فصلنامه مدلسازی اقتصادسنجی – سال چهارم، شماره سوم (پیاپی ۱۴)، تابستان ۱۳۹۸ (صفحات ۵۹ تا ۸۶)

آزمون ریشه واحد بیزی با لحاظ مشاهدات پرت: مطالعه موردی بازده روزانه ۵۰ شرکت فعال بورس تهران[1]

مجتبی رستمی

دانشجوی دکتری اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد

mojtabarostami1364@yahoo.com

سید نظام الدین مکیان (نویسنده مسئول)

دانشیار گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد

nmakiyan@yazd.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۲۴

چکیده

ایراد اساسی آزمون‌های کلاسیک ADF و PP توان آزمون پایین در نمونه‌های کوچک و گسستگی توزیع مجانبی آنها ست. در مقابل، بسیاری از محققین برجسته از آزمون‌های ریشه واحد بیزی حمایت می‌کنند. در پژوهش حاضر، آزمون‌های ریشه واحد بیزی بعنوان جایگزین روش‌های کلاسیک بررسی شده است. به دلیل ساختار توزیع غیر شرطی داده‌های مالی نقطه تمرکز این پژوهش تنظیم تابع راستنمایی با توزیع مقیاس ترکیبی نرمال می‌باشد. بدین منظور داده‌های روزانه بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بورس استفاده شده است. بخاطر احتمال بالای وجود داده‌های پرت، آزمون ریشه واحد با لحاظ مشاهدات پرت بدون نیاز به ساخت آماره آزمون جدید انجام شده است. نتایج شبیه سازی با الگوریتم نمونه‌برداری گیبس نشان‌دهنده احتمال بالایی مانایی است. همچنین، شبیه سازی توزیع پارامتر آزمون ریشه واحد نشان می‌دهد که رویکرد بیزی نسبت به رویکرد کلاسیک دقیق‌تر است.

طبقه‌بندی JEL: C11، C22، C49، C58

واژه‌های کلیدی: آزمون‌های ریشه‌ی واحد، رویکرد بیزی، نقاط پرت، الگوریتم نمونه‌برداری گیبس

[1]. مقاله مستخرج از رساله دکتری است.

۱. مقدمه

تمیز میان فرآیندهای تصادفی روند قطعی[1]و روند تصادفی[2]به دلیل تفاوت در محاسبات جبری (پیش‌بینی، واریانس خطای پیش بینی، ماندگاری) و در توزیع مجانبی برآوردگر OLS آنها بسیار مهم است. چنین تمایزی از نقطه نظر تفسیر اقتصادی نیز مهم است. برای مثال، بنابر مطالعاتی معتبر در اقتصادکلان شوک‌های پولی و تقاضا تنها دارای اثرات موقت می‌باشند در حالی‌که شوک‌های سمت عرضه به ویژه شوک‌های تکنولوژیک اثرات ماندگار دارند (مکیان ،۱۳۹۷). همچنین، حضور متغیرهای نامانا در مدل‌های رگرسیونی استاندارد می‌تواند منجر به توزیع‌های مجانبی غیراستاندارد شود. فولر[3](۱۹۷۶) و دیکی و فولر[4](۱۹۷۹) نشان دادند که در صورت وجود ریشه‌ی واحد، برآوردگرهای OLS و آماره‌ی t مرتبط با آن دارای توزیع مجانبی غیراستاندارد است، در حالی‌که در صورت عدم وجود ریشه‌ی واحد دارای توزیع‌های استاندارد هستند. نلسون و پلاسر[5](۱۹۸۲) اولین کسانی بودند که خواص روند در سری‌های زمانی اقتصاد کلان را از زوایه تصادفی یا قطعی بودن مورد بررسی قرار دادند. آنها نتیجه می‌گیرند که اکثر سری‌های زمانی اقتصاد کلان آمریکا با فرآیندهای تفاضل مانا بهتر توصیف می‌شوند زیرا حاوی ریشه واحد می‌باشند. آزمون‌های آماری همچون ADF و PP برای تشخیص نوع فرآیند تصادفی (روند مانا یا تفاضل مانا) طراحی گردیده است.

سیمز[6](۱۹۸۸) استدلال می‌کند که چون در این آزمون‌ها نظریه توزیع مجانبی به شکل ناپیوسته بین فرضیه وجود ریشه‌ی واحد و فرضیه مانایی تغییر می‌کند، آزمون فرضیه‌های کلاسیکی (مبتنی بر نظریه مجانبی) نمی‌تواند روشی منطقی برای استنباط آماری براساس نظریه مجانبی ناپیوسته را بدست دهد. بر این اساس، وی توضیح می‌دهد که روش بیزی با پیشین یکنواخت برای استنباط مناسب‌تر و نقطه‌ی شروع منطقی‌تری است. زیرا ثابت شده است که در این روش توزیع احتمال پسین هر دو فرضیه وجود ریشه‌ی واحد و فرضیه‌ی روند-مانایی یکسان است. همچنین کوپ[7](۱۹۹۴) استدلال می‌کند که در آزمون‌های ADF، PP و KPSS مقادیر بحرانی در عمل برای نمونه‌های کوچک اساسا

---

1. Trend Stationery
2. Difference Stationery
3. Fuller
4. Dickey and Fuller
5. Nelson and Plosser
6. Sims
7. Koop, Gary

متفاوت از مقادیر مجانبی آنهاست. در حالی‌که در رویکرد بیزی استنباط در نمونه‌های کوچک نتایج دقیق بدست می‌دهد زیرا استنباط مشروط بر نمونه مشاهده شده صورت می‌گیرد. سیمز و اهلیگ[1] (۱۹۹۱) در مقاله‌ای نشان دادند که عدم تقارن توزیع مجانبی آماره ضریب همبستگی مدل AR برآورد شده با OLS سبب اعتماد بیش از حد به مقادیر بزرگ این ضریب در مقایسه با مقادیر کوچکتر آن می‌شود. در حالی‌که در روش‌های بیزی توزیع پسین این ضریب متقارن است و چنین مشکلی را ایجاد نمی‌کند.

با وجود این مزیت‌های اســاســی، روش بیزی در پژوهش‌های اقتصــادی به ندرت مورد استفاده قرار گرفته است. از نظر فیلیپس[2] (۱۹۹۱) این موضوع به توابع پیشین مرتبط است. به نظر وی یکی از موانع مهم استفاده از روش‌های بیزی حساسیت نتایج به توابع پیشــین اســت. فیلیپس بیان می‌کند که هنگام اســتفاده از توزیع پیشــین از نوع جفریز[3] شواهد علیه فرضیه ریشه واحد ضعیف‌تر از حالتی است که پیشین یکنواخت انتخاب می‌شــود. جمیز اچ. اســتاک[4] (۱۹۹۱) از نقطه نظر فیلیپس دفاع می‌کند و عنوان می‌کند که با این حال دلیل اصلی نتایج متفاوت نه نوع توابع پیشین انتخاب شده بلکه ناشی از آن اســت که دو رویکرد بیزی و کلاســیک به ســوال‌های متفاوتی پاســخ می‌دهند. غالب اقتصــاددانان نســبت به این تمایز میان روش‌های بیزی و کلاســیکی توجه نمی‌کنند. در پژوهش حاضر به بررسی وجود ریشه واحد در داده های بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال بوروس تهران با اســتفاده از توزیع مقیاس ترکیبی نرمال پرداخته شــده اســت که برای داده‌های مالی مناســب تر از روش معرفی شــده توســط ســیمز (۱۹۸۸) یا کوپ (۱۹۹۴) است. در این زمینه، مطالعات قبلی حول تاثیر نوع توابع پیشین بر نتایج آزمون ریشه واحد متمرکز بوده است و در تمام آنها فرض شده است که ساختار داده‌ها با توزیع نرمال مناسب سازگار است. اما در پژوهش حاضر به ساختار داده‌ها توجه شده است و انحراف آنها از توزیع نرمال مورد توجه قرار گرفته اســت. نقطه تمرکز این پژوهش کاربرد آزمون ریشه واحد بیزی برای داده های بازار سهام تهران (۵۰ شرکت فعال) است که به دلیل ضــریب کشــیدگی بالا از توزیع نرمال انحراف دارند. در روش مورد اســتفاده این پژوهش بجای فرض نرمال بودن توزیع جملات خطای رگرســیون ریشــه واحد از فرض مقیاس ترکیبی نرمال برای توزیع این خطاها اســتفاده شــده اســت. این موضــوع باعث

---

[1]. Sims and Uhlig
[2]. Phillips
[3]. Jefriz
[4]. James H. Stock

می‌شود که برخلاف مطالعات قبلی بجای تمرکز بر تابع پیشین بر تابع راستنمایی تمرکز شـــود. در زمینه آزمون فرضـــیه‌های بیزی لی و ژنگ[۱](۲۰۱۴) و لی ، لیو و یو[۲](۲۰۱۵) ادبیات قابل توجهی را فراهم آورده اند. همچنین حاج رجبی و مالکی[۳](۲۰۱۹) و مالکی و رث[۴](۲۰۱۸) در زمینه تخمین مدل‌های AR با اســـتفاده از توزیع‌های مقیاس ترکیبی نتایج قابل تاملی را ارائه کرده‌اند که در این پژوهش سعی شده ا ست که مورد ا ستفاده قرار بگیرند. در ادامه ساختار این پژوهش شامل بخش‌های زیر می‌باشد:
در بخش دوم روش تحقیق معرفی می‌شود، بخش سوم تصریح مدل‌ها و نحوه برآوردها را شامل می‌شود، در بخش چهارم الگوی عملیاتی انجام ریشه واحد بیزی و در بخش پایانی نتیجه‌گیری و جمع‌بندی ارائه می‌شود.

