

## بررسی عددی سرعت جریان و تنش برشی در کانال مرکب مستطیلی زبر با سیلابدشت منفرد

علی قهرمانزاده<sup>۱</sup> و میرعلی محمدی<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۲/۱۹	<p>جریان در کانال‌های با مقاطع مرکب به دلیل اختلاف معنی‌دار سرعت بین کانال اصلی و سیلابدشت از نظر ساختاری تفاوت نسبتاً زیادی با جریان در مقاطع ساده دارد. در تحقیق حاضر، با استفاده از نرم‌افزار FLOW3D جریان در کانال مرکب مستطیلی زبر با سیلابدشت منفرد مورد مطالعه قرار گرفت. هندسه مدل از روی کانال آزمایشگاهی (Bousmar, 2002) انتخاب و صحت‌سنجی نتایج حل عددی با مقایسه سرعت متوسط جریان انجام پذیرفت. هدف این تحقیق، بررسی آثار زبری، عمق و عرض نسبی بر توزیع سرعت جریان، تغییرات تنش برشی بستر و محل حداکثر تنش در مقطع کانال مرکب بود و شبیه‌سازی جریان برای سه نوع زبری نسبی ۱، ۲ و ۲/۹ انجام شد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد میزان اختلاف سرعت جریان بین کانال اصلی و سیلابدشت به‌عنوان مولد تنش برشی و جریان‌های ثانویه در این مقطع، با افزایش ۳ برابری زبری نسبی برای مدل A، ۳۳/۵ درصد و برای مدل B، ۱۵/۱۲ درصد افزایش یافته، در حالی که با افزایش ۶۵ درصدی عمق نسبی (از ۰/۲ به ۰/۳۳) این اختلاف برای دو مدل A و B به ترتیب ۳۶/۳۲ و ۳۷/۸۵ درصد کاهش داشته است. بنابراین، این تحقیق برای زبری‌های نسبی زیاد، به‌کارگیری مدل B را پیشنهاد می‌دهد. با افزایش عمق نسبی از ۰/۲ به ۰/۳۳ در انواع زبری‌های نسبی مطالعه‌شده برای هر دو مدل A و B، محل ماکزیمم تنش برشی جداره از کانال اصلی به سیلابدشت تغییر می‌یابد.</p>
پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۸/۱۴	
واژگان کلیدی:	
کانال مرکب،	
زبری نسبی،	
عمق نسبی،	
سرعت متوسط عمقی،	
تنش برشی جداره،	
FLOW3D	

### ۱- مقدمه

کانال‌های مرکب، رابطه‌ای مستقیم و تنگاتنگ با پارامترهای هیدرولیکی جریان، خصوصاً تنش برشی در کانال‌ها دارند [۲]. بنابراین شناخت رفتار فیزیکی کانال‌های مرکب در شرایط هندسی و هیدرولیکی مختلف برای طراحی این نوع کانال‌ها ضروری به نظر می‌رسد. به‌علت پیچیدگی جریان ناشی از اندرکنش کانال اصلی و سیلابدشت‌ها، روش‌های تحلیلی تقریبی مرسوم برای شناخت مشخصات این جریان کافی نیستند و لازم است بیشتر مورد بررسی قرار گیرند [۳].

تمایز اصلی مقاطع مرکب با مقاطع منظم و معمولی ناشی

کانال‌های مرکب، مقاطع هیدرولیکی هستند که سطح آن‌ها از چند زیرمقطع (شامل کانال اصلی و سیلابدشت) با مشخصات جریان متفاوت تشکیل شده است. این تفاوت در مشخصات، سبب پیچیدگی هیدرولیک جریان و ایجاد برهم‌کنش میان کانال اصلی و سیلابدشت‌ها می‌شود که نتیجه آن، تنش برشی ظاهری و انتقال مومنتم عرضی است [۱]. میزان این تنش در اغلب اقدامات مهندسی رودخانه نقش مهمی ایفا می‌کند. همچنین پدیده‌های مهم و مؤثری همچون انتقال رسوب، فرسایش و کیفیت جریان در

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m.mohammadi@urmia.ac.ir

۱. دانشجوی دکترای مهندسی عمران، آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه  
۲. دانشیار گروه مهندسی عمران، هیدرولیک و مکانیک مهندسی رودخانه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه

نسبی یا کاهش زبری نسبی، مقدار آن در ناحیه میانی و انتهای محدوده واگرایی کاهش می‌یابد. حداکثر مقدار تنش برشی بستر در کانال اصلی نیز در مقطع انتهایی تبدیل رخ می‌دهد [۱۴-۱۶].

افضلی مهر و همکاران (۲۰۰۶)، مونچو استو و همکاران (۲۰۱۸) و نقوی و همکاران (۱۳۹۸) نیز مشخصات جریان در کانال‌های مرکب پیچان را مورد بررسی قرار داده، بیان کردند که با افزایش ضریب خمیدگی، مقدار تنش برشی و سرعت متوسط جریان در کانال اصلی کاهش می‌یابد. همچنین این محققان توزیع تنش برشی و پارامترهای انتقال رسوب را بر مقاومت جریان به صورت قابل ملاحظه‌ای تأثیرگذار دانستند [۱۷-۱۹].

عسگری و همکاران (۱۳۹۰) با استفاده از برنامه‌سازی رایانه‌ای به زبان ++C و با به کارگیری روش‌های EDM<sup>۳</sup>، DCM<sup>۴</sup> و SCM<sup>۴</sup> محاسبات دبی و شیب خط انرژی را برای سری آزمایش‌های مؤسسه FCF انگلستان انجام دادند. مقایسه نتایج حاصل از روش‌های فوق با داده‌های آزمایشگاهی این مؤسسه نشان داد که روش EDM دارای کمترین خطا نسبت به نمودار دبی-اشل و شیب خط انرژی است [۲۰]. رحیمی و رحیم‌پور (۱۳۹۵) تأثیر پارامترهای هندسی بر توزیع سرعت در کانال‌های روباز با مقطع مرکب را به صورت حل عددی، مطالعه و بیان کردند که افزایش ضخامت زبری بستر پهنه سیلابی، باعث تمایل منحنی‌های هم‌سرعت در پهنه سیلابی به سمت مقطع اصلی شده، به کاهش سرعت در سیلابدشت‌ها منجر می‌گردد [۲۱].

مروری بر پیشینه تحقیق نشان می‌دهد ارزیابی روش‌های برآورد دبی در مقاطع مرکب و تغییرات سرعت و تنش برشی در مقطع عرضی کانال، جزو مهم‌ترین پارامترهایی است که در شرایط هندسی و هیدرولیکی متفاوت مطالعه شده است. تحقیق حاضر با تعریف دو هدف عمده زیر سعی می‌کند گامی در جهت تکمیل مطالعات انجام شده در زمینه کانال‌های مرکب بردارد. اولین هدف در پژوهش حاضر، تعریف هندسه کانال به صورت نامتقارن و بررسی مشخصات جریان در کانال مرکب با سیلابدشت منفرد در عرض‌های نسبی مختلف است، در حالی که جدول ۱ نشان می‌دهد بیشتر محققان این زمینه کانال مرکب را به صورت دو سیلابدشت در طرفین کانال اصلی مطالعه کرده‌اند.

