۳	۱,٥۱	۳۱۰۹۲۹	**۳۰٦۳۰۳**
100-10-2b	۱۸۱	۰,۰٥	۲٦٤٥۱٦	۲۹٤,۱	۰,۰۰	**۲٦٤۳۸۹**	۱۰۷,۲	۰,۰٦	۲٦٤٥٤۳	۱۷,۲	۰,۷٦	۲٦٦۳۹۳	۱۲,۹	۰,۲۳	۲٦٤۹۸٤	**۲٦٤۳۸۹**
100-10-3a	۱۲۳	-۰,۱۲	**۳۱۲۸۸٦**	۳۷۰,۸	۰,۰۰	**۳۱۳۲٤۹**	۱۸۱,۷	۰,۸۲	۳۱٥۸۰٥	۱٦,۱	۱,٥۸	۳۱۸۲۰۹	۹,۲	۲,۰۹	۳۱۹۸۰٦	**۳۱۳۲٤۹**
100-10-3b	۱٦۸	-۰,۰٤	**۲٦٦۲۷۲**	۳٤۰,٤	۰,۱۰	۲٦٦٦٥۷	۱۲۹,۱	۰,۰۰	**۲٦٦۳۸۳**	۱٦,۰	۰,٤۷	۲٦۷٦٤۳	۱۱,۰	۰,۷٦	۲٦۸٤۱۳	**۲٦٦۳۸۳**
200-10-1a	۲۰۳	-۰,۲٥	**٥٥٥٦۹۱**	۷۰۰,۹	۰,۰۰	**٥٥۷۰۹۹**	٥٥۳,۰	۰,٤۲	٥٥۹٤۲۸	۳۹,۷	۰,۷۲	٥٦۱۱۰۳	۲٦,٥	۲,۳٥	٥۷۰۲۱۰	**٥٥۷۰۹۹**
200-10-1b	۱۸۹	۰,٤٤	٤٥٤۳۰۷	۷۲۳,۷	۰,۰۰	**٤٥۲۲۸٦**	٦۷۳,۰	۰,۱۰	٤٥۲۷۳۱	٤۷,۱	۰,۲۲	٤٥۳۲۸٦	۲۰,٦	۰,٤۲	٤٥٤۱۸۱	**٤٥۲۲۸٦**
200-10-2a	۲۳۰	-۰,۰۷	**٥۰۱۹۹۳**	۲۲۰,۲	۰,۰۰	**٥۰۲۳۳۳**	۲۱۱,۱	۰,۰۱	٥۰۲٤۰۰	٤۱,۹	۰,۸۰	٥۰٦۳٤٥	۲۲,٤	۱,۲۲	٥۰۸٤٥۰	**٥۰۲۳۳۳**
200-10-2b	۳۱۲	۰,۲۰	٤۲٦۱۸۲	۲٦۷,۳	۰,۰۰	**٤۲٥۳۱۱**	۲٤۸,۱	۰,۰۰	**٤۲٥۳۱۱**	۳۷,٤	۰,٤۳	٤۲۷۱٤۷	۲۱,۹	۰,۸۸	٤۲۹۰۷٥	**٤۲٥۳۱۱**
200-10-3a	۳۰٤	-۰,۱٦	**٥۳۳۱۱۱**	٦۷٦,۳	۰,۰٥	٥۳۳۹۹۳	٦۳۲,۹	۰,۰۰	**٥۳۳۷۳۲**	٤۳,۲	۰,۹٥	٥۳۸۸۲۱	۲٦,۰	۱,٥۰	٥٤۱۷٥٤	**٥۳۳۷۳۲**
200-10-3b	۳۳٦	-۱,۷۹	**٤۱۱٥٥۲**	۳۲۳,٦	۰,۰۰	**٤۱۹۰٤۷**	۲۲۲,۹	۰,۱۸	٤۱۹۷۹۰	۳٥,۲	۰,۲۲	٤۱۹۹۸٤	۱۸,۳	۰,٦۱	٤۲۱٥۸٥	**٤۱۹۰٤۷**
میانگین شکاف		-۰,۲۱			۰,۰۱			۰,۲۰			۰,۸٥			۱,٦٤		
انحراف استاندارد					۰,۰۲			۰,٥۲			۰,۹۰			۱,٥۱		
تعداد بهترین جواب			۲۳			۲۷				٤			۱			
میانگین زمان حل	۱۹٦,۹		۱۷۸,۳				۱۲۳,۸		۱,۸۲	۱٤,۲			۸,۳			

