

شاخص زنگا در سنجش نابرابری درآمد

شهریار میرزائی

استادیار گروه آمار، بخش علوم پایه، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

sh_mirzaee@pnu.ac.ir

غلامرضا محتشمی برزادران (نویسنده مسئول)

استاد گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

grmohtashami@um.ac.ir

محمد امینی

استاد گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

m-amini@um.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۱۹

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۱۴

چکیده

در این مقاله به بررسی شاخص جدید نابرابری زنگا که بر اساس نسبت میانگین درآمدهای بالا و پائین افراد جامعه تعریف شده می‌پردازیم. هدف اصلی این مقاله معرفی شاخص زنگا و منحنی متناظر با آن و مقایسه آن با شاخص متداول جینی و منحنی پرکاربرد لورنتس است. همچنین برای تجزیه و تحلیل این معیار، از ریز داده‌های درآمد خانوارهای ایرانی در بازه زمانی سال‌های ۱۳۷۸-۱۳۹۶ استفاده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که اندازه نابرابری جدید زنگا ویژگی‌های لازم برای یک شاخص نابرابری درآمد مطلوب را داراست. همچنین منحنی زنگا تفسیر گویا و واضح‌تری نسبت به منحنی معروف لورنتس در تبیین نابرابری در مواجهه با داده‌های درآمد خانوار ارائه می‌دهد. شاخص نابرابری زنگا در سنجش نابرابری درآمد روند مشابهی را به تفکیک برای مناطق شهری و روستایی نسبت به ضریب جینی نشان می‌دهد. این امر بیانگر سازگاری رتبه‌بندی شاخص زنگا و ضریب متداول جینی است.

طبقه‌بندی *JEL*: C46, C55, D31, D63.

واژگان کلیدی: نابرابری درآمد، ضریب جینی، شاخص زنگا، منحنی لورنتس.

۱. مقدمه

توزیع مناسب درآمد یکی از عناصر کلیدی در ایجاد ثبات اقتصادی- اجتماعی و توسعه پایدار محسوب می‌شود. یکی از مشکلات جوامع کنونی وجود اختلاف طبقاتی و نابرابری درآمد بین اقشار جامعه است که موجب بروز ناهنجاری در جامعه شده است. از این رو سنجش و اندازه‌گیری نابرابری درآمد و نیز کاهش شدت نابرابری درآمدی همواره مورد توجه دولتمردان، سیاستمداران و اقتصاددانان بوده است. اما سیاست‌گذاری مناسب در این راستا مستلزم آگاهی دقیق و درست از شدت نابرابری درآمدی در جامعه و اندازه‌گیری آن با ابزارهای مناسب و معتبر می‌باشد. هرچند شاخص‌های متعددی در این زمینه تعریف شده‌اند، اما باید شاخص‌هایی را بکار برد که شدت نابرابری را درست‌تر و واضح‌تر نشان دهند. بنابراین مطالعه، بررسی و برآورد شاخص‌های نابرابری از مهم‌ترین کارهای تحقیقی در زمینه نابرابری‌های درآمد است.

از دیرباز سنجش شاخص‌های نابرابری درآمد از طریق معیارهای پراکندگی، تمرکز یا شاخص‌های توزیع شکل داده‌ها مانند چولگی و برجستگی و گاهی با مقایسه برخی نسبت کمیت‌های آماری انجام شده است.

لورنتس^۱ (۱۹۰۵) در رساله دکترای خود از یک منحنی برای نشان دادن نابرابری توزیع درآمد و ارزیابی آن استفاده کرد که تفسیر بصری روشنی از نابرابری را نشان می‌داد. از آن زمان به بعد شاخص‌های زیادی بر اساس تابع لورنتس ارائه گردید. جینی^۲ (۱۹۱۲) بر مبنای منحنی لورنتس، ضریب جینی را به‌عنوان یک شاخص نابرابری معرفی نمود. بن‌فرونی^۳ (۱۹۳۰) شاخص نابرابری بن‌فرونی را پیشنهاد کرد. شاخص تایل^۴ در سال (۱۹۶۷) بر اساس بی‌نظمی در نظریه اطلاع شکل گرفت. اتکینسون^۵ در سال (۱۹۷۰) شاخص مشهور خود را بر اساس قابلیت به تصویر کشیدن حساسیت نسبت به درآمدهای پایین مطرح کرد. زنگا^۶ (۱۹۸۴) شاخصی را بر اساس چندک گشتاور مرتبه اول ناقص و چندک توزیع درآمد ارائه داد.

چون اغلب شاخص‌های نابرابری بر اساس نسبت میانگین یا مجموع درآمد افراد فقیر (کم‌درآمدتر) جامعه به میانگین یا مجموع کل درآمد جامعه تعریف شده‌اند، از این رو تأثیر

1. Lorenz

2. Gini

3. Bonferroni

4. Theil

5. Atkinson

6. Zenga

درآمدهای بالا در اندازه‌های نابرابری مذکور کمتر لحاظ می‌شود و شکاف درآمدی بین افراد فقیر و ثروتمند به خوبی منعکس نمی‌شود. در این راستا زنگا در سال ۲۰۰۷ شاخصی را بر اساس نسبت میانگین دو زیر جامعه، یعنی میانگین درآمد افراد کم‌درآمدتر به افراد پردرآمدتر جامعه معرفی نمود. این شاخص ضمن دارا بودن شرایط لازم برای یک شاخص نابرابری خوب، ارتباط فقر و ثروت در جامعه را بهتر نمایان می‌کند.

اگرچه ضریب جینی هنوز هم متداول‌ترین شاخص نابرابری درآمدی محسوب می‌شود ولی به دلیل ضعف‌ها و انتقادهای فراوان وارده بر آن، در نمایاندن چگونگی توزیع درآمد چندان قابل اتکا نیست. متأسفانه در ایران نیز به محاسبه سایر شاخص‌های نابرابری درآمدی که نسبت به ضریب جینی برتری دارند توجه چندانی نشده و شاید عدم موفقیت سیاست‌های اتخاذشده در این زمینه را نیز بتوان تا حدودی ناشی از همین کمی دقت در اندازه‌گیری دانست.

در این مقاله ابتدا ضمن معرفی منحنی معروف نابرابری لورنتس و ضریب جینی، به مطالعه ویژگی‌هایی از شاخص جدید زنگا پرداخته، سپس با استفاده از اطلاعات داده‌های درآمد مرکز آمار ایران به مقایسه و بررسی مزیت‌های شاخص زنگا بر شاخص متداول جینی می‌پردازیم.

