فصلنامه مدلسازی اقتصادسنجی سال سوم، شماره دوم (پیاپی ۹)، بهار ۱۳۹۷ (صفحات ۲۳ تا ۴۷)

نسبت بهینه پوشش ریسک آتی‌های سکه بهار آزادی: کاربردی از مدل‌های تغییر رژیم مارکوف[1]

مژگان ملکی
کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب
mozhgan.maleki86@yahoo.com

میثم رافعی (نویسنده مسئول)
استادیار گروه اقتصاد امور عمومی، دانشکده اقتصاد، دانشگاه خوارزمی
m.rafei@khu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۳/۰۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۰۱

چکیده:
با توجه به اهمیت پوشش ریسک نوسانات بازار سکه طلا، هدف این مقاله تخمین نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حداقل کننده واریانس قرارداد آتی‌های سکه بهار آزادی طی دوره زمانی ۱۳۹۲/۰۹/۲۶ تا ۱۳۹۶/۰۳/۱۱ با مدل مارکوف سوئیچینگ و مقایسه عملکرد پوشش ریسک محاسبه شده توسط آن با دیگر مدل‌های رایج در این زمینه است. برای این منظور کارایی نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویای مدل مارکوف سوئیچینگ و نسبت بهینه پوشش ریسک ایستای مدل حداقل مربعات معمولی و پوشش ریسک ساده، در دو دوره‌ی درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. نتایج حاکی از آن است که در دوره درون‌نمونه‌ای نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل‌های مارکوف سوئیچینگ بهترین عملکرد را از لحاظ کاهش واریانس و افزایش میزان مطلوبیت داشته‌است. در دوره برون‌نمونه‌ای نیز نتایج نشان دادند که برتری مدل مارکوف سوئیچینگ در مقابل پوشش ریسک ساده بستگی به دوره زمانی مورد بررسی و افق دید سرمایه‌گذار دارد.

طبقه بندی JEL G13، G32، C13، C32

واژه‌های کلیدی: نسبت بهینه پوشش ریسک، حداقل واریانس، آتی‌های سکه بهار آزادی، مارکوف سوئیچینگ، کارایی پوشش ریسک

---

[1]. این مقاله برگرفته از پایان نامه کارشناسی ارشد می‌باشد.

۱. مقدمه

سرمایه‌گذاران و فعالان اقتصادی همواره با ریسک‌های مختلف ناشی از نوسانات قیمت‌ها روبرو بوده‌اند که می‌توانند با ایجاد آثار مخرب در بازارهای مورد نظر، زیان‌هایی را برای فعالان این حوزه ایجاد کنند. بنابراین بررسی ریسک ناشی از نوسانات و چگونگی مدیریت و کاهش آن، همواره مورد توجه صاحب نظران و سرمایه‌گذاران است.

در میان ابزارهای مشتقه کالایی، قرارداد آتی‌ها[1] به عنوان ساده‌ترین ابزار پوشش ریسک مورد توجه قرار گرفته‌است. طبق یک تعریف مشخص، قرارداد آتی‌ها توافق نامه‌ای بین طرفین معامله است که در آن هریک از دو طرف متعهد می شوند مقدار مشخصی از دارایی را با قیمت مشخص و در سررسید تعیین شده با یکدیگر خرید و فروش نمایند.

به منظور اتخاذ استراتژی پوشش ریسک مناسب، تعیین نسبت بهینه پوشش ریسک از اهمیت شایان توجهی برخوردار است. مفهوم اصلی پوشش ریسک، ترکیب سرمایه‌گذاری‌ها در بازار نقدی[2] و بازار آتی‌ها به منظور تشکیل پورتفویی[3] است که نوسانات ارزش آن سرمایه‌گذاری را کاهش می‌دهد (اسکندری، انواری رستمی و حسین زاده کاشان، ۱۳۹۴: ۲۴). بدیهی است که بهره‌گیری از این نسبت، از اتخاذ قرارداد آتی‌ها به میزانی بیشتر و یا کمتر از میزان لازم برای پوشش ریسک جلوگیری می‌کند.

بنابراین، به منظور ممانعت از هزینه‌ها و زیان‌های ناشی از اتخاذ میزان نامناسب موضع آتی‌ها جهت پوشش ریسک نوسانات، یکی از مهمترین موضوعاتی که مطرح می‌شود این است که چه تعداد قرارداد آتی‌ها برای پوشش ریسک موضع نقدی، کفایت می‌کند. تعداد بهینه قرارداد آتی‌ها از طریق محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک تعیین می‌شود (علیمرادی، ۱۳۹۲، ۱۱۰).

در سال ۱۳۸۷ برای نخستین بار در ایران قرارداد آتی‌ها بر روی سکه بهار آزادی در بورس کالای ایران راه‌اندازی شد. از طرفی، به دلیل سرمایه‌ای بودن سکه طلا و نوسانات ایجاد شده در قیمت این دارایی‌ها و نیز ارتباط قیمت سکه با چندین مؤلفه متغیر از قبیل قیمت جهانی طلا، نرخ ارز، بازدهی بازارهای رقیب و ... این کالا با نوسانات قابل توجهی همراه بوده‌است. از این رو وجود عوامل ذکر شده در بالا سرمایه‌گذاران را ملزم به بررسی و اتخاذ

---

[1]. Futures Contract

[2]. نقدی در اینجا ترجمه Spot می‌باشد. شایان ذکر است که اصطلاح Cash نیز در زبان انگلیسی به همین صورت ترجمه می‌شود. منظور از Spot در این مقاله نحوه پرداخت می‌باشد.

[3]. Portfolio

استراتژی‌های پوشش ریسک ناشی از نوسانات قیمت در این بازار می‌کند (بهرامی و میرزاپور باباجان، ۱۳۹۱: ۱۷۸).

مرسوم است که در مطالعات داخلی جهت محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک از روش‌های ایستایی چون حداقل مربعات معمولی[1] و از روش‌های پویای خطی چون انواع مختلف مدل‌های آرچ[2] و گارچ[3] استفاده شود. از آن جا که در تخمین نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از روش‌های ذکر شده تغییرات شرایط بازار لحاظ نمی‌شود، در این تحقیق قصد داریم در کنار تخمین نسبت‌های پوشش ریسک ثابت با روش مدل حداقل مربعات معمولی، از مدل مارکوف سوئیچینگ[4] که ضرایب و نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از آن‌ها متغیر با زمان بوده و با توجه به وضعیت بازار تغییر می‌کنند، استفاده شود. به عبارت دیگر در این تحقیق برآنیم که جهت مدلسازی و سنجش پوشش ریسک آتی‌های سکه بهار آزادی ایران از مدل‌های مارکوف‌سوئیچینگ بهره‌مند شویم. در انتها نیز، عملکرد پوشش ریسک نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویا با نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از روش‌های ایستا با توجه به چند معیار که در بخش‌های بعدی معرفی می‌شوند، مقایسه می‌شود.

۲. ادبیات نظری و پیشینه پژوهش

به طور کلی هدف از پوشش ریسک یک دارایی، کنترل یا کاهش ریسک نوسانات ناشی از تغییرات قیمت در بازار مورد نظر است. برای این منظور لازم است تا پورتفویی شامل دارایی‌های نقدی و آتی‌ها جهت کنترل نوسانات و پوشش ریسک پورتفوی هدف تشکیل شود. تعداد قرارداد آتی‌هایی که جهت پوشش ریسک نوسانات پورتفوی پوشش داده شده در کنار دارایی‌های نقدی قرار می‌گیرند را نسبت بهینه پوشش ریسک مشخص می‌کند. این نسبت می‌تواند در هنگام تغییرات قیمت نقدی دارایی پایه، معامله گران را از تعداد کافی قرارداد آتی‌های مورد نیاز برای حمایت از سرمایه‌ی خود آگاه کند.

به منظور حذف یا کاهش ریسک پورتفوی هدف لازم است تا به میزان نسبت بهینه پوشش ریسک، قراداد آتی‌ها به لحاظ خرید و یا فروش در جهت معکوس موقعیت نقدی اتخاذ شود.

[1]. Ordinary Least Square (OLS)
[2]. ARCH
[3]. GARCH
[4]. Markov Switching

از دیدگاه برخی سرمایه‌گذاران یک استراتژی مناسب جهت پوشش ریسک نوسانات، پوشش ریسک ساده می‌باشد که در آن موقعیت آتی‌ها در خلاف جهت موقعیت نقدی و دقیقاً به همان میزان دارایی پایه اتخاذ می‌شود. این در حالی است که با ترکیب قرارداد آتی‌ها در سبد دارایی، به میزان نسبت بهینه پوشش ریسک برآورد شده با روش‌های متفاوت، می‌توان زیان‌های متحمل شده را کاهش داده و به نتیجه دلخواه در جهت پوشش ریسک سبد دارایی رسید.

