کارایی هزینه و بازده به مقیاس در یک زنجیرهٔ تأمین شبکهٔ دومرحله‌ای: مطالعهٔ موردی شرکت نوشیدنی در ایران

امیر رحیمی[۱،*] و فرانک حسین‌زاده سلجوقی[۲]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۵/۰۸

پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۰۴

واژگان کلیدی:

DEA شبکه‌ای،

زنجیره تأمین،

کارایی هزینه،

بازده به مقیاس.

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، ابزاری قدرتمند برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده است که بعضی، از چندین مرحله تشکیل شده، یک شبکه از زیرفرایندها را ایجاد می‌کند. برخی محققان برای ارزیابی این نوع واحدها از روش‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای (DEA Network) استفاده می‌کنند. دو نوع متفاوت از ورودی (ورودی متغیر و شبه‌ثابت) تحت چارچوب DEA Network گنجانده شده است. ورودی شبه‌ثابت به‌عنوان خروجی دوره جاری در نظر گرفته شده، در حالی که به‌عنوان ورودی دورهٔ بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. DEA شبکه‌ای می‌تواند وابستگی متقابل میان این دو دوره را اندازه‌گیری کند. پژوهش حاضر به بررسی کارایی هزینه و بازده به مقیاس آن به‌صورت فرایند دومرحله‌ای پرداخته است. از مزایای مدل‌ها می‌توان به کاهش زمان محاسبه اشاره کرد. مدیریت زنجیره تأمین سبز (GSCM)، به یک روش برای بهبود عملکرد محیطی تبدیل شده است. تحت فشارهای ذی‌نفع، نیروها و مقررات، شرکت‌ها باید اقدام GSCM را بهبود بخشند که از طریق شیوه‌هایی مانند خرید سبز، طراحی سبز و همکاری با مشتریان و تأمین‌کنندگان انجام می‌شود. همان طور که شرکت‌ها GSCM را ارتقا می‌دهند، عملکرد اقتصادی و عملکرد محیطی آن‌ها افزایش می‌یابد. ازاین‌رو، ارزیابی GSCM برای هر شرکت، بسیار مهم است. یکی از تکنیک‌هایی که می‌تواند برای ارزیابی GSCM استفاده شود، تحلیل پوششی داده‌ها است. به‌منظور تحقق اهدافمان DEA Network را برای بررسی کردن GSCM ۱۰ شرکت نوشیدنی در ایران مورد بررسی قرار داده‌ایم. در مطالعهٔ موردی، شرکت‌های دامداران، وارنا و رامک کارای هزینه شبکه‌ای هستند. این شرکت‌ها بهترین عملکرد در مدیریت زنجیره تأمین سبز دارند.

۱- مقدّمه

از جمله شاخه‌های علم تحقیق در عملیات، شاخهٔ برنامه‌ریزی خطی است که به‌علّت قابلیت‌های بسیار بالای این مسائل، تحقیقات مؤثر و زیادی بر روی آن انجام گرفته و کاربردهای فراوانی پیدا کرده است. کاربردهای برنامه‌ریزی خطی به گونه‌ای بوده که خود شامل چندین زیرشاخه شده است. یکی از این زیر شاخه‌ها علم تحلیل پوششی داده‌ها (DEA[۲]) بوده که هدف آن استفاده از روش‌های علمی به‌منظور ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU[۳]s) است. به‌عبارت‌دیگر، یک رویکرد مدیریتی است که به‌طور گسترده‌ای برای تجزیه و تحلیل عملکرد در بخش دولتی و خصوصی به کار گرفته است. برای اولین بار در سال

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: amirrahimi525@gmail.com

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۲. استادیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

2. Data Envelopment Analysis
3. Decision Making Unit

۱۹۵۷ فارل [۱] ، با استفاده از مشاهدات و اصول امکان‌ناپذیر حاکم بر علم تحلیل پوششی داده‌ها، مجموعه‌ای به نام مجموعه امکان تولید، ساخت و مرز آن را تابع تولید نامید. هر واحد تصمیم‌گیرنده که روی این مرز باشد، کارا و درغیراین‌صورت ناکارا تلقی می‌شود. در سال ۱۹۷۸ مقاله فارل، اساس کار چارنز، کوپر و رودرز شد [۲]. در جهان امروز که تمام مسائل روزمره بر پایهٔ اقتصادی قرار گرفته است، علوم عملی و نظری بدون تردید با توانایی‌ها و قابلیت‌های خود، در زمینه اقتصاد فعالیت می‌کنند. DEA نیز به‌عنوان ابزار ریاضی در این کوشش جمعی، در اختیار علوم اقتصادی قرار گرفته تا بتواند به بررسی هزینه‌ها، درآمدها و سودهای اقتصادی بپردازد.

زمانی که شخص، نیاز به هدف رفتاری همراه با اطلاعاتی از قیمت داشته باشد، کارایی کلی تعریف و اندازه‌گیری می‌شود که این اهداف، حداکثرکردن درآمد، حداقل‌کردن هزینه و حداکثرکردن سود است.

اولین بار در سال ۱۹۵۷ [۱]، فارل دغدغهٔ خود را دربارهٔ اندازه‌گیری دقیق قیمت‌ها به‌منظور استفاده در ارزیابی کارایی هزینه مطرح کرد. البته ارزیابی‌های بحث‌برانگیز و جداول نادرست قیمت‌ها، باعث شد افرادی مانند چارنز و کوپر بر اهمیت اندازه‌گیری کارایی تکنیکی و لزوم استفاده از آن تأکید کنند و موجب شوند که بسیاری از مقالات DEA منحصراً برحسب کارایی تکنیکی گردآوری شود؛ اما تلاش‌های فارل پس از جنجال‌های به‌وجودآمده، موردتوجه قرار گرفت و مطالب بیان‌شده در مقاله او به اصلی اساسی در تئوری اندازه‌گیری کارایی هزینه با قیمت‌های قطعی و ثابت برای هر DMU تبدیل شد. همچنین مدل او از این قابلیت برخوردار بود که قیمت‌ها می‌توانستند از یک واحد به واحد دیگر متمایز باشند. مدل فارل می‌تواند با تغییرات جزئی به مدل کارایی درآمد تبدیل شود که این از مزایای کار فارل است. سپس فار و همکاران [۳] در سال ۱۹۹۴ کار فارل را گسترش دادند و مدلی را برای کارایی سود مطرح کردند. چارنز و همکاران (۱۹۸۵) [۴] مسئله تحلیل حساسیت را روی مدل‌های DEA با یک خروجی بررسی کردند.

زنجیرهٔ تأمین شامل تعدادی تسهیل بوده که وظیفه آن‌ها دریافت مواد خام از تأمین‌کننده‌ها، تولید محصول و توزیع در میان مشتریان است. رشد روزافزون رقابت در زنجیره تأمین و توجه به هزینه و بازده در مدیریت زنجیره تأمین موجب شده است تا پژوهش‌های بیشتری در این زمینه انجام گیرد.

هوانگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ هماهنگی بین تصمیمات قیمت‌گذاری، انتخاب مواد اولیه و موجودی را در یک زنجیره تأمین سه‌رده‌ای که شامل چند تأمین‌کننده، یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش است، مورد بررسی قرار دادند. مسئله را به‌صورت یک بازی بدون همکاری پویا مدل کرده، روش‌های تحلیلی و محاسباتی را برای یافتن نقطه تعادل نش ارائه نمودند [۵]. در سال ۲۰۱۲ و همکاران مدلی برای تعیین قیمت‌ها در تعادل نش حاصل از بازی هم‌زمان یک فروشنده و دو خریدار رقیب ارائه کردند و نتایج را با حالت‌های مختلفی که فروشنده و خریدارها یکسانی ندارند، مورد مقایسه قرار دادند[۶].

سیداصفهانی و همکاران در سال ۲۰۱۱ مسئله قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی را در یک زنجیره تأمین تک‌فروشنده–تک‌خریدار بررسی کردند که در آن تقاضا تابعی غیرخطی از قیمت و هزینه تبلیغات است. هر دو عضو زنجیره تأمین دارای قدرت یکسان هستند و به‌صورت هم‌زمان تصمیم‌گیری می‌کنند [۷].

در سال‌های اخیر، بوز و پال (۲۰۱۲)، طرح‌هایی برجسته و قابل‌توجه در مدیریت زنجیره تأمین سبز (GSCM[1]) به دست آوردند [۸]. سریواستاوا در سال ۲۰۰۷ GSCM را به‌عنوان ترکیبی از تفکر محیطی و مدیریت زنجیره تأمین SCM[2] شامل طراحی محصول، تأمین منابع و انتخاب مواد، فرایندهای تولید، تحویل محصول نهایی به مصرف‌کننده و مدیریت پایان عمر محصول توصیف کردند [۹]. شرکت‌ها معمولاً انتظار دارند تأمین‌کنندگان آن‌ها از برتری زیست‌محیطی فراتر بروند و طرح‌های کارآمد، محصول سبز، ارزیابی چرخه زندگی و سایر فعالیت‌های مرتبط را انجام دهند. با داشتن انتخاب تأمین‌کننده گسترده، تحت ارزیابی عملکرد خود، شرکت‌ها تمایل دارند منابع کارکنان را در سراسر شرکت به‌منظور از بین بردن اثرات زیست‌محیطی استفاده کنند [۱۰و۱۱]. ازاین‌رو، تأمین‌کننده شرکت، باید معیارهای GSCM را تحت محدودیت اطلاعات ناقص و ترجیحات ذهنی انسان،

[1] Green Supply Chain Managemant

[2] Supply Chain Managemant

پدیده‌ای که به‌ندرت مورد بررسی قرار گرفته است، برآورد کند [۱۲].