۲. مبانی نظری تحقیق

در این قسمت ابتدا مروری بر منحنی معروف نابرابری لورنتس خواهد شد. سپس ضریب جینی که به‌طور مستقیم و شهودی بر اساس منحنی لورنتس به دست می‌آید را تشریح می‌کنیم.

۲-۱. منحنی لورنتس

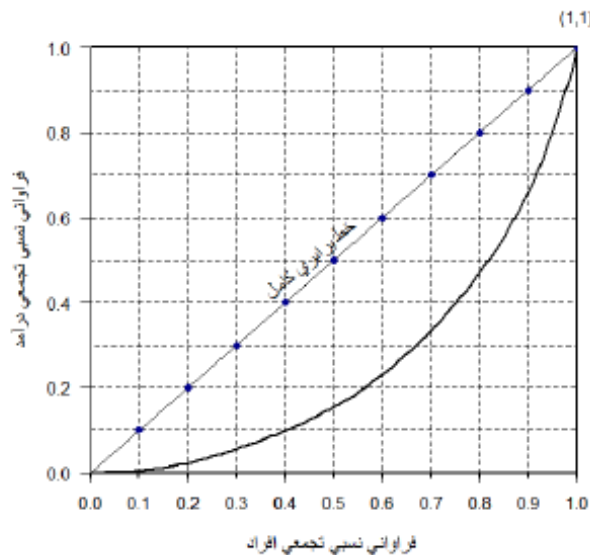
در سال ۱۹۰۵ ماکس اوتو لورنتس برای نمایش توزیع درآمد یک منحنی پیشنهاد کرد که به منحنی لورنتس مشهور است. این منحنی، نموداری است که فراوانی تجمعی نسبی درآمد را در برابر فراوانی تجمعی نسبی جمعیت رسم می‌کند. فرض کنید داده‌های نامنفی درآمد به اندازه n به صورت یک نمونه تصادفی x_1, \dots, x_n از جامعه موردنظر باشند. این داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و به صورت $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ نمایش می‌دهیم. تابع لورنتس به ازای $k = 0, 1, \dots, n$ در نقطه $p = \frac{k}{n}$ به صورت

$$L(p) = \frac{\sum_{j=1}^k x_j}{\sum_{j=1}^n x_j}$$

در $(p, L(p))$ تعریف می‌شود. با مشخص نمودن و اتصال نقاط $(p, L(p))$ در

صفحه مختصات دوبعدی، منحنی لورنتس همانند نمودار شکل ۱ حاصل می‌شود. در مطالعه منحنی لورنتس هدف این است که بدانیم به درصد مشخصی از جمعیت، چند درصد از درآمد کل جامعه اختصاص داده شده است. قابل ذکر است وقتی درآمدهای افراد جامعه برابر باشند، منحنی لورنتس بر نیمساز ربع اول محور مختصات منطبق می‌شود. بنابراین هرگونه فاصله میان خط نیمساز (برابری کامل) و منحنی لورنتس، میزان نابرابری را در جامعه بیان می‌کند.

شکل ۱. الگویی از منحنی لورنتس



منبع: محاسبات پژوهش با نرم‌افزار R

۲-۲. ضریب جینی

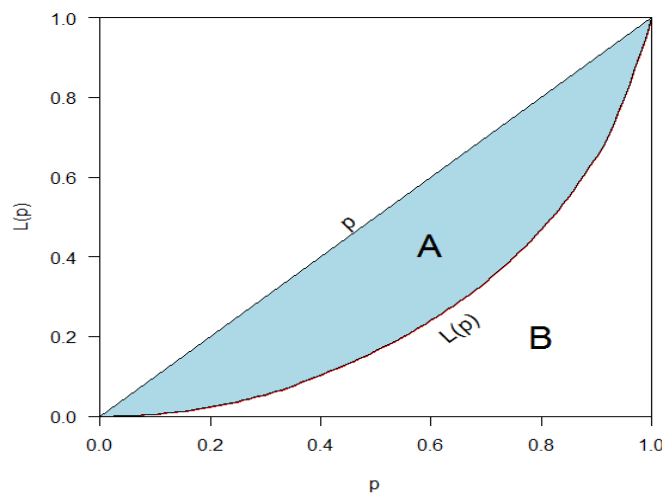
این شاخص توسط کورادو جینی (۱۹۱۲) بر اساس مساحت بین منحنی لورنتس و خط برابری تعریف شد. بنابراین در منحنی لورنتس مطابق شکل ۲، اندازه سطح بین منحنی و خط برابری کامل (A) نسبت به اندازه سطح بین نیمساز و محور افقی (A + B) در مربع واحد بیانگر ضریب جینی است. یعنی:

$$G = \frac{A}{A+B},$$

$$= \frac{\int_0^1 [p - L(p)] dp}{\frac{1}{2}},$$

$$= 2 \int_0^1 [p - L(p)] dp. \quad (1)$$

شکل ۲. تفسیر ضریب جینی با منحنی لورنتس



منبع: محاسبات پژوهش با نرم‌افزار R

هر چقدر ضریب جینی نزدیک به عدد صفر باشد، برابری بیشتر در توزیع درآمد مشاهده می‌شود و بالعکس هر چقدر ضریب جینی نزدیک به عدد یک باشد، توزیع نابرابری درآمد افزایش می‌یابد. اگر ضریب جینی برابر صفر باشد، همه افراد جامعه درآمد و ثروت یکسان دارند (برابری کامل) و اگر برابر یک باشد یعنی نابرابری کامل رخ داده به گونه‌ای که کل ثروت تنها در دست یک نفر است و مابقی هیچ درآمدی ندارند. از آنجاکه ضریب جینی تفسیر شهودی واضحی دارد و نیز به‌طور مستقیم از منحنی لورنتس مشتق می‌شود بنابراین معایب خم مذکور به این شاخص انتقال می‌یابد.

روش‌های محاسباتی متعددی برای برآورد ضریب جینی شامل روش هندسی، میانگین تفاضلی، کوواریانس، ماتریسی و ... پیشنهاد شده است. این روش‌ها با هم سازگار بوده و تمام شیوه‌ها منجر به برآورد ضریب جینی به شکل یکسان

$$\hat{G} = \frac{2 \sum_{i=1}^n i X_{i:n}}{n \sum_{i=1}^n X_i} - \frac{n+1}{n}, \quad (2)$$

می‌شوند. چون انحراف معیار یک شاخص برای ارزیابی میزان صحت و درستی یک برآوردگر می‌باشد، بنابراین لازم است شیوه‌های برآورد انحراف معیار مورد مطالعه قرار گیرند. تقریب‌ها و روش‌های مختلفی با فرمول‌های پیچیده، برای محاسبه واریانس ضریب جینی ارائه شده است.