نسبت بهینه پوشش ریسک اولین بار توسط جانسون[۱] و درسال ۱۹۶۰ به صورت تئوری معرفی شد. پس از او، ادرینگتون[۲] در سال ۱۹۷۹ برای نخستین بار نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل کننده واریانس[۳] را به صورت ایستا برآورد کرد. محققان بسیاری از جمله فیگلیوسکی[۴] (۱۹۸۴)، مایرز و تامپسون[۵] (۱۹۸۹) و مایرز[۶] (۱۹۹۱) تا چندین سال به تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس با مدل حداقل مربعات معمولی و برای بازارهای مختلفی پرداختند که این رویکرد، روشی رایج برای تخمین این نسبت به حساب می‌آمد. این نسبت با تقسیم کوواریانس غیر شرطی تغییرات قیمت نقدی و آتی‌ها بر واریانس غیرشرطی تغییرات قیمت آتی‌ها به دست می‌آید. اما با پیشرفت‌های گسترده در اقتصادسنجی، بسیاری از محققان و متخصصان این حوزه بیان کردند که روش رگرسیون سنتی برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک کارا نبوده و برای برآورد این نسبت باید از روش‌های دیگری استفاده شود. هربست، کر و مارشال[۷] (۱۹۸۹) در مطالعات خود دریافتند که در تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل کننده واریانس به روش حداقل مربعات معمولی، همبستگی سریالی در پسماندها وجود داشته و نتایج بدست آمده تورش دار هستند. آن‌ها در مطالعه دیگر خود (۱۹۹۳) با ذکر ضعف‌های مدل حداقل مربعات معمولی، از مدل خود توضیح برداری[۸] برای محاسبه‌ی نسبت بهینه پوشش ریسک استفاده کردند (ابراهیمی و قنبری، ۱۳۸۸: ۱۷۶).

پس از چندی پژوهشگران دریافتند که با توجه به تغییر قیمت‌ها در طول زمان، بهتر است که این نسبت به صورت متغیر با زمان تخمین زده شود. بنابراین آن‌ها برای محاسبه

[1]. Johnson
[2]. Ederington
[3]. Minimum Variance
[4]. Figlewski
[5]. Myers & Thompson
[6]. Myers
[7]. Herbst, Kare & Marshall
[8]. VAR

نسبت بهینه پوشش ریسک، از تقسیم کوواریانس شرطی تغییرات قیمت نقدی و آتی‌ها بر واریانس شرطی تغییرات قیمت آتی‌ها استفاده کردند. بدیهی است که این نسبت، ثابت نبوده و در طول زمان تغییر می‌کند.

بیلی و مایرز[۱] (۱۹۹۱) نسبت بهینه پوشش ریسک را برای آتی‌های قهوه، ذرت، نخ، طلا و دانه‌های سویا در ایالات متحده برآورد کردند. اهمیت کار آن‌ها از این جهت است که از مدل گارچ دومتغیره[۲] برای تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک استفاده کرده و برخلاف روش‌های رایج ایستای آن زمان، این نسبت را متغیر با زمان در نظر گرفتند. اگرچه این مدل‌ها پویا بودند اما بزرگترین ایراد آن‌ها تبیین یک شکل ساده خطی بود. تا امروزه محققان زیادی با این مدل‌ها کار کرده‌اند؛ از جمله کرونر و سولتان[۳] (۱۹۹۳)، پارک و سوئیتزر[۴] (۱۹۹۵) و کاووسانوس و نومیکوس[۵] (۲۰۰۰) نسبت بهینه پوشش ریسک را با مدل‌های گارچ چند متغیره[۶] به صورت پویا تخمین زدند. در واقع آن‌ها به جای یک عدد ثابت، یک سری زمانی از نسبت‌های بهینه پوشش ریسک را ارائه کردند.

بونگا بونگا و یوموتک[۷] (۲۰۱۶) نیز نسبت بهینه پوشش ریسک را توسط چهار روش مختلف محاسبه کرده و سپس عملکرد آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کردند. نتایج نشان دادند که مدل‌های اصلاح خطای برداری[۸] و مدل گارچ، عملکرد بهتری دارند. اما این مدل‌ها پویای خطی بوده و نسبت بهینه پوشش ریسک را در شرایط مختلف بازار (رژیم های مختلف) تخمین نمی‌زنند.

سارنو و ولنتو[۹] (۲۰۰۰) به معرفی ابعاد مدل‌های مارکوف سوئیچینگ ارائه شده توسط همیلتون[۱۰] (۱۹۸۹) پرداختند. آن‌ها در مطاالعه خود رابطه بین تغییرات قیمت دارایی‌های نقدی و آتی‌ها را وابسته به شرایط بازار در نظر گرفته و در انتها دریافتند که این مدل‌ها عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های خطی دارند. محققان دیگری در این زمینه به مطالعه پرداختند و عملکرد مدل‌های غیرخطی را با مدل‌های ایستا و پویای خطی مقایسه کردند.

---

1. Bailie & Myres
2. Bivariate GARCH
3. Kroner & Sultan
4. Park & Switzer
5. Kavussanos & Nomikos
6. Multivariate GARCH
7. Bonga-Bonga & Umoetok
8. VECM
9. Sarno & Valente
10. Hamilton

از جمله، علیزاده و نومیکس[1] (۲۰۰۳) و به طور مشابه، علیزاده، نومیکوس و پولیاسیس[2] (۲۰۰۸) به محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک پویا با انواع متفاوتی از مدل های مارکوف سوئیچینگ پرداخته و عملکرد پوشش ریسک آن‌ها را با عملکرد پوشش ریسک برخی مدل‌های اقتصادسنجی مقایسه کردند. نتایج نشان داد که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل مارکوف سوئیچینگ بهترین عملکرد را داشته است.

فیلیپ و شی[3] (۲۰۱۶) نسبت های بهینه پوشش ریسک را با روش‌های حداقل مربعات معمولی، اصلاح خطای برداری، گارچ چند متغیره و انواع مختلفی از مدل مارکوف سوئیچینگ محاسبه کرده و به این نتیجه رسیدند که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل‌های مارکوف سوئیچینگ، عملکرد پوشش ریسک بهتری دارد.

قدوسی و امامزاده فرد[4] (۲۰۱۷) عملکرد پوشش ریسک قرارداد آتی‌های بازار گاز طبیعی ایالات متحده را بررسی کردند. آن‌ها برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک از مدل‌های حداقل مربعات معمولی، اصلاح خطای برداری و گارچ بهره برده و نشان دادند که مدل حداقل مربعات معمولی، عملکرد پوشش ریسک بهتری نسبت به مدل‌های دیگر دارد. سپس اثر سررسید قرارداد آتی‌ها را بر عملکرد پوشش ریسک و نسبت بهینه آن مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان دادند که قراردادهای با سررسید دورتر، پوشش ریسک کاراتری دارند.

احمد، سادورسکی و شارما[5] (۲۰۱۸) چگونگی پوشش ریسک سرمایه‌گذاری در سهام‌های انرژی توسط قیمت‌های نفت خام، اوراق قرضه ایالات متحده، طلا، کربن، VIX و OVX را بررسی کردند. آن‌ها انواع مدل‌های گارچ را برای تخمین نسبت‌های بهینه پوشش ریسک متغیر با زمان به کار گرفته و نشان دادند که VIX، نفت خام و OVX به ترتیب بهترین دارایی‌ها برای پوشش ریسک سهام‌های انرژی هستند.

در ایران تاکنون مطالعه‌ای در زمینه سنجش پوشش ریسک با مدل‌های مارکوف سوئیچینگ انجام نشده‌است. یکی از مقالات موجود در زمینه پوشش ریسک مستقیم، مقاله بهرامی و میرزاپور باباجان (۱۳۹۱) است که به محاسبه‌ی نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل کننده واریانس با مدل‌های مختلف اقتصادسنجی پرداخته و به این نتیجه

[1]. Alizadeh & Nomikos
[2]. Alizadeh, Nomikos & Pouliasis
[3]. Philip & Shi
[4]. Ghoddusi & Emamzadehfard
[5]. Ahmad, Sadorsky & Sharma

دست یافتند که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویا در مقایسه با نسبت‌های ایستا لزوماً توانایی بیشتری در کاهش ریسک ندارند.

یکی دیگر از مقالات موجود در این زمینه، مطالعه مربوط به علیمرادی (۱۳۹۲) است که نسبت بهینه پوشش ریسک را با روش‌های مختلف محاسبه کرده و سپس میزان اثربخشی آن‌ها را مورد مقایسه قرار دادند. در انتها نتیجه شد که نسبت به دست آمده از روش گارچ چند متغیره نسبت به سایر روش‌ها از اثربخشی بالاتری برخوردار است.

۳. روش‌شناسی پژوهش

پورتفویی از دارایی‌ها که در آن سرمایه‌گذار هر دو موقعیت نقدی و آتی‌ها را اتخاذ کند، به عنوان پورتفوی پوشش داده شده[1] به حساب می‌آید که از این پس به آن پورتفوی دارایی گفته می‌شود. برای تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک از دو روش ایستا و پویا استفاده می‌شود. رایج‌ترین مدل قابل استفاده در تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک ایستا، مدل حداقل مربعات معمولی است که با استفاده از آن، نسبت بهینه پوشش ریسک در طول زمان ثابت در نظر گرفته می‌شود.

از ساده‌ترین تکنیک‌ها برای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک حداقل واریانس، برازش قیمت نقدی روی قیمت آتی‌ها می‌باشد. این روش به طور گسترده‌ای در تحقیقات استفاده شده‌است. در این روش، برآورد پارامترهای مدل رگرسیونی با حداقل‌سازی مجموع مجذور باقیمانده‌های مدل محاسبه می‌شوند که در ادامه به نمایش درآمده است.