۲. روش تحقیق

استفاده از رویکرد بیزی در بررسی مسائل مربوط به ریشه واحد از اواخر دهه ۱۹۸۰ شروع شده است. سیمز (۱۹۸۸) و سیمز اهلیگ (۱۹۹۱) اولین مقاله‌های بیزی در مورد مسائل مربوط به آزمودن فرضیه ریشه واحد را منتشر کردند. فیلیپس (۱۹۹۱و ۱۹۹۶) در دو مقاله به انتقادات طرفداران رویکرد کلاسیک از روش سیمز و اهلیگ پاسخ‌هایی ارائه کرد. این موضوع سبب تولید فهرست بلند بالایی از مقالات شده است که با روش‌های بیزی به بررسی مسائل ریشه‌ی واحد پرداخته اند. در این پژوهش در راستای اهداف پژوهشی سعی شده فهرستی از مهمترین کارها در این زمینه ارائه شود. در این بخش ابتدا روند کلی روش استنباط بیزی توضیح داده می‌شود و سپس نحوه کاربرد این روش‌ها در مسائل ریشه‌ی واحد توضیح داده می‌شود.

۲-۱. مبانی استنباط بیزی

اساس استنباط‌های بیزی، قضیه بیز است. براساس این قضیه، احتمال پسین یک پیشامد متناسب با حاصلضرب احتمال پیشین در لگاریتم راستنمایی تغییر می‌کند. به بیان ریاضی قضیه بیز به‌صورت زیر است:

---

1. Li & Zeng
2. Li, Lu & Yu
3. Hajrajabi and Maleki
4. Maleki, Warith

$$p\left(\theta|y\right)=\frac{p\left(y\,|\theta\right)p\left(\theta\right)}{\int_{\Theta}p\left(y\,|\tilde{\theta}\right)p\left(\tilde{\theta}\right)d\tilde{\theta}},\qquad (1)$$

اجزا تشکیل دهنده این قضیه که در انجام استنباط بیزی و تفسیر آن بسیار اهمیت دارند عبارتند از:

- $p\left(\theta\right)$ احتمال حاشیه‌ایی θ است که احتمال پیشین[1] θ نامیده می‌شود و نااطمینانی محقق را درباره مقادیر پارامتر θ پیش از مشاهده داده‌ها را بیان می‌کند. کلمه پیشین در این عبارت نشان دهنده احتمال قبل از مشاهده ازاطلاعات y است.
- $p\left(\theta|y\right)$ احتمال شرطی θ به شرط داده‌های y است که احتمال پسین[2] θ نامیده می‌شود و نااطمینانی محقق را درباره مقادیر پارامتر θ پس از مشاهده داده‌ها بیان می‌کند. کلمه پسین در این عبارت نشان دهنده احتمال بعد از مشاهده ازاطلاعات y است.
- $p\left(y\,|\theta\right)$ احتمال شرطی داده‌های y به شرط داده‌های θ است که تابع راستنمایی[3] نامیده می‌شود و نحوه ارتباط داده‌ها را با پارامتر نشان می‌دهد.
- $\int_{\Theta}p\left(y\,|\tilde{\theta}\right)p\left(\tilde{\theta}\right)d\tilde{\theta}$ احتمال حاشیه‌ایی y را نشان می‌دهد و بعنوان یک ثابت نرمال ساز عمل می‌کند تا از اینکه $p\left(\theta|y\right)$ یک مقدار احتمالی باشد مطمئن شویم.

از آنجاکه وجود عبارت $\int_{\Theta}p\left(y\,|\tilde{\theta}\right)p\left(\tilde{\theta}\right)d\tilde{\theta}$ معمولا برای بررسی ویژگی‌های توزیع پسین $p\left(\theta|y\right)$ ضروری نیست، قضیه بیز (رابطه (۱)) را می‌توان به‌صورت تناسب زیر نوشت:

$$p\left(\theta|y\right)\propto p\left(y\,|\theta\right)p\left(\theta\right),\qquad (2)$$

در رابطه فوق، فرم $p\left(y\,|\theta\right)$ به فرض‌های توزیعی در مورد داده‌ها بستگی دارد، لذا به‌صورت تابعی از θ به ازای مقادیر ثابت داده‌ها نمایش داده می‌شود. این موضوع به

1. Prior Probability
2. Posterior Probability
3. Likelihood Function

معنای آن است که هر تابعی از θ همچون $L(\theta;y)$ به گونه‌ای است که $L(\theta;y) \propto p(y|\theta)$. بنابراین، می‌توان رابطه (۲) را به‌صورت زیر نوشت:

$$p(\theta|y) \propto L(\theta:y)\,p(\theta), \qquad (۳)$$

عبارت $L(\theta;y)$ تابع راستنمایی نامیده می‌شود. رابطه (۳) توزیع احتمال مشترک داده‌های مشاهده شده و پارامترها یا $p(y,\theta)$ را نشان می‌دهد. این توزیع مشترک، **مدل اقتصادسنجی بیزی**[۱] نامیده می‌شود. این رابطه نشان می‌دهد که در مدل اقتصادسنجی بیزی باورهای به‌روز شده (پسین)، با ترکیب اطلاعات پیشین و داده‌ها براساس قضیه بیز ساخته می‌شوند. بنابراین، برخلاف مدل‌های اقتصادسنجی کلاسیک که تنها تابع راستنمایی وجود دارد، در مدل اقتصادسنجی بیزی، علاوه بر تابع راستنمایی، $L(\theta;y)$، یک عامل اضافی برای مدل‌سازی وجود دارد. این عامل اضافی توزیع پیشین، $p(\theta)$ است.

برای تخمین پارامترها باید فرم تابع راستنمایی و تابع توزیع پیشین مشخص شود. مشخص‌نمایی تابع راستنمایی بستگی به توزیع احتمال داده‌ها دارد. با این حال روشی که بهترین روش مشخص‌نمایی توزیع پیشین و تبدیل اطلاعات ذهنی محقق یا محققین به مقادیر پیشین برای توزیع پارامترها باشد، وجود ندارد.

به‌طور کلی سه دسته مشخص‌نمایی برای توزیع پیشین بردار پارامتر θ وجود دارد. زمانی‌که اطلاعاتی مناسب و مفید در مورد پارامتر در دسترس است می‌توان از دسته‌ی خاصی از توابع پیشین که اصطلاحا پیشین آگاهی بخش[۲]نامیده می‌شوند استفاده کرد. اما در موارد بسیاری، باورهای پیشین مبهم هستند و بنابراین تبدیل آنها به یک پیشین آگاهی بخش دشوار است. در این حالت می‌خواهیم بدون آنکه بر استنباط پارامترهای پسین تاثیر بگذاریم نااطمینانی خودمان را درباره پارامترها بیان کنیم. پیشین‌های اصطلاحا ناآگاهی بخش[3]برخی اوقات پیشین‌های مبهم یا پیشین‌های پخشی[4]نیز نامیده می‌شوند. همچنین در بسیاری از شرایط، انتخاب توزیع پیشین تحت تاثیر قابلیت محاسبه توزیع پسین به روش‌های تحلیلی است. استفاده از پیشین‌های مزدوج[5]تضمین کننده هم‌خانواده بودن توزیع پسین با توزیع پیشین است. بنابراین، در این حالت محاسبه توزیع

---

[1]. Bayesian Econometrics Model
[2]. Informative Prior
[3]. Non Informative Prior
[4]. Vague or Diffuse Priors
[5]. Conjugate Prior

پسین پارامتر θ با استفاده از روش‌های تحلیلی و بدون نیاز به روش‌های شبیه‌سازی ممکن خواهد بود. اگرچه در این حالت توزیع‌های پیشین و پسین فرم یکسانی دارند اما پارامترهای آنها متفاوت خواهد بود. زیرا توزیع پسین تحت تاثیر مبادله درستنمایی و پیشین با یکدیگر است.

نحوه بیان اطلاعات پیشین درباره پارامترها در فرم تحلیلی (یا توزیعی)، $p\left(\theta\right)$، و تحلیل حساسیت استنباط پسین به فرم توزیع پیشین منتخب از مسائل قابل ملاحظه ادبیات بیزی می‌باشد (برگر[1](۲۰۰۶)).

نتایج استنباط بیزی در قالب میانگین پسین، انحراف استاندارد پسین و فاصله اعتبار[2]که مشابه مفهوم فاصله اطمینان اما متفاوت از آن است بیان می‌شود.

برای توضیح بیشتر فاصله اعتبار برای ارزیابی درجه نااطمینانی، یک فاصله $\left(1-\alpha\right)$پسین $\left[a,b\right]$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. احتمال پسین آنکه پارامتر نامعلوم θدر فاصله a و b قرار گیرد برابر $\left(1-\alpha\right)$است:

$$p\left(a<\theta<b\left|y\right.\right)=\int_a^b p\left(\theta\left|y\right.\right)d\theta=1-\theta,$$

کرانه‌های فاصله اعتبار ممکن است به‌گونه‌ای تعیین شود که احتمال برابر داشته باشند (برابر با $\frac{\alpha}{2}$). برای مثال، می توان a را به‌گونه‌ایی انتخاب کرد که بر چارک اول قرار گیرد و b بر چارک سوم قرار می‌گیرد. تفسیر فاصله اعتبار اغلب به صورت اشتباه با استفاده از رویکرد کلاسیک فاصله اطمینان صورت می‌گیرد. در نظریه کلاسیک، مقدار $\left(1-\alpha\right)$ احتمال همگرایی است اگر به طور دلخواه نمونه‌گیری بارها تکرار شود و نتایج ثبت گردد آنگاه $100\left(1-\alpha\right)\%$از این فواصل پارامتر θرا در بر می‌گیرد. فاصله اعتبار یا به‌صورت تحلیلی با استفاده از کوانتیل‌های تئوریک توزیع پسین (زمانی‌که فرم آنها شناخته شده است) یا با استفاده از روش عددی با استفاده از کوانتیل‌های تجربی که با استفاده از روش‌های شبیه سازی چگالی پسین محاسبه می‌شوند، بدست می‌آیند (مکیان، ۱۳۹۷).

