

Analysis of the Role of Fractal Geometry in Iranian Cultural Symbols (Case study of Iranian University Symbols)

Saleheh Hedayati¹ Behnam Zangi², Haniyeh Sheykhi³

¹ M.A. in Graphics, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

² Assistant Professor, Art & Architecture Department, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran (Corresponding Author)

³ Assistant Professor, Art Department, Rasam University, Karaj, Iran

(Received: 10.03.2021, Revised: 06.05.2021, Accepted: 13.06.2021)

(Doi: 10.22075/AAJ.2021.23188.1103)

Abstract:

Fractal art can be presented in simple, reproducible language that is at the same time orderly in the postmodern world. In fractal art, such as visual arts, visual elements such as dots, lines, surfaces, etc. have been used to combine and repeat them and have been expressed in complex shapes and beautiful visual textures. Fractal is an interdisciplinary art related to geometry and mathematics and plays a major role in today's world. It should be said that fractal knowledge makes a unique design possible for the artist. This study intends to investigate the role of fractals in Iranian cultural symbols. In this research, we seek to find fractal applications in signs and with the concern of the audience and the nature of naturalism of art, how can effective and practical solutions be obtained from fractal geometry and new visual patterns in interaction with the audience. The purpose of this study is to get acquainted with fractal geometry and its effect on art; through analysis, adaptation and scientific studies on this geometry, new and practical designs of signs could be achieved. The question arises in which part of art, the traces of fractal geometry can be seen more and it seems that fractal geometry as one of the important tools with a scientific basis in the direction of graphic art can be used more. The research method of this research is descriptive-analytical and the method of collecting information in the form of documents and specific sources about fractals and signs is scattered and more in the form of articles. Fractal has the ability to be widely used as a theoretical basis in logo design.

Keywords: Fractal geometry, graphics, emblems, university, digital world.

¹ Email: Saleheh_Hedayati@yahoo.com

² Email: B.Zangi@yahoo.com

³ Email: H_sh_graphica@yahoo.com

تحلیل کاربرد هندسه فراکتال در نشان‌های فرهنگی ایرانی (مطالعه موردی نشان دانشگاه‌های ایران)*

صالحه‌السادات هدایتی^۱، بهنام زنگی^۲، هانیه شیخی^۳

^۱ کارشناسی ارشد ارتباط تصویری، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، تهران، تهران
^۲ دکتری، استادیار دانشکده هنر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، تهران (نویسنده مسئول)

^۳ دکتری، استادیار دانشکده هنر دانشگاه رسام، کرج، تهران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۲۰، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۱۶، تاریخ پذیرش نهایی: ۱۴۰۰/۰۳/۲۳)

(Doi: 10.22075/AJ.2021.23188.1103)

چکیده

هنر فراکتال، نوعی زبان برای بیان نظم و بی‌نظمی در دنیای پست‌مدرن است. در هنر فراکتالی، مانند هنرهای تجسمی، از عناصر بصری مانند نقطه، خط، سطح و... ترکیب و تکرار آن‌ها استفاده شده و به شکل‌های پیچیده و بافت‌های بصری زیبا نمود پیدا کرده است. فراکتال یک هنر بین‌رشته‌ای است که با هندسه و ریاضیات ارتباط داشته، سهم عمده‌ای را در جهان امروز دارد. باید گفت دانش فراکتال طرح غیرتکراری را برای هنرمند امکان‌پذیر می‌کند. این پژوهش در نظر دارد نقش فراکتال را در نشانه‌های فرهنگی ایرانی بررسی کند. در این پژوهش به دنبال یافتن کاربردهای فراکتال در نشانه هستیم؛ اینکه با دغدغه مواجهه مخاطب و ذات طبیعت‌گرایی هنر، چگونه می‌توان از هندسه فراکتال و نقوش نوین بصری در رابطه متقابل با مخاطب، به راهکارهای مؤثر و کاربردی رسید. هدف این پژوهش، آشنایی با هندسه فراکتال و تأثیر آن در هنر است تا با تحلیل، تطبیق و مطالعات علمی بر روی این هندسه بتوان به طرح‌های نو و کاربردی از نشانه دست یافت. این سؤال مطرح است که در کدام بخش از هنر، ردپای هندسه فراکتالی را بیشتر می‌توان دید. به نظر می‌رسد از هندسه فراکتال می‌توان به‌عنوان یکی از ابزارهای مهم با مبنای علمی در زمینه هنر گرافیک بیشتر استفاده کرد. روش تحقیق این پژوهش، توصیفی-تحلیلی و شیوه گردآوری اطلاعات به‌صورت اسنادی و منابع اختصاصی درباره فراکتال و نشانه، پراکنده و بیشتر به صورت مقاله است. فراکتال این قابلیت را داراست که بتوان به‌عنوان یک مبنای نظری در طراحی نشان، قابلیت استفاده زیادی داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: هندسه فراکتال، گرافیک، نشان دانشگاه، دنیای دیجیتال.

* این مقاله برگرفته از پایان‌نامه کارشناسی ارشد ارتباط تصویری نویسنده اول با عنوان «مطالعه کاربرد هندسه فراکتال در گرافیک (طراحی ۹ نشان فرهنگی ایرانی)» به راهنمایی نویسنده دوم و سوم در دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات است.

¹ Email: Saleheh_Hedayati@yahoo.com

² Email: B.Zangi@yahoo.com

³ Email: H_sh_graphica@yahoo.com

مقدمه

ایده‌های اولیه با مجموعه‌های فراکتالی در اواخر قرن نوزدهم مطرح شد؛ اما استفاده عملی و کاربردی از فراکتال‌ها در دهه ۱۹۷۰ میلادی آغاز گردید. بیشتر کاربردهای هندسه فراکتال^۱ به علوم کامپیوتر^۲ برمی‌گردد. علم فراکتال، روش‌های جدیدی را مطرح می‌کند تا رابطه پیچیده بین اجزای طبیعی را با رابطه‌های ریاضی و قوانین هندسه^۳ تبیین نماید. فراکتال، یک هنر بین‌رشته‌ای است که با هندسه و ریاضیات طی دهه‌های اخیر در ارتباط است و سهم عمده‌ای را در جهان امروز دارد. در دنیای امروز، ارتباط تصویری به‌عنوان یک زبان مشترک، از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. در این میان، طراحی نشان، یکی از مهم‌ترین ابزارهای تصویری ارتباطی محسوب می‌شود. فراکتال‌ها چیزی جدا از نقوشی نیست که برای ما آشناست. با شکل‌گیری دوران پست‌مدرن فراکتال‌ها به‌طور رسمی پا به عرصه ظهور گذاشتند. فراکتال‌ها دنیای علم، نظم هندسی، به چالش کشیدن همین نظم هندسی و نمودی از هم‌زیستی و درهم‌فرورفتگی دو پدیده نظم و آشوب^۴ است. هنر فراکتال نوعی زبان برای بیان نظم و بی‌نظمی در دنیای پست مدرن است. همه این موارد در دنیای دیجیتال، وجود کامپیوتر و به عبارتی، هنر نرم‌افزاری هویت بیشتر دارند و تعریف خود را ارائه می‌دهند. علم ریاضی و هندسه که زیربنای هنر نرم‌افزاری است، زیربنای هندسه نقوش^۵ و نقوش هندسی^۶ و آثار کلاسیک دنیا در عالم هنر نیز هست. هنرمندان در هر زمان از علوم رایج دوران خود بهره گرفته‌اند. علاقه به ریاضیات به‌دلیل کاربردهایش همیشه مورد توجه بوده که این، اصل و اساس فراکتال‌آرت است. در نیم قرن اخیر، هنرمند با بهره‌گیری از علوم جدید، مانند