از تبادل تنش داخلی جریان در ناحیه اندرکنشی در مرز بین زیرمقاطع است [۴]. به همین دلیل، به کارگیری روابط متعارف هیدرولیکی مربوط به کانال‌های منظم در مقاطع مرکب، بعضاً با بروز خطاهایی قابل توجه همراه است. لوتر (۱۹۳۳) و چاو (۱۹۵۹) برای محاسبه دبی عبوری از این نوع کانال‌ها پیشنهاد کردند کل مقطع به تعدادی زیرمقطع تقسیم شود که هر یک دارای سرعت نسبتاً یکنواخت باشند. سپس برای هر زیرمقطع با اعمال ضریب زبری مربوط و استفاده از رابطه مانینگ، شدت جریان مربوط به آن زیرمقطع محاسبه و با جمع زدن دبی‌های زیرمقاطع، دبی کل مقطع به دست آمد [۵]. این روش که با عنوان روش تقسیم مقطع DCM<sup>۱</sup> شناخته می‌شود، با وجود سادگی محاسبات، به دلیل در نظر نگرفتن تنش برشی بین مقطع اصلی و سیلابدشت‌ها دبی کل جریان را به میزان قابل توجهی بیشتر از مقدار واقعی محاسبه می‌کند [۶].

شیونو و نایت (۱۹۹۱) با متوسط‌گیری از معادلات ناویه-استوکس، به مدل‌سازی جریان ثانویه در مقاطع مرکب با جریان دائمی و یکنواخت پرداخته، تغییرات جانبی سرعت متوسط عمقی و تنش برشی مرزی را پیش‌بینی کردند [۷]. ایگرز (۱۹۹۱) با بیان اینکه علت اصلی رفتار خاص کانال‌های مرکب، ناشی از تبادل جرم و اندازه حرکت بین زیرمقاطع این نوع کانال‌هاست، با تعریف عاملی به نام کوهیرنس (COH)<sup>۲</sup>، درجه و شدت این اندرکنش را به صورت کلی برآورد کرد [۸]. تانگ و نایت (۲۰۰۸) و کانوی و همکاران (۲۰۱۲) کانال مرکب مستقیم را با دو سیلابدشت در طرفین کانال اصلی (مقطع متقارن)، بوسمار (۲۰۰۲)، محسنی و همکاران (۱۳۹۲) و نبی‌پور و همکاران (۱۳۹۶) نیز با یک سیلابدشت (مقطع نامتقارن) مطالعه کردند و تغییرات سرعت، تنش برشی، جریان ثانویه و شدت آشفتگی در راستای طولی و قائم را بررسی نمودند [۹-۱۳].

یونسی و همکاران (۲۰۱۳)، قهرمان‌زاده و همکاران (۱۳۹۷) و محمدزاده و همکاران (۱۳۹۸) نیز اثر واگرایی و یا همگرا بودن دیواره‌های سیلابدشت‌ها را در این نوع از کانال‌ها مطالعه کردند. طبق این تحقیقات مشخص شد گرادیان سرعت در محل برخورد کانال اصلی به سیلابدشت تحت تأثیر عمق نسبی و زبری نسبی قرار دارد و با افزایش عمق

<sup>۳</sup> Exchange Discharge Model (EDM)

<sup>۴</sup> Single Channel Method (SCM)

<sup>۱</sup> Divided Channel Method (DCM)

<sup>۲</sup> Coherence (COH)

جدول ۱ - خلاصه‌ای از مهم‌ترین تحقیقات مهم انجام شده در زمینه کانال‌های مرکب

محقق (ها)	هندسه کانال مرکب			نوع مدل مطالعه شده		تعداد سیلاب‌دشت‌ها		ملاحظات آزمایش
	مستقیم	پیچان	همگرا	آزمایشگاهی	عددی	یک	دو	
شیونو و نایت (۱۹۹۱)	✓			✓			✓	مدل‌سازی جریان ثانویه در مقاطع مرکب
بوسمار (۲۰۰۲)	✓			✓	✓	✓		بررسی آثار تغییر شیب محل اتصال کانال اصلی به سیلاب‌دشت
افضلی مهر و همکاران (۲۰۰۶)		✓		✓			✓	مطالعه تأثیر بستر شنی
کانوی و همکاران (۲۰۱۲)	✓				✓		✓	پیش‌بینی دبی در مقاطع مرکب با بستر صلب و متحرک
یونسی و همکاران (۲۰۱۳)	✓		✓	✓	✓		✓	تأثیر توام واگرایی و زبری سیلاب‌دشت
مونچو استو و همکاران (۲۰۱۸)		✓			✓		✓	بررسی جریان ثانویه در کانال مرکب پیچان رود
محسنی و همکاران (۱۳۹۲)	✓			✓	✓	✓		اثر وجود پوشش گیاهی در سیلاب‌دشت
قهرمان زاده و همکاران (۱۳۹۷)	✓		✓		✓		✓	مطالعه اثر زاویه همگرایی بر مشخصات جریان
محمدزاده و همکاران (۱۳۹۸)	✓		✓		✓		✓	اثر عمق نسبی بر جریان‌های ثانویه
نقوی و همکاران (۱۳۹۸)		✓			✓		✓	اثر ضریب خمیدگی کانال پیچان بر مشخصات جریان
پژوهش حاضر	✓				✓	✓		اثر عمق و زبری نسبی بر حداکثر تنش برشی بستر

[۲۲]. استفاده از شبیه‌سازی عددی در مطالعه پدیده‌ها، علاوه بر کاهش هزینه‌های مربوط به ساخت مدل آزمایشگاهی، دارای دقت قابل‌قبولی در محاسبه پارامترهایی است که اندازه‌گیری آن‌ها در آزمایشگاه نیازمند صرف هزینه برای خرید ابزار دقیق اندازه‌گیری و زمان بیشتری برای انجام آزمایش‌هاست [۲۳]. در این تحقیق، هندسه کانال مرکب در نرم‌افزار FLOW3D شبیه‌سازی شد و جریان برای شرایط هندسی و هیدرولیکی مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. این نرم‌افزار یکی از برنامه‌های قدرتمند در زمینه CFD است که تولید، توسعه و پشتیبانی آن توسط شرکت Flow Science Inc صورت گرفته است. نرم‌افزار FLOW3D برای مسائل یک‌بعدی، دوبعدی و سه بعدی طراحی شده و قادر است دامنه وسیعی از جریان سیالات را مدل کند. همچنین این نرم‌افزار برای شبیه‌سازی جریان‌های با سطح آزاد به صورت سه‌بعدی غیرماندگار با

همچنین مطالعه مقادیر حداکثر تنش برشی بستر و موقعیت این حداکثر تنش در مقطع عرضی کانال مرکب، از دیگر اهداف این مطالعه است که در تحقیقات گذشته دیده نشد، در حالی که مقادیر و محل بحرانی تنش‌ها به‌منظور کاهش فرسایش در طراحی این نوع کانال‌ها در تعیین حداکثر مقاومت پوشش به‌کارگرفته‌شده حائز اهمیت است. در تحقیق حاضر، کانال مرکب با زبری‌ها و عمق‌های نسبی مختلف، با استفاده از نرم‌افزار FLOW3D شبیه‌سازی و مطالعه شده است.

## ۲- مواد و روش‌ها

دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۱</sup> یا روش حل عددی، روشی سریع و کاربردی در دنیای امروز است که برای مطالعه پدیده‌ها به حل معادلات مکانیک سیالات می‌پردازد. در این روش، محاسبات ریاضی از روش تئوری که انسان قادر به حل آن نیست، توسط کامپیوتر به راحتی انجام می‌گردد

<sup>1</sup> Computational Fluid Dynamic (CFD)

هندسه پیچیده کاربرد دارد [۲۴].