از جمله پژوهش‌هایی که به تأثیرات محیط‌زیست در طراحی شبکه زنجیره تأمین توجه داشته‌اند، تحقیق امین و ژنگ در سال ۲۰۱۲ است که مدلی چندمحصولی و دوهدفه شامل هزینه و تأثیرات محیطی برای زنجیره تأمین حلقه بسته، ارائه کردند. در تابع هدف دوم، استفاده از مواد سازگار با محیط‌زیست برای ساخت محصولات در کارخانه و استفاده از انرژی‌های تمیز، مانند انرژی‌های تجدیدپذیر یا انرژی خورشیدی در مراکز جمع‌آوری، در نظر گرفته شده است [۱۳]. در همان سال، پیشوایی و رزمی، یک مدل فازی با دو هدف تأثیرات محیطی و هزینه ارائه کردند [۱۴]. وانگ و همکاران در سال ۲۰۱۳ مدلی چندهدفه که شامل هزینه، میزان گاز کربن‌دی‌اکسید خروجی و میزان اتلاف تولید بود، برای پیداکردن مکان بهینه تسهیلات، مانند کارخانه‌های تولید محصولات جدید و تولید مجدد محصولات مراکز توزیع و بازیافت و جریان بین آن‌ها ارائه دادند. در مدل موردنظر پارامترهای استفاده‌شده به‌صورت قطعی بودند [۱۵].

دهقانیان در سال ۲۰۰۹ با صرف‌نظر از جریان روبه‌جلو به طراحی شبکه بازیافت تایرهای فرسوده پرداختند و در آن سه تابع هدف هزینه، میزان آلودگی محیط‌زیست و معیارهای اجتماعی، مانند ایجاد شغل، توسعه محلی و ریسک مربوط به محصولات و شرایط خطرناک کارایی را در نظر گرفتند. آن‌ها از الگوریتم ژنتیک چندهدفه برای حل مدل خود استفاده کردند [۱۶]. پیشوایی و همکاران در سال ۲۰۱۲ مدلی را برای زنجیره تأمین یک‌طرفه روبه‌جلو ارائه کردند و در آن پاره‌ای از معیارهای اجتماعی، مانند نرخ استخدام، موقعیت شغلی ایجادشده، مقدار هدررفت مواد و میزان تولید محصولات خطرآفرین برای مشتریان در نظر گرفتند [۱۷].

طالعی‌زاده و همکاران در سال ۲۰۱۳، قیمت‌گذاری و بازاریابی در یک زنجیره تأمین دوسطحی تحت چهار رویکرد نظریه بازی‌ها را انجام دادند [۱۸]. تربتی در سال ۱۳۹۴ نقشه استراتژی مدیریت زنجیره تأمین را با ترکیب نمودار حلقه علی و کارت امتیازی متوازن، تدوین کردند [۱۹]. در همان سال، شفیعی و همکاران، پیش‌بینی تقاضا را در زنجیره تأمین با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین، مورد مطالعه قرار دادند [۲۰]. ژانگ و همکاران در سال ۲۰۱۷ با مورد مطالعاتی در کشور چین یک رقابت سازنده در بازار ایجاد کرده، کارایی هزینه را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند [۲۱]. لی در سال ۲۰۱۷، تأثیر محدودیت فروش کوتاه‌مدت به کارایی هزینه را با دور زدن نگرانی‌های مربوط به ویژگی‌های شرکت، شرایط بازار و کسب اطلاعات محدود سرمایه‌گذاران در مطالعات تجربی، بررسی کرد [۲۲]. برخی محققان برای ارزیابی کارایی هزینه در طول زمان، چارچوب تحلیل پوششی داده پویا را مورداستفاده قرار می‌دهند. در تلاش پژوهش‌های قبلی DEA، نمتو و گوتو در سال ۱۹۹۹ دیدگاهی مهم در تحلیل پوششی داده پویا ارائه کردند [۲۳]. تحقیقات آن‌ها شامل دو نوع متفاوت ورودی‌ها (ورودی متغیر و ورودی شبه‌ثابت) در یک چارچوب DEA پویا است. یکی از ویژگی‌های منحصربه‌فرد شبه‌ورودی‌ها این است که آن‌ها به‌عنوان خروجی‌ها در دوره جاری در نظر گرفته شده، در حالی که به‌عنوان ورودی در دوره بعدی موردعمل قرار می‌گیرد. برای مثال، یک ژنراتور برق با استفاده از کارگران و سوخت (به‌عنوان ورودی متغیر) برای تولید برق (به‌عنوان یک خروجی) است. بیشتر قدرت تولیدشده به عمده‌فروشان در بازار قدرت فروخته می‌شود. با این حال، بخش (به‌عنوان یک خروجی شبه‌ثابت) قدرت تولیدشده به‌طور خودکار در داخل ژنراتور ذخیره می‌شود. قدرت ذخیره‌شده برای تولید برق در دوره بعدی استفاده شده است. بنابراین، آن به‌عنوان یک ورودی شبه‌ثابت عمل می‌کند. خروجی شبه‌ثابت در دوره جاری توسط ژنراتور به‌عنوان ورودی شبه‌ثابت برای دوره بعدی به‌طور داخلی استفاده شده است. چنین ویژگی منحصربه‌فرد DEA، یک فرصت برای اندازه‌گیری متقابل بین دو دوره متوالی فراهم می‌کند. در نتیجه، نوع جدید اندازه‌گیری کارایی DEA در چارچوب DEA پویا ارائه شده است. (برای شرح و توصیف نوع دیگر DEA پویا سنگوپا را ببینید) [۲۴].

بررسی تحقیقات انجام‌شده در این زمینه نشان می‌دهد که در نظر گرفتن کارایی هزینه به‌صورت شبکهٔ دومرحله‌ای و تأثیرات زیست‌محیطی در تحقیقات موجود، کمتر موردتوجه قرار گرفته است. در همه مقالات بررسی‌شده، کارایی هزینه به‌صورت تک‌مرحله‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین در همهٔ مقالاتی که به بحث تأثیرات محیطی پرداخته‌اند، تنها گاز کربن‌دی‌اکسید را ملاک فاکتور محیطی در نظر گرفته‌اند و سایر عوامل، مانند طراحی سازگار با محیط‌زیست و اعتبار سازنده، نادیده

گرفته شده است. در تمام تحقیقات گذشته، موضوع بازده به مقیاس که یک مفهوم اقتصادی و مهم در تحلیل پوششی داده‌هاست و میزان حداکثر افزایش خروجی به‌ازای افزایش ورودی را نشان می‌دهد، در زنجیره تأمین به‌صورت شبکهٔ دومرحله‌ای و با توجه به بحث کارایی هزینه، نادیده گرفته شده است. در این تحقیق، مدل‌های تک‌هدفه ارائه شده، که به‌وسیله آن‌ها، کارایی هزینه زنجیره تأمین شرکت‌های نوشیدنی در ایران به‌صورت شبکهٔ دومرحله‌ای اندازه‌گیری می‌شود. سپس با برقراری فرمول‌بندی دوگان کارایی هزینه برای ایجاد یک ارتباط نظری بین کارایی هزینه و بازده به مقیاس، متغیر شبکهٔ دومرحله‌ای مورد بررسی قرار خواهد گرفت. ازاین‌رو، در رویکرد ما مفهوم RTS[1] در DEA پویا را گنجانده، سعی بر گسترش آن در RTS کارایی هزینه داریم. در تمام موارد فوق، سعی شده بحث مدیریت زنجیره تأمین سبز و تأثیرات آن‌ها بر محیط‌زیست، بررسی شود.

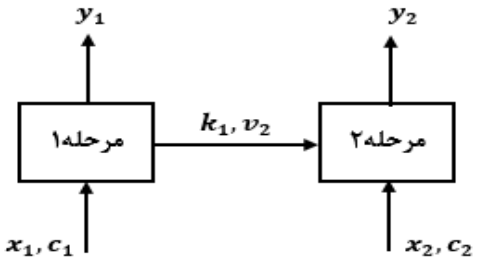
در بخش بعدی مقاله، اطلاعات زنجیره تأمین شبکه دومرحله‌ای، بیان و سپس در همین بخش، متغیرهای تصمیم و پارامترهای مدل معرفی می‌شوند. در بخش سوم، به اندازه‌گیری کارایی هزینه مراحل و فرایند تولید کل در یک شبکهٔ دومرحله‌ای پرداخته خواهد شد. سپس در بخش چهارم، چون تشخیص بازده به مقیاس می‌تواند درمورد توسعه واحدهای تصمیم‌گیرنده، اطلاعات مناسبی ارائه کند، به تعیین بازده به مقیاس زنجیره تأمین به‌صورت شبکهٔ دومرحله‌ای می‌پردازیم. در بخش پنجم، کارایی هزینه و بازده به مقیاس ۱۰ شرکت نوشیدنی را در ایران موردبررسی قرار می‌دهیم. سرانجام در بخش پایانی، جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آینده در این حوزه ارائه می‌شود.

۲- اطلاعات زنجیره تأمین شبکهٔ دومرحله‌ای

در این بخش، مفاهیم پایه زنجیره تأمین با شبکهٔ دومرحله‌ای را بیان می‌کنیم. فلاح و همکاران، یک مدل دوسطحی طراحی شبکه زنجیره تأمین حلقه بسته در شرایط عدم‌قطعیت و رقابت بین‌زنجیره‌ای ارائه کردند [۲۵]. یک زنجیره تأمین با ساختار شبکه دومرحله‌ای مانند شکل (۱) را در نظر بگیرید.