جدول۵ -: نتایج حل مسأله بر روی نمونه مثال‌های دو سطحی انگوین و همکاران

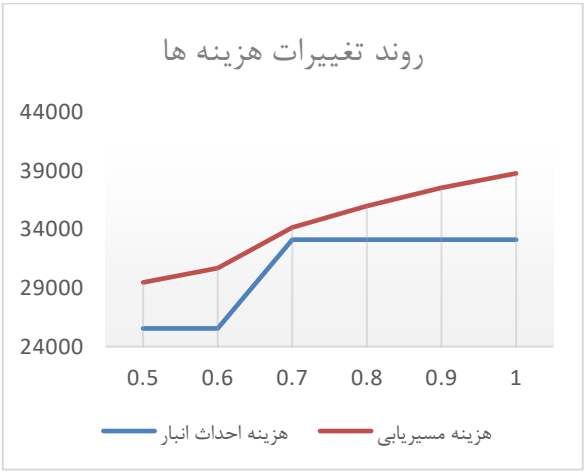
مثال	الگوریتم پیشنهادی			MS-ILS*PR			MS-ILS			GRASP*PR			GRASP*LP			BKS
	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	CPU	Gap	Cost	
25-5N	۳,۲	۰,۰۰	۸۰۳۷۰	۳,۱	۰,۰۰	۸۰۳۷۰	۱,٦	۰,۰۰	۸۰۳۷۰	۲,۲	۰,۰۰	۸۰۳۷۰	۰,۹	۰,۹۷	۸۱۱٥۲	۸۰۳۷۰
25-5Nb	۲,۱	۰,۰۰	٦٤٥٦۲	۲,٦	۰,۰۰	٦٤٥٦۲	۱,۱	۰,۰۰	٦٤٥٦۲	۱,۸	۰,۰۰	٦٤٥٦۲	۰,۸	۰,۰۲	٦٤٥۷۲	٦٤٥٦۲
25-5MN	۳,۷	۰,۰۰	۷۸۹٤۷	۳,۲	۰,۰۰	۷۸۹٤۷	۱,٦	۰,۸۲	۷۹٥۹۳	۱,٦	۰,۹۲	۷۹٦۷٤	۰,۹	۲,۱٦	۸۰٤۱۲	۷۸۹٤۷
25-5MNb	۱,۸	۰,۰۰	٦٤٤۳۸	٤,۱	۰,۰۰	٦٤٤۳۸	۱,٥	۰,۰۰	٦٤٤۳۸	٦,۸	۰,۰۰	٦٤٤۳۸	۰,۸	۰,۰۰	٦٤٤۳۸	٦٤٤۳۸
50-5N	۸,٤	۰,۰۰	۱۳۸۱۲٦	۱۳,۷	۰,۰۰	۱۳۸۱۲٦	۱۰,٤	۰,۰۰	۱۳۸۱۲٦	۳,۹	۳,۷۷	۱٤۳۳۲۸	۲,٤	٥,٦٦	۱٤٥۹٤۲	۱۳۸۱۲٦
50-5Nb	۷,۱	۰,۲۱	۱۱۱۰۹۳	۱۱,۷	۰,۰۰	۱۱۱۰٦۲	٦,۳	۰,۲۱	۱۱۱۲۹۰	۳,٦	۱,٥۳	۱۱۲۷٦٤	۲,۳	۱,۹٦	۱۱۳۲۳٤	۱۱۱۰٦۲
50-5MN	۹,۹	۰,٥۰	۱۲۳٥٥۰	۹,۱	۰,۰۰	۱۲۳٤۸٤	٥,۲	۰,۰۰	۱۲۳٤۸٤	۳,۱	۰,۳٥	۱۲۳۹۲۰	۲,۲	۲,۲۹	۱۲٦۳۱۳	۱۲۳٤۸٤