[۲۷-۲۹].

## ۲-۱- معادلات حاکم

نرم افزار FLOW3D معادلات حاکم بر جریان شامل معادله پیوستگی و معادلات مومنوم ناویه- استوکس را به هر دو صورت فشرده و غیرفشرده برای میدان محاسباتی تعریف شده به روش حجم محدود حل می کند. این معادلات مطابق روابط (۱) تا (۴) بیان می شوند:

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v A_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w A_z)}{\partial z} = PSOR \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[ u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \quad (2)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + G_x + f_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[ u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \quad (3)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + G_y + f_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left[ u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right] = \quad (4)$$

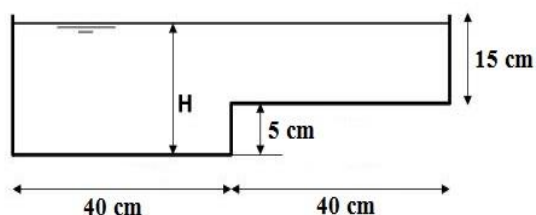
$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z$$

در این روابط،  $V_F$  کسر حجمی جریان،  $\rho$  دانسیته سیال، اجزای سرعت،  $(u, v, w)$  برای کسرهای سطحی برای جریان در جهات  $(x, y, z)$ ،  $PSOR$  منبع جرم،  $P$  فشار سیال،  $(G_x, G_y, G_z)$  شتاب بدنه و  $(f_x, f_y, f_z)$  شتابهای ناشی از لزجت هستند [۲۵] و [۲۶].

برای حل جریان آشفته، معادلات ناویه-استوکس متوسط گیری زمانی می شوند که با این عمل، یک سری عبارتهای اضافی از نوع تنش در معادلات ظاهر می شوند. برای حل این عبارتهای از جنس تنش، مدل های آشفتگی به کار گرفته می شود. در نرم افزار FLOW3D قابلیت استفاده از پنج مدل آشفتگی مختلف وجود دارد که با مطالعه و بررسی انواع مدل های آشفتگی موجود در این نرم افزار و مطالعه شبیه سازی های مشابه با زمینه مورد بررسی، برای مدل جریان عبوری از کانال مرکب مستقیم زبر در این پژوهش از مدل آشفتگی گروه های نرمال شده RNG استفاده شد. این مدل با توجه به دومعادله ای بودن و حل صریح ضرایب معادلات، از دقتی قابل قبول برخوردار است

## ۲-۲- هندسه مدل

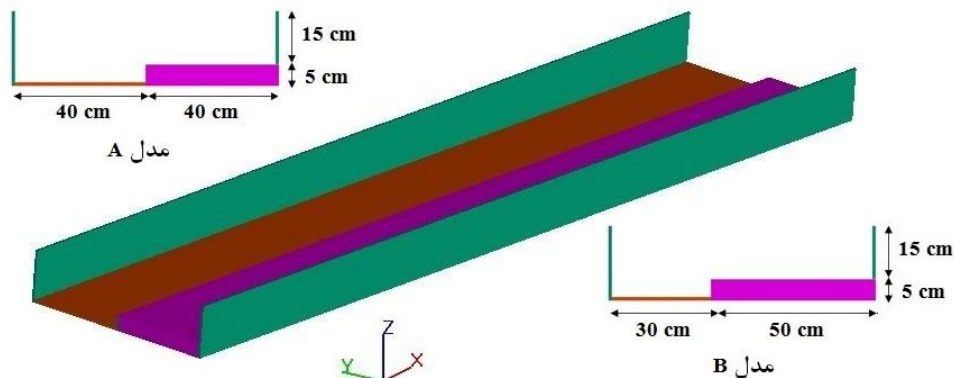
تحقیق حاضر با هدف مطالعه اثر هندسه نامتقارن مقطع کانال مرکب بر خصوصیات جریان، دو هندسه مدل متفاوت را مورد بررسی قرار داده است، به طوری که طول، ارتفاع و عرض کلی کانال ثابت بوده، تفاوت هندسه دو مدل در عرض نسبی آنهاست. به دلیل استفاده از داده های آزمایشگاهی بوسمار (۲۰۰۲) در صحت سنجی نتایج حل عددی، هندسه یکی از مدل ها دقیقاً از روی کانال آزمایشگاهی این محقق انتخاب شده است [۱۱]. در مدل نوع دوم، عرض سیلابدشت بیشتر در نظر گرفته شد. طول کانال مرکب در مدل ها ۴ متر و عرض کلی آن ۸۰ سانتی متر است که برای مدل نوع A، ۴۰ سانتی متر عرض کانال اصلی و ۴۰ سانتی متر سیلابدشت در طرف راست آن و برای مدل نوع B، ۳۰ سانتی متر عرض کانال اصلی و ۵۰ سانتی متر عرض سیلابدشت می باشد. بنابراین با تعریف پارامتر عرض نسبی به صورت نسبت عرض سیلابدشت به عرض کلی کانال، مدل A دارای عرض نسبی ۱ و مدل B عرض نسبی ۰/۶۲۵ خواهند داشت. شایان ذکر است طول کانال آزمایشگاهی ۱۰ متر است؛ اما در مدل عددی تحقیق حاضر، با توجه به عدم تغییر هندسه مقطع کانال در راستای طولی و به دلیل کاهش تعداد سلول های محاسباتی، طول کانال ۴ متر در نظر گرفته شده است. تشکیل جریان توسعه یافته در این طول، با مقایسه نتایج مقاطع مختلف در راستای طولی کنترل شده است. مقطع عرضی کانال مرکب تحقیق حاضر (مدل A) در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱- مقطع عرضی کانال مرکب (مدل A)

ارتفاع کانال اصلی و سیلابدشت ها در فلوم آزمایشگاهی بوسمار (۲۰۰۲)، ۵ سانتی متر است که در مدل عددی به منظور عدم برخورد جریان آب به وجه  $Z_{max}$  این ارتفاع برای سیلابدشت ۱۵ سانتی متر در نظر گرفته شده است. زبری کانال اصلی و سیلابدشت در کانال آزمایشگاهی یکسان بوده، ضریب زبری مانینگ برای هر دو ۰/۱۷۷ بیان

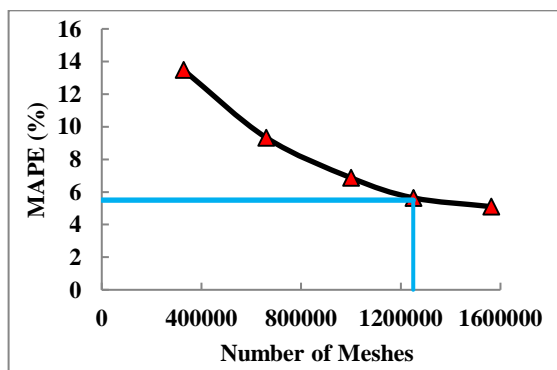
کانال اصلی نیز بررسی شده است. بنابراین اگر نسبت زبری سیلابدشت به زبری کانال اصلی پارامتر زبری نسبی ( $n_r$ ) تعریف شود، در تحقیق حاضر مدل‌ها برای ۳ زبری نسبی متفاوت ۱، ۲ و ۲/۹ مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین جریان در هر یک از مدل‌ها برای سه دبی مختلف شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفت، به طوری که اگر نسبت عمق سیلابدشت به عمق کل کانال پارامتر عمق نسبی ( $D_r$ ) تعریف شود، مدل‌ها برای سه عمق نسبی متفاوت ۰/۲، ۰/۲۶ و ۰/۳۳ مطالعه شده‌اند.