فرض کنید که N واحد تصمیم‌گیرنده (DMU_s; I =1,2,…,N) وجود دارد و عملیات تولیدشان در دو مرحله مورد بررسی قرار می‌گیرد. در اولین مرحله، هر DMU_i دو گروه متفاوت ورودی‌ها: $k_{1,i}\epsilon\mathbb{R}_+^l$ (یک بردار l بعدی ورودی شبه‌ثابت) و $x_{1,i}, x_{2,i}\epsilon\mathbb{R}_+^m$ (بردار m بعدی ورودی‌های متغیر) به‌منظور تولید دو گروه متفاوت از خروجی‌ها: $y_{1,i}, y_{2,i}\epsilon\mathbb{R}_+^s$ (بردار s بعدی هدف) و $k_{1,i}$ استفاده می‌کند.

$$DMU_j \quad j = 1, \dots, n;$$



شکل ۱- فرایند دومرحله‌ای

در اولین مرحله، هر DMU_i دو گروه متفاوت ورودی‌ها: $k_{1,i}\epsilon\mathbb{R}_+^l$ (یک بردار l بعدی ورودی شبه‌ثابت) و $x_{1,i}, x_{2,i}\epsilon\mathbb{R}_+^m$ (بردار m بعدی ورودی‌های متغیر) به‌منظور تولید دو گروه متفاوت از خروجی‌ها: $y_{1,i}, y_{2,i}\epsilon\mathbb{R}_+^s$ (بردار s بعدی هدف) و $k_{1,i}$ استفاده می‌کند. همچنین هزینه خریداری مواد اولیه را برای ورودی‌های متغیر مرحله اول و دوم به‌ترتیب با $c_1, c_2\epsilon\mathbb{R}_+^m$ نشان خواهیم داد. همان طور که قبلاً ذکر شد، بردار خروجی $k_{1,i}$ در مرحله اول به‌عنوان بردار ورودی شبه‌ثابت در مرحله دوم استفاده می شود.

۲-۱- متغیرهای تصمیم و پارامترهای مدل

فرض کنید مجموعه‌ای شامل n واحد تصمیم‌گیری برای ارزیابی کارایی و بازده به مقیاس داریم. از این قسمت به بعد، روابطی را خواهیم داشت که متغیرها و پارامترهای مدل، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

- x_{1i} ورودی متغیر مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای از واحد iام.
- x_{2i} ورودی متغیر مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای از واحد iام.
- y_{1i} خروجی مجزای مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای از واحد iام که توسط ورودی متغیر $x_{1,i}$ تولید می‌شود.

[1] Return To Scale

y_{2i} خروجی مجزای مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای از واحد iام که توسط ورودی متغیر $x_{2,i}$ تولید می‌شود.

k_{1i} خروجی مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای یا ورودی شبه‌ثابت برای مرحلهٔ دوم از واحد iام.

c_{1i} هزینه خریداری مواد اولیه برای مرحلهٔ اول شبکهٔ دومرحله‌ای از واحد iام.

c_{2i} هزینه خریداری مواد اولیه برای مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای از واحد iام.

λ_j^1 متغیرهای تصمیم برای شرکت j در مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای.

λ_j^2 متغیرهای تصمیم برای شرکت j در مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای.

E_{c1} نسبت بین حداقل‌کردن کل هزینه و هزینه واقعی مشاهده‌شده برای واحد تحت ارزیابی در مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای.

E_{c2} نسبت بین حداقل‌کردن کل هزینه و هزینه واقعی مشاهده‌شده برای واحد تحت ارزیابی در مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای.

E_c نسبت بین حداقل‌کردن کل هزینه و هزینه واقعی مشاهده‌شده برای واحد تحت ارزیابی در فرایند تولید کل شبکهٔ دومرحله‌ای.

α_1 متغیر دوگان مربوط به اولین محدودیت کارایی هزینه مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای.

α_2 متغیر دوگان مربوط به اولین محدودیت کارایی هزینه مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای.

θ_1 متغیر دوگان مربوط به دومین محدودیت کارایی هزینه مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای.

β_1 متغیر دوگان مربوط به دومین محدودیت کارایی هزینه مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای.

y_{1r} متغیر دوگان مربوط به سومین محدودیت کارایی هزینه مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای.

y_{2r} متغیر دوگان مربوط به سومین محدودیت کارایی هزینه مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای.

σ_1 متغیر دوگان مربوط به چهارمین محدودیت کارایی هزینه مرحله اول شبکهٔ دومرحله‌ای.

σ_2 متغیر دوگان مربوط به چهارمین محدودیت کارایی هزینه مرحله دوم شبکهٔ دومرحله‌ای.

$\mathrm{DMU_i}$ به‌عنوان فرایند تولید از $(x_{t/i}, k_{1/i} \quad t = 1/2;)$ به $(y_{t/i}, k_{1/i} \quad t = 1/2;)$ مشخص شده است. علاوه براین، مجموعه امکان تولید به‌صورت زیر است:

$$\varphi = \left\{(x_t, k_1, y_t, k_1) | (y_t, k_1) \text{را تولید کند} | (x_t, k_1) \text{می‌تواند} \right\} \quad (۱)$$

تحت RTS متغیر، مجموعه امکان تولید را می‌توان دوباره توسط فرمول‌بندی DEA به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} \varphi = \{(x_1, x_2, k_1, y_1, y_2) | \\ \sum_{j=1}^{n} x_{1j}\lambda_j^1 \le x_1, \\ \sum_{j=1}^{n} x_{2j}\lambda_j^2 \le x_2, \sum_{j=1}^{n} k_j\lambda_j^2 \le k_1, \\ \sum_{j=1}^{n} k_j\lambda_j^1 \ge k_1, \sum_{j=1}^{n} y_j\lambda_j^1 \ge y_1, \\ \sum_{j=1}^{n} y_j\lambda_j^2 \ge y_2 \\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = 1, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = 1, \\ \lambda_j^1 \ge 0, \lambda_j^2 \ge 0. j = 1, \dots, n \} \end{aligned} \quad (۲)$$

جایی که بردار وزن‌ها، $\lambda_j^1 \& \lambda_j^2 \quad j = 1, \dots, n$ برای اتصال ورودی‌ها و خروجی‌های n تا DMU استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} x_1 &= (x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n}), \\ x_2 &= (x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,n}), \\ k_1 &= (k_{1,1}, k_{1,2}, \dots, k_{1,n}), \\ y_1 &= (y_{1,1}, y_{1,2}, \dots, y_{1,n}), \\ y_2 &= (y_{2,1}, y_{2,2}, \dots, y_{2,n}) \end{aligned}$$

به‌ترتیب، ماتریس‌های مربوط به ورودی‌ها، ورودی شبه‌ثابت و خروجی‌ها هستند.

۳-کارایی هزینه زنجیره تأمین شبکهٔ دومرحله‌ای

در مدل کارایی هزینه $\mathrm{DMU_o}$، هدف محاسبه، به حداقل رساندن هزینه تولید کل روی تمام واحدهای مشاهده‌شده است. بر اساس این تحقیقات، فرمول زیر برای تعیین حداقل‌کردن کل هزینه iامین DMU در فرایند اولین مرحله از شبکهٔ دومرحله‌ای استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^{m} c_{1io}\, x_{1i} \\ s.t. & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 x_{1ij} \le x_{1i}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 k_{1dj} \ge k_{1d}, \qquad d = 1, \dots, D, \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{n}} \boldsymbol{\lambda_j^1 y_{1rj}} \geq \mathbf{y_{1ro,}} \qquad \boldsymbol{r = 1, \dots, S}$$
$$\sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{n}} \boldsymbol{\lambda_j^1 = 1,}$$
$$\boldsymbol{\lambda_j^1 \geq 0,} \qquad \boldsymbol{j = 1, \dots, n;}$$

اگر (x_1^*, λ^{1*}) جواب‌های بهینه مسئله فوق باشند، کارایی هزینه $\mathrm{DMU_o}$ مرحله (۱) به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_{c1} = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{1io} x_{1i}^*}{\sum_{i=1}^{m} c_{1io} x_{1io}} \qquad (۴)$$

که $0 < E_{c1j} \leq 1 \qquad j = 1, \dots, n;$

تعریف ۱: $\mathrm{DMU_j}$ را کارای هزینه مرحله اول می نامند، اگر و فقط اگر $E_{c1j}^* = 1$.

برای حداقل‌کردن کل هزینه در مرحله دوم از شبکهٔ دومرحله‌ای، کارایی هزینه $\mathrm{DMU_o}$ در مرحله (۲) می‌تواند با حل مدل برنامه‌ریزی خطی زیر به دست آید:

$$\min \quad \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{c_{2io}\, x_{2i}} + \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{v_{2io}\, k_{1i}} \qquad (۵)$$
$$\mathrm{s.t.} \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^2 \mathrm{x_{1ij}} \leq \mathrm{x_{2i}}, \quad \mathrm{i = 1, \dots, m,}$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^2 k_{1dj} \leq k_{1d}, \qquad \mathrm{d = 1, \dots, D,}$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^1 \mathrm{y_{2rj}} \geq \mathrm{y}_{2r,} \qquad r = 1, \dots, S$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^2 = 1,$$
$$\lambda_{\mathrm{j}}^2 \geq 0 \qquad \mathrm{j = 1, \dots, n}$$

اگر (x_2^*, λ^{2*}) جواب‌های بهینه مسئله فوق باشند، کارایی هزینه مرحله (۲) به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathrm{E_{c2}} = \frac{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{c_{2io} x_{2i}^*} + \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{v_{2io} k_{1i}^*}}{\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{c_{2io} x_{2io}} + \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{m}} \mathrm{v_{2io} k_{1io}}} \qquad (۶)$$

که $0 < E_{c2j} \leq 1 \qquad j = 1, \dots, n;$

نسبت فوق، نسبت بین حداقل‌کردن کل هزینه به هزینهٔ واقعی در واحد تحت ارزیابی است.