ریاضیات، هندسه، تکنولوژی و کامپیوتر، دست به خلق پیچیده‌ترین و خلاقانه‌ترین فرم‌های هنری زده است. فراکتال، شاخه جدیدی از علوم ریاضی و کامپیوتر محسوب می‌شود که قابل بررسی است. این هندسه سال‌هاست توسط معماران و ریاضی‌دانان متعدد مورد بحث و بررسی قرار گرفته و به‌کارگیری آن در معماری و هندسه مصنوع مورد شک و تردید، نقض یا دفاع واقع شده است. امروزه اهمیت گرافیک^۷ در رشد و توسعه اطلاع‌رسانی مؤثر در جامعه، در حدی است که میان تبلیغات محیطی^۸ و فضای گرافیکی موجود می‌توان به خصوصیات آن جامعه پی برد. حال این نمادها با خصوصیات یادشده وقتی در قالب گرافیک عرضه می‌شوند، بسیار تأثیرگذارتر خواهند بود. هر چیزی که در ذهن کسی تصویری ایجاد کند، نشان است. طراحی نشان، از بخش‌های اصلی زبان بصری است و وظیفه‌ای بس سنگین را بر دوش دارد. نشان‌ها فرایند اندیشه بشر در زمان‌های مختلف هستند. در این پژوهش تلاش می‌شود ابتدا ساختار هندسه فراکتال و همچنین دستاوردهای هنری آن، یعنی طراحی نشان، معرفی و سپس تجزیه و تحلیل شود.

روش پژوهش

روش اجرای پژوهش، مجموعه فعالیت‌هایی است که به کمک آن‌ها تعیین می‌کنیم که اطلاعات موردنظر را از کجا، چگونه و با چه ابزاری جمع‌آوری کنیم (خاکی، ۱۳۹۳: ۲۸). روش تحقیق این پژوهش، توصیفی-تحلیلی و شیوه گردآوری اطلاعات، اسنادی است. بعد از فیش‌برداری از منابع مربوط و کاربرد هندسه فراکتال براساس هنر گرافیک، با استناد به منابع علمی، به تجزیه و تحلیل داده‌ها پرداخته می‌شود. شیوه تجزیه و تحلیل بر مبنای کیفی است و معیار در

تجزیه و تحلیل، توصیفی موردی، تحلیل‌های کیفی، مشخصاً عقل، منطق، تفکر و استدلال است، این شیوه بیشتر در تحقیقات تاریخی تحلیل محتوا وجود دارد. نظر به اینکه تحقیق پیش رو به روش تاریخی-تحلیلی-توصیفی از منابع و اسناد معتبر و کتابخانه‌ای بهره‌برداری کرده است، اطلاعات به شیوه فیش‌برداری جمع‌آوری شده، سپس موارد به دست‌آمده از طریق مقایسه و بررسی مبتنی بر عقل، منطق و استدلال، تجزیه و تحلیل می‌شود.

پیشینه پژوهش

عبارت فراکتال بیشتر در ریاضیات استفاده شده است، هر چند که نگرش‌های فراکتال بیشتر در ریاضیات و فیزیک مورد توجه و بررسی قرار گرفته است، اما در هنر نیز قابل استفاده است. تأثیر هندسه فراکتال در هنر و اثر آن در نشان، و اصول طراحی آنها از مسائلی است که به تازگی کمی مورد توجه و اهمیت قرار گرفته است، به همین دلیل منابع فارسی معتبر و مقالات و رساله‌ها و کتب بسیار معدودی در این زمینه وجود دارد. منابع تحقیق در این پژوهش بیشتر از میان رساله‌ها و مقالات انگلیسی بوده و بخش بسیاری از آن گردآوری و ترجمه شده، توسط مؤلف هستند. ادبیات تحقیق مورد استفاده شامل موارد زیر هستند:

-مقاله «بررسی ویژگی‌های هندسی گره‌ها در تزیین‌های اسلامی از دیدگاه هندسه فرکتال» نوشته‌ی ساناز خورشیدیان و مریم نوری در سال ۱۳۹۰ شمسی تدوین گردیده است، در این پژوهش وی ویژگی‌های هندسه‌ی تزیین‌های اسلامی را از زاویه‌ای جدیدتر پرداخته و برای اثبات این ادعا گره‌ها را از یک سو به دلیل تنوع، کثرت، پیچیدگی، آهنگ، توازن و استفاده از انواع نقوش هندسی و از سوی دیگر

به دلیل مطالعات وسیعی که از سوی صاحب نظران در این زمینه ارائه شده، انتخاب و بررسی نموده است. -مقاله «فراکتال آرت و هنر نرم افزاری با نگاه بر هندسه‌ی محاسباتی و هندسه نقوش» نوشته‌ی مهگان فرهنگ و صفیه رضایی در سال ۱۳۹۵ شمسی تدوین گردیده است، در این پژوهش وی به ارتباط هنر نرم افزاری و فراکتال پرداخته و نقوش هندسی در فراکتال را مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

-مقاله «فراکتال آرت» نوشته‌ی مهرداد گروسی در سال ۱۳۸۷ شمسی تدوین گردیده است و در پژوهش خود، تشریح مراحل مختلف پیوستگی‌های هنری و ریاضیاتی منجر به ظهور پدیده‌ی فراکتال آرت و توصیف هر چه تمام‌تر چشم انداز حاصل از این گونه نوین و التقاطی هنری در جامعه‌ی هنری امروز جهان را مورد بحث قرار گرفته است.

-مقاله «نقش فراکتال‌ها در هندسه، ریاضیات و ارتباط آن با نقوش اسلامی در ابنیه‌ها و مساجد ایران» نوشته‌ی میثم میریان در سال ۱۳۹۷ شمسی تدوین گردیده است، در این پژوهش وی تعریف فراکتال، نظریه فراکتال‌ها و ارتباط آن با هندسه اشکال پرداخته و پدیده‌های فراکتالی تصادفی و نامنظم و رشد فراکتالی و مقایسه آنها پرداخته است.