شکل ۲- نمایی از هندسه سه‌بعدی دو مدل کانال مرکب در نرم‌افزار FLOW 3D

استفاده شده است.

$$MAPE (\%) = \frac{V_{exp} - V_{num}}{V_{exp}} * 100 \quad (6)$$



شکل ۳- درصد خطای مدل با تعداد مش‌های مختلف

که در این رابطه،  $V_{exp}$  سرعت جریان در مدل آزمایشگاهی و  $V_{num}$  سرعت حاصل از نتایج حل عددی است. به منظور عدم تأثیرپذیری نتایج مدل از تعداد و اندازه مش‌ها، شبکه بندی مدل برای همه حالت‌های بررسی شده (در هر دو مدل A و B) یکسان و مطابق مش شماره ۴ در جدول ۲ در نظر گرفته شده است. پس از این مرحله، در قسمت شرایط اولیه، توزیع فشار در راستای قائم به صورت هیدرواستاتیک انتخاب

شده است که برای اعمال آن به نرم‌افزار، قطر متوسط زبری با استفاده از رابطه استریکلر (۱۹۲۳) مطابق رابطه (۵) محاسبه می‌شود [۳۰]:

$$\frac{1}{n} = 21.1 d_{50}^{-1/6} \quad \frac{1}{0.0177} = 21.1 * d_{50}^{-1/6} \quad (5)$$

$$d_{50} = 2.75 * 10^{-3} m = 2.75 mm$$

که در این رابطه،  $n$  ضریب زبری مانینگ و  $d_{50}$  قطر متوسط زبری است. در مدل عددی این تحقیق، علاوه بر زبری مدل بوسمار (۲۰۰۲)، اثر تفاوت زبری سیلابدشت و

پس از تعریف هندسه مدل در نرم‌افزار، لازم است ناحیه حل شبکه‌بندی شود. نرم‌افزار FLOW3D از مش‌های مکعب‌مستطیلی استفاده می‌کند. در شبیه‌سازی جریان در کانال مرکب، مطابق جدول ۲، پنج نوع شبکه‌بندی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته، در نهایت مش بهینه برای مدل انتخاب گردید.

جدول ۲- شبکه‌بندی مدل و انتخاب مش بهینه

شماره	تعداد مش	اندازه مش‌ها (cm)	نسبت شکل	درصد خطا
۱	۳۲۸۰۰۰	۲ × ۱ × ۱	۲	۱۳/۴۸
۲	۶۶۰۰۰	۱/۲ × ۰/۸ × ۱	۱/۵	۹/۳۳
۳	۱۰۰۰۰۰	۰/۸ × ۰/۸ × ۱	۱/۲۵	۶/۸۷
۴	۱۲۵۰۰۰۰	۰/۸ × ۰/۸ × ۰/۸	۱	۵/۶۴
۵	۱۵۶۲۰۰۰	۰/۸ × ۰/۶ × ۰/۸	۱/۳۳	۵/۱۰

برای انتخاب مش بهینه، دو پارامتر مهم نسبت شکل و درصد خطای شبیه‌سازی در نظر گرفته شد. مطابق نتایج جدول ۲ و شیب منحنی شکل (۳)، مش‌بندی شماره ۴ با دارا بودن بهترین نسبت شکل و درصد خطای معقول، به‌عنوان مش بهینه برای مدل مورد مطالعه انتخاب شد. در محاسبه درصد خطای مدل‌سازی در جدول ۲ از رابطه ۶

انتهای کانال مرکب رسیده، ولی به منظور تشکیل جریان توسعه یافته، زمان شبیه سازی در نرم افزار ۴۰ ثانیه تعریف شده است. با مقایسه نتایج عددی پارامتر سرعت متوسط عمقی در مقطع عرضی، طول مشخصی از کانال برای زمان های ۳۶ و ۴۰ ثانیه توسعه یافتگی جریان کنترل شد. در صحت سنجی نتایج حاصل از نرم افزار علاوه بر محاسبه درصد خطای MAPE، از پارامترهای RMSE برحسب واحد پارامتر مورد بررسی (در اینجا برحسب متر بر ثانیه، واحد سرعت) و (NRMSE (% نیز مطابق روابط (۷) و (۸) استفاده می شود [۲۳]:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (V_{exp} - V_{num})^2}{n}} \quad (۷)$$

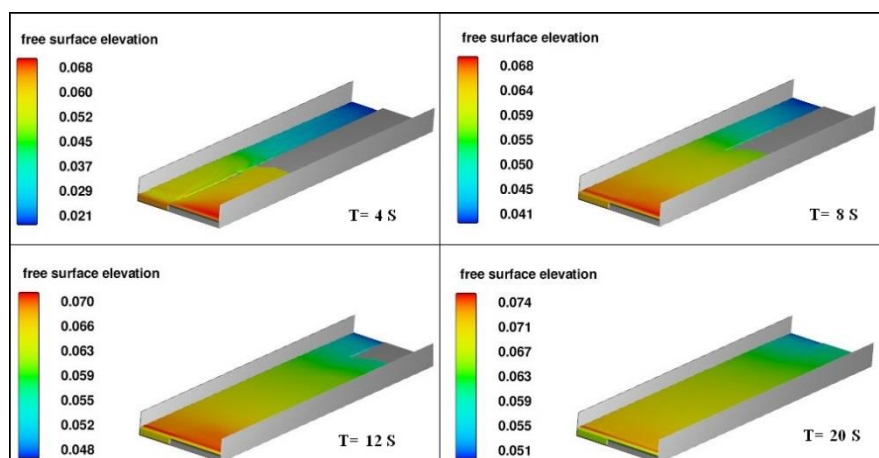
$$NRMSE = \frac{RMSE}{\bar{V}_{exp}} \times 100 \quad (۸)$$

که در این روابط،  $n$  تعداد نقاط آزمایش و  $\bar{V}_{exp}$  متوسط سرعت جریان در مدل آزمایشگاهی است.

و شرایط مرزی مطابق جدول ۳ به مدل تعریف شد. جدول ۳ نشان می دهد که برای ورودی کانال در بالادست، دبی جریان عبوری تعریف می شود. در خروجی کانال، با انتخاب شرط مرزی Outflow جریان بدون هیچ تغییری به خارج از شبکه حل منتقل می شود. برای دیواره ها و کف کانال از شرط مرزی Wall استفاده شده است که این شرط مرزی دقیقاً مشابه یک دیوار مجازی عمل می کند. برای مدل سازی سطح آزاد جریان از شرط مرزی Symmetry استفاده شد که شرایط بیرون شبکه حل را مشابه شرایط روی مرز داخلی شبکه در نظر می گیرد تا فشار اتمسفر در سطح آزاد جریان شبیه سازی شود. پس از تعریف شرایط مرزی، با انتخاب پارامترهای مورد نظر برای محاسبه در شبیه سازی و تعریف گام زمانی ذخیره نتایج حل عددی، مدل اجرا گردید. شکل ۴، نحوه جاری شدن جریان در کانال مرکب نوع B را به صورت سه بعدی نشان می دهد. ملاحظه می شود که جریان در زمان ۲۰ ثانیه به