تعریف ۲: DMU_j را کارای هزینه مرحله دوم می‌نامند، اگر و فقط اگر $E_{c2j}^* = 1$.

همچنین فرمول زیر را برای تعیین حداقل‌کردن هزینه iامین DMU در شبکهٔ دومرحله‌ای زنجیره تأمین استفاده می‌کنیم:

$$\min \sum_{i=1}^{m} c_{1io}\, x_{1i} + \sum_{i=1}^{m} c_{2io}\, x_{2i} \qquad (۷)$$
$$+ \sum_{i=1}^{m} v_{2io}\, k_{1i}$$
$$s.t. \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^1 \mathrm{x_{1ij}} \leq x_{1i}, \quad i = 1, \dots, m,$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^2 \mathrm{x_{1ij}} \leq x_{2i}, \qquad i = 1, \dots, m,$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^2 k_{1dj} \leq k_{1d}, \qquad \mathrm{d = 1, \dots, D,}$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^1 k_{1dj} \geq k_{1d}, \qquad \mathrm{d = 1, \dots, D,}$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^1 \mathrm{y_{1rj}} \geq \mathrm{y}_{1r,} \qquad r = 1, \dots, S$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^1 \mathrm{y_{2rj}} \geq \mathrm{y}_{2r,} \qquad r = 1, \dots, S$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^1 = 1,$$
$$\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{j}}^2 = 1,$$
$$\lambda_{\mathrm{j}}^1, \lambda_{\mathrm{j}}^2, x_{1i}, x_{2i}, k_{1d} \geq 0.$$
$$\mathrm{j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, m; d = 1, \dots, D;}$$

اگر $(x_1^*, x_2^*, \lambda^{1*}, \lambda^{2*})$ جواب‌های بهینه مسئله فوق باشند، کارایی هزینه فرایند تولید کل به‌صورت زیر بدست می‌آید:

(۸)

$$E_c = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{2io}\, x_{2i}^* + \sum_{i=1}^{m} c_{2io}\, x_{2i}^* + \sum_{i=1}^{m} v_{2io}\, k_{1i}^*}{\sum_{i=1}^{m} c_{1io}\, x_{1io} + \sum_{i=1}^{m} c_{2io}\, x_{2io} + \sum_{i=1}^{m} v_{2io}\, k_{1io}}$$

که $0 < E_{cj} \leq 1 \qquad j = 1, \dots, n;$

نسبت بین حداقل‌کردن کل هزینه‌ها و هزینه‌های واقعی واحد تحت ارزیابی را به‌طور هم‌زمان در دو مرحله نشان می‌دهد.

تعریف ۳: DMU_j را کارای هزینه فرایند تولید کل می‌نامند، اگر و فقط اگر $E_{cj}^* = 1$ یا هرگاه کارایی هزینه $E_{c1j}^* = 1$ و

$E^*_{c2j} = 1$، در این صورت فرایند تولید کل را کارای هزینه شبکه‌ای می‌خوانند.

در هرکدام از کارایی‌های هزینه $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 = 1$, سبب می‌شود رابطه از فرض RTS ثابت خودداری کند و یک ارتباط مناسب بین مسئله اولیه و دوگانش به وجود بیاید. پس از بررسی کارایی هزینه کل و شکل ۱، ممکن است این سؤال در ذهن به وجود بیاید که آیا جواب حاصل بهینه DEA است؟ برای پاسخ به این سؤال مهم، گزاره زیر با شرط کافی بیان شده است. پس از آن، یک رابطه نظری بین کارایی‌های هر مرحله و RTS بیان می‌کنیم.

گزاره ۱، اگر $c_{1,i} \geq 0,\ c_{2,i} \geq 0, X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$ &$K_1 \geq 0$ باشند. پس (۷) یک جواب بهینه دارد.

اثبات: ضمیمه A مقاله را ببینید.

برای ایجاد یک رابطه نظری بین کارایی هزینه و RTS، فرمول‌بندی دوگان در این مطالعه استفاده شده است. فرم دوگان کارایی هزینه اولین مرحله به‌صورت زیر بیان شده است:

$$
\begin{aligned}
& max \quad \mu_1 y_{1ro} + \sigma_1 && (۹)\\
& s.t. \quad \alpha_1 - c_{1i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
& \quad -\theta_1 - v_{2i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
& \sum_{d=1}^{D} \theta_{1d}\, k_{dj} + \sum_{r=1}^{s} \mu_{1r}\, y_{1rj}\\
& - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{1i}\, x_{1ij} + \sigma_1 \leq 0, j = 1, \dots, n;\\
& \alpha_{1i}, \theta_{1d}, y_{1r} \geq 0,\\
& i = 1, \dots, m\ d = 1, \dots, D;\ r = 1, \dots, s;\\
& \sigma_1 \text{free in sign;}
\end{aligned}
$$

فرم دوگان کارایی هزینه دومین مرحله از شبکهٔ دومرحله‌ای به‌صورت زیر بیان شده است:

$$
\begin{aligned}
& \text{Max} \quad \mu_2 y_{2ro} + \sigma_2 && (۱۰)\\
& s.t. \quad \alpha_2 - c_{2i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, m;\\
& \beta_1 - \theta_1 - v_{2i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, m;\\
& \sum_{r=1}^{s} \mu_{2r}\, y_{2rj} - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{2i}\, x_{2ij}\\
& - \sum_{d=1}^{D} \beta_{1d}\, k_{dj} + \sigma_2 \leq 0, j = 1, ., n\\
& \alpha_{2i}, \beta_{1d}, y_{2r} \geq 0,\\
& i = 1, ., m; d = 1, \dots, D; r = 1, \dots, s;\\
& \sigma_2 \text{free in sign;}
\end{aligned}
$$

همچنین برای ایجاد یک رابطه نظری بین کارایی هزینه فرایند تولید کل و RTS، همچون روال قبل، دوگان کارایی هزینه فرایند تولید کل را بیان می‌کنیم.

$$
\begin{aligned}
& \text{Max} \quad \mu_1 y_{1ro} + \mu_2 y_{2ro} + \sigma_1 + \sigma_2 && (۱۱)\\
& s.t. \quad \alpha_1 - c_{1i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
& \alpha_2 - c_{2i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
& \beta_1 - \theta_1 - v_{2i} \leq 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
& \sum_{d=1}^{D} \theta_{1d}\, k_{dj} + \sum_{r=1}^{s} \mu_{1r}\, y_{1rj}\\
& - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{1i}\, x_{1ij} + \sigma_1 \leq 0, j = 1, ., n;\\
& \sum_{r=1}^{s} \mu_{2r}\, y_{2rj} - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{2i}\, x_{2ij}\\
& - \sum_{d=1}^{D} \beta_{1d}\, k_{dj} + \sigma_2 \leq 0, j = 1, ., n;\\
& \alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \beta_{1d}, \theta_{1d}, y_{1r}, y_{2r} \geq 0,\\
& i = 1, \dots, m; d = 1, \dots, D; r = 1, \dots, s;\\
& \sigma_1, \sigma_2 \text{free in sign;}
\end{aligned}
$$

جایی که متغیرهای دوگان (α_1, α_2) به‌ترتیب، مربوط به اولین و دومین گروه محدودیت‌ها در (۷) هستند. متغیرهای دوگان $(\beta_1 و \theta_1)$ به‌ترتیب، مربوط به سومین و چهارمین گروه محدودیت‌ها، همچنین متغیرهای دوگان، مربوط به پنجمین و ششمین محدودیت در (۷)، (y_{1r}, y_{2r}) است. سرانجام (σ_1, σ_2) از هفتمین و هشتمین محدودیت‌ها به دست می‌آیند.

۴- اندازه‌گیری بازده به مقیاس زنجیره تأمین شبکهٔ دومرحله‌ای

از موضوعات بسیار مهم در تحلیل پوششی داده‌ها، مشخص‌کردن نوع بازده به مقیاس است. بازده به مقیاس، ارتباط بین تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم را نشان می‌دهد. یکی از توانایی‌های روش DEA، تعیین بازده به مقیاس‌های متفاوت در واحدهای سیستم است. در بازده به مقیاس ثابت، هر مضربی از ورودی‌ها همان مضرب از خروجی‌ها را تولید می‌کند. با فرض بازده به مقیاس ثابت، واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می‌شوند. در بازده به مقیاس متغیر، هر مضربی از ورودی‌ها، می‌تواند همان مضرب از خروجی‌ها یا کمتر از آن یا بیشتر از آن را، در خروجی‌ها تولید کند.

ژانگ و یانگ (۲۰۰۹) در دو حالت، روشی را برای برآورد بازده به مقیاس فرایند دومرحله‌ای ارائه کردند. حالت اول این است که، ورودی اولیه، تغییرات را فقط برای بیشینه ساختن نسبت بین خروجی واسطه و ورودی اولیه، می‌گیرد. خروجی نهایی متناظر با تغییرات حاصل میانی

تغییر می‌کند؛ یعنی مرحلهٔ اول، رهبر و مرحلهٔ دوم، پیرو است. در حالت دوم، یک روش جدید محاسباتی مقدار تغییرات از ورودی اولیه، پیشنهاد و رابطهٔ RTS بین مراحل فرعی و فرایند تولید کل بیان شده است [۲۶].