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \qquad t = 1 \dots n \qquad \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} \hat{\beta} = \dfrac{COV(x_t.y_t)}{var(x_t)} \\ \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \end{cases} \tag{۱}$$

Y_t و X_t به ترتیب تغییرات قیمت نقدی و آتی‌ها را نشان می‌دهد. α جمله ثابت و β ضریب زاویه و همان OHR[2] است. زیرا از نظر آماری می‌توان ثابت کرد که ضریب زاویه رگرسیون دو متغیره برابر نسبت کوواریانس آن دو متغیر به واریانس متغیر مستقل است[3].

با استفاده از مدل‌های پویای خطی و غیرخطی، نسبت بهینه پوشش ریسک در طول زمان متغیر به دست می‌آید. از انواع خطی این مدل‌ها می توان به انواع مدل‌های آرچ و گارچ

---

[1]. Hedged Portfolio

[2]. Optimal Hedge Ratio

[3]. برای اثبات فرمول، به مقاله سجاد و طروسیان (۱۳۹۳) مراجعه کنید.

چند متغیره و حالات متعدد آن‌ها اشاره کرد که در آن‌ها به جای ارائه یک مقدار ثابت از نسبت بهینه پوشش ریسک، این نسبت در زمان‌های مختلف، متفاوت به دست می‌آید.

در روش‌های پویای غیرخطی نسبت بهینه پوشش ریسک با توجه به وضعیت‌های مختلف بازار تغییر خواهد کرد. در مدل‌های مارکوف سوئیچینگ به عنوان یک مدل پویای غیرخطی هر یک از شرایط متفاوت بازار به عنوان یک رژیم در نظر گرفته می‌شود که این مدل‌ها برای توضیح داده‌هایی که الگوهای رفتاری گوناگونی را در بازه‌های مختلف زمانی نشان می‌دهند، مناسب هستند.

در مدل‌های مارکوف سوئیچینگ، برخی یا همه پارامترهای مدل در رژیم های مختلف مطابق با یک فرآیند مارکوف به طور تصادفی، چرخش می‌یابند. این فرآیند مارکوف به وسیله متغیر وضعیت[۱] هدایت می‌شود که مقادیر صحیح را به خود می‌گیرد و احتمال اینکه مقدار خاصی را به خود بگیرد فقط به مقدار دوره قبل از خودش بستگی دارد. فرض می‌شود این متغیر از یک زنجیره مارکوف مرتبه اول با احتمالات انتقال[۲] زیر پیروی کند:

$$pr\ (S_t = j|S_{t-1} = i) = p_{ij} \qquad (۲)$$

که در آن P_{ij}، احتمال انتقال از وضعیت i در زمان t-1 به وضعیت j در زمان t می‌باشد که ماتریس احتمالات انتقال فرآیند مارکوف سوئیچینگ به صورت زیر می‌باشد.

$$\mathrm{p} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & 1-q \\ 1-p & q \end{bmatrix}$$

فرم کلی مدل مارکوف سوئیچینگ گارچ[۳] به صورت زیر می‌باشد:

$$r_t|\Omega_{t-1} \sim \begin{cases} f\left(\theta_t^{(1)}\right) & p_{1.t} \\ f\left(\theta_t^{(2)}\right) & (1 - \ p_{1.t}) \end{cases}$$

که r_t بازدهی سهام و $f(.)$ یکی از توزیع‌های شرطی ممکن است که می‌توان فرض کرد دارای توزیع نرمال، t استیودنت[۴] یا GED است. $\theta_t^{(i)}$ بردار پارامترها در رژیم i ام است که توزیع را مشخص می‌کند که در اینجا دو رژیم فرض شده‌است.

عبارت $P_{1.t}$ $=\mathrm{P}[S_t = 1|\Omega_{t-1}]$ احتمال پیش‌بینی شده و Ω_{t-1} بیانگر مجموعه اطلاعات در زمان t-1 است.

بردار پارامترهای متغیر با زمان را می‌توان به سه جزء تجزیه کرد:

[1]. State (S_t)
[2]. transition probabilities
[3]. MS-GARCH
[4]. t-student

$$\theta_t^{(\mathrm{i})} = \left(\mu_t^{(i)} . h_t^{(i)} . v_t^{(i)}\right) \tag{۵}$$

که در آن $\mu_t^{(\mathrm{i})} \equiv E(r_t|\Omega_{t-1}.S_{t-1} = 1)$ میانگین شرطی، $h_t^{(i)} \equiv \mathrm{Var}(r_t|\ \Omega_{t-1})$ واریانس شـــرطی و $v_t^{(i)}$ پارامتر شـــکل توزیع شـــرطی اســـت. بنابراین، مدل مارکوف سوئیچینگ گارچ شامل چهار عنصر می‌شود. میانگین شرطی، واریانس شرطی، فرآیند رژیم و توزیع شـرطی. معادله میانگین شـرطی در اینجا به شـکل سـاده زیر مدلسـازی خواهد شد.

$$r_t^{(i)} = \mu^{(\mathrm{i})} + \varepsilon_t^{(i)} \tag{۶}$$

که در آن i=1,2 و $\varepsilon_t^{(i)} = \eta_t^{(i)}\sqrt{h_t^{(i)}}$ و η_t یک فرآیند با میانگین صفر و واریانس واحد است.

واریـانس شـرطی r_t بـا فـرض مسـیر رژیـم کامـل $\tilde{s} = (s_t.s_{t-1}.\dots)$ عبـارت اسـت از:

$$h_t^{(i)} = V[\varepsilon_t \mathrm{l}\ \tilde{s}_t . \Omega_{t-1}] \tag{۷}$$

برای واریانس شرطی با فرآیند GARCH(1,1) فرض می‌شود:

$$h_t^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)}\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1^{(i)}h_{t-1} \tag{۸}$$

کلاسن[1] (۲۰۰۲) برای اجتناب از اینکه واریانس شرطی یک تابع از تمام وضعیت‌های گذشته بشود، جمله ارائه شده در ادامه متن را برای واریانس شرطی معرفی کرد:

$$h_t^{(i)} = \ \alpha_1^{(i)} + \alpha_1^{(i)}\varepsilon_{t-1}^{(2)} + \beta_1^{(i)}E_{t-1}\left\{h_{t-1}^{(i)}\mathrm{l}s_t\right\} \tag{۹}$$

در ادبیات مارکوف سوئیچینگ یک عنصر ضروری برای برآورد ماکزیمم درستنمایی، احتمال پیش‌بینی $P_{1,t} = \mathrm{P}\ [S_t = 1|\Omega_{t-1}]$ است. احتمال قرار گرفتن در رژیم اول در زمان t با اطلاعات مفروض درزمان t-1 به صورت معادله شماره ۱۰ تصریح می‌شود.

$$p_{1,t} = pr[s_t = 1\mathrm{l}\zeta_{t-1}] = (1 - q)\left[\frac{f(r_{t-1}\mathrm{l}s_{t-1}=2)(1-p_{1.t-1})}{f(r_{t-1}\mathrm{l}s_{t-1}=1)p_{1.t-1}+f(r_{t-1}\mathrm{l}s_{t-1}=2)(1-p_{1.t-1})}\right] + p\left[\frac{f(r_{t-1}\mathrm{l}s_{t-1}=1)p_{1,t-1}}{f(r_{t-1}\mathrm{l}s_{t-1}=1)p_{1.t-1}+f(r_{t-1}\mathrm{l}s_{t-1}=2)(1-p_{1.t-1})}\right] \tag{۱۰}$$

که در آن p و q احتمالات انتقال و $f(.)$ تابع درستنمایی در رابطه ۴ است. بنابراین تابع لگاریتم درستنمایی را می‌توان به صورت زیر نوشت.

---

[1]. Klaassen

$$l = \sum_{t=1}^{T} \log[p_{1.t} f(r_t|S_t = 1) + (1 - p_{1.t}) f(r_t|S_t = 2)] \qquad (۱۱)$$

که $f(r_t|S_t = \mathrm{i})$ توزیع شرطی به شرط رخ‌دادن رژیم i در زمان t است (ابونوری، علمی و نادمی، ۲۰۱۶ :۲۶۶-۲۶۸).

داده‌های مورد استفاده در این مقاله، اطلاعات قیمتی مربوط به قیمت روزانه‌ی نقدی و آتی‌های سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالای ایران، از تاریخ ۱۳۹۲/۰۹/۲۶ تا ۱۳۹۶/۰۳/۱۱ می‌باشد. قیمت های نقدی از داده‌های اطلاعاتی صرافی رویال[1] اتخاذ شده و قیمت آتی‌های سکه بهار آزادی از آمار معاملاتی قرارداد آتی‌های سایت بورس کالای ایران[2] استخراج گردیده‌است. در معاملات آتی‌های سکه‌ی بورس کالای ایران، معاملات در نمادهای مختلف انجام می‌گیرد. با بررسی قیمت‌های هر نماد معاملاتی به دنبال نماد دیگر به دلیل اختلاف ذاتی قیمت ها در پایان هر سررسید شاهد یک شکستگی در قیمت ها می‌باشیم. برای جلوگیری از ایجاد این مشکل، میانگینی موزون از قیمت های نزدیک ترین نمادهای قابل معامله در بازار مورد استفاده قرار می‌گیرد که در این پژوهش تنها از دو نماد معاملاتی نزدیک استفاده شده است. وزن های داده شده بدین صورت است که در ابتدا که زمان تا سررسید برای نزدیک‌ترین نماد ۲ ماه می‌باشد و برای سررسید دورتر ۴ ماه، وزن سررسید نزدیک‌تر عددی بسیار نزدیک به یک می‌باشد و وزن نماد با سررسید دورتر عددی نزدیک به صفر. با هرچه نزدیک‌تر شدن به پایان سررسید نماد نزدیک‌تر، وزن آن کاهش یافته و وزن نماد با سررسید دورتر به یک نزدیک می‌شود. به گونه ای که در آخرین روز معاملاتی وزن نماد نزدیک‌تر صفر و وزن نماد با سررسید دورتر برابر یک می‌شود. این روند تا محاسبه‌ی قیمت برای آخرین روز معاملاتی مورد بررسی در این مطالعه، ادامه می‌یابد. از آنجا که در این تحقیق متغیرها به صورت بازدهی به کار گرفته می‌شوند، بنابراین با استفاده از فرمول زیر بازدهی متغیرها را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{it} = 100 \times \log\left(\frac{P_{it}}{P_{i(t-1)}}\right) \qquad i = \mathrm{Spot.Future} \qquad (۱۲)$$

برخی از خصوصیات مهم آماری لگاریتم قیمت و بازدهی متغیرهای تحقیق، به صورت جدولی حاوی این آماره‌ها آورده‌شده‌است.