۳. تصریح مدل نابرابری زنگا

زنگا در سال ۲۰۰۷ شاخصی را بر اساس مقایسه میانگین درآمد پایین جامعه به میانگین درآمد بالای متناظرش معرفی کرد. فرض کنید x_1, \dots, x_n داده‌های درآمد افراد و $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ آماره‌های ترتیبی این درآمدها باشند. در این صورت به ازای

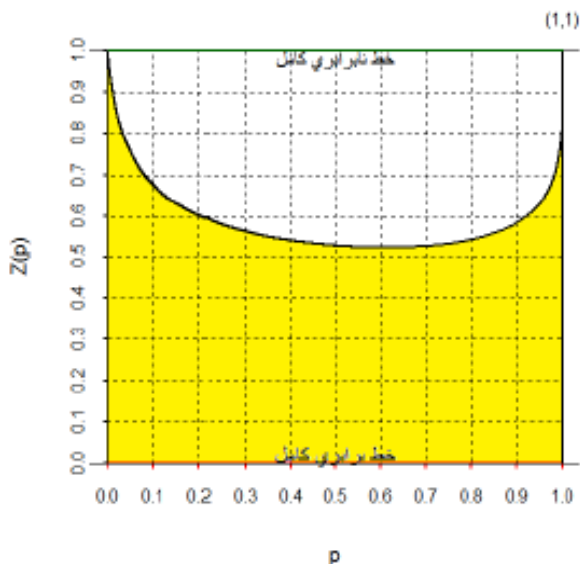
هر $p \in (0, 1)$ میانگین درآمد $100 \times p$ % افراد جامعه را با $M_p^- = \frac{\sum_{i=1}^{[np]} x_{i:n}}{np}$ و

میانگین درآمد مابقی افراد را به صورت $M_p^+ = \frac{\sum_{i=[np]+1}^n x_{i:n}}{n - [np]}$ نشان می‌دهند. بنابراین

منحنی زنگا بر اساس نسبت میانگین درآمد این دو زیرگروه جامعه به ازای هر $p \in (0, 1)$ به صورت $Z(p) = 1 - \frac{M_p^-}{M_p^+}$ تعریف می‌شود. بدیهی است شاخص زنگا از

میانگین گرفتن نقاط منحنی زنگا به دست می‌آید. همچنین شاخص زنگا مشابه ضریب جینی و بن‌فرونی برابر مساحت زیر منحنی زنگا طبق شکل ۳ تعریف می‌شود.

شکل ۳. الگویی از منحنی زنگا



منبع: محاسبات پژوهش با نرم‌افزار R

۳-۱. توزیع نمونه‌ای شاخص زنگا

یکی از مشخصه‌های یک شاخص خوب آن است که برآوردگر مناسبی داشته باشد. از این رو پیدا کردن برآوردگر مناسب برای پارامتر توزیع جامعه همواره در استنباط آماری مورد توجه بوده است. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای یافتن برآوردگر مناسب برای شاخص نابرابری، قاعده جایگذاری است. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی به حجم n از تابع توزیع احتمال F و $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{j:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ آماره‌های مرتب متناظرش باشند. با استفاده از قاعده جایگذاری تابع توزیع تجربی به جای تابع توزیع احتمال می‌توان برآوردگر متناظر با شاخص زنگا را به صورت

$$\hat{Z} = 1 - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\frac{1}{i} \sum_{j=1}^i X_{j:n}}{\frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n X_{j:n}}, \quad (3)$$

تعریف نمود. چون برآورد تجربی شاخص زنگا، ال-برآوردگر^۱ و یا تابعی از یو-آماره‌ها^۲ نیست، بنابراین استنباط آماری درباره آن تا حدی مشکل به نظر می‌رسد.

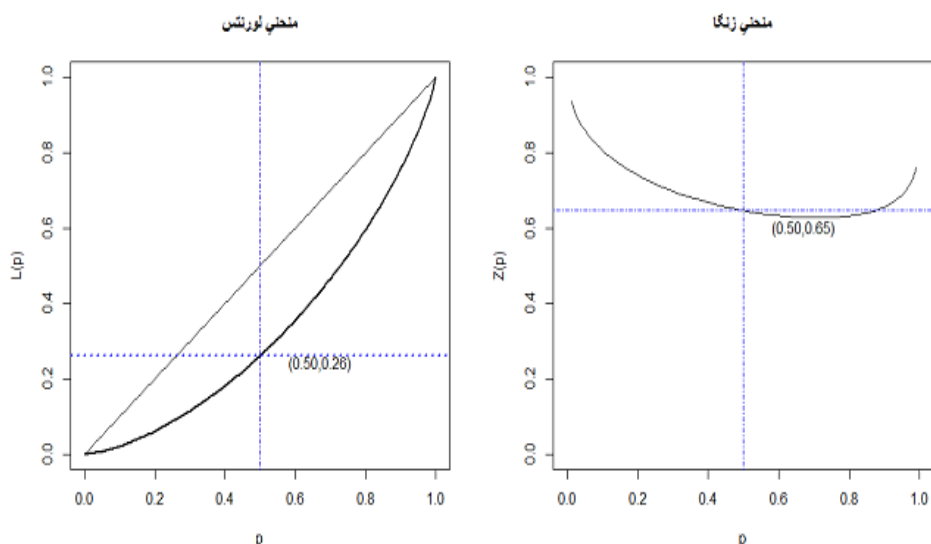
۳-۲. تفسیر هندسی

یکی از ویژگی‌های مهم اندازه نابرابری زنگا این است که منحنی زنگا مانند منحنی لورنتس دارای تفسیر شهودی هندسی است و علاوه بر آن می‌توان شاخص زنگا را در کنار منحنی آن مشخص نمود. برآورد نقطه‌ای خم زنگا یعنی $Z(p)$ به ازای هر $p \in (0, 1)$ نشان می‌دهد که میانگین $100 \times p$ درصد افراد کم درآمد جامعه برابر با میانگین $100 \times (1 - Z(p))$ درصد افراد جامعه است. برای درک بهتر این مطلب، منحنی‌های زنگا و لورنتس برای یک توزیع درآمد، در شکل ۴ رسم شده‌اند. همان‌گونه که از شکل مذکور مشاهده می‌شود، منحنی لورنتس به ازای $p = 0.50$ مقدار 0.26 را نتیجه می‌دهد یعنی ۵۰ درصد جمعیت فقط ۲۶ درصد درآمد جامعه را به خود اختصاص داده‌اند. این در حالی است که منحنی زنگای متناظر در نقطه $p = 0.5$ برابر 0.65 می‌باشد، یعنی میانگین درآمد ۵۰ درصد افراد کم‌درآمد جامعه برابر ۳۵ درصد میانگین درآمد باقیمانده افراد جامعه است. یا به عبارتی دیگر، ۵۰ درصد افراد پر درآمد جامعه، به‌طور متوسط $2/86$ برابر درآمد بقیه افراد جامعه را به خود اختصاص داده‌اند.