50-5MNb	۱۰,٥	-۰,۳۱	۱۰٥۰۰۲	۱۳,٦	۰,۰۰	۱۰٥٤۰۱	۷,۷	۰,۰۰	۱۰٥٤۰۱	۳,۹	۰,٤۲	۱۰٥۸٤٦	۲,۳	۰,٦۰	۱۰٦۰۳۳	۱۰٥٤۰۱
50-10N	۱٥,۳	۰,۰۰	۱۱٦۱۳۲	٤٦,٦	۰,۰۰	۱۱٦۱۳۲	۳٦,۸	۰,۰۰	۱۱٦۱۳۲	۷,۱	۰,۰۰	۱۱٦۱۳۲	٤,٥	۰,٥۰	۱۱٦۷۰۹	۱۱٦۱۳۲
50-10Nb	۱۲,۹	۰,۰۰	۸۷۳۱٥	۲۲,٤	۰,۰۰	۸۷۳۱٥	۱٥,۹	۰,۰۰	۸۷۳۱٥	۱۰,۰	۰,۰۰	۸۷۳۱٥	٦,٤	۳,۷۲	۹۰٥٥۹	۸۷۳۱٥
50-10MN	۱٦,۳	۰,٤۱	۱۳٦۳۱۰	۳۷,٥	۰,۰۰	۱۳٥۷٤۸	۲۱,۸	۰,٤٥	۱۳٦۱۲۳	۹,٥	۰,٦۰	۱۳٦۳۳۷	٥,٤	۱,۳۳	۱۳۷۳۲۱	۱۳٥۷٤۸
50-10MNb	۱٤,٤	۰,۰۰	۱۱۰٦۱۳	٤۲,٤	۰,۰۰	۱۱۰٦۱۳	۱۹,٤	۰,۰۰	۱۱۰٦۱۳	۱۰,٥	۰,۰۰	۱۱۰٦۱۳	٦,۷	۰,۰۸	۱۱۰۷۰۳	۱۱۰٦۱۳
100-5N	۷۳,٥	-۰,٥٦	۱۹٥۷۹۳	۱۳,۱	۰,۰۰	۱۹٦۹۱۰	۱۰,۷	۰,۰۰	۱۹٦۹۱۰	۸,۰	۰,۰٥	۱۹٦۹۹۹	٥,۹	۲,۰٦	۲۰۰۹۷٤	۱۹٦۹۱۰
100-5Nb	٦٥,٦	۰,٥۷	۱٦۰۰۰٤	۳۳,۱	۰,۰۰	۱٥۹۰۸٦	۲۱,۰	۰,٥۷	۱٥۹۹۸۹	۸,٥	۰,۳۹	۱٥۹۷۱٤	٥,۳	۰,۸۸	۱٦۰٤۸۸	۱٥۹۰۸٦
100-5MN	٤٥,۲	۰,۳۲	۲۰۷۷۸۲	۲٥,٥	۰,۰۰	۲۰۷۱۱۹	۱۷,۰	۰,٥۱	۲۰۸۱۷۷	۸,٤	۰,۰۱	۲۰۷۱٤۱	٥,۳	۱,٥۷	۲۱۰۳۸۱	۲۰۷۱۱۹
100-5MNb	۷۱,۱	-۰,۱٦	۱٦٥۸۳۹	٤۱,۳	۰,۰۰	۱٦٦۱۱٥	۲۸,۳	۰,۳۲	۱٦٦٦٤۰	۹,۱	۰,۸۱	۱٦۷٤٦٦	٦,۱	۲,٥٦	۱۷۰٥۱۳	۱٦٦۱۱٥
100-10N	۸۰,۲	۰,٤٥	۲۱٦۷۸۲	۱۳۲,٥	۰,۰۱	۲۱٥۷۹۲	۱۲٦,۰	۱,۰٤	۲۱۸۰٤۰	۳۲,٤	۰,۰۰	۲۱٥۷۹۲	۲۰,۷	٦,۲۳	۲۲۹۲٤٦	۲۱٥۷۹۲