وجه تمایز این پژوهش با موارد ذکر شده این است که در مقالات، کتب و رساله‌ها پیرامون ارتباط هندسه فراکتال در طراحی گرافیک (نشان) مورد بررسی و بحث قرار نگرفته و در این پژوهش کاربرد هندسه فراکتال در نشان‌های فرهنگی ایرانی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

چارچوب پژوهش

در گذشته، ریاضیات بیشتر به مجموعه‌ها و توابعی مربوط می‌شد که بتوان روش‌های حساب کلاسیک را در آن‌ها به کار برد. مجموعه‌های نامنظم نسبت به شکل‌های هندسه کلاسیک، نمایش بهتری از پدیده‌های طبیعی فراهم می‌کنند. هندسه فراکتالی یک چارچوب کلی برای مطالعه چنین مجموعه‌هایی فراهم می‌آورد. در بحث فراکتال‌ها، پیچیدگی ناگزیر است و فراکتال خود، اصلاً از پیچیدگی پدید می‌آید. باید با یک سری موازین، اصطلاحات و رویکردها در زمینه فراکتال و نشان، آشنا شد تا ارتباط آن‌ها ملموس و قابل درک باشد. فراکتال با پیش‌زمینه هندسه پُررنگ، طی سال‌های اخیر، توجه بسیاری از هنرمندان و ریاضی‌دانان را به‌منظور پیشبرد این هنر الگوریتمیک به خود جلب کرده است. در هندسه فراکتالی، بیشترین توجه به ساختار زیرمجموعه‌های مختلف از هندسه فضایی است. این فضا جایی است که فراکتال‌ها زندگی می‌کنند.

۱. هنر گرافیک

واژه «گرافیک» که از مصدر یونانی^۹ به معنای «نوشتن» گرفته شده، در اصل به معنای خراشیدن، حک کردن و نقر کردن است (افشار مهاجر، ۱۳۹۲: ۷). گرافیک که در لغت به معنای نگارش یا هنر نگارش آمده است، امروزه به شکلی از هنرهای دیداری^{۱۰} گفته می‌شود که به بیان موضوعات از راه تصویر، خواه تصاویر چاپی، خواه جلوه‌های سینمایی یا تلویزیونی و غیره می‌پردازد. هنر گرافیک، هنری است که ترسیم و نگاشتن، ارکان اصلی آن را تشکیل می‌دهد. از این نظر در رده‌بندی هنرها، هنر گرافیک تجسمی را شاخه‌ای از هنرهای تجسمی به شمار

می‌آوریم. در قرن‌های گذشته، پیش از آن‌که چاپ به وجود آید، هنر گرافیک از یک سو با نقاشی و از سوی دیگر با خوشنویسی، مرزهای مشترکی داشت و به‌طور عمده در هنر کتاب‌آرایی متجلی می‌شد (استوار، ۱۳۹۲: ۴).

۱-۱. طراحی نشان

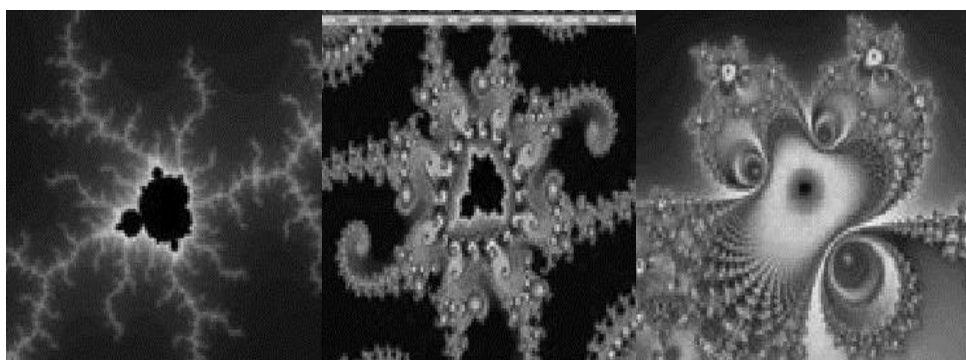
واژه «نشان» و «نشانه» به هر چیز محسوسی گفته می‌شود که ما را از وجود یا احتمال وجود، حضور، واقعیت یا حالت چیز دیگری مطلع می‌کند (سپهر، ۱۳۹۶: ۱۱). «نشانه، تصویر نام است؛ نامی تصویری که ساده، مختصر و مؤثر، موضوع را تجسم می‌کند. به همین دلیل، نشانه یک فرم یا یک تصویر گذرا نیست، بلکه در طی سالیان متمادی در خدمت یک سازمان یا هدف خاص قرار گرفته و مبین شخصیت اجتماعی و فرهنگی صاحب خود می‌باشد. به‌طور کلی نشانه باید فرهنگ خلاصه و کاملی از کل مفهوم موضوع باشد که به‌طور ساده آن را به مخاطب انتقال دهد» (ممیز، ۱۳۶۲: ۷). عام‌ترین تعریف نشانه این است که نشانه هرگونه دالی است که بر مدلول دلالت می‌کند. نشانه، چیزی است که از جهتی یا برحسب ظرفیت خود به‌جای چیز دیگری می‌نشیند و کسی را مخاطب قرار می‌دهد. قبلاً کلمه علامت به‌جای نشانه در بین عموم رواج داشته که گمان می‌رود کلمه نشانه به‌دلیل فارسی بودن و رسایی مفهوم، جایگزین مناسب‌تری برای واژه آرم باشد. یکی از تعاریفی که در ایران برای شناخت اولین نشانه ارائه شده، درفش کاویانی است که شکل آن شامل یک ستاره در وسط یک مربع بوده که خورشید در بالای آن قرار داشته و حاشیه‌ها و طرازها از آن آویخته بوده است. در حیطه طراحی نشانه، واژه‌هایی به کار می‌روند که بهتر است معادل

(مانند چنگال: مرتبط یا هم‌شکل با چنگ، کشال یا کشاله ران: مرتبط با کشیده شدن، پوشال: مربوط به پوشاندن، سَنگال و...). واژه آشنای «برخی» به معنی پاره‌ای، از ریشه برخی گرفته شده است (مبینی و فتح‌اللهی، ۱۳۹۳: ۹). سیستم‌های فراکتالی، سیستم‌های غیرخطی هستند و سیستم‌های خطی تنها حالت خاصی از آنها محسوب می‌شوند. هندسه اقلیدسی نیز انتزاعی از دنیای واقعی است. درک پیچیدگی موجود در طبیعت، موجب شک و تردید شد، مبنی بر اینکه این پیچیدگی‌ها تصادفی و اتفاقی نیست. مندلبروت ادعا کرد که چنین شکل‌های عجیب و این پیچیدگی‌های طبیعی دارای معنی و مفهوم هستند (محمودی‌نژاد، ۱۳۸۸: ۲۱۷). در این هندسه، شکل‌هایی مورد بررسی قرار می‌گیرند که ساختارشان تا آخرین حد مقیاس‌های بی‌نهایت کوچک پیش می‌رود و بسیار بی‌نظم به نظر می‌رسند؛ اما در واقع دارای نظم هستند (سرورزاده و اشتیاقی، ۱۳۹۳: ۸۳). فراکتال‌ها ویژگی کلیدی دیگری نیز دارند که همان انسجام و خودمتمشابه بودن است (سالیانجرز، ۱۳۹۰: ۵۳).