جدول ۳ - شرایط مرزی اعمال شده به نرم افزار در مدل کانال مرکب

Z max	Z min	y max	y min	X max	X min	وجه ناحیه حل
سطح آزاد	کف کانال	دیواره سیلابدشت	دیواره کانال اصلی	خروجی کانال	ورودی کانال	موقعیت
Symmetry	Wall	Wall	Wall	Outflow	Volume flow rate	شرط مرزی



شکل ۴- نمایش سه بعدی جاری شدن جریان در کانال مرکب نوع B

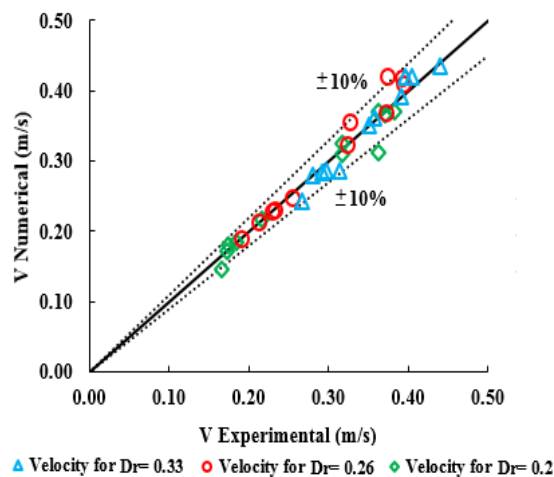
شده و قابل بررسی است؛ اما قبل از تحلیل نتایج حل عددی، لازم است این نتایج صحت سنجی شوند. پس از انجام صحت سنجی و محاسبه درصد خطای مدل سازی، سایر مشخصات جریان در کانال مرکب مورد بررسی قرار می گیرد.

### ۳-۱- صحت سنجی مدل

برای صحت سنجی مدل عددی لازم است نتایج حاصل از

### ۳- نتایج و بحث

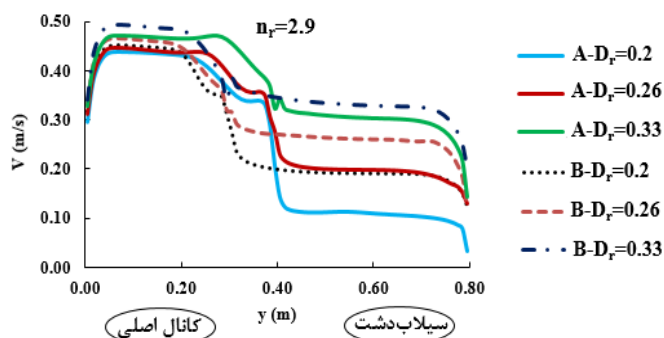
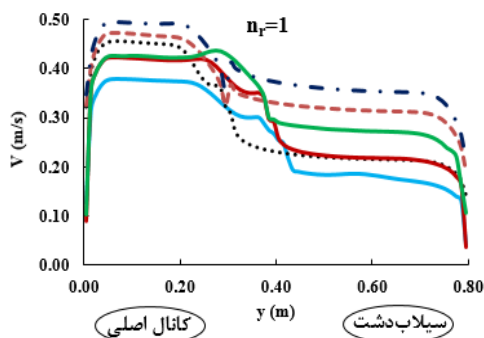
در این تحقیق، جریان عبوری از کانال مرکب مستطیلی مستقیم، در سه زبری نسبی متفاوت، برای دو نوع هندسه مختلف A و B شبیه سازی شد و مورد بررسی قرار گرفت. تغییرات پروفیل سطح آب، عمق جریان، پروفیل سرعت، تنش برشی و تغییرات فشار، از جمله نتایجی است که برای مدل های شبیه سازی شده با نرم افزار FLOW3D محاسبه



شکل ۵- مقایسه نتایج حل عددی با داده‌های آزمایشگاهی

در شکل (۵) مشاهده می‌شود که مقادیر سرعت جریان در کانال مرگب به دست آمده از حل عددی تحقیق حاضر، در دبی‌های مختلف دارای اختلاف ناچیز با داده‌های آزمایشگاهی بوسمار (۲۰۰۲) است. تراکم داده‌ها حول محور ۴۵ درجه برای دبی ۱۰ لیتر بر ثانیه بیشتر از دو دبی دیگر است که درصد خطای کم این دبی در جدول ۴ نیز (۴/۲۹ درصد) این موضوع را تأیید می‌کند. بنابراین با توجه به نتایج جدول ۴ و شکل (۵)، شبیه‌سازی انجام شده از دقت خوبی برخوردار است.

**۳-۲- بررسی پروفیل سرعت مدل در حالات مختلف**  
پس از انجام شبیه‌سازی و صحت‌سنجی مدل کانال مرگب، تغییرات سرعت جریان در مقطع عرضی در زبری‌ها و عمق‌های نسبی مختلف برآورد شده و در شکل‌های (۶) و (۷) آمده است. محور افقی نمودارها، راستای عرض کانال مرگب شبیه‌سازی شده برحسب متر و محور قائم آن‌ها پارامتر سرعت جریان برحسب متر برثانیه را نشان می‌دهد.



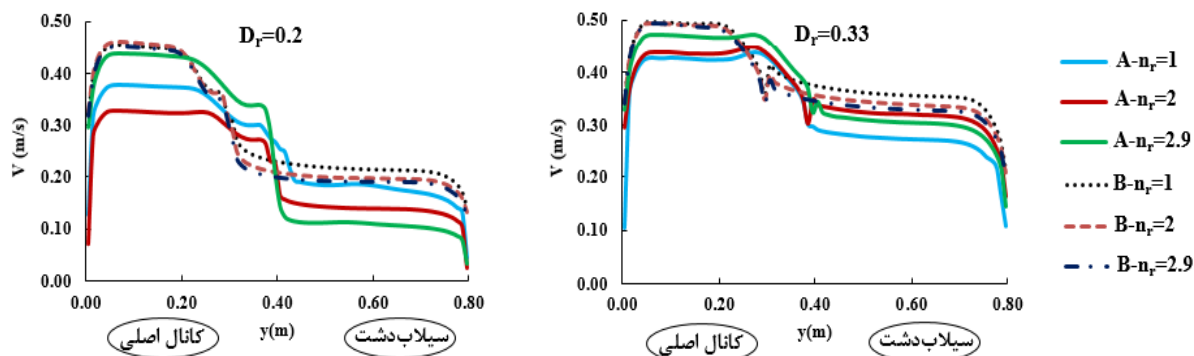
شکل ۶- پروفیل سرعت جریان به‌ازای زبری‌های نسبی ۱ و ۲/۹

نرم‌افزار با داده‌های آزمایشگاهی در شرایط مشابه مقایسه شود. هندسه مدل A تحقیق حاضر مشابه کانال مرگب آزمایشگاهی بوسمار (۲۰۰۲) است. این محقق برای هر دو مقطع کانال اصلی و سیلاب‌دشت از یک نوع زبری استفاده کرده است؛ بنابراین نتایج مدل با زبری نسبی ۱ در صحت‌سنجی مورد استفاده قرار می‌گیرد. صحت‌سنجی مدل عددی با مقایسه مقادیر سرعت جریان در سه عمق نسبی مختلف انجام شد. پارامترهای متوسط درصد خطا، مجذور مربعات خطا و میانگین مجذور مربعات خطا با استفاده از روابط ارائه شده در بخش مواد و روش‌ها محاسبه و در جدول ۴ آورده شده است. ضریب تعیین  $R^2$  نیز در برنامه Excel برآورد شده است.