100-10Nb	٦٦,۹	-۰,۱۸	۱٥٦۱۱۰	۷٦,۹	۰,۰۰	۱٥٦٤۰۱	٥۷,۸	۰,٥٥	۱٥۷۲٦۷	۲۹,٥	۲,٥۱	۱٦۰۳۲۲	۲۰,۳	٤,٦۱	۱٦۲۳۰۸	۱٥٦٤۰۱
100-10MN	٥٦,۸	-۰,٤۱	۲۰٥۱۱۰	۱٥٦,۱	۰,۰۰	۲۰٥۹٦٤	۹۱,٦	۰,۲٤	۲۰٦٤٥۰	۲٦,۳	۱,۷۱	۲۰۹٤۷۸	۱۷,۹	۲,۲۰	۲۱۰٤۹٦	۲۰٥۹٦٤
100-10MNb	۷٤,۳	۰,۳٦	۱۷۱۳۳۰	۱۹۲,٤	۰,۰۰	۱۷۰۷۰٦	۱۱۱,۹	۰,۰۰	۱۷۰۷۰٦	۳۸,٥	۰,٦۸	۱۷۱۸۷۲	۲۱,۰	۰,۹۲	۱۷۲۲۷٦	۱۷۰۷۰٦
200-10N	۱٤۹,۰	-۰,٤۷	۳٥۲۰۱۰	۲٤۰,۸	۰,۰۰	۳٥۳٦۸٥	۲۹۹,٤	۰,٤۲	۳٥٥۱۸٥	۳٥,۹	۱,۰۲	۳٥۷۲۸٦	۲۹,۸	۲,۳٤	۳٦۱۹۷۱	۳٥۳٦۸٥
200-10Nb	۱۷۱,٥	۰,۱۳	۲٦۲٤۳۰	۳٥۸,۸	۰,۰۰	۲٦۲۰۷۲	۲۸۱,۱	۰,٤۱	۲٦۳۱٥۷	۷۷,٦	۰,۸۳	۲٦٤۲٤۱	٥۲,۳	۲,۱٦	۲٦۷۷۳۳	۲٦۲۰۷۲
200-10MN	۱۸۰,٦	۰,٤۱	۳۳۳۷۱۰	٥۲۳,۱	۰,۰۰	۳۳۲۳٤٥	٤۸۳,٥	۱,۱۳	۳۳٦۰۹۷	٤۸,٥	۱,٦۳	۳۳۷۷٤۸	۳٤,٤	٤,۹۷	۳٤۸۸٦٦	۳۳۲۳٤٥
200-10MNb	۱٥٦,۳	-۰,۱۱	۲۹۲۲۰۱	٦۹۰,۰	۰,۰٤	۲۹۲٦٥٤	٥٤۹,۲	۰,۰۰	۲۹۲٦٥٤	۸٥,٥	۲,۰٦	۲۹۸٥٥٦	٥۹,٦	۳,٤۱	۳۰۲٥۰۰	۲۹۲٥۲۳
میانگین شکاف		۰,۰٥			۰,۰۰			۰,۲۷			۰,۸۰			۲,۱۷		
انحراف استاندارد					۰,۰۱			۰,۳٥			۰,۹۷			۱,۷۳		
تعداد بهترین جواب			۱٥			۲۳			۱۲			۷			۱	
میانگین زمان حل				۱۱۲,۲			۹۲,۰			۱۹,۷			۱۳,۱			