یکی از مشکلات عمده اندازه‌گیری RTS این است که نمی‌تواند به‌طور منحصربه‌فرد تعیین شود. به‌عبارت‌دیگر، تمام متغیرهای دوگان، از جمله (σ_1, σ_2) جواب‌های دگرین دارند. نمتو و گوتو چنین استدلالی دارند که تحت این فرض، هزینه تطبیق θ_1^* همیشه منحصربه‌فرد است[۲۳]. نوع RTS توسط علامت σ تعیین می‌شود. این بررسی باید تحت یک رویداد ممکن از جواب‌های دگرین σ^* انجام شود (سویوشی ۱۹۹۹) [۲۷]. برای اندازه‌گیری RTS مرحله اول از کران بالا و پایین $\boldsymbol{\sigma_1}$ استفاده می‌کنیم.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max/ Min } \sigma_1 \qquad (۱۲)\\
&s.t. \quad \alpha_1 - c_{1i} \le 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
&\quad -\theta_1 - v_{2i} \le 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
&\sum_{d=1}^{D} \theta_{1d}\, k_{dj} + \sum_{r=1}^{s} \mu_{1r}\, y_{1rj}\\
&- \sum_{i=1}^{m} \alpha_{1i}\, x_{1ij} + \sigma_1 \le 0, j = 1, ., n;\\
&\sum_{d=1}^{D} \theta_{1d}\, \lambda_j^{1*} k_{dj} + \sum_{r=1}^{s} \mu_{1r}\, \lambda_j^{1*} y_{1rj}\\
&- \sum_{i=1}^{m} \alpha_{1i}\, \lambda_j^{1*} x_{1ij} + \sigma_1 = 0, j = 1, \dots, n;\\
&\alpha_{1i}, \theta_{1d}, y_{1r} \ge 0,\\
&i = 1, \dots, m; d = 1, \dots, D; r = 1, \dots, s;\\
&\sigma_1 \text{free in sign;}
\end{aligned}
$$

تعریف۴: فرض کنید $\bar{\sigma}_1^*$ و $\underline{\sigma_1^*}$ به‌ترتیب، حداکثرکردن و حداقل‌کردن (۱۲) باشند. پس RTS در اولین مرحله از شبکهٔ دومرحله‌ای در سه حالت زیر تعیین می‌شود[۲۴]:

a) RTS افزایشی است، اگر و فقط اگر $\underline{\sigma_1^*} > 0$.

b) RTS ثابت است، اگر و فقط اگر $\bar{\sigma}_1^* \ge 0 \ge \underline{\sigma_1^*}$.

c) RTS کاهشی است، اگر و فقط اگر $\bar{\sigma}_1^* < 0$.

برای RTS مرحله دوم، از شبکهٔ دومرحله‌ای مدل برنامه‌ریزی خطی زیر که سعی در حداقل‌کردن و حداکثرکردن σ دارد، استفاده می‌کنیم.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max/ Min } \sigma_2 \qquad (۱۳)\\
&s.t. \quad \alpha_2 - c_{2i} \le 0, \quad i = 1, \dots, m;\\
&\quad \beta_1 - v_{2i} \le 0, \quad i = 1, \dots, m;\\
&\sum_{r=1}^{s} \mu_{2r}\, y_{2rj} - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{2i}\, x_{2ij}\\
&- \sum_{d=1}^{D} \beta_{1d}\, k_{dj} + \sigma_2 \le 0, j = 1, , n;\\
&\sum_{r=1}^{s} \mu_{2r}\, \lambda_j^{2*} y_{2rj} - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{2i}\, \lambda_j^{2*} x_{2ij}\\
&- \sum_{d=1}^{D} \beta_{1d}\, \lambda_j^{2*} k_{dj} + \lambda_j^{2*} \sigma_2 = 0,\\
&\alpha_{2i}, \beta_{1d}, y_{2r} \ge 0,\\
&\quad i = 1, \dots, m; d = 1, \dots, D; r = 1, \dots, s;\\
&\sigma_2 \text{free in sign;}
\end{aligned}
$$

تعریف۵: فرض کنید $\bar{\sigma}_2^*$ و $\underline{\sigma_2^*}$ به‌ترتیب، حداکثرکردن و حداقل‌کردن (۱۳) باشند. برای مرحله ۲، RTS در سه حالت زیر تعیین می‌شود[۲۸]:

a) RTS افزایشی است، اگر و فقط اگر $\underline{\sigma_2^*} > 0$.

b) RTS ثابت است، اگر و فقط اگر $\bar{\sigma}_2^* \ge 0 \ge \underline{\sigma_2^*}$.

c) RTS کاهشی است، اگر و فقط اگر $\bar{\sigma}_2^* < 0$.

برای تعیین RTS فرایند تولید کل، از مدل زیر که کران پایین و بالای $\sigma_1 + \sigma_2$ است، استفاده می‌کنیم:

$$
\begin{aligned}
&\text{Max/ Min} \sigma_1 + \sigma_2 \qquad (۱۴)\\
&s.t. \quad \alpha_1 - c_{1i} \le 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
&\alpha_2 - c_{2i} \le 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
&\beta_1 - \theta_1 - v_{2i} \le 0, \quad i = 1, \dots, n;\\
&\sum_{d=1}^{D} \theta_{1d}\, k_{dj} + \sum_{r=1}^{s} \mu_{1r}\, y_{1rj}\\
&- \sum_{i=1}^{m} \alpha_{1i}\, x_{1ij} + \sigma_1 \le 0, j = 1, , n;\\
&\sum_{r=1}^{s} \mu_{2r}\, y_{2rj} - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{2i}\, x_{2ij}\\
&- \sum_{d=1}^{D} \beta_{1d}\, k_{dj} + \sigma_2 \le 0, j = 1, , n;\\
&\sum_{d=1}^{D} \theta_{1d}\, \lambda_j^{1*} k_{dj} + \sum_{r=1}^{s} \mu_{1r}\, \lambda_j^{1*} y_{1rj}\\
&- \sum_{i=1}^{m} \alpha_{1i}\, \lambda_j^{1*} x_{1ij} + \sigma_1 = 0, j = 1, , n;\\
&\sum_{r=1}^{s} \mu_{2r}\, \lambda_j^{2*} y_{2rj} - \sum_{i=1}^{m} \alpha_{2i}\, \lambda_j^{2*} x_{2ij}\\
&- \sum_{d=1}^{D} \beta_{1d}\, \lambda_j^{2*} k_{dj} + \lambda_j^{2*} \sigma_2 = 0,\\
&j = 1, \dots, n;\\
&\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \beta_{1d}, \theta_{1d}, y_{1r}, y_{2r} \ge 0,\\
&i = 1, \dots, m; d = 1, \dots, D; r = 1, \dots, s\\
&\sigma_1, \sigma_2 \text{free in sign;}
\end{aligned}
$$

اکنون RTS فرایند تولید کل شبکهٔ دومرحله‌ای، یعنی بازده به مقیاس مرحله اول و دوم به‌طور هم‌زمان را می‌توان به دو طریق زیر تعیین کرد.

تعریف۶: بازده به مقیاس زنجیره تأمین شبکهٔ دومرحله‌ای: حالت اول؛ فرض کنید که DMU_o کارای هزینه شبکه‌ای است. پس برای فرایند تولید کل[۲۹]:

a) مرحله ۱ IRS[1] است و

a.۱. مرحله ۲ IRS بوده، پس فرایند تولید کل IRS است.

a.۲. مرحله ۲ DRS[2] یا CRS[3] بوده، پس فرایند تولید کل، CRS است.

b) مرحله ۱ CRS است و

b.۱. مرحله ۲ IRS، CRS، DRS بوده، پس فرایند تولید کل CRS است.

c) مرحله ۱ DRS است و

c.۱. مرحله ۲ DRS بوده، پس فرایند تولید کل DRS است.

c.۲. مرحله ۲ CRS, IRS بوده، پس فرایند تولید کل بیشتر CRS است.

حالت دوم؛ فرض کنید که DMU_o کارای هزینه شبکه‌ای است؛ پس برای فرایند تولید کل:

a) RTS افزایشی است، اگر و فقط اگر $\underline{\sigma_1^*} + \underline{\sigma_2^*} > 0$.

b) RTS ثابت است، اگر و فقط اگر $\bar{\sigma}_1^* + \bar{\sigma}_2^* \geq 0 \geq \underline{\sigma_1^*} + \underline{\sigma_2^*}$.

c) RTS کاهشی است، اگر و فقط اگر $\bar{\sigma}_1^* + \bar{\sigma}_2^* < 0$

سه حالت بالا شرح ریاضی سه نوع RTS را بیان می‌کند. همچنین مفهوم RTSای که در اقتصاد مرسوم است، در این حالت‌ها قابل درک خواهد بود. یک تابع هزینه مشتق‌پذیر صاف معمولاً فرض برای اندازه‌گیری RTS است. در نتیجه، مشکل جواب‌های دگرین بر روی اندازه‌گیری RTS رخ نمی‌دهد. در همین حال، DEA چنین فرضی روی تابع هزینه را حذف می‌کند که این یک همکاری از DEA است. با این حال، همان طور که در بالا بحث شد، DEA به‌علت وقوع احتمالی جواب‌های دگرین با مشکل ارزیابی در RTS مواجه است. به‌طور خاص، چنین مشکل ارزیابی روی RTS ثابت پیدا شده است؛ زیرا $\bar{\sigma}^* = \underline{\sigma}^* = 0$, (تحت جواب منحصربه‌فرد) همیشه یافت نمی‌شود؛ برای مثال $\bar{\sigma}^* \geq 0$ و $\underline{\sigma}^* \leq 0$ ممکن است به‌عنوان جواب آن رخ دهد. ازاین‌رو، این مطالعه معتقد است تمام حالت‌های کنارگذاشته‌شده از RTS افزایشی یا کاهشی متعلق به RTS ثابت است. به‌عبارت‌دیگر، اگر یکی از جواب‌های دگرین از جمله $\bar{\sigma}^* = \underline{\sigma}^* = 0$, رخ دهد، پس چنین حالتی به‌عنوان RTS ثابت در نظر گرفته می‌شود. در حالت $\bar{\sigma}^* \geq 0$ و $\underline{\sigma}^* \leq 0$ از جمله $\bar{\sigma}^* = \underline{\sigma}^* = 0$, که در محدوده‌اش هستند، در این مطالعه به‌عنوان RTS ثابت در نظر گرفته می‌شود.