جدول ۴- متوسط درصد خطای مدل در سه عمق نسبی مختلف

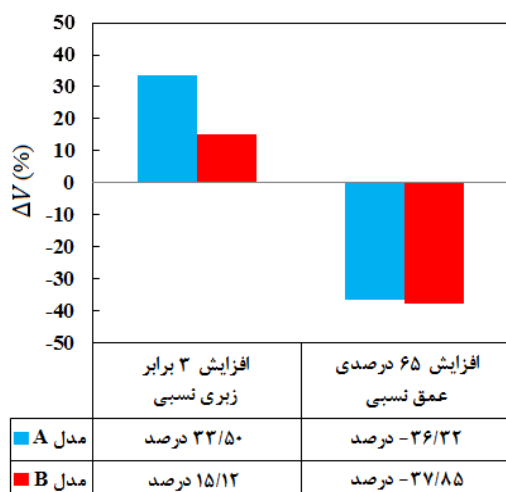
$R^2$	NRMSE (%)	RMSE (m/s)	MAPE (%)	$D_f$ (-)
۰/۹۶۷۹	۵/۷۳	۰/۰۱۵۸	۴/۲۹	۰/۲
۰/۹۴۲۸	۹/۱۵	۰/۰۲۸۴	۷/۱۴	۰/۲۶
۰/۹۴۴۷	۵/۷۹	۰/۰۲۰۶	۵/۴۹	۰/۳۳

مقادیر به دست آمده در جدول ۴ نشان می‌دهد که مدل‌سازی از دقتی قابل قبول برخوردار بوده، نتایج حاصل، قابل اطمینان است. در شکل (۵) نتایج حل عددی با داده‌های آزمایشگاهی متناظر به صورت نموداری مقایسه شده است. در مقایسه نتایج با ترسیم خط ۴۵ درجه، فاصله داده‌ها از این خط، بیانگر اختلاف بین نتایج حل عددی با مقادیر اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه است، به طوری که هرچه تراکم داده‌ها در نزدیکی خط نیم‌ساز بیشتر باشد، نشان از دقت بالای مدل‌سازی و نزدیک بودن داده‌های متناظر به یکدیگر دارد.



شکل ۷- پروفیل سرعت جریان به‌ازای عمق‌های نسبی ۰/۲ و ۰/۳۳

نسبی متفاوت نزدیک به هم بوده، ولی برای تغییرات زبری نسبی عملکرد مدل B از لحاظ اختلاف سرعت کمتر بین کانال اصلی و سیلابدشت، بهتر است. بنابراین، این مطالعه به‌کارگیری مدل B را برای زبری‌های نسبی زیاد پیشنهاد می‌کند.



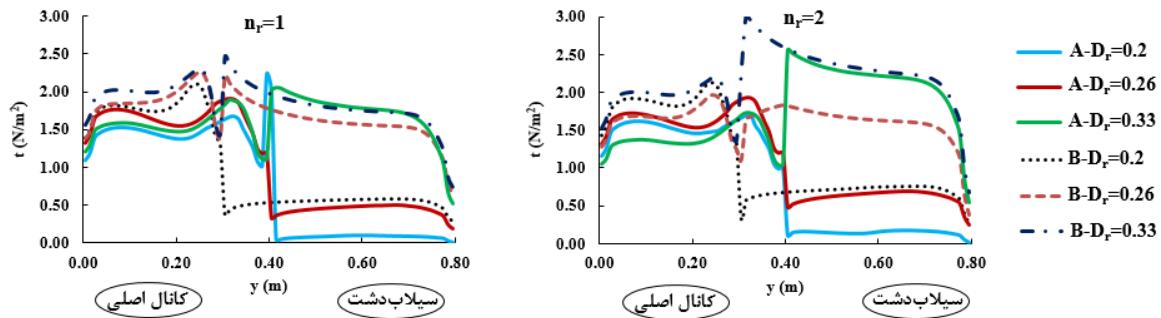
شکل ۸- درصد تغییرات اختلاف سرعت در مدل‌ها با تغییرات زبری و عمق نسبی

### ۳-۳- بررسی تنش برشی بستر در شرایط هندسی و هیدرولیکی مختلف

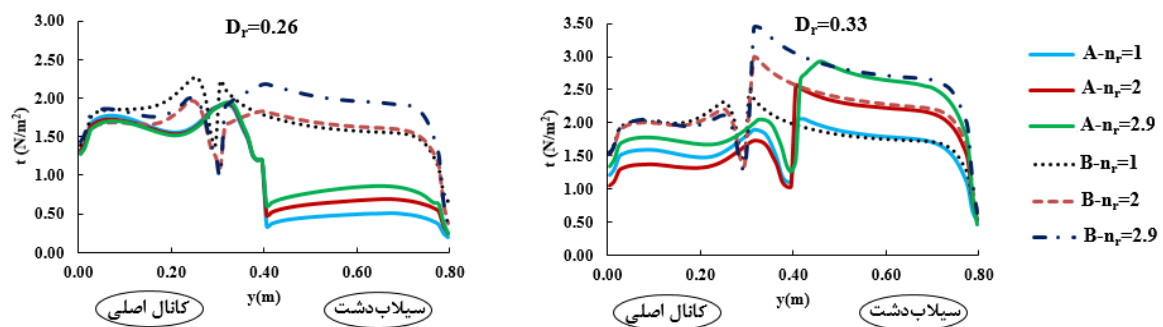
تعیین دقیق تنش برشی بستر و دیواره از دیدگاه تئوریک و همچنین از دیدگاه مسائل کاربردی نظیر نقش آن در مطالعات فرسایش، رسوب‌گذاری و طراحی پوشش‌های حفاظتی، از اهمیت خاصی برخوردار است [۳۱]. نحوه توزیع این پارامتر برای حالت‌های مختلف، بررسی و تغییرات تنش برشی بستر برای مدل‌های شبیه‌سازی شده به‌ازای زبری‌های نسبی ۱ و ۲ در شکل (۹) و تغییرات این پارامتر برای عمق‌های نسبی ۰/۲۶ و ۰/۳۳ در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، طبق انتظار، سرعت جریان در کانال اصلی بیشتر از مقدار این پارامتر در سیلابدشت است، به‌طوری که شکل (۷) نشان می‌دهد این اختلاف سرعت با افزایش عمق نسبی کاهش می‌یابد، در حالی که با افزایش زبری نسبی در شکل (۶)، سرعت جریان در کانال اصلی بیشتر شده، در سیلابدشت تغییرات آن کاهش می‌یابد. بنابراین اگر اختلاف سرعت جریان بین کانال اصلی و سیلابدشت به‌عنوان مولد تنش برشی و جریان‌های ثانویه در محل اتصال این دو زیرمقطع مورد توجه باشد، این اختلاف با زبری نسبی رابطه مستقیم و با تغییرات دبی و عمق نسبی رابطه عکس نشان می‌دهد. این نتیجه، مشابه نتایج به‌دست آمده از تحقیق محمدزاده و همکاران (۱۳۹۸) است [۱۶]. همچنین تفاوت عملکردی دو مدل A و B در شرایط مشابه به‌خوبی در شکل (۶) نمایان است، به‌طوری که مقدار سرعت در هر نقطه از عرض کانال در مدل A کمتر از مقدار سرعت در نقطه متناظر مدل B است؛ زیرا سطح مقطع کانال اصلی در مدل A از مدل B بزرگ‌تر می‌باشد. شکل ۷ نشان می‌دهد این اختلاف عملکردی در عمق نسبی ۰/۳۳ کمتر شده؛ زیرا با افزایش عمق نسبی و افزایش درصد جریان سیلابدشت، این اختلاف سطح کاهش یافته است. با بررسی دقیق‌تر داده‌های حاصل از نرم‌افزار برای سرعت جریان در تحقیق حاضر، نتایج شکل (۸) برآورد می‌شود که مطابق آن با افزایش سه‌برابری زبری نسبی، اختلاف سرعت بین کانال اصلی و سیلابدشت برای مدل A، ۳۳/۵ درصد و برای مدل B، ۱۵/۱۲ درصد افزایش یافته است، در حالی که با افزایش ۶۵ درصدی پارامتر عمق نسبی (از ۰/۲ به ۰/۳۳) این اختلاف برای دو مدل A و B به‌ترتیب ۳۶/۳۲ و ۳۷/۸۵ درصد کاهش یافته است. با این نتایج، ملاحظه می‌شود که عملکرد دو مدل در عمق‌های