۲-۲ تخمین پارامترهای یک مدل بیزی

[1]. Berger
[2]. Credible Interval

برای تخمین توزیع پسین پارامترهای مدل اقتصادسنجی بیزی از روش شبیه‌سازی زنجیره‌های مارکفی[1](MCMC) با الگوریتم نمونه برداری گیبس[2] استفاده می‌شود.

تقریبا تمامی انواع توزیع‌های پسین را با استفاده از این روش تقریب می‌زنند. مهم‌ترین نکته در مورد این روش آن است که در صورت ارگودیک[3] بودن، توزیع مانا به دست خواهد داد. بدین معنا که با ادامه تکرارها، خواص زنجیره‌های مارکف دچار جهش و تغییر نمی‌شود و تمام سطح زیر یک توزیع را شبیه‌سازی می‌کند. همچنین شبیه‌سازی توزیع تحت تاثیر مقادیر اولیه قرار نمی‌گیرد.

این الگوریتم نمونه‌برداری بر مفهومی که توزیع تمام شرطی[4] نام دارد، تکیه می‌کند. در توزیع تمام شرطی، تمام پارامترها به جز پارامتری که بر آن تمرکز داریم را ثابت نگه می‌داریم. با فرض آن که بردار پارامترها به صورت $\beta=\left(\beta_1,\beta_2,...,\beta_k\right)$ و $\beta_k^{(i)}$ iامین مقدار شبیه‌سازی شده پارامتر β_k باشد، برای شبیه‌سازی با استفاده از نمونه‌برداری گیبس به صورت زیر عمل خواهیم کرد:

$$\beta_1^{(i)} :\ p\left(\beta_1 | q_t, \beta_2^{(i-1)},...,\beta_k^{(i-1)}\right)$$
$$\beta_2^{(i)} :\ p\left(\beta_2 | q_t, \beta_1^{(i)},\beta_3^{(i-1)},...,\beta_k^{(i-1)}\right)$$
$$\vdots$$
$$\beta_k^{(i)} :\ p\left(\beta_k | q_t, \beta_1^{(i)},\beta_3^{(i-1)},...,\beta_{k-1}^{(i)}\right)$$
$$\beta_1^{(i+1)} :\ p\left(\beta_1 | q_t, \beta_2^{(i)},...,\beta_k^{(i)}\right)$$
$$\vdots$$

و با ادامه دادن این کار حجم مطلوب نمونه شبیه سازی شده برای تخمین توزیع پسین پارامترها و گشتاورهای پسین نمونه‌ای متناظر آنها به دست می‌آید (گویک[5]، ۱۹۸۹).

۲-۳. تصریح و تخمین مدل اتورگرسیو (AR(p))

آزمون‌های فرضیه ریشه واحد پارامتری بیزین همچون رویکرد کلاسیک با استفاده از آماره آزمون‌های بدست آمده از برآورد فرآیندهای AR(p) انجام می‌شوند. فرم عمومی یک فرآیند اتورگرسیو مرتبه p، AR(p)، به‌صورت زیر می‌باشد:

1. Markov Chain Monte Carl (MCMC)
2. Gibbs Sampling
3. Ergodic
4. Full Conditional Distribution
5. Geweke

$$\left(Y_t - m_t\right) = \phi_0 + \sum_{k=1}^{p} \phi_k \left(Y_{t-k} - m_{t-k}\right) + \varepsilon_t, \qquad (۴)$$

این فرآیند هرگاه علاوه بر شرط ریشه چندجمله‌ای، m_t به زمان بستگی نداشته باشد مانا از مرتبه p است. واضح است که با انتخاب m_tهای مختلف فرم‌های مختلف AR(p) را خواهیم داشت. زمانی‌که در رابطه فوق $m_t = 0$ است آنگاه مدل فوق به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$Y_t = \phi_0 + \sum_{k=1}^{p} \phi_k Y_{t-k} + \varepsilon_t, \qquad (۵)$$

تفسیر این مدل آن است که میانگین Y_t تابعی خطی از مقادیر گذشته اش است. تنها استنباط در مورد ϕ_0 ، بعنوان یک پارامتر مزاحم[۱] به مقدار ثابت انتخاب شده برای m_t بستگی دارد (اگر m_t به زمان بستگی داشته باشد ϕ_0 ضریب روند و اگر m_t به زمان بستگی نداشته باشد ϕ_0 عرض از مبدا خواهد بود).

۲-۳-۱. تصریح تابع راستنمایی

به منظور بدست آوردن تابع راستنمایی داده‌های $y = \left(y_1, y_2, \ldots, y_n\right)$ از تجزیه زیر استفاده می‌شود:

$$p\left(y \mid \theta\right) = p\left(y_p \mid \theta\right) \times p\left(y_{(n-p)} \mid \theta, y_p\right), \qquad (۶)$$

که $y_p = \left(y_1, y_2, \ldots, y_p\right)$ ،$y_{(n-p)} = \left(y_{p+1}, y_{p+2}, \ldots, y_n\right)$ و θ بردار پارامترهای نامعلوم است. با توجه به رابطه (۵) مشخص می‌شود که عبارت $p\left(y_p \mid \theta\right)$ در رابطه (۶) به مقادیر غیرقابل مشاهده $y^{(0)} = \left(y_0, y_{-1}, \ldots, y_{1-p}\right)$ بستگی دارد که باید به شیوه‌ایی بیان شود.

در حالتی که فرآیند مانا است نیوبولد[۲](۱۹۷۴) عبارت $p\left(y_p \mid \theta\right)$ را با استفاده از انتگرال زیر بدست آورد:

$$p\left(y_p \mid \theta\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} p\left(y_p \mid \theta, y^{(0)}\right) \times p\left(y_p \mid \theta\right) dy_0 \cdots dy_{1-p}, \qquad (۷)$$

---

[1]. Nuisance Parameter

[2]. Newbold

وی فرض می‌کند که یک تاریخ نامتناهی برای فرآیند تعیین کننده $p\left(y^{(0)}|\theta\right)$ وجود دارد و روشن است که این شیوه برای سری‌های نامانا مناسب نیست و در حالت نامانا $y^{(0)}$ گشتاور مرتبه دوم متناهی بر کرانه‌ها ندارد.

ماریوت[1] و همکاران (۱۹۹۴) تابع راستنمایی فرآیند اتورگرسیو را به‌صورت زیر بیان می‌کنند:

$$p\left(y|\theta\right)=p\left(y_1|\theta\right)\times p\left(y_2|\theta,y_1\right)\ldots p\left(y_j|\theta,y_{j-1}\right)\ldots p\left(y_n|\theta,y_{n-1}\right), \quad (۸)$$

که $y_t=\left(y_1,y_2,\ldots,y_t\right)$ عبارت است از t مشاهده در نمونه و $y^{(0)}$ به‌صورت پارامترهای پنهان[2] در رابطه فوق وارد می‌شود.

بسیاری همچون نیلر و ماریوت[3](۱۹۹۸) که در زمینه مدل‌سازی سری‌های زمانی با رویکرد بیزی کار کرده‌اند از تابع توزیع نرمال برای مشخص‌نمایی تابع راستنمایی استفاده کرده‌اند. در این پژوهش به دلیل اهمیت توزیع غیرشرطی داده‌ها و لحاظ مواردی همچون وجود مشاهدات پرت از تابع توزیع مقیاس ترکیبی نرمال توزیع t برای تشکیل تابع راستنمایی استفاده شده است که در ادامه چرایی و ویژگی‌های این توزیع توضیح داده شده است.

۲-۴. فرم مقیاس ترکیبی نرمال

نرمال بودن داده‌ها در بسیاری از کاربردها مفروض گرفته می‌شود اما براساس تحقیقات گسترده‌ایی که در زمینه داده‌های مالی صورت گرفته است مشخص شده است که توزیع تجربی داده‌های مالی دارای ضریب کشیدگی بزرگ‌تر از نرمال می‌باشد. ریشه این موضوع در یکی از مهمترین واقعیت‌های آشکار شده در حوزه تلاطم[4]دارایی‌های مالی است که بیان می‌کند تلاطم این دارایی‌ها در طول زمان متغیر است (مندلبرات[5](۱۹۶۳) ، انگل[6] (۲۰۰۴) و شورت[7](۱۹۸۹)). به این ویژگی اصطلاحا خاصیت خوشه‌ای تلاطم گفته می‌شود که مبین وجود خودهمبستگی مثبت دوره‌های تلاطمی است. این امر موجب

---

[1]. Marriott
[2]. Latent Parameter
[3]. Naylor and Marriott
[4]. Volatility Clustering
[5]. Mandelbrot
[6]. Engel
[7]. Schwert

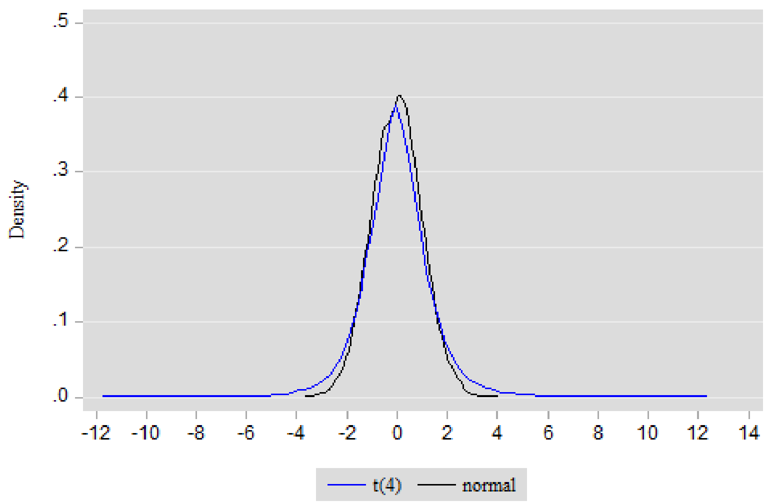
می‌شود که بازده به طور شرطی ناهمسانی واریانس داشته باشد. لذا، واریانس شرطی بازده با واریانس غیر شرطی آن تفاوت داشته باشد یا به لحاظ آماری یعنی:

$$\sigma_t^2|_{t-1} = var(r_t \mid \Im_{t-1}) \neq \mathrm{var}(r_t)$$

پیامد نابرابری فوق ضریب کشیدگی بیش از توزیع نرمال داده های بازده است.