[1]. www.sarafiroyal.com
[2]. www.ime.co.ir

جدول۱. توصیف آماری لگاریتم قیمت و بازده سری های زمانی نقدی و آتی‌های سکه بهار آزادی

آماره‌های توصیفی	لگاریتم سطح		بازده	
	نقدی	آتی‌ها	نقدی	آتی‌ها
میانگین	۱۶/۱۲۱۳۹	۱۶/۱۳۲۵۵	۰/۰۳۲۰۰۱	۰/۰۳۲۰۰۱
میانه	۱۶/۰۹۵۸۵	۱۶/۱۱۷۶۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
ماکزیمم	۱۶/۳۲۹۱۷	۱۶/۳۴۹۷۷	۴/۸۰۲۴۹۱	۴/۸۰۲۴۹۱
مینیمم	۱۵/۹۶۱۴۴	۱۵/۹۵۳۴۳	-۳/۷۸۷۰۳	-۳/۷۸۷۰۳
انحراف معیار	۰/۰۹۷۲۳۳	۰/۱۰۳۶۸۱	۰/۷۳۸۴۱۳	۰/۷۳۸۴۱۳
چولگی	۰/۶۵۰۵۳۹	۰/۵۳۴۶۱۶	۰/۲۲۹۳۱۳	۰/۲۲۹۳۱۳
کشیدگی	۲/۲۷۹۴۲۸	۲/۳۳۰۴۴۸	۷/۶۶۷۴۶۴	۷/۶۶۷۴۶۴
آماره جارک-برا[1]	۹۲/۲۶۰۱۱	۶۶/۳۸۱۲۱	۹۱۶/۴۸۱۴	۹۱۶/۴۸۱۴
احتمال معنی داری جارک برا	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
تعداد مشاهدات	۱۰۰۱	۱۰۰۱	۱۰۰۰	۱۰۰۰

منبع: یافته‌های پژوهش

باتوجه به مقدار محاسبه شده برای آماره جارک–برا و احتمال آن، فرضیه توزیع نرمال در تمام سطوح معنی‌داری رد می‌شود. نتایج آمار توصیفی هم‌راستا با بسیاری از حقایق آشکار شده پیرامون متغیرهای حوزه مالی می باشد که اولاً نرمال نبوده و ثانیاً چوله به راست می باشند (تی سی[2]، ۲۰۱۰: ۲۱).

در ادامه و در بخش یافته‌های پژوهش پس از انجام آزمون ریشه واحد برای بررسی مانایی متغیرهای تحقیق، به تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک ایستا و پویا می‌پردازیم. نسبت بهینه پوشش ریسک ایستا توسط مدل حداقل مربعات معمولی و نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویا درقالب سه سناریو از مدل مارکوف سوئیچینگ با فرض وجود دو رژیم تخمین زده می‌شوند. در انتهای تحقیق عملکرد نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویای حاصل از مدل مارکوف سوئیچینگ در مقابل نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از استراتژی‌های پوشش ریسک ایستا، با توجه به معیار واریانس و مطلوبیت سنجیده می‌شوند.

1. Jarque-Bera
2. TSAY

۴. یافته‌های پژوهش

در این بخش نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حداقل‌کننده واریانس با استفاده از استراتژی‌های مارکوف سوئیچینگ و حداقل مربعات معمولی تخمین زده می‌شوند. برای تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از مدل مارکوف سوئیچینگ و با فرض وجود دو رژیم[۱]، سه سناریو در نظر گرفته می‌شود. در سناریوی اول، عرض از مبدا و ضرایب مدل حداقل مربعات معمولی، به صورت رژیمی در نظر گرفته می‌شوند. در سناریوی دوم، عرض از مبدا و ضرایب و واریانس مدل حداقل مربعات معمولی وابسته به متغیر وضعیت در نظر گرفته می‌شود و در سناریوی سوم به تخمین مدل مارکوف سوئیچینگ گارچ پرداخته که در آن علاوه بر تخمین عرض از مبدا و ضرایب و واریانس مدل رگرسیونی، ضرایب مدل گارچ نیز وابسته به رژیم در نظر گرفته می‌شوند. در ادامه، هر سه سناریو به ترتیب با حروف اختصاری MRS1، MRS2 و MRS3 شناخته می‌شوند. قبل از تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از مدل حداقل مربعات معمولی و سناریوهای معرفی شده‌ی مدل مارکوف سوئیچینگ، ذکر این نکته ضروریست که هدف از این پژوهش معرفی بهترین روش برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک نمی‌باشد، چرا که در این صورت می‌بایست علاوه بر روش‌های مذکور، برای یافتن مناسب ترین رهیافت برآورد نسبت بهینه پوشش ریسک، روش‌های تخمین بسیاری را نیز مورد مطالعه و برآورد قرار داد. در این تحقیق صرفاً نسبت بهینه پوشش ریسک با روش‌های استاندارد مارکوف سوئیچینگ و حداقل مربعات معمولی برآورد شده و نشان داده می‌شود که تغییر مدل تحقیق، استفاده از نسبت‌های پویا به جای ایستا و وابسته بودن مدل‌های مارکوف سوئیچینگ به شرایط بازار (رژیم اول و دوم) تا چه اندازه می‌تواند برای فرد پوشش‌دهنده ریسک مفید بوده و بر کارایی پوشش ریسک[۲] تأثیر بگذارد.

نکته حائز اهمیت دیگر این ا ست که ن سبت‌های بهینه پو شش ری سک حا صل از مدل مارکوف ســـوئیچینگ متغیر با زمان بوده و به جای یک عدد ثابت، یک ســـری‌زمانی از ن سبت های بهینه پو شش ری سک را خواهیم‌دا شت. در حالی که ن سبت بهینه پو شش ریسک حاصل از مدل حداقل مربعات معمولی ثابت بوده و در طی زمان تغییر نمی‌کند.

---

[۱]. با تست فرضیه صفر دو رژیم در مقابل مدل سه رژیم و آماره تست در سطح معنی‌داری ده درصد، فرضیه سه رژیم رد می‌شود: به عبارت دیگر در این پژوهش به پیشنهاد ساراداکیس و اسپاگنالو (۲۰۰۳) و با استفاده از معیار AIC تعداد رژیم را دو در برابر سه انتخاب می‌کنیم.

[2]. Hedging Effectiveness

پیش از تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک، لازم است تا ریشه واحد بودن سری‌های زمانی متغیرها بررسی شوند. در جدول شماره ۲، نتایج آزمون‌های ریشه واحد ADF و PP برای قیمت‌های نقدی و آتی‌های سکه بهار آزادی و بازدهی‌های آن‌ها نمایش داده شده است.

جدول۲. مقادیر و احتمال آزمون‌های ADF و PP برای قیمت نقدی و آتی‌های سکه بهارآزادی

آزمون‌ها	متغیرها	آماره		احتمال	
		قیمت نقدی	قیمت آتی‌ها	قیمت نقدی	قیمت آتی‌ها
ADF	سطح	-۰/۸۷۳۹۱۳	-۱/۰۵۴۱۰۰	۰/۷۹۶۶	۰/۷۳۵۴
	تفاضل مرتبه اول	-۳۰/۲۸۴۸۹	-۳۰/۲۸۴۸۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
PP	سطح	۰/۸۲۳۰۷۳	۰/۸۹۳۶۷۳	۰/۸۱۱۷	۰/۷۹۰۵
	تفاضل مرتبه اول	-۳۰/۲۸۳۱۶	-۳۰/۲۸۳۱۶	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

منبع: یافته‌های پژوهش

با توجه به آزمون‌های ریشه واحد انجام شده در بررسی مانایی، لگاریتم قیمت‌های نقدی و آتی‌ها دارای ریشه واحد بوده و با یک بار تفاضل‌گیری مانا می‌شوند. بنابراین این دو متغیر به صورت دیفرانسیل مرتبه اول لگاریتم قیمت‌ها وارد معادلات می‌شوند.