جدول۶ - : نتایج حل مسأله 2ELRPSPD با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

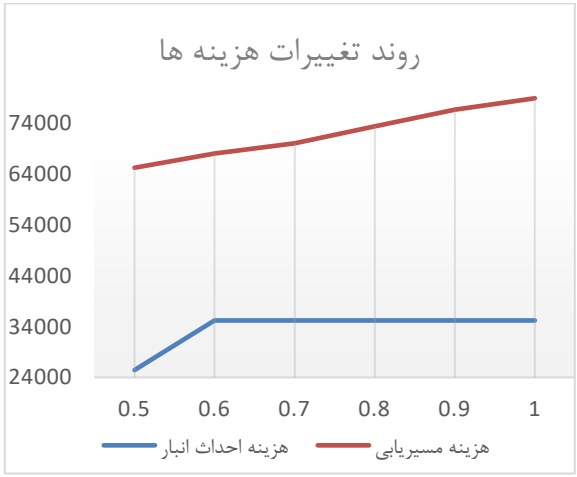
		نمونه مسأله شماره ۱			نمونه مسأله شماره ۲		
ردیف	مثال	روش تولید تقاضا	زمان حل	هزینه	روش تولید تقاضا	زمان حل	هزینه
۱	20-5-1a	$d_i = r_i * q_i \quad , \quad p_i = q_i - d_i r_i$ $\min(\frac{x_i}{y_i}, \frac{y_i}{x_i})$ ، x_i ، y_i مختصات هریک از مشتریان و q_i تقاضای داده شده در نمونه مسأله پرینتر و پرودهون	۲,۵	**۸۹۳۷۵**	$d_i = q_i \quad , \quad p_i = [(1-\gamma) * q_i]$ اگر i فرد ، $p_i = [(1+\gamma) * q_i]$ اگر i زوج q_i تقاضای داده شده در نمونه مسأله پرینتر و پرودهون	۳,۱	**۹۱۳۴۳**
۲	20-5-1b		۳,۰	**۶۸۹۳۷**		۲,۳	**۷۰۳۱۰**
۳	20-5-2a		۲,۸	**۸۷۷۴۸**		۳,۷	**۸۹۰۳۱**
۴	20-5-2b		۲,۷	**۶۱۰۳۶**		۲,۱	**۶۳۳۳۹**
۵	50-5-1a		۸,۵	**۱۳۸۴۵۳**		۱۰,۳	**۱۴۲۰۳۹**
۶	50-5-1b		۱۲,۲	**۱۰۴۸۲۹**		۱۴,۴	**۱۰۶۲۰۱**
۷	50-5-2a		۲۴,۳	**۱۳۳۸۴۸**		۲۱,۲	**۱۳۷۰۲۳**
۸	50-5-2b		۲۳,۸	**۱۱۴۴۹۳**		۲۸,۵	**۱۱۷۰۲۱**
۹	50-5-2BIS		۱۹,۲	**۱۲۶۳۳۸**		۲۶,۳	**۱۲۹۰۱۰**
۱۰	50-5-2bBIS		۲۹,۵	**۱۰۷۲۳۷**		۳۹,۲	**۱۱۲۰۲۳**
۱۱	50-5-3a		۲۴,۵	**۱۳۰۴۷۳**		۱۷,۲	**۱۳۴۰۲۰**
۱۲	50-5-3b		۱۵,۳	**۱۰۵۳۸۳**		۱۹,۱	**۱۱۰۹۹۲**
۱۳	100-5-1a		۱۱,۵	**۳۳۹۴۷۹**		۱۴۱,۰	**۳۴۲۹۳۲**
۱۴	100-5-1b		۱۹۲,۴	**۲۷۹۷۳۷**		۱۷۲,۶	**۲۸۱۰۲۰**
۱۵	100-5-2a		۳۶,۳	**۲۴۷۳۷۲**		۴۲,۶	**۲۵۰۰۲۶**
۱۶	100-5-2b		۸۵,۷	**۱۹۷۳۷۲**		۱۰۱,۸	**۲۰۲۳۰۵**
۱۷	100-5-3a		۱۲۲,۴	**۲۵۸۲۷۳**		۱۱۵,۲	**۲۶۱۰۲۱**
۱۸	100-5-3b		۵۱,۴	**۱۹۳۸۴۷**		۶۸,۴	**۱۹۸۰۳۲**
۱۹	100-10-1a		۱۷۷,۳	**۳۶۶۳۸۳**		۲۰۴,۲	**۳۶۹۹۸۷**
۲۰	100-10-1b		۱۴۳,۵	**۳۰۷۳۸۰**		۱۷۱,۵	**۳۱۱۲۶۴**
۲۱	100-10-2a		۱۹۲,۴	**۳۱۱۰۳۸**		۱۸۰,۴	**۳۱۵۸۴۷**
۲۲	100-10-2b		۱۲۷,۴	**۲۶۸۳۰۱**		۱۷۰,۲	**۲۷۱۳۸۵**
۲۳	100-10-3a		۱۵۴,۸	**۳۱۷۳۹۳**		۱۱۱,۲	**۳۲۱۰۴۷**
۲۴	100-10-3b		۱۲۲,۵	**۲۶۵۲۹۷**		۱۵۲,۶	**۲۷۱۳۵۵**
۲۵	200-10-1a		۱۸۰,۴	**۵۶۸۳۷۴**		۲۲۲,۷	**۵۷۲۶۵۹**
۲۶	200-10-1b		۲۰۱,۳	**۴۵۸۲۹۳**		۱۹۱,۵	**۴۶۱۸۴۶**
۲۷	200-10-2a		۱۰۵,۲	**۵۰۸۸۳۰**		۲۰۱,۳	**۵۱۱۶۴۸**
۲۸	200-10-2b		۲۹۹,۳	**۴۳۰۷۳۸**		۳۰۰,۸	**۴۳۶۴۸۲**
۲۹	200-10-3a		۳۳۲,۴	**۵۳۴۳۹۳**		۲۸۸,۵	**۵۴۲۷۴۹**
۳۰	200-10-3b		۲۸۵,۷	**۴۲۰۳۸۳**		۲۹۹,۲	**۴۲۶۶۳۰**