نمودار شماره ۱ توزیع شبیه سازی شده توسط نویسندگان با کشیدگی بالا (توزیع t - استیودنت) را در مقایسه با توزیع نرمال ستاندارد نشان می‌دهد. نمودار ۱ نشان می‌دهد که توزیع با کشیدگی بالا سه بار از توزیع نرمال می‌گذرد. مفهوم ضمنی این پدیده آن است که در محدوده زمانی نسبتا بزرگی، در توزیع با کشیدگی بالا داده‌ها تغییرپذیری کمتری یا تقریبا مشابه‌ای با یک موقعیت نرمال دارند (حوزه‌ی میانی توزیع با کشیدگی بالا چنین وضعیتی را توصیف می‌کند). اما موقعیت‌هایی نیز وجود دارند که تغییرپذیری داده‌ها در توزیع با کشیدگی بالا نسبت به توزیع نرمال بسیار بزرگتر است (که دنباله های توزیع با کشیدگی بالا به این موضوع اشاره می کنند).

نمودار ۱: مقایسه توزیع با کشیدگی بالا (توزیع t با ۴ درجه آزادی) با توزیع نرمال

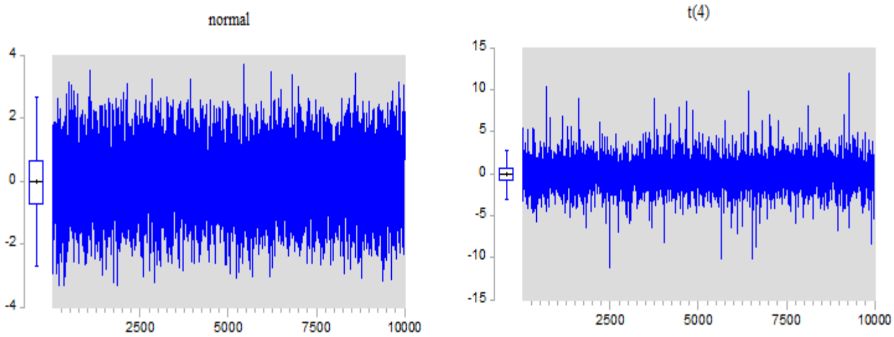


منبع: یافته‌های پژوهش

نمودار شماره ۲ سری زمانی داده‌های شبیه‌سازی شده با استفاده از توزیع t استیودنت را در مقایسه با سری زمانی داده‌های شبیه‌سازی شده با توزیع نرمال را نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که تغییرات داده‌های با کشیدگی بالا در مقایسه با داده‌های نرمال

بسیار دندانه‌دارتر و ناصاف‌تر (تغییرپذیرتر) هستند. این نوع تغییرپذیری در نتیجه وجود پدیده‌ای است که در اقتصادمالی تلاطم خوشه‌ایی نامیده می شود.

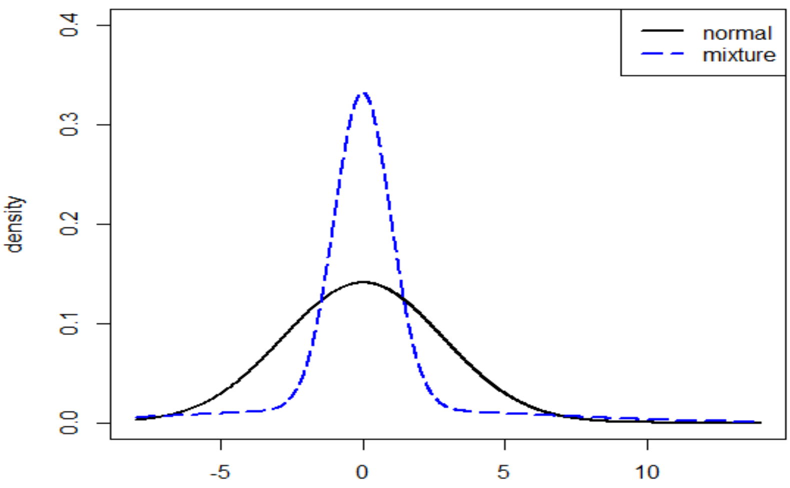
نمودار۲: مقایسه سری زمانی داده های شبیه‌سازی شده با توزیع نرمال و توزیع با کشیدگی بالا



منبع: یافته‌های پژوهش

در این وضعیت یکی از روش‌های مدلسازی احتمالی رفتار بازده دارایی‌های مالی که دارای ویژگی کشیدگی بالا هستند، استفاده از توزیع‌های ترکیبی است. در نمودار ۳ توزیع مقیاس ترکیبی نرمال گسسته را با ترکیب دو توزیع نرمال تغییرات شدید ($\sigma_{turbulent} = 6$) و تغییرات ملایم ($\sigma_{tranquil} = 1$) با این فرض که ۸۰ درصد از مواقع در رژیم با تغییرات ملایم و تنها در ۲۰ درصد مواقع در رژیم با تغییرات شدید قرار داشته باشیم رسم شده است. در این حالت واریانس توزیع مقیاس ترکیبی نرمال برابر با $0.8\times\sigma^2_{tranquil} + 0.2\times\sigma^2_{turbulent} = 8$ خواهد بود. به منظور مقایسه و بیان تفاوت ها همچنین توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۸ نیز رسم شده است.

نمودار۳: توزیع مقیاس ترکیبی نرمال در مقایسه با توزیع نرمال با واریانس‌های برابر



منبع: یافته‌های پژوهش

نتایج این شبیه‌سازی نشان دهنده آن است که توزیع مقیاس ترکیبی نرمال به دلیل دنباله‌های پهن نسبت توزیع نرمال، دارای ضریب کشیدگی بلاتری است و از این جهت برای مدلسازی رفتار داده‌های مالی بسیار مناسب‌تر از توزیع نرمال می‌باشند.

از آنجا که هدف اصلی این پژوهش انجام آزمون ریشه‌ی واحد براساس رویکرد بیزی در داده‌های مالی می‌باشد که ضریب کشیدگی بالایی دارند، از نمایش مقیاس ترکیبی نرمال توزیع t برای جملات خطای رابطه (۵) بعنوان یک رویکرد نیرومند بیزی استفاده شده است که در ادامه معرفی می‌گردد.

۲-۴-۱. فرم مقیاس ترکیبی نرمال برای توزیع t

متغیر تصادفی X مشروط به متغیر پنهان ω، با پارامترهای مکان θ و مقیاس σ به‌طور شرطی به‌صورت نرمال $X|\omega \sim N\left(\theta, g(\omega)\sigma^2\right)$ توزیع شده است که $g(.)$ تابعی مثبت بر ¡ و $\omega \sim \pi(\omega)$ است که تابع $\pi(.)$ یک تابع چگالی احتمال پیوسته یا گسسته است. به توزیع X با عنوان یک مقیاس ترکیبی نرمال (SMN) با پارامتر ترکیبی ω و با چگالی ترکیبی $\pi(.)$ اشاره می‌شود.

کلاس مدل‌های تعریف شده‌ی فوق بسیار بزرگ و کاربردی می‌باشد. چنین نمایشی از توزیع نرمال را می‌توان در شرایطی که فرض نرمال بودن انتخاب مناسبی نیست مورد

استفاده قرار داد: برای مثال، در تحلیل داده‌های مالی تابع راستنمایی نیازمند توزیع غیرنرمال همچون توزیع t است.