مناسب فارسی برای آنها انتخاب شود. کلمه فارسی نشانه، به نظر ترجمه مناسبی برای واژه ساین^{۱۱} باشد. در لغت‌نامه American heritage collage در برابر لغت ساین این توضیح آمده است: «چیزی که به حضور و یا وجود یک عمل اشاره کند یا موقعیت و کیفیت را القا نماید؛ حرکت یا عملی که عقیده، خواسته، اطلاع و یا خواهشی را به ذهن متبادر سازد» (Hellweg, 1993: 1267).

۲. ریاضیات فراکتال

واژه فراکتال که از ریشه یونانی فرکتوس^{۱۲} به معنای «تکه‌تکه شده» و «شکسته شده» آمده است و به نحوی تعریف ریاضی‌اش را در خود دارد، در اصطلاح به معنای سنگی است که به شکل نامنظم شکسته شده باشد. معادل فارسی برای فراکتال، برخال است. برخال‌ها از سال ۱۳۵۸ هـ.ش به بعد مورد نگرش واقع شده و هندسه نوینی به نام هندسه برخالی را پدید آورده‌اند (میریان، ۱۳۹۰: ۸۸). واژه برخال از دو پاره «برخ» و «ال» ساخته شده است. برخ، واژه فارسی برای کسر به معنی شکست^{۱۳} است و پسوند ال پسوندی به معنای مرتبط با، نسبت و شباهت است



تصویر ۱- چند نمونه از فراکتال (فتح‌اللهی، ۱۳۸۶: ۲۴)

در فراکتال‌ها می‌توان تکرار، تعامل، تصادف، خودیروانگری، حذف هنرمند و خودانگیختگی، دنیای علم (شکل‌های آمیبی^{۱۴}، ذرات میکروسکوپی، دنیای نجوم و کیهانی) و انتزاع و بیومورفیک^{۱۵} را دید. تمامی این موارد در هنری به نام نرم‌افزاری، هنر دیجیتال و فراکتال آرت وجود دارد که با یکدیگر همسو هستند (فرهنگ و رضایی، ۱۳۹۵: ۱۵). فراکتال‌ها سرتاسر نامنظم‌اند و بی‌نظمی آنها در همه مقیاس‌ها یکسان است و از دور و نزدیک به شکلی یکسان دیده می‌شوند و به اصطلاح خودمتشابه‌اند (نقیبی‌راد و جمشیدی، ۱۳۹۳: ۱۰). فراکتال‌ها نیز مانند دایره، سه‌گوش، مربع و... از اشکال ریاضی محسوب می‌شوند. فراکتال آرت، شاخه‌ای از هنرهای تصویری دوبعدی است که از نظر ظهور در عرصه هنر، شباهت‌های بسیاری با عکاسی دارد، چنان‌که تجلی فراکتال آرت نیز همچون عکاسی در ابتدای ورود و پذیرش آن به‌عنوان فرمی از هنر، با شکایت‌های سطحی و بنیادی بسیاری روبه‌رو شد (گروسی، ۱۳۸۷: ۲۴-۲۹). این هندسه، ویژگی‌های منحصربه‌فردی دارد که می‌تواند توجیه‌گر بسیاری از رویدادهای جهان اطراف ما باشد. با این توضیحات می‌توان بیان کرد هر اندازه هندسه اقلیدسی در توصیف ساخته‌های دست بشر، قدرتمند و برای توصیف ساخته‌های دست طبیعت، ناتوان است، هندسه فراکتال در توصیف ساخته‌های دست طبیعت، توانمند است. فراکتال در پی تحلیل و شبیه‌سازی بی‌نظمی و آشوب است. این روزها از فراکتال‌ها به‌عنوان یکی از ابزارهای مهم در گرافیک رایانه‌ای نام می‌برند (فتح‌اللهی، ۱۳۸۶: ۱۶).

۲-۱. ویژگی‌های فراکتال‌ها

خودمتشابهی: در فراکتال‌ها، اجزا و عناصر، در مقیاس‌های مختلف تکرار می‌شوند. هر شکل از قطعات کوچک‌تری تشکیل شده است که این قطعات با شکل اولیه متشابه هستند. به عبارت دیگر، وقتی که یکی از قطعات کوچک تشکیل‌دهنده را به مقیاس شکل اصلی می‌رسانیم، دقیقاً همان شکل به دست می‌آید. این ویژگی را خودمتشابهی می‌نامیم.

تکرارشوندگی: فراکتال‌ها به‌وسیله فرایندی تکرارشونده شکل می‌گیرند و هر تکرار از نتیجه قبلی‌اش ساخته شده است. این ویژگی را تکرارشوندگی می‌نامیم (خورشیدیان و نوری، ۱۳۹۰: ۹۱). این سیستم که دارای علامت اختصاری IFS^{۱۶} است، سیستم تکرار را مطرح می‌کند که به نوعی پایه هندسه فراکتال است. تکرار، یکی از راه‌های ایجاد فرم در معماری است؛ اما در فراکتال این فرم باید دارای مشخصات هندسی باشد که در قسمت هندسه فراکتال مطرح شد. به‌طور کلی این تکرار می‌تواند از کنار هم قرار گرفتن یک شیء به دست آید یا اینکه یک موضوع نسبت به موضوع دیگر و به‌طور متوالی کوچک شود.

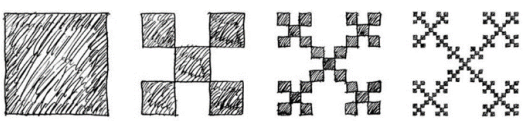

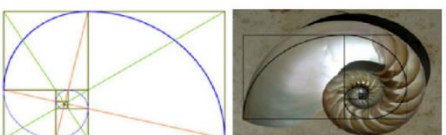

خودمقیاسی: فراکتال‌ها در هر مقیاسی یکسان به نظر می‌رسند. مجموعه‌های فراکتال از زیرمجموعه‌هایی تشکیل شده‌اند که این زیرمجموعه‌ها شامل مجموعه‌های بزرگ‌تر هستند. مجدداً این مجموعه‌ها از زیرمجموعه‌های کوچک‌تری تشکیل شده‌اند. این زیرمجموعه‌ها نیز شبیه مجموعه‌های بزرگ‌تر هستند که این ویژگی را خودمقیاسی می‌نامیم (همان).

بُعد اعشار: فراکتال‌ها ابعاد منحصربه‌فردی دارند که به‌صورت ریاضی تعریف شده‌اند. فراکتال یک معیار

ها دیده می‌شود. درختان، ابرها، کوه‌ها، رودها، لبه سواحل دریا و گل کلم‌ها اجسام فراکتال هستند. در واقع، بخش کوچکی از درخت که شاخه آن باشد، شباهت به کل درخت دارد. این مثال را می‌توان درباره ابرها، گل کلم، صاعقه و سایر اجسام فراکتال بیان کرد. چند نمونه از فراکتال‌ها در جدول ۱ آورده شده است (همان).