۵- مطالعهٔ موردی

در این بخش، ۱۰ شرکت ایرانی تولید نوشیدنی از لحاظ GSCM مورد بررسی قرار گرفت. جدول ۱ عوامل مورداستفاده در زمینه GSCM را به تصویر می‌کشد. زنجیره تأمین شامل، دو بخش تأمین‌کننده و تولیدکننده است.

جدول ۱- عوامل استفاده‌شده در ارزیابی GSCM

بخش	عوامل	تعاریف
تأمین‌کننده	x_{1j}^1	خرید مواد
	x_{1j}^2	حمل‌ونقل
	x_{1j}^3	کارکنان
	x_{1j}^4	کیفیت
	x_{1j}^5	تبلیغات
	x_{1j}^6	قابلیت اطمینان
	$y_{1j}^6 = x_{1j}^7$	تحقیق و توسعه
	y_{1j}^1	سطح تکنولوژی تأسیسات
	y_{1j}^2	انعطاف‌پذیری تأمین‌کننده
	y_{1j}^3	قابلیت اطمینان تأمین‌کننده
	y_{1j}^4	خدمات قابلیت تأمین‌کننده
	y_{1j}^5	قسمتی در میلیون
تولیدکننده	x_{2j}^1	حمل‌ونقل از تأمین‌کننده به تولیدکننده
	x_{2j}^2	طراحی سازگار با محیط‌زیست
	y_{2j}^1	انتشار CO_2
	y_{2j}^2	اعتبار سازنده
	y_{2j}^3	تعداد محصولات سبز
اندازه‌های واسطه	k_1	تعدادی از بخش‌ها از تأمین‌کننده به تولیدکننده

ورودی در بخش تأمین‌کننده، خرید مواد، حمل‌ونقل، کارکنان، کیفیت، تبلیغات، قابلیت اطمینان و تحقیق و توسعه (R & D) است. بخش خروجی، تأمین‌کننده سطح

[1] Increasing Return to Scale
[2] Decreasing Return to Scale
[3] Constant Return to Scale

تکنولوژی تأسیسات، قابلیت اطمینان تأمین‌کننده، خدمات قابلیت تأمین‌کننده و قسمت در میلیون است. تحقیق و توسعه نقش هر دوی ورودی و خروجی را دارد. تحقیق و توسعه به‌وضوح، به‌منزلهٔ یک اندازه خروجی است. اما در همان زمان، جزء مهمی از تأمین‌کنندهاست؛ ازاین‌رو، یک ورودی است. نتایج تحقیق و توسعه در تکنولوژی، محصولات و خدمات جدید در بازار، فرایندهای بهتر را به ارمغان می‌آورد. نتایج نوآوری در شغل با کیفیت بالا سبب کسب و کار موفق، محصولات و خدمات بهتر و فرایندهای کارآمدتر است. به همین دلیل R & D به‌طور منطقی می‌تواند به‌عنوان خروجی طبقه‌بندی شود. از سوی دیگر، از دیدگاه تأمین‌کننده می‌توان آن را به‌عنوان ورودی که هزینه‌های خاص را به تأمین‌کننده تحمیل می‌کند، در نظر گرفت. همچنین بخش در میلیون معیوب یکی از معیارهایی است که در این بخش برای ارزیابی تأمین‌کنندگان مورد استفاده قرار گرفته است. راهی برای رفتار کردن با این عامل در تحلیل پوششی داده‌ها تحت عنوان خروجی نامطلوب مطرح و واسطه به‌عنوان تعداد بخش‌ها از تأمین‌کننده به تولیدکننده در نظر گرفته شده است. مجموعه داده‌ها در جدول ۲ گزارش شده است.

در بخش تولید، ورودی شامل حمل‌ونقل از منبع به تولیدکننده و طراحی سازگار با محیط‌زیست است. خروجی‌ها، انتشار CO_2 (خروجی نامطلوب) و اعتبار تولید هستند. اندازه‌گیری واسطه تعدادی از بخش‌ها از تأمین‌کننده به تولیدکننده است. مجموعه داده‌های این بخش در جدول ۳ گزارش شده است.

جدول ۲- داده‌های مربوط به مطالعهٔ موردی

	تأمین‌کننده (بخش۱)							
DMU	(x_{1j}^1, c_{1j}^1)	(x_{1j}^2, c_{1j}^2)	(x_{1j}^3, c_{1j}^3)	(x_{1j}^4, c_{1j}^4)	(x_{1j}^5, c_{1j}^5)	(x_{1j}^6, c_{1j}^6)	(x_{1j}^7, c_{1j}^7)	(k_1, v_2)
بهنوش	(۱۰/۲۹)	(۱۱/۲۰)	(۵/۱۷)	(۳/۲۵)	(۸/۱۳)	(۵/۱۲)	(۱۶/۹۰)	(۱۲/۲۰)
آبعلی	(۱۵/۲۰)	(۱۵/۲۳)	(۵/۲۰)	(۵/۲۲)	(۵/۲۵)	(۶/۱۱)	(۱۵/۸۹)	(۱۴/۲۰)
کفیر	(۱۶/۱۸)	(۱۶/۲۲)	(۴/۳۰)	(۵/۱۷)	(۱۰/۱۱)	(۶/۱۲)	(۱۷/۹۱)	(۱۰/۲۵)
زمزم	(۱۶/۲۰)	(۱۵/۲۲)	(۴/۲۰)	(۵/۱۳)	(۷/۱۵)	(۶/۱۳)	(۱۸/۹۱)	(۱۷/۱۷)
خرز	(۱۰/۲۹)	(۱۲/۲۳)	(۵/۱۹)	(۶/۱۵)	(۹/۱۵)	(۹/۱۰)	(۱۷/۹۳)	(۱۱/۲۵)
دامداران	(۱۷/۲۰)	(۱۱/۲۰)	(۵/۲۱)	(۵/۲۳)	(۷/۲۰)	(۸/۱۱)	(۱۵/۹۳)	(۱۰/۳۰)
سارا	(۱۳/۲۵)	(۱۵/۲۵)	(۵/۲۰)	(۵/۲۵)	(۸/۲۰)	(۱۲/۸)	(۱۶/۹۲)	(۱۶/۲۰)
رامک	(۱۱/۳۰)	(۱۰/۲۵)	(۶/۱۵)	(۳/۵۰)	(۱۰/۱۳)	(۵/۱۹)	(۱۷/۹۲)	(۱۱/۳۰)
پگاه	(۱۴/۲۵)	(۱۶/۲۰)	(۳/۲۵)	(۷/۲۰)	(۱۰/۱۳)	(۷/۱۵)	(۱۸/۹۱)	(۱۷/۱۷)
وارنا	(۱۰/۳۰)	(۱۶/۲۱)	(۷/۱۳)	(۴/۲۰)	(۵/۲۳)	(۷/۲۰)	(۱۶/۹۱)	(۱۱/۲۰)

ادامه(جدول۲)

DMU	y_{1j}^1	y_{1j}^2	y_{1j}^3	y_{1j}^4	y_{1j}^5	y_{1j}^6
بهنوش	۳	۲	۱۲۵۰	۴	۳۹	۹۰
آبعلی	۲	۲	۱۲۹۵	2	۳۴	۸۹
کفیر	۳	۳	۱۳۲۰	۳	۴۶	۹۱
زمزم	۲	۳	۱۲۵۹	۳	۳۲	۹۱
خرز	۴	۲	۱۳۲۰	۲	۵۳	۹۳
دامداران	۳	۴	۱۳۴۹	۲	۶۲	۹۳
سارا	۴	۲	۱۳۲۹	۴	۳۹	۹۲
رامک	۲	۴	۱۲۷۶	۲	۴۵	۹۲
پگاه	۴	۳	۱۲۹۳	۳	۷۲	۹۱
وارنا	۳	۳	۱۳۰۲	۴	۴۲	۹۱

جدول۳ - داده‌های مربوط به مطالعهٔ موردی

	تولیدکننده (بخش ۲)				
DMU	(x_{2j}^1, c_{2j}^1)	(x_{2j}^2, c_{2j}^2)	y_{1j}^1	y_{1j}^2	y_{1j}^3
بهنوش	(۱۰/۱۴)	(۱۸/۲۲)	۱۵۵	۲	۴۹۰
آبعلی	(۱۰/۱۲)	(۱۹/۲۴)	۱۶۷	۲	۵۲۳
کفیر	(۸/۲۰)	(۱۰/۳۳)	۱۵۳	۳	۵۳۹
زمزم	(۱۱/۱۲)	(۱۷/۲۶)	۱۸۰	۳	۵۹۷
خرز	(۱۲/۱۳)	(۲۱/۲۵)	۱۶۷	۲	۴۷۹
دامداران	(۱۱/۱۶)	(۱۴/۲۵)	۱۵۶	۳	۶۲۳
سارا	(۱۰/۱۳)	(۱۷/۳۱)	۱۷۸	۳	۵۸۹
رامک	(۱۲/۱۶)	(۱۰/۴۰)	۱۸۲	۲	۵۳۲
پگاه	(۱۲/۱۳)	(۱۰/۳۱)	۱۶۷	۳	۵۰۸
وارنا	(۱۱/۱۳)	(۱۵/۲۷)	۱۷۴	۳	۶۳۹

جدول ۴ نتایج به‌دست‌آمده بعد از حل مدل‌های ۳ تا ۸ را نشان می‌دهد. کارایی هزینه مراحل و فرایند تولید کل را با توجه به شکل (۱) نشان می‌دهد. با استفاده از مدل‌های (۳،۴)، DMUهای (۲،۳،۴) در مرحله ۱، ناکارای هزینه بوده، یعنی $E_{c1}^* < 1$ است. در حالی که دیگر DMUها با ارزیابی توسط مدل ۴، در مرحله ۱، کارای هزینه است؛ یعنی $E_{c1}^* = 1$. بر اساس مدل‌های (۵،۶)، DMUهای (۱۰،۸،۶،۴،۳) در مرحله۲، کارای هزینه و $E_{c2}^* = 1$ است؛ در حالی که دیگر DMUها در مرحله۲، ناکارای هزینه بوده، $E_{c2}^* < 1$ است. بر اساس مدل‌های(۸،۷) و همچنین تعریف ۳، در DMUهای (۱۰،۸،۶)، $E_{c1}^* = E_{c2}^* = 1$ است. بنابراین، فرایند تولید دومرحله‌ای این DMUها کارای هزینه DEA شبکه‌ای است.