چگالی t با پارامترهای مکان θ، مقیاس σ^2 و درجه آزادی ν را همواره می‌توان با استفاده از فرم مقیاس ترکیبی نرمال به‌صورت زیر بیان کرد (اندروز و مالوز[1] ۱۹۴۷):

$$t_\nu\left(x\left|\theta,\sigma^2\right.\right)=\int_0^\infty N\left(x\left|\theta,\frac{\sigma^2}{\omega}\right.\right)G\left(\omega\left|\frac{\nu}{2},\frac{\nu}{2}\right.\right)d\omega\ , \tag{۹}$$

در این رابطه $N\left(.|.\right)$ و $G\left(.|.\right)$ به ترتیب چگالی‌های نرمال و گاما هستند. با استفاده از این نمایش، متغیر X مشروط به ω دارای توزیع نرمال $N\left(\theta,\frac{\sigma^2}{\omega}\right)$ است که با توزیع $G\left(\frac{\nu}{2},\frac{\nu}{2}\right)$ مربوط به ω ترکیب شده است:

$$X\left|\theta,\sigma^2,\omega\sim N\left(\theta,\frac{\sigma^2}{\omega}\right)\right.\qquad \&\qquad \omega\sim G\left(\frac{\nu}{2},\frac{\nu}{2}\right). \tag{۱۰}$$

۳. معرفی الگوی عملیاتی ریشه واحد بیزی با توزیع مقیاس ترکیبی نرمال

پس از فراهم آوردن ادبیات لازم برای ساخت آزمون فرضیه ریشه واحد بیزی در بخش پیشین در این بخش الگوی عملیاتی انجام چنین آزمونی با تمرکز بر تابع راستنمایی و بدون تحمیل محدودیت مانایی فرآیند اتورگرسیو مرجع آزمون ساخته می‌شود. نیلر و ماریوت (۱۹۹۸) چنین توابع پیشینی را ارائه کرده‌اند. به منظور طراحی الگوی عملیاتی، ابتدا باید تابع راستنمایی مربوط به رابطه‌ی رگرسیونی (۱۱) را مشخص کنیم:

$$y_t=\mu+\left(1-\rho\right)y_{t-1}+\sum_{i=1}^{t-1}\Gamma_i\Delta y_{t-i}+\varepsilon_t, \tag{۱۱}$$

با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) تابع راستنمایی با توزیع مقیاس ترکیبی نرمال توزیع t مشاهدات، برای معادله رگرسیونی (۱۱) به‌صورت زیر خواهد بود:

$$y_t\sim N\left(\mu+\left(1-\rho\right)y_{t-1}+\sum_{i=1}^{t-1}\Gamma_i\Delta y_{t-i},\tau_t\right),$$

---

[1]. Andrews and Mallows

در رابطه فوق $\tau_t = \frac{1}{\sigma_t^2}$ می‌باشد. با توجه به آنکه فرض شده است که توزیع جملات خطا از فرم مقیاس ترکیبی نرمال توزیع t تبعیت می‌کند، بنابراین، براساس تعریف، اوزان ω_t در رابطه (۹) و (۱۰) دارای توزیع احتمال گام زیر خواهد بود:

$$\omega_t \sim \frac{\left(\frac{\nu}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}} (\omega_t)^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{\nu}{2}\omega_t}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}; \qquad \omega_t > 0 \tag{۱۲}$$

در رابطه فوق ν پارامتر درجه‌ی آزادی است. ضریب دقت τ_t براساس توزیع مقیاس ترکیبی نرمال توزیع به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_t = \frac{1}{\sigma_t^2} = \omega_t \times \frac{1}{\sigma^2},$$

در نتیجه، تابع راستنمایی مقیاس ترکیبی نرمال توزیع t به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ln(l(\tau_t, \mu_t)) = \frac{1}{2}\log\left(\tau_t \big/ 2\pi\right) - \frac{\tau_t}{2}\left(y_t - \mu_t\right)^2,$$

پس از تصریح تابع راستنمایی، به منظور ارائه توابع پیشین پارامترهای رابطه (۱۱)، ابتدا بردار پارامترهای این رابطه و نحوه ارتباط آنها را براســـاس روشـــی که نیلر و ماریوت (۱۹۹۸) برای یک مدل AR(p) بدون تحمیل محدودیت مانایی به‌کار برده‌اند را معرفی می‌کنیم. آنها بردار پارامترهای رابطه (۱۱) را که با θ نشـــان می‌دهیم را به صـــورت زیر تعریف می‌کنند:

$$\begin{aligned}\theta &= \left(\mu, \delta, \rho, \Gamma_1, \Gamma_2, ..., \Gamma_{p-1}, \sigma, y_0, ..., y_{1-p}\right)' \\ &= \left(\phi, \sigma, y^{(0)}\right)',\end{aligned}$$

نیلر و ماریوت (۱۹۹۸) به منظور کاهش پیچیدگی‌های غیر لازم در تعیین توزیع پیشین بردار θ از فرض استقلال این پارامترها استفاده می‌کنند. براین اساس تابع احتمال بردار θ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$p(\theta) = p(\rho) \times p(\delta) \times ... \times p\left(y^{(0)} | \sigma\right) \times p(\mu|\sigma) \times p(\sigma), \tag{۱۳}$$

برای اینکه توابع پسین مربوط به پارامترهای پنهان $y^{(0)}$ به صورت ناسره نباشد، آنها از توابع پیشین سره برای هرکدام از مولفه‌های ارائه شده در رابطه (۱۳) استفاده کرده‌اند.
توابع پیشین مرتبط با پارامترهای δ و μ به ترتیب نرمال استاندارد و نرمال با میانگین صفر و واریانس ۱۰۰۰ انتخاب شده است:

$$\delta \sim \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(\frac{-1}{2}\delta^2\right); \qquad -\infty < \delta < \infty$$

$$\mu \sim \sqrt{\frac{1000}{2\pi}} \exp\left(\frac{-1000}{2}\mu^2\right); \quad -\infty < \mu < \infty$$

همچنین تابع پیشین انتخاب شده برای ρ از نوع ناآگاهی بخش سره به‌صورت نرمال استاندارد انتخاب شده است:

$$\rho \sim \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(\frac{-1}{2}\rho^2\right); \qquad -\infty < \rho < \infty$$

تابع پیشین مربوط به ضرایب $i = 1, 2, ..., p-1; \Gamma_i$ براساس روش پیشنهادی موناهان[1] (۱۹۸۳) به‌صورت نرمال استاندارد ($N(0,1)$) انتخاب شده است.
برای پارامتر درجه آزادی ضریب دقت ν توزیع گامای محدود در فاصله‌ی $[1,100]$ انتخاب شده است، زیرا به ازای $\nu = 1$ توزیع t به توزیع کوشی و به‌ازای $\nu = 100$ به نرمال تبدیل خواهد شد.

$$\nu \sim 0.001 e^{-0.001\times\nu},$$

نیلر و ماریوت (۱۹۹۸) در روشی که برای بدست آوردن توزیع پسین پارامترهای مدل AR(p) ارائه کرده‌اند، مقادیر تاریخی سری زمانی مشاهدات، $y^{(0)}$، را به‌عنوان پارامترهایی که توزیع پیشین آنها از توزیع t با درجه‌ی آزادی $\nu = 2$ به‌صورت زیر معرفی کردند:

$$p\left(y^{(0)} \middle| \sigma\right) = \frac{2\Gamma\left(\frac{2+p}{2}\right)}{\pi^{p/2}\sigma_0^p}\left(2 + \sum_{j=1-p}^{0}\left(\frac{y_j - \mu_0}{\sigma_0}\right)^2\right)^{-\frac{2+p}{2}} \quad -\infty < \rho < \infty, \tag{۱۴}$$

---
[1]. Monahan

در این رابطه درجه‌ی آزادی $\nu = 2$ بدین منظور انتخاب شده است که در حالت ناماناگشتاور مرتبه دوم فرآین اتورگرسیو بر کرانه‌هایش متناهی نیست.

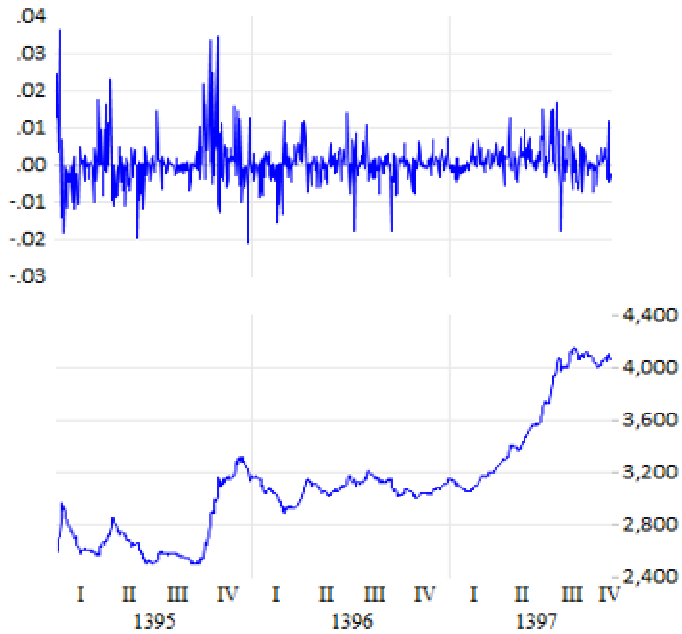
برای هموارسازی واریانس رابطه (۱۴) از ضریب $\kappa > 1$ استفاده شده است که به آن توزیع پیشین $\kappa \sim \frac{(0.01)^{0.01}\kappa^{-0.99}e^{-0.01\kappa}}{\Gamma(0.01)}$ اختصاص داده می‌شود و در این حالت واریانس به صورت $\sigma_0 = \kappa^{-1}\sigma$ محاسبه می‌شود.

۴. نتایج

۴-۱. بررسی اکتشافی و توصیفی

نمودار شماره ۴ نرخ انتشار قیمت و بازده سهام ۵۰ شرکت فعال در بورس تهران را در بازه زمانی ۱۳۹۴/۱/۵ تا ۱۳۹۷ /۱۱/۲۹ نشان می‌دهد. در طول زمان نوسانات در انتشار بازده سهام متغیر است.