ریاضی در تعیین درجه پیچیدگی بافت در حال نمایش است که این ویژگی را بُعد اعشار می‌نامیم. با نزدیک شدن به جسم فراکتال، می‌بینیم که تکه‌های کوچکی از آن که از دور همچون دانه‌های بی‌شکلی به نظر می‌رسید، به صورت جسم مشخص درمی‌آید که شکلیش کم‌وبیش مانند همان شکلی است که از دور دیده می‌شود. در طبیعت، نمونه‌های فراوانی از فراکتال

جدول ۱- دسته‌بندی فراکتال‌ها براساس ویژگی (مأخذ: نگارنده، ۱۳۹۹)

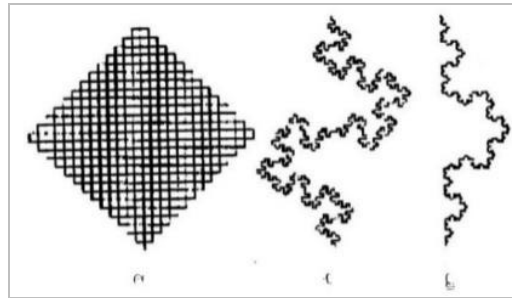
ویژگی	بررسی ویژگی فراکتال
خودمتمابه‌ی	
خودمقیاسی	
بُعد اعشاری	
تکرار شونده‌ی	

دلخواه در نظر گرفت و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد. قسمت میانی را برداشت و دو انتهای قسمت خالی باقیمانده را با دو قسمت که طول هرکدام یک‌سوم پاره‌خط اولیه است، مانند یک مثلث متساوی‌الاضلاع به هم پیوند زد. آن‌گاه می‌توان این فرایند^{۱۹} را به صورت پیاپی تکرار کرد (تقسیم هر پاره‌خط به سه قسمت مساوی، برداشتن قسمت میانی

۳. نظریه فراکتال‌ها و ارتباط آن با هندسه

برای آشنایی با نظریه فراکتال، مناسب است که به فرایند تکرار^{۱۸} در فضا پرداخت. تکرر، فرایندی است که چونان سیستمی، برون‌داد خود را بازخورد می‌کند و آن را به مثابه درون‌داد تحویل می‌گیرد تا برون‌داده جدید پس دهد. برای مشاهده روند هندسی کارکرد چنین رابطه‌ای، به عنوان مثال می‌توان پاره‌خطی را به طول

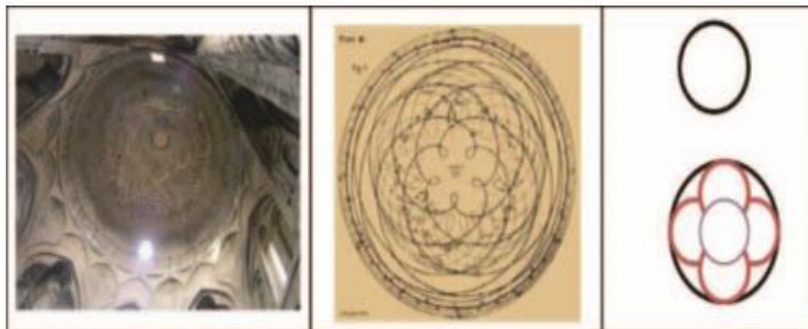
و پیوند دو انتهای قسمت خالی توسط دو پاره‌خط که طول هرکدام یک‌سوم پاره‌خط تقسیم‌شده است). همین فرایند را می‌توان به این طریق نیز تکرار کرد که هر بار، روی قسمت میانی، مربعی بنا نهاد. در این صورت، پس از بارها تکرار، تصویری حاصل می‌شود که در شکل زیر نمایش داده شده است.



تصویر ۲- هندسه فراکتال (میریان، ۱۳۹۰: ۹۰)

۳-۱. هندسه فراکتال و دنیای دیجیتال

ساختار هندسی روکاری^{۲۰} داخلی گنبدها نشان می‌دهد که آن‌ها اطلاعاتی نیز از هندسه فضای سه‌بعدی ناقلیدسی داشته‌اند. این طرح‌ها به‌واسطه خودمتمشابهی، نشان می‌دهند که این هنرمندان به مفهوم هندسه فراکتال نیز واقف بوده‌اند (تصویر ۳) (ستارزاده و همکاران، ۱۳۹۰: ۸۹). معماری فراکتال، سبکی جدید به نظر می‌آید، اما شیوه‌ای است برگرفته از طبیعت که از دوره‌های کهن برجای مانده است. از جمله جاهایی که دارای نمونه‌های متعددی از فراکتال می‌توان معماری آفریقا، سکونت‌گاه‌های بایلا در جنوب زامبیا، شهر لوگون در کامرون و معابد هند را نام برد (تصویر ۴) (محمودی‌نژاد، ۱۳۸۸: ۲۱۷).



تصویر ۳- نمایش خودمتمشابهی، تکرار، تقارن و تناسب در چند طرح داخلی گنبد (Sarhangi, 1999: 87)



تصویر ۴- برج ایفل با سازه‌های فراکتال (زارعان و یادگاری، ۱۳۹۴: ۳)

پل والری می‌گوید: علم و هنر نام‌هایی ناهنجار هستند که سخت با هم در تقابل‌اند ولی در واقع آن‌ها جدایی‌ناپذیرند (مبینی و فتح‌اللهی، ۱۳۹۳: ۱۴). آنچه در هنر فراکتال‌آرت شاخص است، نقش بسیار مهم ریاضیات و محاسبات در خلق تصاویر فراکتالی است (فرهنگ و رضایی، ۱۳۹۵: ۱۸). در نقوش هندسی می‌توان تکرار و چرخش را دید؛ نقوش تکرار می‌شوند تا به مفهومی جدید برسند. در فراکتال‌ها این شکل‌گیری براساس برخی پردازش‌ها می‌تواند به فرم‌هایی متفاوت برسد؛ زیرا اندیشه بی‌نهایت در این شیوه بسیار جاری است (همان: ۱۹). هندسه نقوش، علمی است که به چگونگی ایجاد نقوش و ترکیب آن‌ها برپایه قواعد و تناسب هندسی می‌پردازد (عنبری یزدی، ۱۳۹۴: ۲). هنرمندان هنر دیجیتال با ادبیات دیجیتال به‌عنوان بخشی از زندگی خود رشد کرده‌اند. آن‌ها تصویری از جهان بدون اینترنت، لپ‌تاپ، موبایل یا ایمیل ندارند. البته باید به این نکته اشاره کرد که بعضی از این تکنولوژی‌ها به ما کمک می‌کند که حضور روزانه خود را شکل دهیم. به معنای دقیق کلمه، این هنرمندان اعتنایی به ساخت اثر یا ابزار دیجیتال به‌عنوان چیزی متفاوت با به کار بردن ابزارهای سنتی ندارند (مبینی و فتح‌اللهی، ۱۳۹۳: ۱۷).