¹. L-estimator

². U-statistics

شکل ۴. تفسیر شهودی هندسی منحنی‌های لورنتس و زنگا



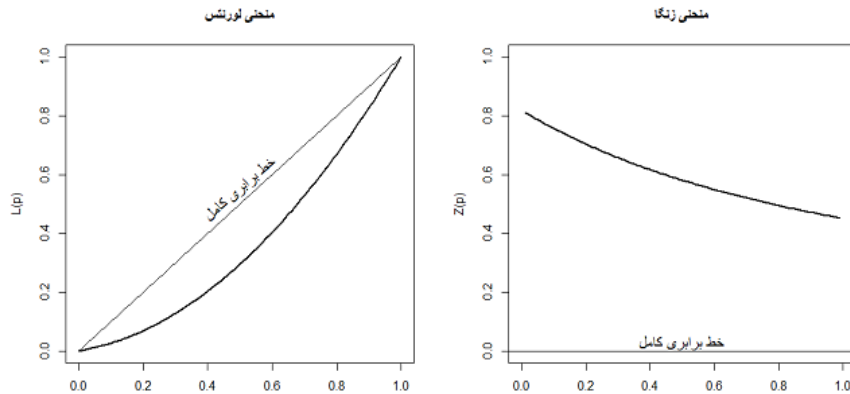
منبع: محاسبات پژوهش با نرم‌افزار R

۳-۳. انعطاف‌پذیری منحنی

منحنی لورنتس همواره صعودی و محدب است. این منحنی رفتار اجباری در ابتدا و انتهای بازه دارد یعنی منحنی یادشده همواره در ابتدای بازه مقدار صفر و در انتهای بازه مقدار یک را اختیار می‌کند. یکی از ویژگی‌های بارز شاخص زنگا نسبت به سایر شاخص‌های نابرابری آن است که رفتار منحنی مربوط به آن اجباری نمی‌باشد. همچنین این منحنی می‌تواند به صورت محدب، مقعر، صعودی و یا نزولی باشد. همان‌گونه که در شکل ۵ نشان داده شده است، برخلاف منحنی لورنتس، منحنی زنگا مجبور به گرفتن مقادیر خاصی در ابتدا و انتهای بازه نبوده و منحنی زنگا برای این توزیع همواره نزولی است.

شکل ۵. منحنی لورنتس و منحنی نزولی زنگا در توزیع یکنواخت

$$a=2, b=10 \text{ به ازای } F(x) = \frac{x-a}{b-a}, \quad 0 \leq a \leq x \leq b < \infty,$$

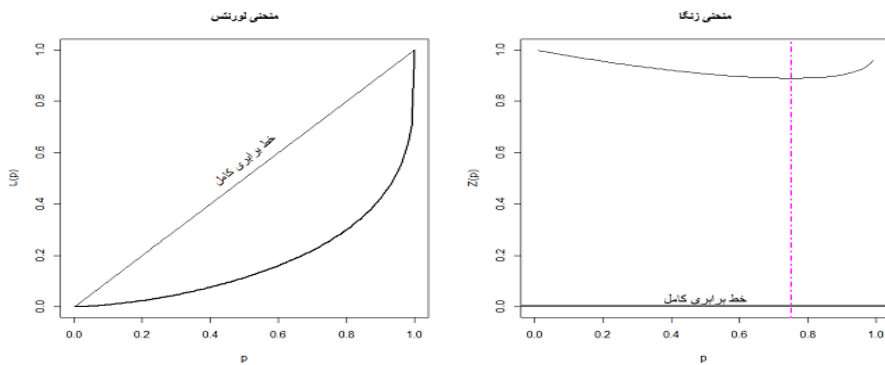


منبع: یافته‌های پژوهش

همچنین منحنی زنگا می‌تواند رفتار نزولی-صعودی داشته باشد، این در حالی است که منحنی لورنتس همواره محدب و صعودی است. این مطلب در شکل ۶ نشان داده شده است.

شکل ۶. منحنی لورنتس و منحنی محدب زنگا با رفتار نزولی-صعودی برای متغیر تصادفی

$$F(x) = 1 - \left(1 + \frac{x}{b}\right)^{-2}, \quad x; b > 0$$



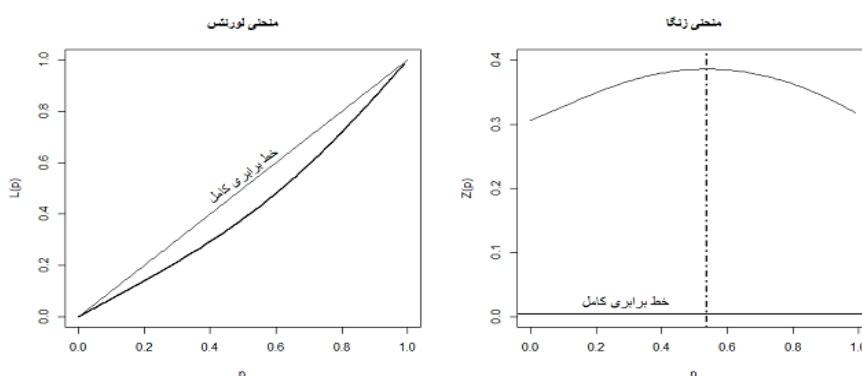
منبع: یافته‌های پژوهش

در شکل ۷ نیز منحنی لورنتس و منحنی زنگا برای متغیر تصادفی X با تابع چنک در $F^{-1}(p) = 3 + 3.3(4p^3 - 3p^4)$ داده شده است. ملاحظه می‌شود که منحنی زنگا

مقعر با رفتار صعودی- نزولی است درحالی که منحنی لورنتس همواره محدب و صعودی می‌باشد.