نمودار۴: نرخ انتشار داده‌های قیمت (نمودار زیرین) و بازده سهام در طول زمان (نمودار بالا)



منبع: یافته‌های پژوهش

جدول شماره ۱ ویژگی‌های توصیفی بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال بورس را نشان می‌دهد. براساس یافته‌های ارائه شده در این جدول، متوسط بازده روزانه سهام ۰,۱٪ است. ضریب کشیدگی توزیع غیرشرطی[1] داده‌ها در مقایسه با توزیع نرمال بسیار بزرگتر است (کشیدگی= ۹,۳۲). این موضوع وجود اثرات ARCH را تقویت می‌کند. توزیع روزانه بازده چوله به سمت راست است و بیانگر آن است که احتمال رخداد مقادیر بازده مثبت و بزرگ بیشتر از وقوع بازده‌های منفی و بزرگ است.

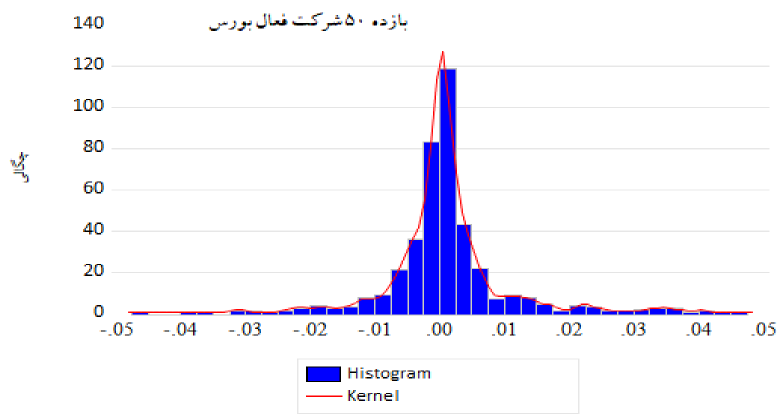
جدول ۱: آماره های توصیفی نرخ بازده روزانه سهام

کشیدگی	چولگی	انحراف استاندارد	مینیمم	ماکزیمم	میانه	میانگین
۹/۳۳	۰/۸۳	۰/۰۰۹۹	۰/۰۴۶-	۰/۰۴۶	۰/۰۰۰۳۹۵	۰/۰۰۱۵

منبع: یافته‌های پژوهش

ترکیب توزیع نرمال شرطی با اثرات GARCH منجر به ایجاد توزیع‌های با کشیدگی بالا می شود اما اگر میزان کشیدگی توزیع داده‌های بازده بسیار بالا باشد، استفاده از توزیع نرمال برای انجام استنباط‌های آماری نامناسب است. نمودار ۵ تقارن و کشیدگی بالای توزیع بازده روزانه سهام را نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که در این شرایط استفاده از توزیع نرمال انتخاب نامناسبی است. براین اساس، در این پژوهش به منظور انجام استنباط آماری درباره وجود ریشه واحد از توزیع مقیاس ترکیبی نرمال به‌عنوان توزیع شرطی بازده استفاده می‌شود.

نمودار۵: توزیع تجربی بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال بورس



منبع: یافته‌های پژوهش

[1]. Unconditional Distribution

۴-۲. آزمون مانایی با استفاده از رویکرد بیزی

به منظور انجام استنباط آماری بیزی درباره وجود ریشه واحد، رابطه (۱۱) در قالب یک مدل AR(3) مشابه کار دی جانگ و وایتمن[1](۱۹۹۱) برای داده‌های بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال بازار بورس با استفاده از الگوریتم MCMC به تعداد ۱۰ هزار تکرار برآورد شده است. مشخصه‌های توزیع پسین پارامترهای مدل‌های مطرح شده در رابطه (۱۱) از جمله میانگین پسین، $\hat{E}_p(\theta)$، انحراف استاندارد پسین، $\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$، خطای شبیه‌سازی مونت کارلو، $MCER$ و فاصله اعتبار ۹۵٪ در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲: نتایج بررسی مانایی نرخ بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال

ضرایب	$\hat{E}_p(\theta)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$	$MCER$	فاصله اعتبار ۹۵ ٪		
				٪۲/۵	٪۵۰	٪۹۷,۵۰
Prob(Non Stationery)	۰					
ν	۳/۴۵۵	۰/۵۵۵۷	۰/۰۲۰۱۶	۲/۵۸۴	۳,۳۸۵	۴,۷۶۵
Γ_1	۰/۰۶۱۹	۰/۰۶۴۱۴	۰/۰۰۲۳۶۵	۰/۰۶۴۹۷ –	۰,۰۶۱۶	۰,۱۸۷۹
Γ_2	۰/۰۲۴۵۸	۰/۰۵۳۱۴	۰/۰۰۱۶۹۹	۰/۰۷۹۱۵ –	۰,۰۲۴۵۲	۰,۱۲۹۱
ρ	–۰/۰۴۲۲۲	۰/۰۸۱۴۸	۰/۰۰۲۹۰۳	–۰/۱۹۷۴	۰,۰۴۳۱۶ –	۰,۱۲۱۴
μ	–۰/۰۰۰۱۹	۰/۰۰۰۲۳	۰/۰۰۰۰۰۳	–۰/۰۰۰۶	۰,۰۰۰۱۹ –	۰,۰۰۰۲ ۸

منبع: یافته‌های پژوهش

نتایج این جدول نشـان دهنده مانایی بازده روزانه سـهام ۵۰ شـرکت فعال بورس اسـت. سطر اول جدول فوق احتمال نامانایی این متغیر را در طول ۱۰ هزار تکرار را برابر با صفر ارزیابی می‌کند. فاصله اعتبار ۹۵٪ ضریب ρ در این جدول نشان می‌دهد که به احتمال ۹۵ درصـد مقادیر این ضـریب در فاصـله (۰,۱۲۱۴، ۰,۱۹۷۴-) که شـامل عدد یک و مقادیر بزرگتر آن نیست، توزیع شده است (یا در این فاصله $|\rho| < 1$ است). همچنین نتایج سایر ضرایب در این جدول نشان داده شده است. خطای شبیه‌سازی مونت کارلو

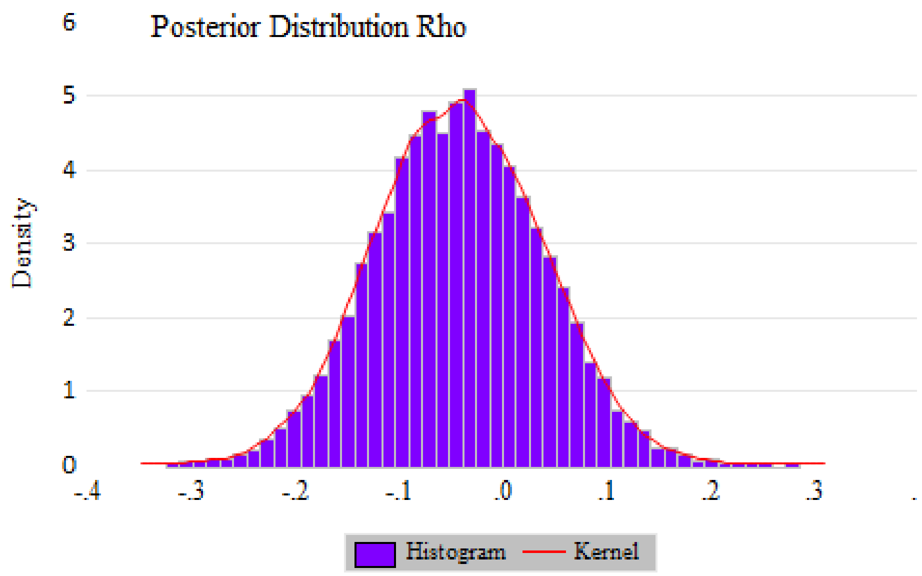
---

[1]. Dejong and Whiteman

در تمامی موارد بسیار کوچکتر از انحراف استاندارد پسین ضرایب است. این موضوع نشان دهنده کافی بودن تعداد شبیه‌سازی‌های انجام شده برای تخمین ضرایب است.

نمودار شماره ۶ توزیع پسین ضریب ρ را نشان می‌دهد. برا ساس این نمودار، توزیع پسین این ضریب متقارن و تک مدی می‌باشد. برخلاف رویکر بیزی در رویکرد کلاسیک توزیع مجانبی ضریب ρ آزمون‌های ریشه واحد زمانی که توزیع غیرشرطی داده‌ها کشیدگی بالایی دارد شناخته شده نیست (نلسون، ۱۹۹۱).

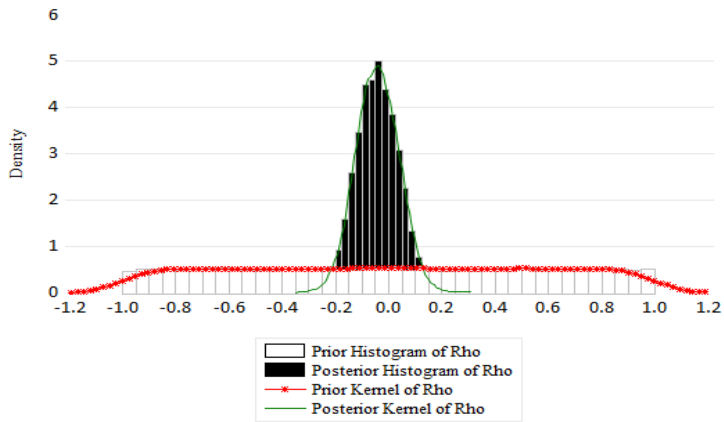
نمودار ۶: توزیع پسین ضریب ρ



منبع: یافته‌های پژوهش

نمودار شماره ۷ توزیع پیشین و پسین ضریب ρ را نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که داده‌های استفاده شده اثرگذاری زیادی بر اطلاعات پیشین پارامتر ρ بعنوان پارامتر انجام آزمون ریشه واحد دارد به‌گونه‌ایی که پس از استفاده از داده‌ها مقادیر محتمل در فاصله ۰,۴- تا ۰,۴ قرار می‌گیرند. این موضوع نشان دهنده مانایی قویی داده‌های بازده سهام ۵۰ شرکت فعال در بورس است. در این نمودار برای آنکه این نتیجه به شکلی واضح مانایی داده های بازده سهام و تقارن توزیع ضریب ρ را نشان دهد از توزیع پیشین یکنواخت در فاصله ۱- تا ۱ استفاده شده است.