جدول ۷- نتایج برای تقاضای فازی روی داده های نمونه پرودهون

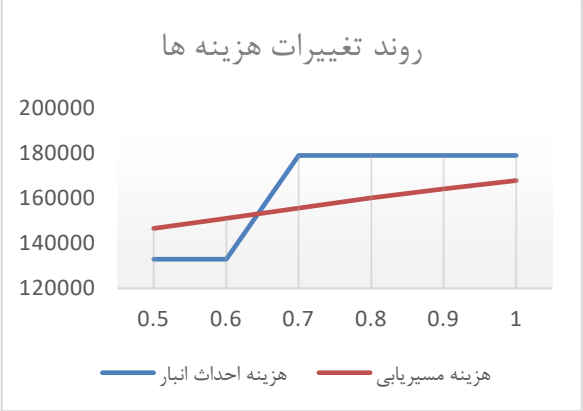
مثال ها	α	هزینه مکان‌یابی	هزینه مسیریابی	هزینه کل
20-5-1a (۲۰ مشتری)	۰.۵	۲۵۵۴۹	۲۹۴۷۲	۸۹۰۷۵
	۰.۶	۲۵۵۴۹	۳۰۷۰۲	۹۳۰۰۱
	۰.۷	۳۳۱۱۹	۳۴۱۴۸	۱۰۲۲۰۹
	۰.۸	۳۳۱۱۹	۳۶۰۰۱	۱۰۵۷۱۵
	۰.۹	۳۳۱۱۹	۳۷۵۵۴	۱۰۷۵۵۰
	۱	۳۳۱۱۹	۳۸۷۷۲	۱۱۰۰۰۵
50-5-1a (۵۰ مشتری)	۰.۵	۲۵۴۴۲	۶۵۱۹۰	۱۳۴۸۵۵
	۰.۶	۳۵۱۸۶	۶۸۰۰۵	۱۵۲۲۲۰
	۰.۷	۳۵۱۸۶	۶۹۹۷۶	۱۵۶۴۰۰
	۰.۸	۳۵۱۸۶	۷۳۳۱۰	۱۶۲۹۴۹
	۰.۹	۳۵۱۸۶	۷۶۶۰۸	۱۶۹۵۵۳
	۱	۳۵۱۸۶	۷۸۸۳۷	۱۷۴۷۰۷
100-5-1a (۱۰۰ مشتری)	۰.۵	۱۳۲۸۹۰	۱۴۶۵۴۷	۳۲۰۱۳۰
	۰.۶	۱۳۲۸۹۰	۱۵۱۰۰۳	۳۳۴۴۱۹
	۰.۷	۱۷۸۸۶۷	۱۵۵۵۹۹	۳۸۹۲۲۸
	۰.۸	۱۷۸۸۶۷	۱۶۰۱۰۵	۴۰۴۰۰۵
	۰.۹	۱۷۸۸۶۷	۱۶۳۹۹۸	۴۱۹۷۶۷
	۱	۱۷۸۸۶۷	۱۶۷۷۴۸	۴۳۱۵۸۳
200-10-1a (۲۰۰ مشتری)	۰.۵	۲۶۶۱۵۱	۲۲۴۶۶۹	۵۵۷۰۹۹
	۰.۶	۲۶۶۱۵۱	۲۳۰۰۴۷	۵۷۰۲۶۳
	۰.۷	۲۶۶۱۵۱	۲۳۵۷۳۶	۵۸۲۵۷۴
	۰.۸	۳۴۲۳۴۸	۲۳۹۳۶۸	۶۷۱۲۰۵
	۰.۹	۳۴۲۳۴۸	۲۴۴۲۷۴	۶۸۵۴۸۲
	۱	۳۴۲۳۴۸	۲۴۸۴۶۷	۶۹۸۳۶۴



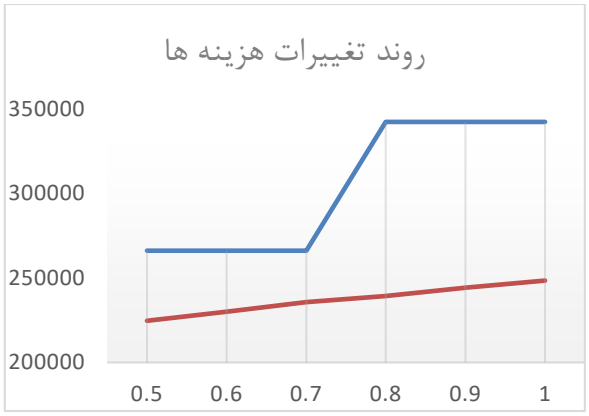
شکل ۷- تحلیل روند هزینه ها برای α مختلف برای مثال 20-5-1a