جدول۴- نتایج کارایی هزینه

	DMU	E_{c1}^*	E_{c2}^*	E_c^*
۱	بهنوش	۱،۰۰۰۰	۰،۷۰۶۷	۰،۹۲۵۴
۲	آبعلی	۰،۹۸۴۸	۰،۶۶۴۵	۰،۹۰۰۱
۳	کفیر	۰،۹۰۴۸	۱،۰۰۰۰	۰،۹۲۶۱
۴	زمزم	۰،۸۶۸۳	۱،۰۰۰۰	۰،۹۹۱۷
۵	خرز	۱،۰۰۰۰	۰،۶۷۰۷	۰،۹۱۰۴
۶	دامداران	۱،۰۰۰۰	۱،۰۰۰۰	۱،۰۰۰۰
۷	سارا	۱،۰۰۰۰	۰،۹۷۱۷	۰،۹۹۲۴
۸	رامک	۱،۰۰۰۰	۱،۰۰۰۰	۱،۰۰۰۰
۹	پگاه	۱،۰۰۰۰	۰،۹۵۹۸	۰،۹۹۱۳
۱۰	وارنا	۱،۰۰۰۰	۱،۰۰۰۰	۱،۰۰۰۰

جدول۵، نتایج مدل‌های (۱۴،۱۳،۱۲) را برای تعیین بازده به مقیاس مراحل و فرایند تولید کل نشان می‌دهد. ردیف۴، RTS مرحله ۱ را با توجه به مدل ۱۳ و تعریف ۴ نشان می‌دهد. DMU #3, #4, #7 را در نظر بگیرید. بازده به مقیاس در این DMUها به‌ترتیب، (IRS, DRS, DRS) است. دیگر DMUها در این مرحله دارای بازده به مقیاس ثابت هستند.

ردیف ۵، RTS مرحله ۲ را با توجه به مدل ۱۳ و تعریف ۵ نشان می‌دهد که بیشتر DMUها در این مرحله همچون مرحله ۱ دارای RTS ثابت هستند. بازده به مقیاس فرایند تولید کل با توجه به مدل ۱۴ و تعریف ۶ در ردیف ۶ آورده شده است. DMU #2, #3 را در نظر بگیرید. با توجه به دو حالت بیان‌شده در تعریف ۶، بازده به مقیاس در این دو DMU به‌ترتیب (CRS, IRS) است.

جدول۵- نتایج تعیین بازده به مقیاس ۱۰ شرکت نوشیدینی در ایران

	DMU	RTS_1	RTS_2	RTS_T
۱	بهنوش	CRS	CRS	CRS
۲	آبعلی	CRS	IRS	CRS
۳	کفیر	IRS	IRS	IRS
۴	زمزم	DRS	DRS	DRS
۵	خرز	CRS	CRS	CRS
۶	دامداران	CRS	CRS	CRS
۷	سارا	DRS	DRS	DRS
۸	رامک	CRS	CRS	CRS
۹	پگاه	CRS	CRS	CRS
۱۰	وارنا	CRS	CRS	CRS

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، رویکردی برای ارزیابی کارایی هزینه به‌صورت فرایند دومرحله‌ای پیشنهاد شد. برای یک شرکت، ارزشمند است که خروجی‌ها را با کمترین هزینهٔ ممکن تولید کند. همچنین در این مقاله، *RTS* برای فرایند تولید با ساختار شبکه‌ای دومرحله‌ای ارائه کردیم. بازده به مقیاس از دوگان مسئله اولیه محاسبه کارایی هزینه و با توجه به $Max/_{Min}\ \sigma$ تعیین کردیم.

نگرانی‌های زیست‌محیطی با توجه به آثار اقتصادی و زیست‌محیطی از مسائل بسیار مهم هستند. GSCM یک راه قوی برای افتراق یک شرکت از رقبای خود و به شکل یک شبکه با بخش و روابط متعدد است. در این مقاله از عوامل مؤثر GSCM در ۱۰ شرکت نوشیدنی در ایران برای بررسی نتایج نظری خود استفاده کردیم. کارایی سیستم را هم‌زمان با کارایی بخش‌های آن محاسبه کرده، به مدیران این امکان داده می‌شود که برای بهبود کارایی شرکت،

بخش‌های ناکارا را شناخته، تصمیمات مناسب جهت بهبود بخشیدن به کارایی کل اتخاذ کنند. در بین شرکت‌های موردمطالعه، دامداران، وارنا و رامک کارای هزینه شبکه‌ای بوده، هزینه تولید کل بر روی کل واحدهای مشاهده‌شده به حداقل رسیده است. همچنین بازده به مقیاس در بیشتر شرکت‌ها، بازده به مقیاس ثابت است؛ یعنی درصورتی‌که این شرکت‌ها ورودی‌های خود را به میزانی افزایش دهند، خروجی‌ها به همان میزان افزایش خواهد یافت.

مدیران شرکت‌ها برای اینکه هر بخش شرکت، روند کارایی در پیش داشته باشد، باید هزینه‌هایی را که مربوط به خرید مواد، حمل‌ونقل و همچنین تحقیق و توسعه است، کاهش و درعوض، سطح تکنولوژی تأسیسات شرکت را افزایش دهند. اگر شرکت‌های موجود دارای چندین بخش یا مرحله باشند که یک شبکه از زیرفرایندها را به وجود می‌آورند، باید به این نکته دقت کنند که خروجی هر بخش به‌عنوان ورودی بخش دیگر به کار گرفته می‌شود. بنابراین، در صورت کارا شدن یک بخش، خروجی بخش که به‌عنوان ورودی بخش دیگر بوده، افزایش یافته است. پس مدیران باید ورودی‌های متغیر بخش بعدی را کاهش دهند تا بخش دیگر نیز کارا شود. در این صورت، مدیران دارای یک شرکت کارای شبکه‌ای خواهند بود. در بحث بازده به مقیاس افزایشی، شرکت‌های نوشیدنی باید این مسئله را مدنظر قرار دهند، درصورتی‌که بخش تأمین‌کننده تا تولیدکننده، بُعد مسافت زیادی داشته باشد، نیاز به حمل‌ونقل طولانی‌مدت خواهد داشت و این مسئله، سبب افزایش تولید بیش از حد گاز کربن‌دی‌اکسید می‌شود که یک گاز سمی و خطرناک است. پس مدیران این گونه شرکت‌ها از این نظر، باید دو بخش تأمین‌کننده و تولیدکننده را نزدیک به یکدیگر قرار دهند تا در این گونه بخش‌ها، بازده به مقیاس کاهشی شده، سبب نابودی محیط‌زیست نگردد.

فرض حاکم بر تحلیل پوششی داده‌ها آن است که داده‌های ورودی و خروجی به‌طور قطعی مشخص شده باشد؛ اما در بسیاری از موارد کاربردی با داده‌هایی روبه‌رو می‌شویم که نادقیق و مبهم‌اند یا دانش ما دربارهٔ فرایند تولید آن‌ها دقیق نیست. همین مسئله باعث ترکیب مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها با نظریه مجموعه‌های فازی شده است. بنابراین، در مطالعات آینده از آنجایی که ممکن است با داده‌های نادقیق روبه‌رو شویم، می‌توانیم از ترکیب مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها و نظریه مجموعه‌های فازی برای اندازه‌گیری کارایی هزینه و بازده به مقیاس آن به‌صورت شبکه‌ای استفاده کنیم. درنظرگرفتن مدل به‌صورت دوجریانه یا افزایش تعداد مراحل، همچنین درنظرگرفتن ورودی شبه‌ثابت برای اولین مرحله می‌تواند به‌عنوان مطالعات آتی در این مسئله مورد بررسی قرار گیرد. برای بررسی کارایی هزینه و بازده به مقیاس در مسائل برنامه‌ریزی مالی و تصمیم‌سازی‌های مدیریت می‌توان در تحقیقات آینده مدل‌هایی توسط برنامه‌ریزی چندهدفه کسری خطی مدل‌سازی کرد. حل تمام این مسائل با الگوریتم‌های فراابتکاری، نظیر الگوریتم ژنتیک می‌تواند به‌عنوان جنبه دیگری از تحقیقات آتی این مسائل باشد.