معادله و نتایج تخمین نسبت بهینه پوشش ریسک قرارداد آتی‌های سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالای ایران با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی به شرح زیر می‌باشد.

$$\mathrm{DLS}_t = \mathrm{C} + A\ \mathrm{DLF}_t + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim N(0.\delta_t^2) \tag{۱۳}$$

جدول۳. تخمین ضرایب و نسبت پوشش ریسک مدل حداقل مربعات معمولی

پارامترها	تخمین ها
C	۰/۰۰۰۰۸۴۶۶۱۵ (۰/۰۰۰۱۵۲۲) [۰/۵۷۸۰]
A	۰/۶۵۰۲۹۳ (۰/۰۱۷۶۴) [۰/۰۰۰]

منبع: یافته‌های پژوهش

( ) و [ ] به ترتیب نشان دهنده‌ی انحراف معیار و مقدار احتمال می‌باشند.

A، همان نسبت بهینه پوشش ریسک ثابت متعلق به مدل حداقل مربعات معمولی است. معادله‌ی مربوط به سناریوی اول مدل مارکوف سوئیچینگ به صورت زیر است.

$$\mathrm{DL}S_t = C_{st} + A_{st}\mathrm{DLF}_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0.\delta_t^2) \tag{۱۴}$$

بدیهی است که منظور از DLS_t و DLF_t به ترتیب بازدهی قیمت نقدی و بازدهی قیمت آتی‌ها می‌باشد.

معادله‌ی مربوط به سناریوی دوم مدل مارکوف سوئیچینگ در ادامه آورده شده است.

$$\mathrm{DLS}_t = C_{st} + A_{st}\mathrm{DLF}_t + \varepsilon_{t.st} \quad \varepsilon_t \sim N\left(0.\delta_{S_t}^2\right) \tag{۱۵}$$

همان‌طور که پیشتر نیز گفته شد، در سناریوی دوم واریانس جملات خطا نیز به صورت رژیمی در نظر گرفته می شود. معادله‌ی معرفی شده در ادامه مربوط به سناریوی سوم تحقیق و مدل مارکوف سوئیچینگ گارچ می‌باشد.

$$\mathrm{DLS}_t = C_{st} + A_{st}\mathrm{DLF}_t + \varepsilon_{t.st} \qquad \varepsilon_t \sim N\left(0.\delta_{S_t}^2\right) \tag{۱۶}$$
$$\delta_t^2 = \alpha_0 + \alpha_{S_t}\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_{S_t}\delta_{t-1}^2$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در این سناریو، علاوه بر تخمین عرض از مبدا و ضرایب و واریانس معادله رگرسیونی، ضرایب مدل GARCH (واریانس شرطی) نیز تابعی از متغیر وضعیت بوده و به صورت احتمالی تخمین زده می‌شوند. نتایج تخمین نسبت پوشش ریسک قرارداد آتی‌های سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالا، با در نظر گرفتن دو رژیم اول و دوم برای هر سه سناریو، در جدول شماره ۴ ارائه شده‌است.

جدول ۴ . تخمین ضرایب و نسبت پوشش ریسک سناریوی اول، دوم و سوم

	سناریوی اول		سناریوی دوم		سناریوی سوم	
معادله میانگین	S_t=1	S_t=2	S_t=1	S_t=2	S_t=1	S_t=2
C_{S_t}	۰/۰۰۰۱۱۴۶۴۸ (۰/۰۰۰۵۳۵۴) [۰/۸۳۰]	۰/۰۰۰۱۲۹۸۳ (۰/۰۰۰۱۵۶۹) [۰/۴۰۸]	۰/۰۰۰۴۳۶۸۱۶ (۰/۰۰۰۴۸۹۵) [۰/۳۷۲]	۰/۰۰۰۳۵۳۳۹۷ (۰/۰۰۰۱۱۶۵) [۰/۷۶۲]	۰/۰۰۰۲۸۴۵۰۴ (۰/۰۰۰۵۰۹۳) [۰/۵۷۷]	۰/۰۰۰۰۴۲۷۱۱۴ (۰/۰۰۰۱۱۵۴) [۰/۷۱۱]
A_{S_t}	۰/۱۷۴۳۴ (۰/۰۵۰۱۶) [۰/۰۰۱]	۰/۷۸۶۰۴۵ (۰/۰۲۰۷۳) [۰/۰۰۰]	۰/۵۲۰۸۴۷ (۰/۰۳۶۶۵) [۰/۰۰۰]	۰/۸۶۱۴۹۵ (۰/۰۲۴۱۶) [۰/۰۰۰]	۰/۵۳۰۸۱۴ (۰/۰۴۱۹۷) [۰/۰۰۰]	۰/۸۶۷۴۶۷ (۰/۰۲۴۳۱) [۰/۰۰۰]
$\delta_{S_t}^2$	۰/۰۰۴۲۷۲۱۴ (۰/۰۰۴۲۷۲۱۴)		۰/۰۰۷۴۷۴۹۷ (۰/۰۰۰۴۲۴۸)	۰/۰۰۳۰۳۱۲۸ (۰/۰۰۰۱۱۶۶)	۰/۰۰۰۸۵۶۹۳۵ (۰/۰۰۱۰۶۱)	۰/۰۰۰۵۱۷۳۰۸ (۰/۰۰۰۱۵۸۰)
معادله واریانس					S_t=1	S_t=2
α_{S_t}					۰/۰۶۰۶۵۳۴ (۰/۰۴۳۹۷)	۰/۰۰۸۶۸۱۲۵ (۰/۰۰۳۵۸۹)
β_{S_t}					۰/۹۵۹۷۴۴ (۰/۰۴۷۴۶)	۰/۹۵۲۸۵۲ (۰/۰۲۱۰۸)
$P_{S_t,not\ s_t}$	۰/۳۲۱۵۷	۰/۰۵۴۳۶	۰/۰۹۸۹۰۳	۰/۰۳۲۷۷۰	۰/۹۵۹۷۴۴	۰/۰۰۸۶۸۱
Log-likelihood	۳۹۷۴/۴۰۲۵۳		۴۰۷۲/۴۴۰۵۵		۴۰۷۹/۸۲۱۵۸	

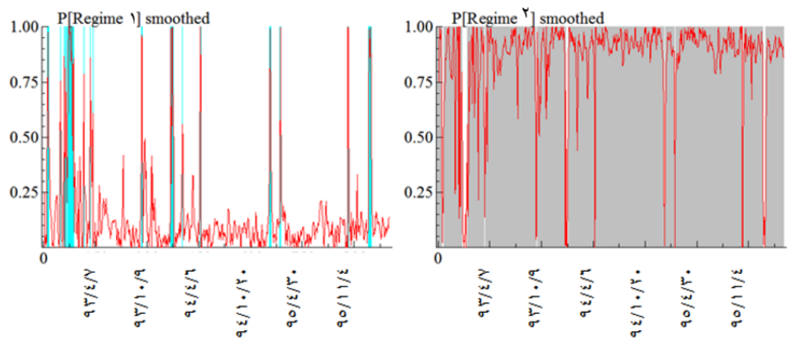
منبع: یافته‌های پژوهش

( ) و [ ] به ترتیب نشان دهنده‌ی انحراف معیار و مقدار احتمال می‌باشند.

تفاوت در میزان نسبت پوشش ریسک در هر رژیم گویای این مسأله است که لازم است سرمایه‌گذار با توجه به وضعیت بازار، به میزان نسبت پوشش ریسک در آن وضعیت، موقعیت
تعهدی آتی‌ها در برابر موقعیت نقدی خود به منظور مقابله با ریسک اتخاذ نماید.

از آن‌جا که در سناریوی اول، میزان عرض از مبدا در رژیم دوم نسبت به رژیم اول بیشتر است، در این سناریو رژیم اول به عنوان رژیم کم بازده و رژیم دوم به عنوان رژیم پر بازده در نظر گرفته می‌شود. در مدل‌های مارکوف سوئیچینگ، ماتریس احتمالات انتقال میزان ثبات رژیم‌ها و همچنین احتمال انتقال از هر رژیم به رژیم دیگر را نشان می‌دهد. در سناریوی اول، احتمال انتقال از رژیم اول به رژیم دوم (P_{12}) بیشتر از احتمال انتقال از رژیم دوم به رژیم اول (P_{21}) است، بنابراین رژیم کم بازده از ماندگاری کمتری نسبت به رژیم پر بازده برخوردار است. نمودارهای احتمالات گذار برای سناریوی اول از مدل‌های مارکوف سوئیچینگ در دو رژیم کم بازده و پر بازده در شکل زیر نمایان شده‌است. این نمودار، احتمالات قرارگیری در هر رژیم را نشان می‌دهد[1].

نمودار۱. نمودار احتمالات حالت گذار برای رژیم اول و دوم برای سناریوی اول



منبع: یافته‌های‌پژوهش

همان‌طور که به وضوح در شکل نمایان است، بیشتر روزهای دوره زمانی مورد بررسی، در رژیم پر بازده قرار گرفته‌است.