شکل ۷. منحنی لورنتس و منحنی مقعر زنگا با رفتار صعودی - نزولی برای متغیر تصادفی X با

$$F^{-1}(p) = 3 + 3.3(4p^3 - 3p^4)$$



منبع: یافته‌های پژوهش

۳-۴. ویژگی‌هایی از شاخص زنگا

قابل ذکر است که هر چه شاخص نابرابری دارای ملاک و خصوصیات بیشتری از اصول حاکم بر شاخص‌های نابرابری باشد، مبین شاخص مطلوب‌تر و مناسب‌تری است. ابونوری و اسانودی (۱۳۸۴) ویژگی‌های یک شاخص نابرابری توزیع درآمد را در ۷ اصل برشمرده‌اند. تاکنون برخی ویژگی‌های شاخص زنگا توسط محققین مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. این شاخص دارای ویژگی بهنجارسازی^۱ است یعنی معیار مذکور، در حالت برابری کامل مقدار صفر و در حالت نابرابری کامل مقدار یک را اختیار می‌کند. ضریب زنگا از اصل انتقال پیگو-دالتون پیروی می‌کند (زنگا، ۲۰۰۷) و نیز دارای خاصیت مهم تجزیه‌پذیری است (رادائلی^۲، ۲۰۰۸). این شاخص مانند ضریب جینی می‌تواند برای مقایسه نابرابری در جوامع با اندازه‌های متفاوت بکار رود. در این قسمت، به برخی خواص دیگر این اندازه نابرابری و منحنی متناظر با آن می‌پردازیم. همچنین جهت ارزیابی کارایی منحنی زنگا، خم مذکور با منحنی معروف لورنتس مقایسه می‌شود.

¹. Principle of Normalization

². Radaelli

۳-۴-۱. حساسیت به افزودن مقدار ثابت

یکی از ویژگی‌های بارز شاخص نابرابری درآمد حساسیت به افزودن یک مقدار ثابت است. در گزاره ذیل این ویژگی برای شاخص نابرابری زنگا بررسی می‌شود. گزاره: فرض کنید X یک متغیر تصادفی نامنفی با میانگین مثبت و متناهی μ و نیز منحنی زنگا $Z_X(p)$ باشد. در این صورت، منحنی زنگا و شاخص متناظر با آن نسبت به افزودن یک مقدار ثابت حساس است. اثبات: متغیر تصادفی Y را به صورت $Y=X+c$ تعریف می‌کنیم که در آن c یک مقدار ثابت مثبت است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} Z_Y(p) &= \frac{\mu_Y^+(p) - \mu_Y^-(p)}{\mu_Y^+(p)} \\ &= \frac{[\mu_X^+(p) + c] - [\mu_X^-(p) + c]}{\mu_X^+(p) + c} \\ &= Z_X(p) \frac{\mu_X^+(p)}{\mu_X^+(p) + c} \end{aligned} \quad (۴)$$

ملاحظه می‌شود که به ازای هر مقدار ثابت مثبت c ، نسبت $\frac{\mu_X^+(p)}{\mu_X^+(p) + c}$ همواره مقداری در بازه $(0, 1)$ است. در این صورت

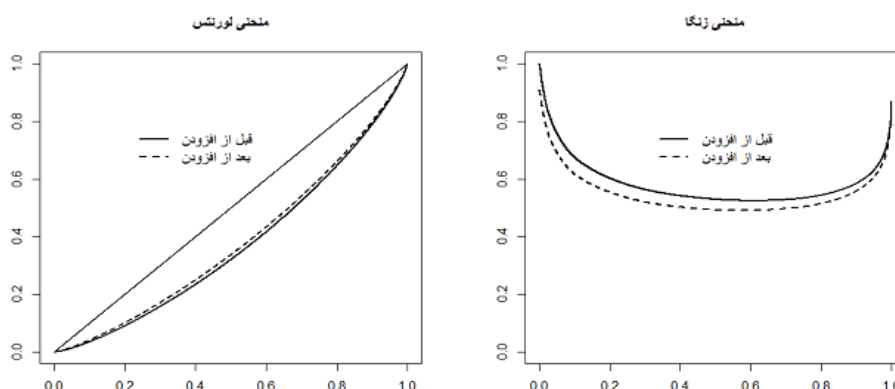
$$Z_Y(p) < Z_X(p), \quad \forall p \in (0, 1) \quad (۵)$$

بنابراین حساسیت شاخص زنگا به افزودن مقدار ثابت نیز از (۵) نتیجه می‌شود. قابل ذکر است که در اثبات گزاره، به ازای هر مقدار ثابت منفی c ، جهت نامساوی (۵) عوض خواهد شد.

برای مقایسه میزان حساسیت شاخص زنگا، در شکل ۸ میزان حساسیت منحنی زنگا را در کنار منحنی لورنتس برای داده‌های درآمد شهر نیوکاسل^۱ قبل و بعد از افزایش درآمدها به میزان یک مقدار ثابت مقایسه می‌شوند. ملاحظه می‌کنیم که منحنی زنگا نسبت به افزودن یک مقدار ثابت از خم لورنتس حساس‌تر می‌باشد.

^۱. این داده‌ها در بسته ineq نرم افزار R قابل دسترسی است.

شکل ۸. نمایش منحنی‌های نابرابری درآمد قبل و بعد از افزودن مقدار ثابت



منبع: یافته‌های پژوهش

برای تحلیل دقیق‌تر، مقدار اندازه‌های نابرابری جینی و زنگا قبل و بعد از افزودن مقدار ثابت مثبت و همچنین میزان تغییرات این دو شاخص در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. تاثیر افزودن مقدار ثابت به شاخص‌های نابرابری جینی و زنگا

شاخص	قبل از افزودن	بعد از افزودن	میزان کاهش
ضریب جینی	۰/۲۶	۰/۲۱	۰/۰۵
شاخص زنگا	۰/۵۸	۰/۴۹	۰/۰۹

منبع: محاسبات تحقیق

یافته‌ها نشان می‌دهند که میزان حساسیت ضریب زنگا نسبت به ضریب جینی بر اثر افزودن مقدار ثابت بیشتر است.

۳-۴-۲. اصل عدم حساسیت به تغییر متناسب همه درآمدها

اگر همه درآمدهای افراد در یک مقدار ثابت ضرب شوند آنگاه شاخص نابرابری تغییری نکند، در این صورت شاخص نابرابری دارای ویژگی اصل حساسیت نداشتن به تغییر متناسب همه درآمدها است. این خصیصه یکی از ویژگی‌های بارز شاخص نابرابری درآمد است. در گزاره ذیل این ویژگی برای شاخص نابرابری زنگا بررسی می‌شود.

گزاره: فرض کنید X یک متغیر تصادفی نامنفی درآمد با میانگین مثبت و متناهی μ و نیز منحنی زنگا $Z_X(p)$ باشد. در این صورت، منحنی زنگا و شاخص متناظر با آن نسبت به تغییر متناسب همه درآمدها حساس نیست.