ضمائم

فرض کنید $\overline{\lambda}_{1,i} = \overline{\lambda}_{2,i} = 1$ و $\overline{\lambda}_{1,j} = \overline{\lambda}_{2,j} = 0$ برای تمام $j \neq i$ پس $(x_{1.i}, x_{2,i}, k_{1,i}, \overline{\lambda}_1, \overline{\lambda}_{2,})$ یک جواب شدنی (۷) است. جواب شدنی در شرایط زیر صدق می‌کند:

$$X_1\overline{\lambda}_1 - x_{1.i} = x_{1.i} - x_{1.i} = 0,$$
$$X_2\overline{\lambda}_2 - x_{2.i} = x_{2.i} - x_{2.i} = 0,$$
$$k_1 - K_1\overline{\lambda}_2 = k_{1,i} - k_{1,i} = 0,$$
$$K_1\overline{\lambda}_2 - k_1 = k_{1,i} - k_{1,i} = 0,$$
$$Y_1\overline{\lambda}_1 - y_{1,i} = y_{1,i} - y_{1,i} = 0,$$
$$Y_2\overline{\lambda}_2 - y_{2,i} = y_{2,i} - y_{2,i} = 0,$$
$$e^{\tau}\overline{\lambda}_1 = 1,$$
$$e^{\tau}\overline{\lambda}_2 = 1,$$
$$\overline{\lambda}_1, \overline{\lambda}_1 \geq 0, x_{1.i}, x_{2.i} \geq 0, k_{1,i} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m;$$

فرض کنید

$$\overline{\theta}_{1,j} = \begin{cases} -v_{2,i,j}, & if\ v_{2,i,j} \\ 0 & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

$$\overline{\theta}_1^{\tau} K_{1,i} = [\omega_{1,1}, \dots, \omega_{1,N}]$$

$$, \overline{\sigma}_1 = -max\{\omega_{1,1}, \dots, \omega_{1,N}\}$$

$$\overline{\sigma}_2 = -max\{\omega_{2,1}, \dots, \omega_{2,N}\}$$

$$\overline{\alpha}_1 = \overline{\alpha}_2 = 0; \overline{\beta}_1 = 0; \overline{\mu}_1 = \overline{\mu}_2 = 0;$$

پس (۱۴) جواب شدنی $\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, \overline{\beta}_1, \overline{\theta}_1, \overline{\mu}_1, \overline{\mu}_2$ دارد. به این معنا که داریم:

$$\overline{\alpha}_1 - c_{1,i} = -c_{1,i} \le 0;$$
$$\overline{\alpha}_2 - c_{2,i} = -c_{2,i} \le 0;$$
$$\overline{\beta}_1 - \overline{\theta}_1 - v_{2,i,} = -\overline{\theta}_1 - v_{2,i,} \le 0;$$
$$-\overline{\alpha}_1^{\tau} X_1 + \overline{\theta}_1^{\tau} K_1 + \overline{\mu}_1^{\tau} Y_1 + e^{\tau}\overline{\sigma}_1 = \overline{\theta}_1^{\tau} K_1 + e^{\tau}\overline{\sigma}_1 \le 0;$$

$$-\overline{\alpha}_2^{\tau} X_2 - \overline{\beta}_1^{\tau} K_1 + \overline{\mu}_2^{\tau} Y_2 + e^{\tau}\overline{\sigma}_2 = e^{\tau}\overline{\sigma}_1 = 0;$$
$$\overline{\alpha}_1 = \overline{\alpha}_2 = 0; \overline{\beta}_1 = 0; \overline{\mu}_1 = \overline{\mu}_2 = 0;$$
$$\overline{\theta}_1 \ge 0;$$

به‌واسطه قضیه دوگانگی یک جواب بهینه در (۷) و (۱۴) وجود دارد.

مراجع

[1] M. Farell, "The measurement of productive efficiency", Journal of the Royal Statistical Society, 120(3), pp. 253-281.

[2] A. Charnes, W.W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the efficiency of decision making units", European Journal of Operational Research, 2 (6), 1978, pp. 422-444.

[3] R. Fare and S. Grosskopf, Cost and Revenue Constrained Production, Springer_Verlag, New York, 1994.

[4] A. Charnes, W.W. Cooper, A.Y. Lewin, R.C. Morey and J. Rousseau, "Sensitivity and stability analysis in DEA", Annals of Operations Research, 2, 1985, pp. 139-156.

[5] S. Huang, C. Yang and X. Zhang, "Pricing and production decisions in dual-channel supply chains with demand disruptions", Computers & Industrial Engineering, Vol. 62, 2012, pp. 70-83.

[6] C.H. Wu, C.W. Chen and C.C. Hsieh, "Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain with horizontal and vertical competition", International Journal of Production Economics, Vol. 135, 2012, pp. 265-274.

[7] M.M. SeyedEsfahani, M. Biazaran and M. Gharakhani, "A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer–retailer supply chains", European Journal of Operational Research, Vol. 211, 2011, pp. 263–273.

[8] I. Bose and R. Pal, "Do green supply chain management initiatives impact stock prices of firms?", Decision Support Systems, 52 (3), 2012, pp. 624–634.

[9] S.K. Srivastava, "Green supply-chain management: a state-of-the-art literature review", International Journal of Management Review 9 (1), 2007, pp. 53–80.

[10] M.l. Tseng, L. Divinagracia and R. Divinagracia, "Evaluating firm's sustainable production indicators in uncertainty", Computers & Industrial Engineering 57 (4), 2009, pp. 1393–1403.

[11] M.L. Tseng, "Using a hybrid MCDM model to evaluate firm environmental knowledge management in uncertainty", Applied Soft Computing, 11 (1), 2012, pp. 1340–1352.

[12] M.L. Tseng and A.S.F. Chiu, "Evaluating firm's green supply chain management in linguistic preferences", Journal of Cleaner Production, 40, 2013, pp. 22–31.

[13] S.H. Amin and G. Zhang, "A multi-objective facility location model for closed-loop supply chain under uncertain demand and return", Applied Mathematical Modeling, vol. 37, 2012, pp. 4165- 4176.

[14] M.S. Pishvaee and J. Razmi, "Environmental supply chain network design using multi-objective fuzzy mathematical programming", Applied Mathematical Modelling, vol. 36, 2012, pp. 3433-3446.

[15] Y. Wang, X. Zhu, T. Lu and A.S. Jeeva, "Eco-efficient based logistics network design in hybrid manufacturing/ remanufacturing system in low-carbon economy", Journal of Industrial Engineering and Management, vol. 6, 2013, pp. 200-214.

[16] F. Dehghanian and S. Mansour, "Designing sustainable recovery network of end-of-life products using genetic algorithm", Resources, Conservation and Recycling, vol. 53, 2009, pp. 559-570.

[17] M.S. Pishvaee, J. Razmi and S.A. Torabi, "Robust possibilistic programming for socially responsible supply chain network design: A new approach", Fuzzy Sets and Systems, vol. 206, 2012, pp. 1-20.

[۱۸] عطاءالله طالعی‌زاده و زاهده چراغی، «قیمت‌گذاری و بازاریابی در یک زنجیره تأمین دوسطحی تحت چهار رویکرد نظریه بازی‌ها»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، سال سیزدهم، شماره ۴۲، ۱۳۹۴، صفحه ۱۳۵-۱۴۹.

[۱۹] امیر تربتی، محمدعلی ارسنجانی و محسن فیروزشاهی، «تدوین نقشه استراتژی مدیریت زنجیره تأمین با ترکیب نمودار حلقه علی و کارت امتیازی متوازن»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، ۱۳ (۴۲)، ۱۳۹۴، صفحه ۱۵۱-۱۶۵.

[۲۰] محسن شفیعی نیک‌آبادی و سیدعلی عظیمی، «پیش‌بینی تقاضا در زنجیره تأمین با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین (مورد مطالعه: زنجیره تأمین شرکت ایران خودرو)»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، ۱۳ (۴۱)، ۱۳۹۴، صفحه ۱۲۷-۱۳۶.

[21] ZH. Wei, H. Ke, F. Xu and ZH. Yongjie, "Market maker competition and price efficiency: Evidence from China", Economic Modelling, 2017, pp. 1- 11.

[22] L. Soonhee, "Does short sale restriction lower price efficiency when substitutes exist? Evidence from the Korean market", Economics Letters, 158, 2017, pp. 77–79.

[23] J. Nemoto and M. Goto, "Dynamic data envelopment analysis: modeling intertemporal behavior of a firm in the presence of productive inefficiencies", Economics Letters, 64, 1999, pp. 51–56.

[24] J.K. Sengupta, Dynamics of Data Envelopment Analysis, Theory of Systems Efficiency, Kluwer Academic Publishiers, Dordrecht, Netherlands, 1995.

[۲۵] حامد فلاح، حمیدرضا اسکندری، سیدحسام‌الدین ذگردی و سیدکمال چهارسوقی، «ارائه مدل دوسطحی طراحی شبکه زنجیره تأمین حلقه بسته در شرایط عدم‌قطعیت و رقابت بین‌زنجیره‌ای: حل با رویکرد تجزیه بندرز»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، ۱۵ (۴۹)، ۱۳۹۶، صفحه ۲۱۵-۲۰۱.

[26] Q. Zhang and Z. Yang, "Returns to scale of two-stage production process", Computers & Industrial Engineering, 90, 2015, pp. 259–268.

[27] T. Sueyoshi, "DEA duality on returns to scale RTS in production and cost analyses: An occurrence of multiple solutions and differences between production-based and cost-based (RTS) estimates", Management Science, 45, 1999, pp. 1593–1608.

[28] T. Sueyoshi and K. Sekitani, "Returns to scale in dynamic DEA European", Journal of Operational Research ,161 ,2005, pp. 536–544.

[29] W.W. Cooper, L.M. Seiford and K. Tone, Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software, Boston: Kluwer Academic Publishers, 2007.