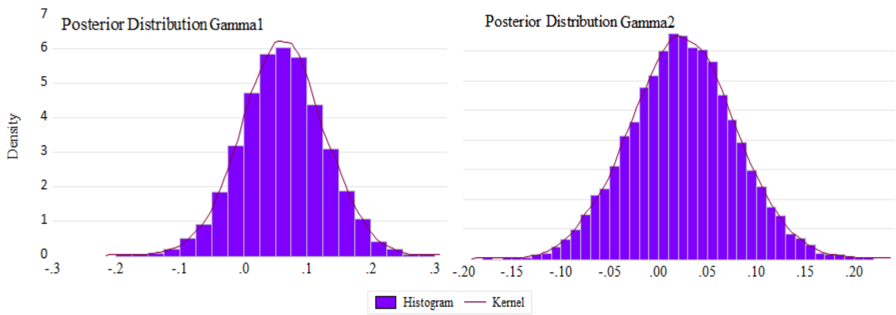
نمودار۷: مقایسه توزیع پیشین و توزیع پسین ضریب ρ



منبع: یافته‌های پژوهش

همچنین نمودار ۸ توزیع پسین ضرایب Γ_1 و Γ_2 را نشان می‌دهد. براساس این نمودار متقارن و تک نمایی بودن توزیع پسین این ضرایب را نشان می‌دهد. بنابراین، فواصل اعتبار بدست آمده در جدول شماره (۲) از اعتبار آماری برخوردارند و مقادیر محتمل ۹۵ ٪ این ضرایب را نشان می‌دهند.

نمودار ۸: توزیع پسین ضرایب Γ_1 و Γ_2



منبع: یافته‌های پژوهش

۳-۴. آزمون ریشه واحد بیزی در حضور نقاط پرت[1]

ضریب کشیدگی بالا که در داده‌های مالی رایج است احتمال رخداد نقاط پرت را در مجموعه داده‌ها افزایش می‌دهد. وجود نقاط پرت نتایج مربوط به آزمون‌های ریشه واحد

[1]. Outlier

مرسـوم را تحت تاثیر قرار می‌دهد و این موضـوع یکی از نقاط ضـعف این آزمون‌هاسـت. پرون[1](۱۹۸۹ و ۱۹۹۰) بیان می‌کند که نادیده انگاشتن شکست ساختاری در میانگین و شـیب منجر به نتایج کاذب در آزمون ریشـه واحد می‌شـود. همچنین فرانسـس و هالدراپ[2](۱۹۹۴) نیز نشـان می‌دهند نادیده انگاشـتن نقاط پرت جمعی[3]منتج به مانایی کاذب داده‌ها می‌شـود. برای غلبه بر این مشـکل در رویکرد کلاسـیک زیوت و اندروز[4] (۲۰۰۲) و پرون و وگلسـانگ[5](۱۹۹۲) آزمون‌هایی را طراحی کرده‌اند. در رویکرد بیزی می‌توان بدون نیاز به ایجاد آماره آزمون‌های جدید رابطه‌ی (۱۱) را به منظور در برگرفتن احتمال وجود نقاط پرت و اثرگذاری آنها بر آزمون ریشـه واحد اصـلاح کرد. برای این منظور رابطه (۱۱) را با افزودن جزء مرتبط با پرت بودن نقاط، o_t، به‌صـورت زیر بازنویسی کرد:

$$y_t = \mu + (1-\rho)(y_{t-1} - o_{t-1}) + \sum_{i=1}^{t-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \qquad (۱۵)$$

که در این رابطه o_t به‌صورت حاصل‌ضرب زیر تعریف می‌شود:

$$o_t = \delta_t \eta_t, \qquad (۱۶)$$

در رابطه‌ی فوق δ_t و η_t دو متغیر تصـادفی می‌باشـند و فرض می شـود که δ_t دارای توزیع برنولی با فوق پارامتر[6] Δ اسـت. ویژگی اسـاسـی این فوق پارامتر آن اسـت که با استفاده از معرفی مقداری آستانه‌ایی برای آن می‌توان احتمال پرت بودن نقاط در نمونه را حساب و براساس آن نقاط را دسته بندی کرد.

$$\delta_t \sim Ber(\Delta) \qquad (۱۷)$$
$$\Delta \sim Beta(1,20)$$

در این پژوهش، چنانچه در نقطه‌ایی رابطه‌ی $\Pr(\delta_t = 1|y) > 5 \times Postmean(\Delta)$ برقرار باشد آنگاه این نقطه پرت خواهد بود و در مجموعه نقاط پرت جای خواهد گرفت.

---
[1]. Perron
[2]. Franses and Haldrup
[3]. Addtive Outlier
[4]. Zivotand Andrews
[5]. Perron and Vogelsang
[6]. Hyper Parameter

رابطه (۱۵) نیز در قالب یک مدل AR(3) برای داده‌های بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال بازار بورس با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره‌های مارکفی (MCMC) به تعداد ۱۰ هزار تکرار برآورد شده است. مشابه جدول شماره ۲، مشخصه‌های توزیع پسین پارامترهای مدل‌های مطرح شده در رابطه (۱۱) از جمله میانگین پسین، $\hat{E}_p(\theta)$، انحراف استاندارد پسین، $\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$، خطای شبیه‌سازی مونت کارلو، $MCER$ و فاصله اعتبار ٪۹۵ در جدول شماره ۳ نشان داده شده است.

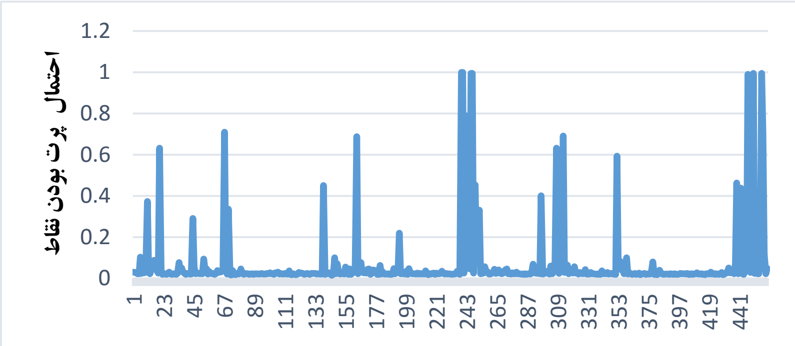
جدول ۳: نتایج بررسی مانایی نرخ بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال با در نظرگرفتن وجود نقاط دورافتاده

ضرایب	$\hat{E}_p(\theta)$	$\hat{V}_p^{0.5}(\theta)$	$MCER$	فاصله اعتبار ۹۵ ٪		
				٪۲/۵	٪۵۰	٪۹۷/۵۰
Prob(Non Stationery)	۰					
ν	۴/۰۲۷	۹/۹۳۱	۰,۰۹۸۴	۰,۰۵۱۳۵	۱,۵۷۷	۲۴,۴۶
Γ_1	-۰/۰۳۴۹	۰/۰۵۶۹۵	۰,۰۰۱۸۸۶	-۰,۱۵۴۱	-۰,۰۳۲۷	۰,۰۷۲۲۴
Γ_2	-۰/۰۳۰۹۴	۰/۰۴۷۱۳	۰,۰۰۱۵۶۹	-۰,۱۲۹۶	-۰,۰۲۷۹۸	۰,۰۵۵۹
ρ	۰/۱۷۶۷	۰/۰۹۲۰۲	۰,۰۰۲۷۶۲	-۰,۰۰۴۱۲۷	۰,۱۷۵۸	۰,۳۶۰۷
Δ	۰/۰۶۴					

منبع: یافته‌های پژوهش

یافته‌های ارائه شده در این جدول نیز نشان دهنده مانایی بازده روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال بورس است. با این حال برخلاف الگوی قبلی میانگین توزیع پسین ضریب ρ افزایش قابل توجه‌ی یافته است که نشان دهنده اثر نقاط پرت بر این ضریب است. همچنین میانگین پسین Δ برابر ۰,۰۶۴ است که در این صورت مقدار آستانه‌ایی برای آنکه نقطه‌ایی پرت تلقی شود برابر خواهد بود با ۰,۳۲ . بنابراین تمام نقاطی که برای آنها $\Pr(\delta_t = 1|y) > 0.32$ پرت خواهند بود. نمودار ۹ احتمال پرت بودن نقاط مختلف داده‌های بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بورس تهران را نشان می‌دهد.