شکل ۸- تحلیل روند هزینه ها برای α مختلف برای مثال 50-5-1a



شکل ۹- تحلیل روند هزینه ها برای α مختلف برای مثال 100-5-1a



شکل ۱۰- تحلیل روند هزینه ها برای α مختلف برای مثال 200-10-1a

۷-نتیجه‌گیری

در این مقاله به یکی از مسائل مطرح در مکان‌یابی- مسیریابی تحت عنوان مکان‌یابی- مسیریابی دوسطحی با شرایط گذاشت و برداشت پرداخته شده است. با توجه به پیچیدگی حل مسائل مکان‌یابی- مسیریابی در ابعاد بزرگ یک روش حل ابتکاری ارائه و آزمایشات عددی بر روی آن صورت گرفته است. به منظور ارزیابی کیفیت جواب‌های تولیدی توسط الگوریتم پیشنهادی یک سری آزمایشات عددی انجام شده است. در این راستا از دو مثال نمونه مثال-های عددی موجود در ادبیات استفاده شده است. اولین مثال مربوط به مدل مثال‌های عددی پرینز و پرودهون و دیگری مثال های نمونه انگوین و همکاران بوده است. مقایسه‌ای برای جواب‌های الگوریتم پیشنهادی با جواب‌های گزارش شده در ادبیات که توسط سایر الگوریتم‌ها برای حل مدل 2ELRP تولید شده است، انجام شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که این روش حل قادر به یافتن جواب‌های با کیفیت برای مدل 2ELRP بوده در نتیجه می‌تواند برای مدل توسعه یافته 2ELRPSPD نیز کارآمد باشد. نتایج بدست آمده کیفیت جواب‌های تولید شده توسط الگوریتم پیشنهادی را تایید می‌کند.

نوآوری های تحقیق در دو بخش مدلسازی و روش حل به شرح زیر می باشد:

در بخش مدلسازی نوآوری شامل ۱- ارائه مدل ریاضی جدید دو سطحی برای مسأله مکان‌یابی- مسیریابی با شرایط گذاشت و برداشت در حالت های قطعی و عدم قطعیت تقاضا.

در ارائه روش حل مسأله، نوآوری شامل ۱- ارائه الگوریتم ساخت ابتکاری جدید برای تولید جواب اولیه مناسب به نظور نزدیک شدن به جواب بهینه ۲- ارائه چند اپراتور برداشت و گذاشت جدید به منظور جستجوی بهتر و کارآمدتر فضای همسایگی.

مطالعات آتی این تحقیق نیز می‌تواند شامل موارد زیر باشد:

۱-استفاده از سایر رویکردهای ابتکاری یا فراابتکاری مانند ژنتیک، کلونی مورچگان و ... به منظور بهبود هر چه بیشتر جواب و مقایسه آن با روش پیشنهادی ALNS.

۲-در نظر گرفتن انواع حالات مسأله مسیریابی با محدودیت گذاشت و برداشت برای مثال فرض برداشت انتخابی یا در نظرگرفتن فرض برداشت در مسیر برگشت.

۳-توسعه مدل با استفاده از مدل‌های موجودی، در نظر گرفتن مسأله مکانیابی مسیریابی سبز و فرض هایی نظیر امکان تحویل چند بخشی کالا و ... .

۴-می توان با در نظر گرفتن برخی از پارامترهای مسأله در حالت غیرقطعی نظیر زمان سفر و زمان سرویس مسأله را تا حد بیشتری به شرایط دنیای واقعی نزدیک نمود

منابع

[1] C. Prodhon, and C. Prins, "A survey of recent research on location-routing problems", European Journal of Operational Research, Vol. *238*, NO. *1*, October 2014, pp. 1 – 17.

[2] C. Prodhon, "A hybrid evolutionary algorithm for the periodic location-routing problem", European Journal of Operational Research, Vol. *210*, NO. *2*, April 2011, pp. 204 – 212.

[3] H. Min, V, Jayaraman and R. Srivastava, "Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions", European Journal of Operational Research, Vol. *108*, NO. *1*, July 1998, pp. 1 – 15.

[4] G. Nagy, and S. Salh, "Location-routing: Issues, models and methods", European Journal of Operational Research, Vol. *177*, NO. *2*, March 2007, pp. 649 – 672.

[5] Y. Laporte, and Y. Nobert, "An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location", European Journal of Operational Research, Vol. *6*, NO. *2*, February 1981, pp. 224 – 226.

[6] S. R. Sajjadi, and S. H. Cheraghi "Uncertain location routing problem (LRP) integrated to inventory considering space limitation", In Proceedings: 4th Annual Symposium: Graduate Research and Scholarly Projects. Wichita, KS: Wichita State University, April 2008, pp. 125-126.