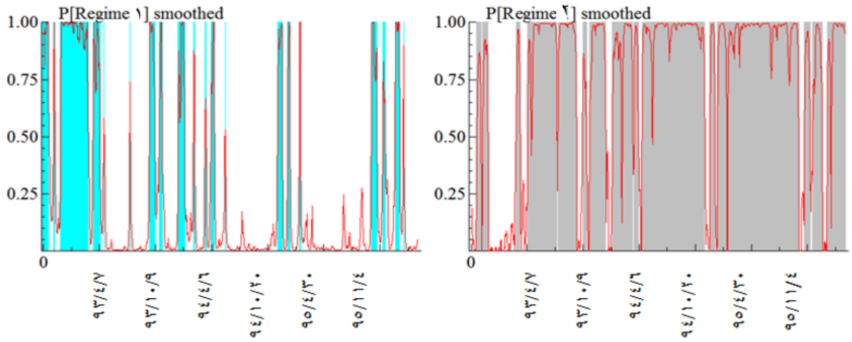
با توجه به تخمین‌های مربوط به سناریوی دوم و سوم در جدول ۴، میزان انحراف استاندارد (نوسانات) در رژیم اول بیشتر از میزان نوسانات در رژیم دوم است. بنابراین در این دو سناریو رژیم اول، رژیم پر نوسان و رژیم دوم، رژیم کم نوسان به شمار می‌رود. نکته‌ی

1. smooth probabilities

حائز اهمیت دیگر وجود رابطه معکوس بین میزان نوسانات و مقدار نسبت پوشش ریسک می‌باشد. این رابطه هم‌جهت با روابط موجود در فرمول محاسباتی نسبت پوشش ریسک حداقل واریانس است.

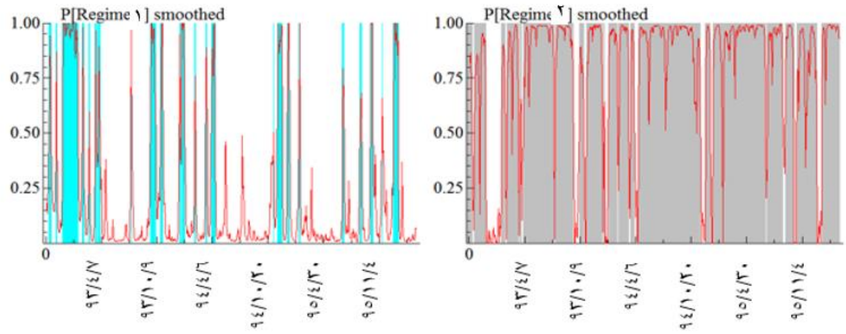
نمودارهای احتمالات گذار برای سناریوی دوم و سوم از مدل‌های مارکوف سوئیچینگ در دو رژیم کم نوسان و پر نوسان در شکل‌های صفحه بعد نمایان شده‌است.

نمودار ۲. نمودار احتمالات حالت گذار برای رژیم اول و دوم برای سناریوی دوم



منبع: یافته‌های پژوهش

نمودار ۳. نمودار احتمالات حالت گذار برای رژیم اول و دوم برای سناریوی سوم



منبع: یافته‌های پژوهش

همان‌طور که در شکل احتمالات گذار سناریوی دوم و سوم مشاهده می‌شود، در دوره زمانی مورد بررسی تحقیق، بازار اغلب در وضعیت کم نوسان قرار گرفته‌است. با توجه به احتمالات انتقال در هریک از این دو سناریو، به وضوح پیداست که رژیم دوم در مقایسه با رژیم اول از پایداری بیشتری برخوردار است. به بیان دیگر، احتمال ماندن در رژیم دوم نسبت به رژیم اول بیشتر است.

۴-۱. محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک

پس از استخراج نسبت پوشش ریسک برای رژیم اول و دوم، لازم است تا با بهره‌گیری از ماتریس احتمالات انتقال و معادلات معرفی شده در این قسمت، احتمالات گذار به رژیم اول و دوم را در هر روز از دوره‌ی زمانی تحقیق و برای هرکدام از سناریوهای معرفی شده در قسمت‌های قبل، به دست آورد. معادلات زیر، احتمال قرارگیری بازار در هریک از رژیم‌های اول و دوم را به دست می‌دهد.

$$\Pr(S_t = 1) = \pi_{1.t} = \frac{1-P_{22.t}}{2-P_{11.t}-P_{22.t}} \qquad (۱۷)$$

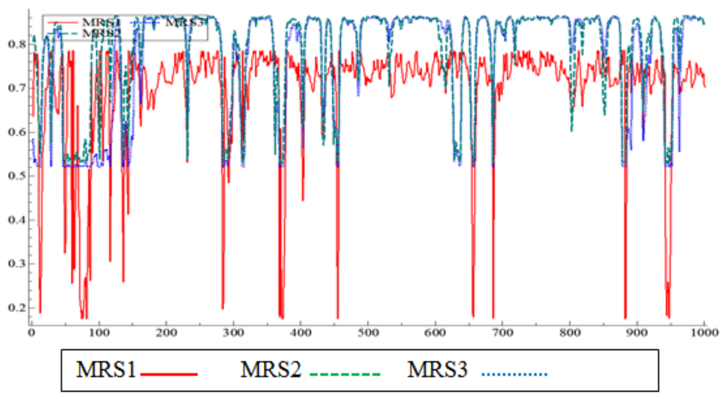
$$\Pr(S_t = 2) = \pi_{2.t} = \frac{1-P_{11.t}}{2-P_{11.t}-P_{22.t}}$$

نسبت بهینه پوشش ریسک در هر نقطه از زمان را می‌توان با میانگین وزنی از دو نسبت پوشش ریسک معرفی شده در بخش قبلی به عنوان حد بالا و پایین نسبت‌های بهینه پوشش ریسک، برای دو رژیم به دست آورد. به عبارتی این دو نسبت پوشش ریسک، توسط احتمالات گذار نسبت داده شده به آن‌ها وزن‌دهی خواهند شد. در این پژوهش، نسبت بهینه پوشش ریسک از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\gamma_t^* = \pi_{1.t}\gamma_{1.1} + (1-\pi_{1.t})\gamma_{1.2} \qquad (۱۸)$$

نسبت های بهینه پوشش ریسک حاصل از سناریوهای مدل مارکوف سوئیچینگ وابسته به رژیم و متغیر با زمان بوده و بستگی به احتمال قرارگیری بازار در هر کدام از رژیم‌ها دارد. شکل زیر نمودارهای نسبت های بهینه پوشش ریسک پویا را در سه سناریوی مدل مارکوف سوئیچینگ نمایش می‌دهد.

نمودار۴. نسبت‌های بهینه پوشش ریسک سه سناریوی مدل مارکوف سوئیچینگ



منبع: یافته‌های پژوهش

نمودارهای نسبت بهینه پوشش ریسک برای سه سناریوی معرفی شده‌ی مدل مارکوف سوئیچینگ، این نکته را نشان می دهند که نوسانات نسبت‌های بهینه مدل مارکوف سوئیچینگ مشابه نوسانات احتمالات هموار شده مربوط به آن‌ها می‌باشد؛ این رابطه را می‌توان این گونه تفسیر کرد که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک را بر مبنای احتمالات هموار شده به دست می‌آوریم.

این نکته نیز حائز اهمیت است که بین میزان نسبت‌های بهینه پوشش ریسک تخمین زده شده از هریک از این سناریوها تفاوت وجود دارد. نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل MRS1، بین مقادیر ۰/۱۷۴۳۴ و ۰/۷۸۶۰۴۵ نوسان می‌کند، در حالی که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل MRS2، بین مقادیر ۰/۵۲۰۸۴۷ و ۰/۸۶۰۵۱۱ و نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل MRS3، بین مقادیر ۰/۵۳۰۸۱۴ و ۰/۸۶۵۵۵۱ نوسان می‌کنند. بنابراین نسبت‌های بهینه پوشش ریسک تخمین زده شده توسط سناریوی MRS1 دارای تغییرپذیری بیشتری در مقایسه با نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از دو سناریوی دیگر مارکوف سوئیچینگ است. از این منظر می‌توان نوسانات بیشتر در MRS1 را منتسب به احتمالات هموارشده آن دانست که به دنبال خود نسبت بهینه پوشش ریسک متلاطم‌تری را منتج می‌شود.

۴-۲. کارایی پوشش ریسک

در این بخش قصد داریم تا عملکرد نسبت های بهینه پوشش ریسک پویای حاصل از مدل مارکوف سوئیچینگ را در مقابل نسبت های بهینه پوشش ریسک حاصل از استراتژی‌های پوشش ریسک ایستا، شامل روش‌های حداقل مربعات معمولی و روش پوشش ریسک ساده[1](نگهداری قرارداد آتی‌ها به میزان موقعیت موجود در بازار نقدی) ارزیابی کنیم. برای مقایسه بهتر، استراتژی بدون پوشش ریسک (بدون قرارداد آتی‌ها) نیز مورد بررسی قرار گرفته‌است.

یکی از ملزومات بررسی کارایی پوشش ریسک مدل‌ها، در نظر گرفتن دو دوره‌ی زمانی مجزا برای این منظور می‌باشد. این دوره‌ها عبارتند از: دوره درون نمونه‌ای[2] و دوره برون نمونه‌ای[3]. در دوره درون نمونه‌ای با استفاده از نسبت های بهینه پوشش ریسک برآورد شده، میزان کارآمد بودن هر یک از این نسبت ها در کاهش ریسک و افزایش مطلوبیت

[1]. Naïve Approach
[2]. In the Sample
[3]. Out of the Sample*

سنجیده می‌شود. بـرای محاسـبه‌ی کارایی نسبت‌های بهینه پوشش ریسک در دوره زمانی بـرون نمونـه‌ای از میـان داده‌ها ۲۱ نمونه آخر را انتخـاب مـی‌کنـیم و سـپس نسبت بهینـه پوشش ریسک داده‌هـای خـارج از نمونـه را بـا اسـتفاده از داده‌هـای درون نمونـه پـیش‌بینـی مـی‌کنـیم.