هنر دیجیتال، امروزه به رشد خود رسیده و در موزه‌ها و گالری‌ها دیده و ارائه می‌شود و نسل امروز با این هنر تعامل دارد. این هنر به‌آهستگی با افق هنر معاصر ادغام می‌گردد، همان‌طور که تفاوت‌های درک‌شده میان هنر دیجیتال و هنر معاصر محو می‌شود. ما در یک دوره انتقالی هستیم. هنرمندان، جهان بدون کامپیوتر را نمی‌شناسند و تمایز گذاشتن میان هنر تولیدشده به‌وسیله تکنولوژی و دیگر گونه‌های هنر

معاصر را دور از ذهن می‌دانند (تقی‌زادگان، ۱۳۹۶: ۱۲۳). دنیای دیجیتال با فراکتال‌ها ارتباط دارد و فراکتال‌ها با بسیاری از علوم و شاخه‌های مختلف آن. امروز باید به جهان به چشم یک فراکتال بزرگ نگاه کرد؛ زیرا طی دهه‌های اخیر، هندسه فراکتالی در بسیاری از علوم و شاخه‌های هنری راه پیدا کرده است (فرهنگ و رضایی، ۱۳۹۵: ۱۷).

۴. نشان دانشگاه‌های ایران

دانشگاه‌های ایران، ارائه‌دهنده آموزش‌های دانشگاهی هستند. بنابر آخرین گزارش (خرداد ۱۳۹۷) مؤسسه پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش عالی وزارت علوم که در اختیار ایسنا قرار گرفته، در ایران ۲۵۶۹ دانشگاه در کشور وجود دارد که از این میان، تعداد ۵۳۰ واحد دانشگاه آزاد، ۳۰۹ مؤسسه غیرانتفاعی، ۱۷۰ مرکز فنی حرفه‌ای، ۴۶۶ مرکز پیام نور، ۹۵۳ واحد علمی کاربردی و ۱۴۱ دانشگاه دولتی (وزارت علوم، تحقیقات و فناوری) در ۳۱ استان کشور ثبت شده است (www.isna.ir).

در طراحی نشان‌های دانشگاه‌های ایران، بیشتر از رنگ‌های سرمه‌ای، سیاه و سبز استفاده شده و از ویژگی خودمقیاسی و تکرارشوندگی فراکتال، از خطوط منحنی و اشکال هندسی دایره طراحی گردیده است.

۴-۱. تحلیل نشانه‌شناختی نشان دانشگاه‌های

ایران

شاید از همان زمانی که انسان‌ها برای برقراری ارتباط به حکمت تصاویر بر روی سنگ‌ها و دیواره غارها روی آوردند و برای معرفی هر جسمی، نمادی در نظر گرفتند، نخستین جرّقه‌های نمادسازی نیز زده شد و بر این اساس هر جسمی یا هر موجودی بر روی کره زمین برای خود نمادی تصویری و گفتاری یافت؛ اما

این شروع ارتباط، زمینه‌های بعدی را برای ایجاد نمادهای تجاری که شاید آن هنگام کسی به آن فکر نمی‌کرد، فراهم آورد و اکنون نمادها بیش از برقراری ارتباط فرهنگی و انسانی، برای برقراری ارتباط تجاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. نمادهای امروز از وقایع و سرگذشت‌هایی حکایت دارند که بیش از این بر ارتباطات تجاری حاکم بوده است. در ادامه به بررسی نشان‌های ایرانی امور فرهنگی که با استفاده از نقش‌مایه‌های سنتی ایران و روابط فراکتال طراحی شده‌اند، خواهیم پرداخت.

جدول ۲- انواع فراکتال (مأخذ: نگارنده، ۱۳۹۹)

انواع فراکتال	کاربرد فراکتال	نمونه فراکتال
هندسی	زبانی که این هندسه به وسیله آن بیان می‌شود، الگوریتم نام دارد که به وسیله آن، اشیای مرکب می‌توانند به فرمول‌ها و قوانین ساده‌تری ترجمه و خلاصه شوند.	
هنری	این روزها از فراکتال‌ها به عنوان یکی از ابزارهای مهم در گرافیک رایانه‌ای نام می‌برند. فراکتال‌آرت از الگوها، مقیاس‌گذاری و خودمتشابهی فراکتال‌ها برای توسعه یک چشم‌انداز بی‌همتا بهره می‌برد و تصویری هندسی از رفتارهای پیچیده و دینامیک طبیعت، تولید و ارائه می‌کند.	
معماری	در معماری گذشته ایران، کمابیش اشکال برخال در جزئیات و تزئینات دیده شده است. در به‌کارگیری مقیاس و هم در اتصال مقیاس‌های متفاوت به یکدیگر موفق عمل کرده‌اند. از لحاظ مقیاس با پیوندی محکم و براساس یک طرح مناسب به هم متصل شده‌اند.	
طبیعی	در طبیعت به صورت الگوهای هندسی نمود می‌یابند که به شکل مقیاس‌های جمع و کوچک تکرار می‌شوند. به عنوان مثال، بر روی یک درخت، شاخه‌های بزرگی رشد کرده‌اند و این الگوی تکراری به روی هر شاخه مجدداً دیده می‌شود که شاخه‌های ظریف و نازک‌تر بر روی شاخه‌های بزرگ‌تر رشد کرده‌اند.	

جدول ۳- تحلیل نشان‌ها از دیدگاه فراکتال (مأخذ: نگارنده، ۱۳۹۹)

نشان‌ها	عنوان	خودمتشابهی	خودمقیاسی	بُعد اعشاری	تکرار شونده‌گی
	دانشگاه شیراز	-	*	-	-
	دانشگاه صنعتی امیرکبیر	*	*	-	-
	دانشگاه صنعتی شریف	-	*	-	-
	دانشگاه صنعتی قم	-	-	*	-
	همایش ایران سایبری و راه‌های پیش رو	-	*	-	-
	دانشگاه علامه طباطبائی	-	-	-	*
	دانشگاه علم و فرهنگ	*	-	-	-

۴-۲. ارائه تحلیل نشان‌های مورد بررسی از دیدگاه فراکتال

با توجه به مباحث بیان‌شده، نشان و ساختار طراحی آن در هندسه فراکتال، زاینده ارقام و هندسه است.