شکل ۹- تغییرات تنش برشی بستر در مقطع عرضی مدل‌ها به‌ازای زبری‌های نسبی ۱ و ۲



شکل ۱۰- تغییرات تنش برشی بستر در مقطع عرضی مدل‌ها به‌ازای عمق‌های نسبی ۰/۲۶ و ۰/۳۳

شکل (۹) نشان می‌دهد مقایسه تنش برشی بستر در کانال اصلی و سیلابدشت در یک زبری نسبی ثابت، به عمق جریان در سیلابدشت بستگی دارد، به طوری که در عمق‌های نسبی کمتر، میزان تنش برشی بستر در کانال اصلی بیشتر از مقدار آن در سیلابدشت مقطع مرکب است؛ اما در شکل (۱۰) ملاحظه می‌شود با افزایش عمق نسبی جریان، تنش برشی سیلابدشت به قدری افزایش می‌یابد که می‌تواند از میزان آن در کانال اصلی بیشتر شود. بنابراین تعیین محل حداکثر تنش برشی بستر در مقطع، به عمق نسبی جریان بستگی دارد؛ ولی در هر حالت در نزدیکی محل اتصال کانال اصلی به سیلابدشت رخ می‌دهد. همچنین نتیجه دیگری که از شکل (۱۰) به دست می‌آید، اختلاف عملکرد دو مدل A و B در عمق نسبی ۰/۲۶ است، در حالی که در حالت عمق نسبی ۰/۳۳ دو مدل تقریباً عملکردی مشابه دارند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد افزایش عمق نسبی علاوه بر افزایش حداکثر تنش برشی بستر در مقطع مرکب، محل وقوع حداکثر تنش را نیز تغییر می‌دهد، چنان‌که با افزایش این پارامتر از ۰/۲ به ۰/۳۳ در تمامی زبری‌های نسبی مطالعه شده برای هر دو مدل A و B، محل حداکثر تنش از کانال اصلی به سیلابدشت تغییر کرده است. این نکته از این رو حائز اهمیت است که برای

طراحی پوشش مناسب برای کانال‌های مرکب در تعیین حداکثر مقاومت آن و محل به‌کارگیری این پوشش لازم است در نظر گرفته شود. میزان تأثیرپذیری حداکثر تنش برشی بستر از پارامتر زبری نسبی نیز به عمق جریان در سیلابدشت وابسته است. شایان ذکر است عمق نسبی که تنش برشی کانال اصلی و سیلابدشت با هم برابر باشد، به راحتی قابل تعیین نیست؛ زیرا تغییرات تنش برشی به عرض و زبری نسبی نیز وابسته است، به طوری که با افزایش زبری و حتی عرض نسبی، روند افزایش تنش برشی سیلابدشت، با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد. مقایسه حداکثر تنش برشی در دو مدل A و B نشان می‌دهد برای عمق نسبی ثابت ۰/۳۳ با افزایش سه‌برابری زبری نسبی، میزان حداکثر تنش برشی در مدل A، ۴۳ درصد و در مدل B، ۴۰ درصد افزایش یافته است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، جریان عبوری از کانال مرکب مستطیلی با سیلابدشت منفرد در شرایط هندسی و هیدرولیکی مختلف مطالعه شد و نتایج زیر به دست آمد:

- مقایسه نتایج عددی به‌دست‌آمده از نرم‌افزار FLOW3D برای پارامتر سرعت متوسط جریان با داده‌های آزمایشگاهی

کانال اصلی بیشتر از مقدار آن در سیلابدشت مقطع مرکب است.

- با افزایش سه‌برابری زبری نسبی، اختلاف سرعت بین کانال اصلی و سیلابدشت برای مدل A،  $33/5$  درصد و برای مدل B،  $15/12$  درصد افزایش یافته است.

- اختلاف سرعت جریان بین کانال اصلی و سیلابدشت با افزایش  $65$  درصدی پارامتر عمق نسبی (از  $0/2$  به  $0/33$ ) برای دو مدل A و B به ترتیب  $36/32$  و  $37/85$  درصد کاهش یافته است.

- برای عمق نسبی ثابت  $0/33$ ، با افزایش سه‌برابری زبری نسبی، میزان حداکثر تنش برشی در مدل A،  $43$  درصد و در مدل B،  $40$  درصد افزایش یافته است.

- افزایش عمق نسبی، علاوه بر افزایش حداکثر تنش برشی بستر در مقطع مرکب، محل وقوع حداکثر تنش را نیز تغییر می‌دهد، به طوری که با افزایش این پارامتر از  $0/2$  به  $0/33$  محل حداکثر تنش از کانال اصلی به سیلابدشت تغییر می‌کند.

بوسمار (۲۰۰۲) نشان داد متوسط درصد خطا برای مدل شبیه‌سازی شده در سه عمق نسبی مختلف برابر  $5/64$  درصد است که نشان می‌دهد نتایج عددی حاصل، از دقت مناسبی برخوردار است.

- با افزایش دبی و در نتیجه عمق جریان، سرعت کمی در کانال اصلی و به طور قابل ملاحظه‌ای در سیلابدشت افزایش پیدا می‌کند. بنابراین با افزایش دبی و عمق نسبی در کانال مرکب، اختلاف سرعت جریان بین کانال اصلی و سیلابدشت کاهش می‌یابد.

- تغییر عمق نسبی جریان در یک زبری نسبی ثابت، مشخصات جریان در سیلابدشت‌ها را نسبت به کانال اصلی، بیشتر دستخوش تغییر می‌کند.

- در یک زبری نسبی ثابت، با افزایش عمق جریان در سیلابدشت، میزان انتقال مومنتوم بین کانال اصلی و سیلابدشت بیشتر شده و این موضوع سبب افزایش تنش برشی در سیلابدشت گردیده است.

- در عمق‌های نسبی کمتر، میزان تنش برشی بستر در

## مراجع

[1] G. Seckin, M. Mamak, S. Atabay and M. Omran, "Discharge estimation in compound channels with fixed and mobile bed", *Sadhana*, 34(6), 2009, pp. 923-945.

[۲] حجّت‌الله یونسی، محمدحسین امید و سید علی ایوب‌زاده، «مطالعه آزمایشگاهی هیدرولیک جریان و انتقال رسوب در مقاطع مرکب غیرمنشوری»، مجله هیدرولیک، دوره ۱۴، شماره ۲، ۱۳۹۸، صفحه ۸۹-۱۰۴.

[۳] شیما بهادری و مهدی بهداروندی عسگر، «بررسی اثر زبری نسبی بر تنش برشی و تنش برشی ظاهری در کانال مرکب مستطیلی متقارن مستقیم»، دوفصلنامه مهندسی آب، دوره ۳، شماره ۵، پاییز و زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۱۱۱-۱۱۹.