ما می‌توانیم با بهره‌گیری از نسبت‌های بهینه پوشش ریسک در درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای، پورتفوهایی را متشکل از دارایی‌های نقدی و آتی‌ها ساخته و واریانس بازده‌های آن‌ها را در طول نمونه مشاهده کنیم. واریانس بازده متغیرها در طول نمونه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Var\ (\ \Delta S_t -\ \gamma_t^* \Delta F_t\ ) \qquad (۱۹)$$

که γ_t^*، همان نسبت بهینه‌ی پوشش ریسک است.

اجرای استراتژی‌های پوشش ریسک پویا نسبت به استراتژی‌های پوشش ریسک ایستا، به علت به روز رسانی مکرر دارای هزینه بیشتری هستند. بنابراین با در نظر گرفتن سودهای اقتصادی حاصل از پوشش ریسک که از طریق تابع مطلوبیت[۱] سرمایه گذار مورد بررسی قرار می‌گیرند، کارایی پوشش ریسک به صورت مناسبتری مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

با رجوع به مقالات کرونر و سولتان (۱۹۹۳) و گاگنون و دیگران[۲] (۱۹۹۸) و لافانته و نوالس[۳] (۲۰۰۳) تابع مطلوبیت میانگین واریانس[۴] به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_t \mathrm{U}(x_{t+1}) =\ E_t(x_{t+1}) - \mathrm{k}Var_t(x_{t+1}) \qquad (۲۰)$$

بازده انتظاری پورتفو پوشش داده‌شده را برابر صفر و درجه ریسک‌گریزی را برابر ۴ فرض می‌کنیم. کارایی پوشش ریسک درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای نسبت‌های تخمین زده شده، درجدول ارائه شده در صفحه بعد نشان داده شده‌است.

[1]. Utility Function
[2]. Gagnon et al
[3]. Lafuente and Novales
[4]. mean variance utility function

جدول۵. کارایی پوشش ریسک درون نمونه ای و برون نمونه‌ای مدل‌های مارکوف سوئیچینگ در مقابل استراتژی‌های دیگر

	واریانس	درصد بهبود واریانس سناریوی سوم[1]	مطلوبیت	بهبود مطلوبیت نسبت به حداقل مربعات معمولی
درون نمونه ای				
بدون پوشش	۰/۰۰۰۰۵۵۳۵۹۳	۰/۶۳۹۷۵۸۸۱۲	-۰/۰۰۰۲۲۱۴۳۷	
پوشش ریسک ساده	۰/۰۰۰۰۳۲۶۹۲۸۰	۰/۳۸۹۹۹۶۱۲۲	-۰/۰۰۰۱۳۰۷۷۱۱۹	
حداقل مربعات معمولی	۰/۰۰۰۰۲۳۳۸۲۹۵	۰/۱۴۷۱۲۵۰۳۱	-۰/۰۰۰۰۹۳۵۳۱۸۰	
سناریوی اول	۰/۰۰۰۰۱۷۳۳۹۶۷	-۰/۱۵۰۱۲۱۹۴۳	-۰/۰۰۰۰۶۹۳۵۸۶۸	۰/۰۰۰۰۲۴۱۷۳۱۳
سناریوی دوم	۰/۰۰۰۰۲۰۸۶۴۰۲	۰/۰۴۴۱۵۶۴۷۲	-۰/۰۰۰۰۸۳۴۵۶۰۶	۰/۰۰۰۰۱۰۰۷۵۷۴
سناریوی سوم	۰/۰۰۰۰۱۹۹۴۲۷۳	-	-۰/۰۰۰۰۷۹۷۷۰۹۴	۰/۰۰۰۰۱۳۷۶۰۸۷
برون نمونه ای				
بدون پوشش	۰/۰۰۰۰۱۶۲۶۴۲۰	۰/۴۸۱۱۹۷۹۶۵۸	-۰/۰۰۰۰۶۵۰۵۶۸۰	
پوشش ریسک ساده	۰/۰۰۰۰۰۷۸۴۳۶۲	-۰/۰۷۵۷۷۷۱۴۸۴۲	-۰/۰۰۰۰۳۱۳۷۴۴۸	
حداقل مربعات معمولی	۰/۰۰۰۰۰۹۲۰۲۷۸	۰/۰۸۳۱۰۴۸۴۱۶۰	-۰/۰۰۰۰۳۶۸۱۱۱۴	
سناریوی اول	۰/۰۰۰۰۰۸۹۱۵۹۷	۰/۰۵۳۶۰۹۹۶۸۱۶	-۰/۰۰۰۰۳۵۶۶۳۸۹	۰/۰۰۰۰۰۱۱۴۷۲۴
سناریوی دوم	۰/۰۰۰۰۰۸۵۱۹۶۵	۰/۰۰۹۵۸۴۷۳۹۸۶	-۰/۰۰۰۰۳۳۷۵۱۹۵	۰/۰۰۰۰۰۲۷۳۲۵۵
سناریوی سوم	۰/۰۰۰۰۰۸۴۳۷۹۹	-	-۰/۰۰۰۰۳۳۷۵۱۹۵	۰/۰۰۰۰۰۳۰۵۹۱۸

منبع: یافته‌های پژوهش

چنانچه میزان افزایش در مطلوبیت یک سرمایه‌گذار با نسبت بهینه پوشش ریسک پویای استراتژی‌های مارکوف سوئیچینگ بیشتر از میزان هزینه‌های معاملاتی ناشی از به‌روزرسانی پورتفو باشد، استراتژی پوشش ریسک پویای مارکوف سوئیچینگ به استراتژی‌های پوشش ریسک ایستا ترجیح داده می‌شود.

در تحلیل درون نمونه‌ای، استراتژی پوشش ریسک ساده ناکارآمدترین استراتژی می‌باشد. نکته‌ی قابل توجه آن است که هر سه سناریوی مدل مارکوف‌سوئیچینگ، استراتژی‌های دیگر را از نظر کاهش واریانس و افزایش مطلوبیت شکست داده‌اند. در میان این سه سناریو، سناریوی اول بهترین سناریو به شمار می‌رود. بنابراین فرد پوشش دهنده ریسک می‌تواند به نسبت‌های پوشش ریسک پویایی که از این روش تخمین زده می‌شود، اعتماد نماید.

---

[1] . درصد بهبود واریانس سناریوی سوم از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\frac{[\mathrm{Var}(\mathrm{Model}_i) - \mathrm{Var}(\mathrm{MRS3})]}{\mathrm{Var}(\mathrm{Model}_i)}$$

نتایج حاصل از بررسی کارایی استراتژی‌ها، حاکی از آن است که در تحلیل‌های درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای استفاده از قرارداد آتی‌ها به اندازه قابل توجهی ریسک (واریانس) بازدهی سبد دارایی پایه را کاهش می‌دهد. اما میزان کاهش ریسک در تمام استراتژی‌ها به یک اندازه نیست. با وجود عملکرد برتر مدل‌های مارکوف سوئیچینگ در تحلیل‌های درون‌نمونه‌ای، آزمودن این مدل‌ها در تحلیل‌های برون نمونه‌ای در برابر مدل‌های دیگر، نتیجه قابل تاملی را ارائه می‌دهد. استراتژی پوشش ریسک ساده ($\gamma^* = ۱$)، در دوره برون نمونه‌ای، بهترین عملکرد را از لحاظ کاهش ریسک و افزایش مطلوبیت دارد. این نتیجه گمراه کننده است؛ بدین دلیل که امکان دارد فرد پوشش دهنده ریسک را به این نتیجه برساند که به جای محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک با استفاده از استراتژی‌های کارآمدتر مارکوف سوئیچینگ با رویکردی ساده به همان میزان موجودی نقدی خود، قرارداد آتی‌ها نگهداری نماید. این نتیجه، می‌تواند به دلیل فاکتورها و عواملی از قبیل وجود بی‌ثباتی برخی پارامترها بین دوره‌های درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای و همچنین عدم اطمینان در مورد رژیم‌های مشاهده نشده در مدل مارکوف سوئیچینگ باشد (انگل[1] (۱۹۹۴) و مارش[2] (۲۰۰۰)). واقعیت دیگر این است که دوره زمانی برون نمونه‌ای صرفاً شامل ۲۱ مشاهده اخیر قیمت‌های نقدی و آتی‌های سکه بهار آزادی می‌باشد که بازار در این دوره، روزهای نسبتاً پر نوسانی را تجربه کرده است. بنابراین در این حالت سرمایه‌گذاران نسبت بهینه پوشش ریسک یک را ترجیح داده‌اند. حال آنکه ممکن است برای دوره زمانی طولانی‌تر این استراتژی لزوماً کارآمد نباشد.

در کنار دلایل گفته شده در بالا ذکر این نکته ضروری است که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویا در مقابل نسبت پوشش ریسک حاصل از مدل حداقل مربعات معمولی و استراتژی بدون پوشش ریسک، عملکرد خوبی را نشان داده‌اند. همچنین با توجه به این نکته که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از این مدل‌ها، متغیر با زمان است، به نظر می‌رسد که استفاه از این استراتژی با توجه به دوره‌ی سرمایه‌گذاری، بتواند سودهای زیادی برای سرمایه‌گذاران به همراه داشته باشد.