نمودار ۹: احتمال پرت بودن نقاط در مجموعه داده‌های بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بورس



منبع یافته‌های پژوهش

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

بررسی مانایی سری‌های زمانی با استفاده از رویکرد بیزی در مقایسه با تکنیک‌های کلاسیک، جدید است و در نتیجه‌ی مزیت‌های رویکرد بیزی نسبت به رویکرد کلاسیک بسیار قابل توجه و اهمیت است. با این حال همانطور که جمیز اچ. استاک (۱۹۹۱) اشاره می‌کند یکی از دلایل عدم گسترش این رویکرد دشوار بودن آن است. به‌طور خاص، چارچوب بیزی ما را قادر به استفاده از نمونه‌های کوچک، بیان گزاره‌های احتمالی درباره پارامترهای مدل می‌سازد. همانگونه سیمز (۱۹۸۸) بیان می‌کند رویکرد بیزی شکاف موجود در نظریه مجانبی آزمون‌های فرضیه ریشه واحد کلاسیک مانند ADF و PP را می‌پوشاند و همچنین برای بررسی مانایی داده‌های مالی بسیار مناسب‌تر از رویکرد کلاسیک است زیرا خواص مجانبی آزمون‌های ریشه واحد کلاسیک در حضور اثرات ARCH یا عدم حضور این اثرات شناخته شده نیست (نلسون، ۱۹۹۱). از طرفی دیگر توزیع آماره آزمون‌هایی که دیکی و فولر (۱۹۷۹ و ۱۹۸۱) و فیلیپس و پرون (۱۹۸۸) برای بررسی فرضیه ریشه واحد طراحی کردند تحت تاثیر پارامترهای زائد[1] قرار دارد. در آزمون دیکی و فولر تعمیم یافته، پارامترهای زائد عبارتند از پارامترهای مرتبط با پویایی‌های کوتاه مدت (وقفه‌ها) و در آزمون PP (پارامتر زائد) عبارت است از واریانس بلندمدت سری تحت بررسی (بریتنگ[2] (۲۰۰۲)) که به منظور پاک کردن جملات اخلال از وجود خودهمبستگی وضع می‌شوند. آزمون ریشه واحد بیزی به دلیل آنکه بدون نیاز

1. Nuisance Parameters
2. Jorg Breitung

به افزودن چنین پارامترهای زائدی به اندازه ایی که آماره آزمون را تحت تاثیر قرار دهند تنها با اســـتفاده از تغییر فروض توزیعی (از نرمال به توزیعی دیگر) قادر به رفع چنین مشکلاتی می‌باشد و لذا بر آزمون‌های کلاسیک برتری دارند. در پژوهش حاضر از توزیع مقیاس ترکیبی نرمال توزیغ t اسـتفاده شـده اسـت که به دلیل خاصـیت کشـیدگی بالا نسبت به توزیع نرمال برای بررسی رفتار داده های مالی بسیار مناسب‌تر است. در مطالعه حاضـــر به منظور بررســـی تجربی نتایج مدل های بیزی ریشـــه واحد از داده روزانه ۵۰ شرکت فعال بورس تهران استفاده شده است و با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره‌های مارکفی (MCMC) به ازای ۱۰ هزار تکرار آزمون ریشـــه واحد بیزی با و بدون لحاظ نقاط پرت انجام گردید. در این رویکرد توزیع پارامتر نتایج به‌طور قوی حاکی از مانایی داده‌های روزانه بازده سهام ۵۰ شرکت فعال بورس می‌باشد. با این حال زمانی که جزء مرتبط با نقاط پرت به معادله AR(3) منتخب اضـــافه می‌شـــود، میانگین توزیع پسین ضریب ρ افزایش قابل توجه‌ی یافته ا ست لیکن مانایی فرآیند مولد داده ها رد نمی‌شود.

فهرست منابع:

مکیان، سید نظام الدین و رستمی، مجتبی (۱۳۹۷)، اقتصادسنجی پیشرفته، تهران، نشر نور علم، چاپ اول.

Andrews, D. F., & Mallows, C. L. (1974), Scale Mixtures of Normal Distributions, Journal of the Royal Statistical Society, Seires B, 36(1): 99–102.

Berger, J. O. (2006), Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, 2nd edn, Springer Verlag, New York.

Breitung, J. (2002), Nonparametric Tests for Unit Roots and Cointegration, Journal of Econometrics, 108(2): 343-364.

DeJong, D. N. & Whiteman, C.H. (1991), Reconsidering Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, Journal of Monetary Economics, 28(2): 221-254.

Dickey, D. A. & Fuller, W.A. (1979), Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, Journal of the American Statistical Association, 74(366a): 427-431.

Engle R. F. (2004), Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice, The American Economic Review, 94(3): 405-420.

Franses, P. H. & Haldrup, N. (1994), The Effects of Additive Outliers on Tests for Unit Roots and Cointegration, Journal of Business and Economic Statistics, 12(4): 471–478.

Fuller, W. A. (1976), Introduction to Statistical Time Series, New York, Wiley.

Geweke, J. (1989), Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration, Econometrica, 57(6): 1317-1339.

Hajrajabi, A. & Maleki, M. (2019), Nonlinear Semiparametric Autoregressive Model with Finite Mixtures of Scale Mixtures of Skew Normal Innovations, Journal of Applied Statistics, 46(11): 1-20.

Hodges. J. (1992), Who Knows What Alternative Lurks in the Heart of Significance Tests? in Bayesian Statistics 4, eds. J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid, and A. F. M. Smith, London: Oxford University Press. 4: 247-266.

Jeffreys, H. (1961), Theory of Probability, 3rd ed, Oxford University Press, London.

Kass, R. E. & Wasserman, L. (1996), The Selection of Prior Distributions by Formal Rules, Journal of the American Statistical Association, 91(435): 1343-1370.

Koop, G. (1994), An Objective Bayesian Analysis of Common Stochastic Trends in International Stock Prices and Exchange Rates, Journal of Empirical Finance, 1(3-4): 343-364.

Li, Y., Liu, X. & Yu, J. (2015), A Bayesian Chi-Squared Test for Hypothesis Testing, Journal of Econometrics, 189(1): 54-69.

Li, Y., Zeng, T. & Yu, J. (2014), A New Approach to Bayesian Hypothesis Testing, Journal of Econometrics, 178(3): 602-612.

Lindley, D. V. (1965), Introduction to Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint, 2 vols. Cambridge University Press, Cambridge.

Lubrano, M. (1995), Testing for Unit Roots in a Bayesian Framework, Journal of Econometrics, 69(1): 81-109.

Maleki, M., Wraith, D. & Arellano-Valle, R. B. (2019), Robust Finite Mixture Modeling of Multivariate Unrestricted Skew-Normal Generalized Hyperbolic Distributions. Statistcs. Computing, 29(3), 415-428.

Mandelbrot, B. (1963) The Variation of Certain Speculative Prices, Journal of Business, 36(4): 394–419.

Marriott, J.M., Ravishanker, N., Gelfand, A.E. & Pai, J.S. (1994) Bayesian analysis for ARMA processes: Complete sampling based inference under exact likelihoods. Bayesian Statistics and Econometrics: Essays in honour of Arnold Zellner, eds. D. Barry, K. Chaloner and J. Geweke.

Monahan, J. (1984), Fully Bayesian Analysis of ARIMA Time Series Models, Journal of Econometrics, 21(3): 307-331.

Nelson D. B. (1991), Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, Econometrica, 59(2): 347-370

Nelson, C. R. & Plosser, C. I. (1982), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, Journal of Monetary Economics, 10(2): 139-162.

Perron, P. & Vogelsang, T. J. (1992), Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity, Journal of Business and Economic Statistics, 10(3): 301–320.

Phillips, P. C. B. (1996), An Asymtotic Theory of Bayesian Inference for Time Series, Econometrica, 64(2): 381-412.

Phillips, P. C. B. (1991), To Criticize the Critics: An Objective Bayesian Analysis of Stochastic Trends, Journal of Applied Econometrics, 6(4): 333-364.

Phillips, P. C. B. & Ploberger, W. (1994), Posterior Odds Testing for a Unit Root with Data-Based Model Selection, Econometric Theory, 10(3-4): 774-808.

Raiffa, H. & Schlaifer, R. (1961), Applied Statistical Decision Theory, Graduate School of Business Administration, Harvard University.

Schotman, P. & Van Dijk, H. K. (1991a), On Bayesian Routes to Unit Roots, Journal of Applied Econometrics, 6(4): 387-401.

Schotman, P. & Van Dijk, H. K. (1991b), A Bayesian Analysis of the Unit Root in Real Exchange Rates, Journal of Econometrics, 49(1-2): 195-238.

Schwert, G. W. (1989) Why Does Stock Market Volatility Change over Time?, Journal of Finance, 44(5): 1115–1153.

Sims, C. A. (1988), Bayesian Skepticism on Unit Root Econometrics, Journal of Economic Dynamics and Control, 12(2-3): 463-474.

Sims, C. A. (1991), Comments on to Criticize the Critics by P.C.B. Phillips, Journal of Applied Econometrics, 6(4): 423-434.

Sims, C. A. & Uhlig, H. (1991), Understanding Unit Rooters: A Helicopter Tour, Econometrica, 59(6): 1591-1599.

Sowell, F. (1991), On DeJong and Whiteman's Bayesian Inference for the Unit Root Model, Journal of Monetary Economics, 28(2): 255-263.

Stock, J. H. (1991), Bayesian Approaches to the “Unit Root” Problem: A Comment, Journal of Applied Econometrics, 6(4): 403-411

Uhlig, H. (1994), A Note on Jeffreys' Prior When Using the Exact Likelihood Function, Econometric Theory, 10(3-4): 633-644.

Uhlig, H. (1994), What Macroeconomists Should Know About Unit Roots: A Bayesian Perspective, Econometric Theory, 10(3-4): 645-671.

Zellner, A. (1971), An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics, Wiley, New York. (1996).

Zivot, E. (1994), A Bayesian Analysis of the Unit Root Hypothesis within an Unobserved Components Model, Econometric Theory, 10(3-4): 552-578.

Zivot, E. & Andrews, D. W. K. (2002), Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis, Journal of Business and Economic Statistics, 20(1): 25–44.

Zivot, E. & Phillips, P.C.B. (1994), A Bayesian Analysis of Trend Determination in Economic Time Series, Econometric Reviews, 13(3): 291-336.