[4] R.H.J. Sellin, "A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain", *La Houille Blanche*, (7), 1964, pp. 793-802.

[5] V.T. Chow, *Open Channel Hydraulics*, McGraw Hill, New York, 1959.

[6] F. Huthoff, P.C. Roos, D.C. Augustijn and S.J. Hulscher, "Interacting divided channel method for compound channel flow", *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(8), 2008, pp. 1158-1165.

[7] K. Shiono and D.W. Knight, "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel", *Journal of Fluid Mechanics* 222, 1991, PP. 617-646.

[8] P. Ackers, "Flow formulae for straight two-stage channels", *Journal of Hydraulic Research*, 31(4), 1992, PP. 509-531.

[9] X. Tang and D.W. Knight, "Lateral depth-averaged velocity distributions and bed shear in rectangular compound channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(9), 2008, pp. 1337-1342.

[10] P. Conway, J.J. O'Sullivan and M.F. Lambert, "January. Stage-discharge prediction in straight compound channels using 3D numerical models", In *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management*, Vol. 166, No. 1, 2012, pp. 3-15.

[11] D. Bousmar, "Flow modelling in compound channels, momentum transfer between main channel and prismatic or non-prismatic floodplains", *Unité de Génie Civil et Environnemental*, 12, 2002, p. 326.

[۱۲] مرضیه محسنی، جمال محمد ولی سامانی و سید علی ایوب‌زاده، «توزیع سرعت متوسط عمقی در کانال مرکب با وجود پوشش گیاهی در سیلابدشت»، مجله هیدرولیک، دوره ۸، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، صفحه ۶۳-۷۵.

- [۱۳] مصطفی نبی پور، سید علی اکبر صالحی نیشابوری، حسین مهاجری، امیررضا زراتی و محمد طرقي، «مطالعه تجربی جریان آشفته در یک کانال مرکب با عمق کم سیلاب دشت به کمک سرعت سنجی تصویری ذرات»، مجله مهندسی مکانیک، دوره ۱۷، شماره ۸، پاییز ۱۳۹۶، صفحه ۱۶۴-۱۷۲.
- [14] H.A. Yonesi, M.H. Omid and S.A. Ayyoubzadeh, "The hydraulics of flow in non-prismatic compound channels", *J. Civil Eng. Urban*, 3(6), 2013, PP. 342-356.
- [۱۵] علی قهرمان زاده، میرعلی محمدی و بهزاد شکوری، «بررسی عددی اثر زاویه همگرایی سیلاب دشت بر سرعت جریان در مقطع عرضی کانال مرکب»، کنفرانس عمران، معماری و شهرسازی کشورهای جهان اسلام ایران، تبریز، ۱۳۹۷.
- [۱۶] پیمان محمدزاده، میترا جوان، افشین اقبال زاده و خسرو مروتی، «بررسی اثر عمق نسبی بر الگوی جریان در کانال مرکب همگرا»، مجله عمران مدرس، دوره ۱۹، شماره ۳، تابستان ۱۳۹۸، صفحه ۵۷-۶۸.
- [17] H. Afzalimehr, M. Heidarpour and A. Salimi, "Flow resistance in a compound gravel-bed bend", *Sadhana*, Vol. 31, Part 6, 2006, PP. 731-741.
- [18] I.J. Moncho-Esteve, M. García-Villalba, Y. Muto, K. Shiono and G. Palau-Salvador, "A numerical study of the complex flow structure in a compound meandering channel", *Advances in Water Resources*, 116, 2018, pp. 95-116.
- [۱۹] محمد نقوی، میرعلی محمدی و قربان مهتابی، «شدت آشفتنگی و تنش برشی جداره در کانال مرکب پیچان تحت تأثیر تغییر ضریب خمیدگی»، مجله مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۸، شماره ۶۰، بهار ۱۳۹۹، صفحه ۵۳-۶۹.
- [۲۰] آرش عسگری، میرعلی محمدی و محمد مناف پور، «دبی جریان و شیب خط انرژی در کانال های مرکب»، مجله دانش آب و خاک، دوره ۲۱، شماره ۱، بهار ۱۳۹۰، صفحه ۸۵-۹۶.
- [۲۱] ابراهیم رحیمی و مجید رحیم پور، «تأثیر پارامترهای هندسی بر توزیع سرعت در کانال های روباز با مقطع مرکب»، مجله پژوهش آب ایران، دوره ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۱۱-۱۹.
- [۲۲] مهدی اژدری مقدم و مهنا تاج نسایی، «مدل سازی عددی سلول های جریان ثانویه در کانال های دوزنقه ای با زبری یکنواخت»، مجله مدل سازی در مهندسی، دوره ۸، شماره ۲۰، بهار ۱۳۸۹، صفحه ۵۷-۷۱.
- [23] R. Daneshfaraz, S. Sadeghfam and A. Ghahramanzadeh, "Three-dimensional numerical investigation of flow through screens as energy dissipaters", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 44(10), 2017, pp. 850-859.
- [۲۴] فیروز قاسم زاده. و صلاح کوچک زاده، شبیه سازی مسائل هیدرولیکی در FLOW3D، نشر نوآوران، تهران، ایران، ۱۳۹۲.
- [25] A. Parsaie, A.H. Haghiabi and A. Moradinejad, "CFD modeling of flow pattern in spillway's approach channel", *Sustainable Water Resources Management*, 1(3), 2015, pp. 245-251.
- [26] A. Moradinejad, A. Parssai and M. Noriemamzade, "Numerical modeling of flow pattern in Kamal Saleh dam spillway approach channel", *Appl. Sci. Rep.*, 10(2), 2015, pp. 82-89
- [27] Z. Askari, S.R. Khodashenas, K. Esmaili, M. Golian, K. Ostad-Ali-Askari, V.P. Singh and N.R. Dalezios, "Numerical analysis of hydraulic flow characteristics in prismatic compound channels using Flow3D software", *American Research Journal of Civil and Structural Engineering*, 3 (1), 2019, pp. 1-10.
- [۲۸] نورالله کثیری، محمد ذات خواهی، محمدحسن خان اف و جواد ایوک پور، «بررسی اثر مدل اغتشاش بر هیدرولیک سینی غربالی»، مجله مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۳، شماره ۴۲، پاییز ۱۳۹۴، صفحه ۷۹-۸۶.
- [۲۹] شادی نجفیان، حجت الله یونسی، عباس پارسایی و حسن ترابی پوده، «مدل سازی عددی و فیزیکی خصوصیات جریان در کانال مرکب منشوری با زبری ناهمگن»، مجله تحقیقات مهندسی سازه های آبیاری و زهکشی، دوره ۱۸، شماره ۶۸، تابستان ۱۳۹۶، صفحه ۱-۱۶.
- [30] S. Javid, M. Mohammadi, M. Najarchi and M.M. Najafizadeh, "Laboratory investigation of flow resistance in composite roughened rectangular open channels", *Journal of Fresenius Environmental Bulletin-FEB, Parlar Scientific Publication-Germany*, August, Volume 27, No. 7, 2018, pp. 4921-4929
- [31] M. Mohammadi, "Boundary shear stress in a straight compound channel", *Proceedings National Conference on Hydraulics, Hydrology and Sustainable Water Resources Management: Advances in Research and Management*, 24-26 September, Kuala Lumpur, 2001, Malaysia.