مطمناً انتخاب و کاربرد فراوان اشکال هندسی خاص از جمله نقوش ستاره و شمس در تزیین نشان‌ها و دیگر مجموعه‌های مشابه، تصادفی نیست و مانند سایر اجزای هنر دوران اسلامی، از مبانی اعتقادی خاصی

برخوردار است که بسیاری از آن‌ها بر ما پوشیده مانده است. انتخاب اشکال فوق را می‌توان به ارتباط اشکال ستاره و شمسه با مفاهیمی چون نور به‌عنوان تجلی وجود حق از یک سو و آسمان به‌مثابه موطن انوار و تجلیات الهی از سوی دیگر نسبت داد که خود، از مهم‌ترین مفاهیم عرفان اسلامی به‌شمار می‌روند. با بررسی روش‌ها و ویژگی‌های فراکتال در طراحی نشان می‌توان ساختاری موازی ایجاد کرد تا در مسیر طراحی نشان موردنظر با هم‌پوشانی فراکتال و هنر گرافیک، به تلفیقی از هندسه و هنر برسیم که می‌تواند همچون خصایص فراکتال تا بی‌نهایت امتداد یابد. در کشور ما طراحی نشان، بیشتر بر اصول نقوش سنتی به‌خصوص در بخش‌های فرهنگی، دولتی و آموزشی پایه‌گذاری شده است و از اولین سال‌های ورود گرافیک به ایران و بعد از انقلاب، شاهد طراحی نشان‌های بسیاری از این دست بوده‌ایم. با توجه به اینکه درباره کاربرد فراکتال در معماری و نقاشی صحبت شد، تعدادی نشان از مجموعه‌های فرهنگی انتخاب گردید تا با توجه به ویژگی‌های ذکرشده از فراکتال بررسی و تحلیل شود. فراکتال در نقوش سنتی ایران بسیار به‌صورت ناخودآگاه، دانسته یا ندانسته مورد استفاده بوده است. بدیهی است که در طراحی نشان‌ها هم به‌وفور دیده شود. برای انتقال بهتر مفهوم ویژگی‌های فراکتال، با ارائه جدول برای درک بهتر ویژگی‌ها مثالی سمبلیک آورده شد. هر ویژگی سه خصوصیت را مورد بررسی قرار داده است. بخش بعدی الگویی تکثیرشونده است که نشان‌دهنده نحوه چینش و قرارگیری این جزءها در کنار یکدیگر است. مسئله بعدی، ابعاد اجزاست که آیا در این الگو ابعاد و شکل جزء یکسان بوده، یا تغییر یافته است. از این جهت می‌توان به بررسی شیوه طراحی از طریق

ویژگی‌های فراکتال رسید. به این منظور، جداولی تدوین و ارائه شده، در پایش نشان‌های انتخاب‌شده مورد استفاده قرار خواهد گرفت. در این تحقیق تعداد ۷ نشان دانشگاه‌های ایران مورد بحث، تجزیه و تحلیل و طبق ویژگی‌های فراکتال مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. در ۴ نشان از ویژگی خودمقیاسی، ۲ نشان از ویژگی خودمتشابهی، ۱ نشان از ویژگی بُعد اعشاری و ۱ نشان از ویژگی تکرارشوندگی استفاده شده است.

نتیجه‌گیری

با گردآوری ۷ نشان فرهنگی ایرانی در کشور، مبحث فراکتال درباره طراحی نشان در دانشگاه‌های ایران بررسی شد. هدف از طراحی نشان براساس فراکتال، حفظ معانی وجودی درک‌شده و انتقال آن‌هاست. انسان در ادراک نمادی، به عمل تمییز و تشخیص می‌پردازد. نتیجه اینکه طراحی نشان به‌عنوان بخشی از هنر گرافیک، تلاش دارد از ویژگی‌های فراکتال با اندیشه نو و خلاق و بیان سودمندی برای عرضه به مخاطب، ابزاری بصری ارائه کند. یک طراح برای آنکه بتواند فراکتال را در طراحی نشان نمایش دهد، علاوه بر داشتن خلاقیت و سواد کامپیوتری، باید با محاسبات ریاضی و هندسی نیز آشنا باشد تا بتواند آن را ترجمه کند. به‌منظور طراحی فراکتال در گرافیک باید از محاسبات ریاضی کمک گرفت. همچنین نتایج بررسی کاربرد فراکتال نشان داد که با معماری و گرافیک محیطی در ارتباط است. الگوهای هندسی فراکتال‌ها از بی‌نظمی‌های به‌ظاهر بی‌قاعده طبیعت گرفته شده است و نظمی که در عین بی‌نظمی بر آن حاکم است می‌تواند مخاطبان را جذب کند. دانش نوین فراکتال به هنر نوین در طراحی‌های محیطی، معماری و نقاشی راه یافت. فراکتال آفرینش

هندسه، برای بیان مضامین مرتبط با روایت مربوط به فراکتال است. با پیشرفت‌های علم و تکنولوژی در دوره مدرن، زندگی مردم از رفاه بیشتری برخوردار شد. در نظر گرفتن مخاطب و جامعه‌ای که در آن زندگی می‌کند و همچنین ویژگی‌های فرهنگی و تاریخی هر جامعه، می‌تواند در انتخاب تصاویر که برای مخاطب آشنا هستند، مؤثر باشد. نتایج حاکی از آن است که با توجه به بررسی نمونه‌ها، ارتباط نشان و عناصر فرهنگی ایرانی در اغلب موارد با استفاده از طراحی فراکتال به وجود آمده است. با بررسی ویژگی‌های فراکتال در طراحی گرافیک، تأثیر استفاده از قابلیت‌های هنر ایرانی در رسانه‌های هنری همچون نشان مشخص می‌شود. واقعیت این است که می‌توان با استفاده از فراکتال و ذهن خلاق هنرمندان، طراحی نشان با هویت ایرانی خلق کرد که دارای شاخصه‌های ریاضی و گزیده‌ای از فرهنگ ایرانی و ماندگاری باشد. طبیعت، دستاورد بهترین معمار هستی، یعنی خدا و بهترین سرچشمه الهام انسان است. همچنین در بررسی نوع نقوش ایرانی می‌توان گفت که نقوش دارای بالاترین حد تجرید و انتزاع هستند؛ همانند نقش‌مایه‌های هنر اسلامی. هنرمند هندسه فراکتال را به مثابه ابزاری به کار برده تا بازتاب ایدئولوژی حاکم بر جامعه‌اش باشد و مخاطب را به معناسازی در گفتمان خاص فرهنگی خود وادار کند و در نهایت باعث تعامل اجتماعی بین هنرمند و مخاطب شود.

همه گونه طرح غیرتکراری را برای هنرمندان امکان‌پذیر می‌کند. نتیجه دیگری که در این پژوهش و در پی بررسی‌های مختلف حاصل شد، حکایت از اهمیت بالای فراکتال‌ها در طراحی نشان دارد. این هندسه به‌عنوان یکی از مهم‌ترین عناصر، در بیان هنر محیطی برای مخاطبان نقش ایفا می‌کند. با انجام این پژوهش امید است علاوه بر ایجاد آشنایی با هندسه فراکتال طراحی‌شده برای نشان، مبانی لازم برای انجام فعالیتی اصولی در این زمینه معرفی و زمینه توجه طراحان گرافیک به مباحث موردنظر، فراهم گردد.