اثبات: متغیر تصادفی Y را به صورت $Y = CX$ تعریف می‌کنیم که در آن c یک مقدار ثابت مثبت است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 Z_y(p) &= \frac{\mu_y^+(p) - \mu_y^-(p)}{\mu_y^+(p)} \\
 &= \frac{[\mu_x^+(p) \times c] - [\mu_x^-(p) \times c]}{\mu_x^+(p) \times c} \\
 &= \frac{\mu_x^+(p) - \mu_x^-(p)}{\mu_x^+(p)} \\
 &= Z_x(p)
 \end{aligned} \tag{۶}$$

بنابراین اصل عدم حساسیت شاخص زنگا به تغییر متناسب همه درآمدها نیز از (۶) نتیجه می‌شود.

۴. تحلیل داده‌های درآمد

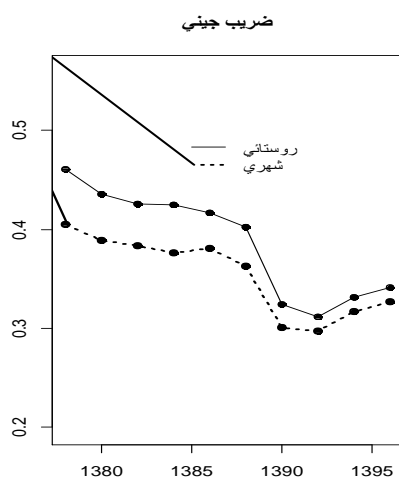
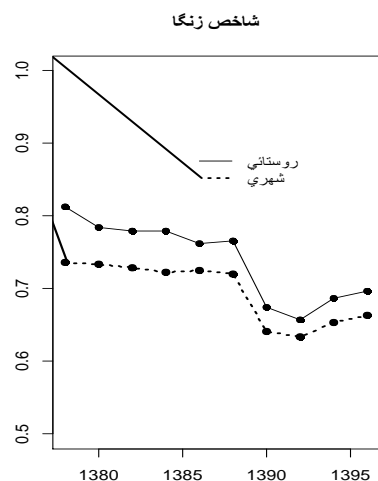
هرساله در کشور نزدیک به ۴۰ هزار خانوار از جامعه شهری و روستایی به صورت نمونه تصادفی انتخاب شده و داده‌های هزینه و درآمد آن توسط مأموران مرکز آمار ایران جمع‌آوری می‌شود. اطلاعات خام در قالب فرمت اکسس در درگاه مرکز آمار ایران^۱، در بخش داده‌های هزینه و درآمد قابل دریافت هستند. منبع اطلاعاتی در این بخش، داده‌های درآمد خانوار در بازه زمانی سال‌های ۱۳۷۸-۱۳۹۶ در دو بخش شهری و روستایی است.

۴-۱. تحلیل بر اساس شاخص‌های جینی و زنگا

در این بخش شاخص جدید زنگا با شاخص متداول ضریب جینی برای داده‌های درآمد خانوار به تفکیک مناطق شهری و روستایی در سال‌های ۱۳۷۸-۱۳۹۶ مقایسه شده‌اند. یافته‌ها در شکل ۹ روند تغییر ضریب جینی و شاخص زنگا را در محدوده زمانی یادشده نشان می‌دهد.

^۱. www.sci.org

شکل ۹. روند تغییرات ضرایب جینی و زنگا بین سال‌های ۱۳۷۸ تا ۱۳۹۶



منبع: محاسبات تحقیق با نرم‌افزار R

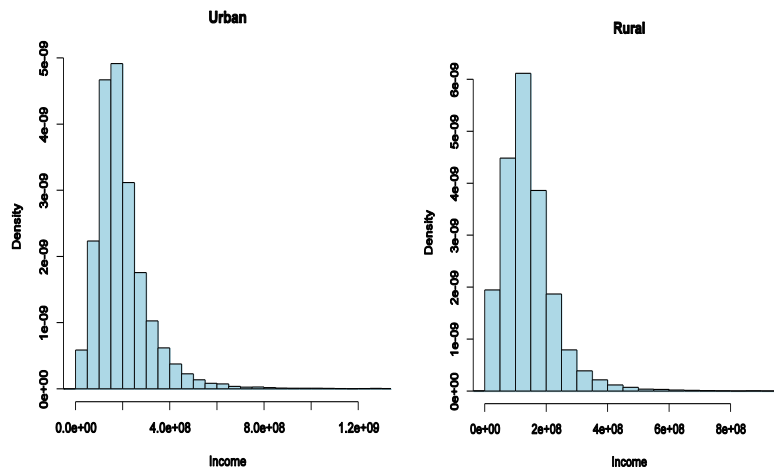
محاسبات نمایانگر آن است که نوسانات مقادیر شاخص زنگا در سنجش نابرابری درآمد روند مشابهی را به تفکیک برای مناطق شهری و روستایی نسبت به مقادیر ضریب جینی نشان می‌دهد. این امر بیانگر سازگاری رتبه‌بندی شاخص زنگا و ضریب متداول جینی است. نتایج محاسبات دو شاخص مذکور نشان می‌دهد که نابرابری توزیع درآمد در جامعه شهری نسبت به جامعه روستایی کمتر است. در اوایل دوره موردبررسی، نابرابری درآمد

در جامعه شهری و روستایی ایران روند کاهشی داشته است. این روند کاهشی در بازه زمانی ۱۳۸۸-۱۳۹۰ شتاب بیشتری دارد که بیانگر وجود سیاست‌های مشخص و تأثیرگذار از جمله تخصیص و توزیع یارانه نقدی در اجرای قانون هدفمندی یارانه‌ها در دولت دهم بوده است. این روند نزولی نابرابری، به خوبی در هر دو شاخص زنگا و جینی منعکس شده است. اما از سال ۱۳۹۳ با روی کار آمدن دولت یازدهم و اخذ سیاست‌های اقتصادی جدید، ضریب جینی و شاخص زنگا رو به افزایش نهاده‌اند و سال به سال نابرابری درآمدی در کشور بیشتر شده است. علی‌رغم هدف‌گذاری برنامه ششم توسعه برای کاهش شکاف توزیع درآمد افراد جامعه، این ضرایب در حال افزایش هستند. بر اساس این گزارش، مقادیر این دو معیار سنجش نابرابری درآمد در سال ۱۳۹۶ به بالاترین رقم در نیمه اول دهه ۹۰ رسیده‌اند.

۴-۲. تحلیل بر اساس منحنی‌های لورنتس و زنگا

برای تحلیل بر اساس منحنی‌های نابرابری، درآمد خانوارهای شهری و روستایی را در سال ۱۳۹۲ مورد بررسی قرار می‌دهیم. نخست هیستوگرام داده‌های درآمد خانوار را به تفکیک در دو بخش شهری و روستایی مطابق شکل ۱۰ ترسیم می‌کنیم.