[7] C. K. Y. Lin, C. K. Chow, and A. Chen, "A location-routing-loading problem for bill delivery services", Computers & industrial engineering, Vol. *43*, NO. *1*, July 2002, pp. 2 – 25.

[8] M. Hamidi, K. Farahmand, S. R Sajjadi, and K. Nygard, "A hybrid GRASP-tabu search metaheuristic for a four-layer location-routing problem", International Journal of Logistics Systems and Management, Vol. *12*, January 2012, pp. 267 – 287.

[9] S. Jiang, and Z. Ma "A Hybrid Genetic Algorithm for the Stochastic Dynamic Location-Routing-Inventory Problem in Closed-Loop Logistics System for Reusing End-of-Use Products", In International Conference on Transportation Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, China, July 2009.

[10] S. Alumur, and B.Y. Kara, "A new model for the hazardous waste location-routing problem", Computers & Operations Research, Vol. *34*, NO. *5*, May 2007, pp. 1406 – 1423.

[11] M. H. F. Zarandi, A. Hemmati and S. Davari, "The multi-depot capacitated location-routing problem with fuzzy travel times", Expert Systems with Applications, Vol. *38*, NO. *8*, August 2011, pp. 10075 – 10084.

[12] M. Wasner, and G. Zäpfel, "An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service", International Journal of Production Economics, Vol. *90*, NO. *3*, August 2004, pp. 403 – 419.

[13] I. Karaoglan, F. Altiparmak, I. Kara, and B. Dengiz, "A branch and cut algorithm for the location-routing problem with simultaneous pickup and delivery", European Journal of Operational Research, Vol. *211*, NO. *2*, June 2011, pp. 318 – 332.

[14] I. Karaoglan, F. Altiparmak, I. Kara, and B. Dengiz, "The location-routing problem with simultaneous pickup and delivery: Formulations and a heuristic approach", Omega, Vol. *40*, NO. *4*, August 2012, pp. 465 – 477.

[15] F. Golozari, A. Jafari, and M. Amir, "Application of a hybrid simulated annealing-mutation operator to solve fuzzy capacitated location-routing problem", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. *67*, NO. *5-8*, July 2013, pp. 1791 – 1807.

[16] R. Ghodsi, and A. S. Amiri "A variable neighborhood search algorithm for continuous location routing problem with pickup and delivery", In 2010 Fourth Asia International Conference on Mathematical/Analytical Modelling and Computer Simulation, May 2010, pp. 199-203.

[17] J. Rieck, C. Ehrenberg, and J. Zimmermann, "Many-to-many location-routing with inter-hub transport and multi-commodity pickup-and-delivery", European Journal of Operational Research, Vol. *236*, NO. *3*, August 2014, pp. 863 – 878.

[18] M. S. Pishvaee, M. Rabbani, and S. A. Torabi, "A robust optimization approach to closed-loop supply chain network design under uncertainty", Applied Mathematical Modelling, Vol. *35*, NO. *2*, February 2011, pp. 637 – 649.

[19] S. A. Torabi, and E. Hassini," An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning", Fuzzy Sets and Systems, Vol. *159*, NO. *2*, January 2008, pp. 193 – 214.

[20] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets", Information and Control, Vol. *8*, NO. *3*, June 1965, pp. 338 – 353.

[21] A. Kaufmann, Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets, Academic Press, New York, 1975.

[22] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy Sets and Systems, Vol. *100*, NO. *1*, April 1999, pp. 9 – 34.

[23] B. Liu, Uncertain Theory: An Introduction to its Axiomatic Foundations, Springer, Berlin, 2004.

[24] S. Nahmias, "Fuzzy variables", Fuzzy sets and systems, Vol. *1*, NO. *2*, April 1978, pp. 97 – 110.

[25] V. P. Nguyen, C. Prins and C. Prodhon, "A multi-start iterated local search with tabu list and path relinking for the two-echelon location-routing problem", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. *25*, NO. *1*, February 2012, pp. 56 – 71

واژگان لاتین در متن

1. Location Routing Problem (LRP)
2. 2-Echelon Location Routing Problem (2ELRP)
3. Location Routing with Simultaneous Pickup and Delivery (LRPSPD)
4. Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery (VRPSPD)
5. 2-Echelon Location Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery (2ELRPSPD)
6. Large neighborhood Search (LNS)
7. Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)
8. Simulated Annealing (SA)
9. Tabu Search (T)