بحث کلی این پژوهش، بررسی هندسه فراکتال و کاربرد آن در نشان بوده است که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به علایمی اشاره داشت که به‌طور مؤثر با مردم ارتباط برقرار می‌کند. در سال‌های اخیر، فراکتال‌ها به‌عنوان یک شکل هنری در بین مردم جا افتاده‌اند، هم به‌صورت گرافیک کامپیوتری و هم به‌عنوان مدلی برای توضیح بسیاری از پدیده‌های فیزیکی. علاقه به فراکتال بدون هیچ زمینه ریاضی و علمی هم ممکن است در اشخاصی وجود داشته باشد، اما درک ریاضیاتی که می‌تواند در طیف وسیعی از اشیا به کار برده شود، مسلماً علاقه عمیق‌تری را در شخص برخواهد انگیخت. چنان‌که گذشت، کاربست هم‌زمان اشکال هندسی مربعی، مستطیلی و دایره نه تنها موجب تشنگ بصری در عناصر تصویر نشد، بلکه تلفیق ماهرانه این اشکال، به وحدت ساختاری اثر و در نتیجه به بیان مؤثرتر مفهوم کلی آن انجامید. همه این موارد، مؤید به‌کارگیری آگاهانه، هدفمند و پنهان‌کارانه دانش

پی‌نوشت‌ها:

۱ . Fractal

2 . Computer Science

۳. واژه Geometry از دو واژه یونانی باستانی تشکیل شده است، یکی به معنای زمین و دیگری به معنای اندازه‌گیری.

4. Chaos

۵. هندسه نقوش، علمی است که به چگونگی ایجاد نقوش و ترکیب آن‌ها بر پایه قواعد و تناسب‌های هندسی می‌پردازد.

۶. نقش هندسی که اهل فن آن را «گره» می‌نامند، بافت‌های گوناگونی از شکل‌های منظم هندسی است. گره، مجموعه‌ای از اشکال مختلف هندسی است که به‌طور هماهنگ و با نظم خاصی در زمینه‌ای مشخص در کنار هم به کار رفته است.

7. Graphics

۸. به هر گونه تبلیغ گفته می‌شود که خارج از نقطه نهایی خرید مشتری، یعنی همان POP انجام می‌شود.

9. Graphein

۱۰. بصری

11. Sign

12. Fractus

13. Broken

۱۴. (Amebic Shapes) گروهی از تک‌سلولی یوکاریوت هستند که به کمک پاهای کاذب خود قادر به حرکت‌اند.

۱۵. (Biomorphic) از ریشه کلمات یونانی «بیو» به معنای زنده و «مورف» به معنای فرم تشکیل شده است.

16. Iterated Function System

فهرست منابع

- استوار، مسیب (۱۳۹۲)، هنر گرافیک محیطی، تهران، رازنامه.
- افشار مهاجر، کامران (۱۳۹۲)، گرافیک تبلیغات چاپی در رسانه‌ها، تهران، سمت.
- تقی‌زادگان، معصومه، و محمدرضا مریدی (۱۳۹۶)، از هندسه تناسبی به هندسه تصادفی: زیبایی‌شناسی انتزاع جدید در هنر نرم‌افزاری، هم‌اندیشی هنر نرم‌افزاری، تهران: فرهنگستان.
- خاکی، غلامرضا (۱۳۹۳)، روش تحقیق با رویکردی به پایان‌نامه‌نویسی، تهران: بازتاب.
- خورشیدیان، ساناز و مریم نوری (۱۳۹۰)، بررسی ویژگی‌های هندسی گره‌ها در تزیین‌های اسلامی از دیدگاه هندسه فراکتال، فصلنامه مطالعات شهر ایرانی اسلامی، شماره ۶: ۸۳-۹۵.
- زارعان، امیرحسین و امیرحسین یادگاری (۱۳۹۴)، طبیعت منبع الهام؛ هندسه فراکتال و معماری، دومین کنفرانس عمران و توسعه پایدار ایران، مرکز راهکارهای دستیابی به توسعه پایدار، تهران.
- سالینجرز، نیکوس ای (۱۳۹۳)، اتصال شهر فراکتال، ترجمه مرجان بابایی، تهران: آرمانشهر.
- سپهر، مسعود (۱۳۹۶)، طراحی نشانه، تهران: فاطمی.
- ستارزاده، داریوش و دیگران (۱۳۹۰)، بررسی ویژگی‌های هندسی گره‌ها در تزیین‌های اسلامی از دیدگاه هندسه فراکتال، فصلنامه شهر ایرانی اسلامی، شماره ۶: ۸۳-۹۵.
- سرورزاده، کوروش و علیرضا اشتیاقی (۱۳۹۰)، تئوری شبکه‌ای و شهر فراکتال، چهارم: دانشگاه آزاد اسلامی.
- عنبری یزدی، فایزه (۱۳۹۴)، هندسه نقوش، تهران: سازمان چاپ و نشر کتاب‌های درسی.
- فتح‌اللهی، نوشین (۱۳۸۶)، فراکتال‌ها و کاربرد آن در کامپیوتر، پایان‌نامه کارشناسی نرم افزار، دانشگاه آزاد اسلامی همدان.
- فرهنگ، مهگان و صفیه رضایی (۱۳۹۵)، فراکتال‌آرت و هنر نرم‌افزاری با نگاه به هندسه محاسباتی و هندسه نقوش، پویش روزش علوم و پایه، دوره دوم، شماره ۵: ۱۱-۲۴.
- گروسی، مهرداد (۱۳۸۷)، فراکتال‌آرت، نشریه آینه خیال، شماره ۳: ۲۰-۳۰.

- مبینی، مهتاب و نوشین فتح‌اللهی (۱۳۹۳)، بررسی جایگاه هندسه فراکتال در هنر و چگونگی ظهور آن در هنرهای تجسمی، دوفصلنامه دانشکده هنر دانشگاه شهید چمران اهواز، شماره ۶: ۷-۲۳.
- محمودی‌نژاد، هادی (۱۳۸۸)، معماری زیست مینا، تهران: طحان.
- ممیز، مرتضی (۱۳۶۲)، نشانه‌ها، تهران: چهاررنگ.
- میریان، میثم (۱۳۹۰)، نقش فراکتال‌ها در هندسه، ریاضیات و ارتباط آن با نقوش اسلامی در ابنیه‌ها و مساجد ایران، کتاب ماه هنر، شماره ۱۵۹: ۸۶-۹۵.
- نقیبی‌راد، پرستو و ماریا کرد جمشیدی (۱۳۹۳)، کاربرد هندسه فراکتال در فرم کالبدی-فضایی شهرها، اولین همایش ملی در جست‌وجوی شهر فردا، واکاوی مفاهیم و مصادیق در شهر اسلامی-ایرانی، تهران، شرکت دیبا افق رایا: ۱-۱۵.
- Hellweg, Paul (1993), American heritage collage dictionary, newyork: Houghton Mifflin company.
- Sarhangi, Reza (1999), The Sky Within: Mathematical Aesthetics of Persian Dome Interiors, Nexus Network Journal, Volume I, pp. 87-98.