شکل ۱۰. هیستوگرام داده‌های درآمد در سال ۱۳۹۲ به تفکیک مناطق شهری و روستایی



منبع: یافته‌های تحقیق

ملاحظه می‌شود که داده‌های هر دو مجموعه به شدت چوله به راست می‌باشند. برای مطالعه دقیق‌تر، اطلاعات حاصل از داده‌ها شامل مقادیر شاخص‌های نابرابری جینی و زنگا و نیز مقادیر چولگی و برجستگی داده‌ها در جدول ۲ خلاصه شده‌اند.

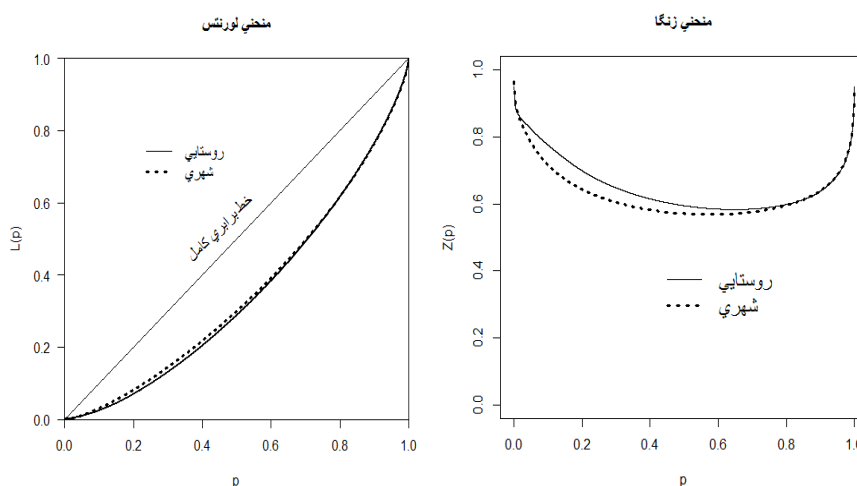
جدول ۲. مشخصه‌هایی از توزیع درآمد در سال ۱۳۹۲ به تفکیک مناطق شهری و روستایی

منطقه	جینی	زنگا	چولگی	برجستگی
شهری	۰/۲۹۷۳۹	۰/۶۳۳۴۳	۵/۱۴۲۹	۸۰/۸۷۰
روستایی	۰/۳۱۱۶۷	۰/۶۵۶۷	۵/۱۴۴۷	۸۹/۱۱۸

منبع: یافته‌های تحقیق

یافته‌های جدول ۲ نشان می‌دهند که میزان اختلاف بسیار زیاد ضریب چولگی و برجستگی با صفر بیانگر نامتقارن بودن و در نتیجه نرمال نبودن توزیع داده‌ها است. مقادیر این معیارها، چولگی شدید به سمت راست را تأیید می‌کند. برای مطالعه نابرابری در دو بخش شهری و روستایی، منحنی‌های نابرابری لورنتس و زنگا را ترسیم می‌کنیم. نمودارها در شکل ۱۱ نشان می‌دهد که منحنی لورنتس نمی‌تواند اختلاف توزیع درآمد جامعه شهری و روستایی را به خوبی بیان کند. اما منحنی زنگا در نمودار سمت راست شکل یادشده نشان می‌دهد که منحنی زنگا درآمد روستایی بالاتر از منحنی زنگا درآمد شهری است و توزیع درآمد در مناطق روستایی پرنوسان‌تر و نامتعادل‌تر از مناطق شهری است.

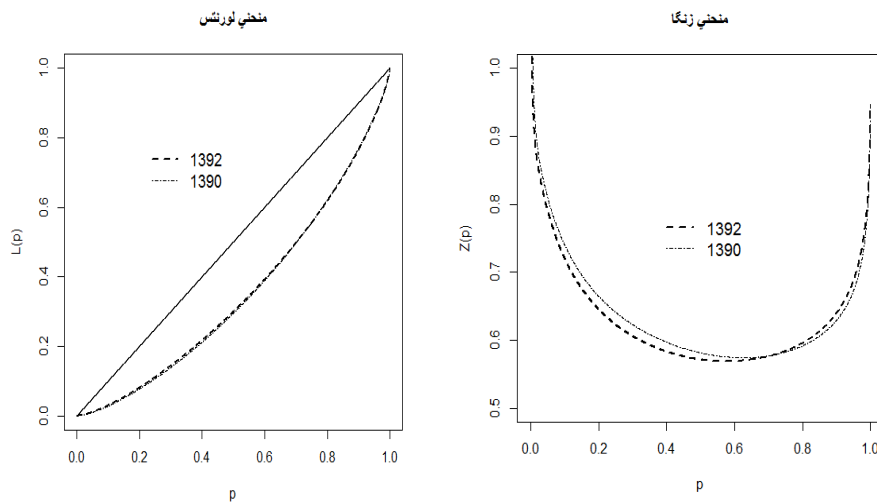
شکل ۱۱. مقایسه منحنی‌های لورنتس و زنگا برای داده‌های درآمد کشور در سال ۱۳۹۲



منبع: یافته‌های پژوهش

برای مطالعه بیشتر کارایی منحنی زنگا نسبت به منحنی لورنتس به مقایسه داده‌های درآمد شهری در سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۲ می‌پردازیم. همان‌گونه که از شکل ۱۲ مشخص می‌شود منحنی لورنتس اختلاف درآمد بین دو سال را نمی‌تواند به‌وضوح نشان دهد، درحالی‌که منحنی زنگا اختلاف نابرابری را به‌خوبی نشان می‌دهد و نیز بیانگر این مطلب می‌باشد که نابرابری در بین افراد با درآمد کمتر در سال ۱۳۹۲ کاهش یافته این در حالی است که این نابرابری در بین افراد پردرآمد جامعه افزایش یافته است.