[1]. Engle
[2]. Marsh

۵. جمع بندی و نتیجه‌گیری

قرارداد آتی‌ها ابزاری مناسب برای مدیریت ریسک به شمار می‌رود. با بهره‌گیری از قرارداد آتی‌ها و محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک می توان ریسک ناشی از نوسانات را کاهش داده یا به طور کامل پوشش داد. روش معرفی شده در این پژوهش برای تعیین نسبت بهینه پوشش ریسک، مدل مارکوف سوئیچینگ می‌باشد که به علت وابسته به رژیم بودن نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از آن‌ها و برتری آن نسبت به سایر مدل‌ها، از این مدل که برای آن سه سناریو تعریف شد، به جای سایر مدل‌های اقتصادسنجی استفاده شده‌است. همچنین کارایی نسبت بهینه پوشش ریسک پویای سناریوهای این مدل با نسبت بهینه پوشش ریسک ایستای استراتژی‌های حداقل مربعات معمولی و پوشش ریسک ساده و وضعیت بدون پوشش ریسک مورد مقایسه قرار گرفت.

تحلیل‌های درون نمونه‌ای نشان دادند که در میان استراتژی‌های معرفی شده در این پژوهش، نسبت‌های بهینه پوشش ریسک حاصل از هر سه سناریوی مدل مارکوف‌سوئیچینگ بهترین عملکرد را داشته‌اند. در میان سه سناریوی مدل مارکوف سوئیچینگ نیز، سناریوی اول بهترین عملکرد را در میان سناریوهای دیگر این مدل داشته‌است. استراتژی پوشش ریسک ساده نیز ضعیف ترین عملکرد را داشته‌است. بنابراین، بهتر است تا سرمایه‌گذار نسبت بهینه پوشش ریسک پویای مارکوف سوئیچینگ را محاسبه و در تصمیم‌گیری خود لحاظ نماید.

تحلیل‌های برون نمونه‌ای نتیجه‌ای متفاوت داشتند. طبق این تحلیل‌ها، استراتژی پوشش ریسک ساده در یک دوره زمانی کوتاه که بازار در وضعیت نسبتاً پر نوسان قرار گرفته‌است و به دلیل وجود عواملی چون بی‌ثباتی پارامترها بین دو دوره مورد بررسی و ...، عملکرد بهتری نسبت به پوشش ریسک حاصل از سه سناریوی مدل مارکوف‌سوئیچینگ دارد. با این حال نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مارکوف سوئیچینگ در مقایسه با نسبت پوشش ریسک حداقل مربعات معمولی و وضعیت بدون پوشش ریسک عملکرد بهتری را داشته و در بین این سه سناریو نیز سناریوی سوم عملکرد بهتری را دارا بوده‌است.

در مجموع، می‌توان گفت که فرد سرمایه‌گذار لازم است با توجه به دوره سرمایه‌گذاری مورد نظر خود بهترین استراتژی سرمایه‌گذاری را اتخاذ نماید. بنابراین با توجه به بررسی‌های موجود در پژوهش و نتایج به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت که سرمایه‌گذاران می‌توانند با بهره‌گیری از نسبت‌های بهینه پوشش ریسک پویا و وابسته به

رژیم مدل مارکوف سوئیچینگ، ریسک سبد دارایی خود را کاهش داده و میزان مطلوبیت خود را افزایش دهند و بنابراین سود بیشتری را کسب کنند.

در ادامه چند پیشنهاد آتی به محققانی که تمایل دارند در آینده در زمینه نسبت پوشش ریسک به مطالعه و تحقیق بپردازند، ارائه می شود:

۱. توصیه می شود در مطالعات آینده با استفاده از مدل‌های مارکوف سوئیچینگ و با در نظر گرفتن سررسیدهای متفاوت به عنوان قیمت آتی‌ها، به محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک در سررسیدهای مختلف و سنجش عملکرد آن‌ها پرداخته و نتایج را در سررسیدهای مختلف با یکدیگر مقایسه کنند.

۲. پیشنهاد می‌شود که نسبت‌های بهینه پوشش ریسک سناریوهای مارکوف سوئیچینگ معرفی شده در این مطالعه، با نسبت‌های بهینه پوشش ریسک مدل‌های دیگر از قبیل انواع مدل‌های گارچ و ... مقایسه شده و سنجش عملکرد آن‌ها مورد ارزیابی قرار گیرند.

فهرست منابع:

ابراهیمی، محسن، قنبری، علی (۱۳۸۸)، پوشش ریسک نوسانات درآمدهای نفتی با استفاده از قراردادهای آتی در ایران، *پژوهشنامه اقتصادی*، ۹(۳): ۱۷۳-۲۰۴.

اسکندری، حمید، انواری رستمی، علی اصغر، حسین‌زاده کاشان، علی (۱۳۹۴)، نسبت بهینه پوشش ریسک ارز با استفاده از قرارداد آتی طلا در بازار مالی ایران، *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۶(۲۵): ۲۱-۴۰.

بهرامی، جاوید، میرزاپور باباجان، اکبر (۱۳۹۱)، نسبت بهینه پوشش ریسک در قراردادهای آتی سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالای ایران، فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی، ۲۰(۶۴): ۲۰۶-۱۷۵.

سجاد، رسول، طروسیان، آدنا (۱۳۹۳)، نسبت بهینه پوشش ریسک نرخ ارز به وسیله قراردادهای آتی سکه طلا در ایران، فصلنامه دانش سرمایه گذاری، ۳(۱۲): ۱-۲۴.

علیمرادی، محمد (۱۳۹۲)، برآورد نسبت‌های بهینه پوشش ریسک ایستا و پویا و مقایسه میزان اثربخشی آن‌ها در بازار آتی‌های گاز طبیعی، فصلنامه اقتصاد انرژی ایران، ۲(۸): ۱۰۹-۱۲۸.

Abounoori, E., Elmi, Z. & Nademi, Y. (2016), Forecasting Tehran stock exchange volatility; Markov switching GARCH approach, Journal of Physica A, 445: 264-282.

Ahmad, W., Sadorsky, P. & Sharma, A. (2018), Optimal hedge ratios for clean energy equities, Journal of Economic Modelling, 72: 278-295.

Alizade, A. & Nomikos, N. (2003), A Markov Regime Switching Approach For Hedging Stock Indices, The Journal of Futures Markets, 24(7): 649–674.

Alizade, A., Nomikos, N. & Pouliasis, P. (2008), A Markov regime switching approach for hedging energy commodities, Journal of Banking & Finance, 32(9): 1970–1983.

Baillie, R.T. & Myers, R.J. (1991), Bivariate Garch Eestimation of the Optimal Commodity Futures Hedge, Journal of Applied Econometrics, 6(2): 109–124.

Bonga-Bonga, L. & Umoetok, E. (2016), The effectiveness of index futures hedging inemerging markets during the crisis period of 2008-2010: Evidence from South Africa, Applied Economics, 48(42): 3999-4018.

Ederington, L.H. (1979), The Hedging Performance of the New Futures Markets, The Journal of Finance, 34(1): 157–170.

Engle, C. (1994), Can the Markov switching model forecast exchange rates?, Journal of International Economics, 36(1-2): 151–165.

Figlewski, S. (1984), Hedging performance and basis risk in stock index futures, The Journal of Finance, 39(3): 657–669.

Gagnon, L., Lypny, G. & McCurdy, T. (1998), Hedging foreign currency portfolios, Journal of Empirical Finance, 5(3): 197–220.

Ghoddusi, H., Emamzadehfard, S. (2017), Optimal hedging in the US natural gas market: The effect of maturity and cointegration, Journal of Energy Economics, 63: 92-105.

Hamilton, J.D. (1989), A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and business cycle, Econometrica, 57(2): 357–384.

Herbst, A.F., Kare, D.D. & Marshall, J.F. (1993), A Time Varying Convergence Adjusted, Minimum Risk Futures Hedge Ratio, Advances in Futures and Option Research, 6: 137-155.

Johnson, L.L. (1960), The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures, The journal of Review of Economic Studies, 27(3): 139–151.

Kavussanos, M. & Nomikos, N. (2000), Hedging in the freight futures markets, Journal of Derivatives, 8(1): 41–58.

Klaassen, F. (2002), Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime Switching GARCH, Journal of Empirical Economics, 27(2): 363-394.

Kroner, K. & Sultan, J. (1993), Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 28(4): 535–551.

Lafuente, J. & Novales, A. (2003), Optimal hedging under departures from the cost-of-carry valuation: Evidence from the Spanish stock index futures market, Journal of Banking & Finance, 27(6): 1053–1078.

Myers, R.J. (1991), Estimating Time-Varying Hedge Ratios on Futures Markets, Journal of Futures Markets, 11(1): 39-53.

Myers, R.J. & Thompson, S.R. (1989), Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation, American Journal of Agricultural Economics, 71(4): 858-868.

Marsh, I. W. (2000), High-frequency Markov switching models in the foreign exchange market, Journal of Forecasting, 19(2): 123–134.

Park, T. & Switzer, L. (1995), Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures: A note, Journal of Futures Markets, 15(1): 61–67.

Philip, D. & Shi, Y. (2016), Optimal hedging in carbon emission markets using Markov regime switching models, Journal of International Financial Markets, Institutions & Money. 43(C): 1-15.

Psaradakis, Z. & Spagnolo, N. (2003), On the determination of the number of regimes in markov switching autoregressive models, Journal of Time Series Analysis, 24(2): 237–252.

Sarno, L. & Valente, G. (2000), The cost of carry model and regime shifts in stock index futures markets: An empirical investigation, The Journal of Futures Markets, 20(7): 603–624.

Tsay, R. S. (2010), Analysis of financial time series, 3rd ed. John Wiley & Sons.