شکل ۱۲. مقایسه منحنی‌های لورنتس و زنگا برای داده‌های درآمد کشور در سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۲

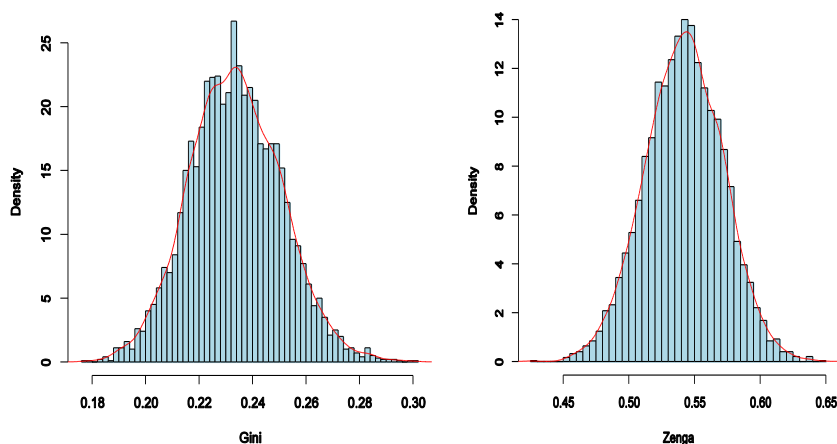


منبع: یافته‌های پژوهش

۳-۴. بررسی نرمال بودن توزیع برآوردگرهای جینی و زنگا

چون اغلب استنباط‌های آماری بر اساس فرض نرمال بودن برآوردگرها استوار است، از این رو در این بخش به مطالعه توزیع برآوردگرهای اندازه‌های نابرابری مورد بحث می‌پردازیم. برای تحلیل فرض نرمال بودن شاخص‌های جینی و زنگا، با استفاده از روش بازنمونه‌گیری، ۱۰۰۰ بار نمونه‌هایی به حجم ۱۰۰، از داده‌های درآمد سال ۱۳۹۲ انتخاب و هر بار \hat{G} و \hat{Z} را محاسبه می‌کنیم و درنهایت نمودار هیستوگرام را برای آن‌ها رسم می‌کنیم. هیستوگرام‌ها در شکل ۱۳ نشان داده شده‌اند.

شکل ۱۳. مقایسه هیستوگرام برآوردگرهای جینی و زنگای داده‌های درآمد کشور در سال ۱۳۹۲



منبع: یافته‌های پژوهش

با توجه به شکل زنگوله‌ای هیستوگرام‌ها می‌توان نتیجه گرفت که توزیع نمونه‌ای هر دو شاخص یادشده نرمال به نظر می‌رسد. از این‌رو برای مطالعه دقیق‌تر، معیارهای ضریب چولگی و برجستگی را برای هر دو شاخص در جدول ۳ ارائه می‌دهیم.

جدول ۳. مقایسه چولگی و برجستگی شاخص‌های جینی و زنگا

شاخص	چولگی	برجستگی
جینی	-۰/۰۷۴۸	۳/۱۵۲۰
زنگا	-۰/۰۲۰۷	۲/۹۸۲۲

منبع: محاسبات تحقیق

نتایج گزارش‌شده در جدول ۳ نشان می‌دهند که مقادیر چولگی و برجستگی دو شاخص جینی و زنگا اختلاف ناچیزی باهم دارند. باین‌وجود، شاخص زنگا دارای مقادیر چولگی و برجستگی کمتری است. این نکته حائز اهمیت است که در استنباط‌های آماری که مبتنی بر فرض نرمال بودن برآوردگر هستند، شاخص زنگا از اعتبار بیشتری نسبت به شاخص متداول جینی برخوردار است.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از داده‌های درآمد خانوار مرکز آمار ایران و به‌کارگیری اندازه‌های نابرابری جینی و زنگا و منحنی‌های متناظر با آن‌ها، نابرابری درآمد به تفکیک مناطق شهری و روستایی در بازه زمانی سال‌های ۱۳۷۸-۱۳۹۶ بررسی شد. در یک نتیجه‌گیری کلی می‌توان گفت که در دوره موردبررسی شدت نسبی نابرابری در کشور کاهش و سپس افزایشی بوده است. در ضمن نابرابری درآمد در مناطق شهری نسبت به مناطق روستایی کمتر است و توزیع یارانه نقدی موجب کاهش نابرابری درآمد در سال‌های ۱۳۸۸-۱۳۹۰ شده است. از سال ۱۳۹۳ علیرغم هدف‌گذاری برنامه ششم برای کاهش فاصله طبقاتی و عادلانه‌تر شدن توزیع درآمدها ضریب جینی و شاخص زنگا در حال افزایش بوده‌اند. بر اساس این گزارش، این دو معیار نابرابری در سال ۱۳۹۶ به بالاترین رقم در نیمه اول دهه ۹۰ رسیده‌اند. قابل‌ذکر است که هر دو شاخص جینی و زنگا این رویدادها را منعکس کرده‌اند. شاخص نابرابری زنگا در سنجش نابرابری درآمد روند مشابهی را به تفکیک برای مناطق شهری و روستایی نسبت به ضریب جینی نشان می‌دهد. این امر بیانگر سازگاری رتبه‌بندی شاخص زنگا و ضریب متداول جینی است. علاوه بر این، تحلیل داده‌های درآمد نشان می‌دهد که شاخص زنگا به‌خوبی نابرابری درآمد بین افراد کم‌درآمد و پردرآمد را در جامعه منعکس می‌کند. همچنین تفسیر هندسی ساده‌ای داشته و تحلیل‌های آماری معتبری را به دست می‌دهد. خم متناظر با این شاخص دارای رفتار اجباری نبوده و علاوه بر تفسیر هندسی شهودی دارای انعطاف و وضوح بیشتری در نمایاندن نابرابری نسبت به منحنی معروف نابرابری لورنتس می‌باشد.

فهرست منابع:

- ابونوری، اسمعیل و اسماعیل اسنوندی (۱۳۸۴)، برآورد و ارزیابی سازگاری شاخص‌های نابرابری اقتصادی با استفاده از ریزداده‌ها در ایران، مجله تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، ۷۱: ۲۱۰-۱۷۱.
- Atkinson, A. B. (1970), On the measurement of inequality, *Journal of economic theory*, 2(3): 244-263.
- Bonferroni, C. E. (1930), *Elementi di statistica generale*, Libreria Seber, Firenze.
- Gini, C. (1912), Reprinted: On the measurement of concentration and variability of characters (2005), *Metron*, LXIII (1), 3-38.
- Lorenz, M. O. (1905), Methods of measuring the concentration of wealth, *Publications of the American statistical association*, 9(70): 209-219.

Radaelli, P. (2008), A subgroups decomposition of Zenga's uniformity and inequality indexes, *Statistica & Applicazioni*, 6(2): 117-136.

Theil, H. (1967), *Economics and Information Theory*, North Holland Publishing Company, Amsterdam.

Zenga, M. (1984), Tendenza alla massima ed alla minima concentrazione per variabili casuali continue, *Statistica*, 44(4): 619-640.

Zenga, M. (2007), Inequality curve and inequality index based on the ratios between lower and upper arithmetic means, *Statistica and Applicazioni*, 5: 3-28.