

## طراحی و ساخت روتور برای موتور سوئیچ رلوکتانس به منظور بهبود پروفایل گشتاور

قاسم فائزبان<sup>۱\*</sup>، احمد دارابی<sup>۲</sup> و نادر سرگلزایی<sup>۳</sup>

چکیده	اطلاعات مقاله
در این مقاله، اثر فاصله هوایی غیریکنواخت روی پروفایل گشتاور موتور سوئیچ رلوکتانسی با چهار قطب روی استاتور و دو قطب روی روتور مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، دو رتور با استاتور یکسان، طراحی، بهینه‌سازی و ساخته شده است. روتور اول دارای فاصله هوایی یکنواخت در حالت هم‌راستا است و روتور دوم نیز در نیمی از قطب روتور دارای فاصله هوایی یکسانی با حالت قبل است، ولی در نیمه دیگر قطب، فاصله هوایی می‌تواند غیریکنواخت باشد. هدف از بهینه‌سازی، رسیدن به پروفایل گشتاور مطلوب است که در سرعت‌های بالا ریبیل گشتاور را کاهش داده، در عین حال، گشتاور متوسط مطلوبی داشته باشد. از تحلیل اجزای محدود برای محاسبه پروفایل گشتاور و از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی استفاده شده است. متغیرهای بهینه‌سازی عبارتند از: قوس قطب روتور و پهنای یوغ روتور. البته در روتور دوم، متغیر دیگری که میزان غیریکنواختی فاصله هوایی را تعیین می‌کند نیز اضافه می‌شود. نتایج تحلیل نشان می‌دهد موتوری که دارای فاصله هوایی غیریکنواخت است، تطابق بیشتری با پروفایل گشتاور مطلوب دارد و نیروهای شعاعی کمتری تولید می‌کند. نتایج آزمایشگاهی نمونه ساخته شده با نتایج تحلیلی تطابق بسیار خوبی دارد.	دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۱/۱۷ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۰۹
	<b>واژگان کلیدی:</b> تحلیل اجزای محدود، گشتاور استاتیکی، موتور سوئیچ رلوکتانس.

### ۱- مقدمه

موتور سوئیچ رلوکتانس (SRM) به دلیل مزایایی مانند سادگی، استحکام، هزینه پایین ساخت، تحمل خطا و قابلیت کار در سرعت‌های بسیار بالا، انتخاب خوبی برای انواع کاربردها از وسایل نقلیه الکتریکی تا لوازم خانگی و حتی مصارف صنعتی با توان‌های متوسط است.

مشکل اصلی SRM تولید نویز صوتی بالا و ریبیل گشتاور زیاد است که موجب شده استفاده از این موتورها محدود شود. با طراحی مناسب می‌توان تا حدودی این ضعفها را کاهش داد. تغییر در هندسه قطب‌های روتور و استاتور و همچنین نوع سیم‌پیچی (گام کامل و گام کوتاه) می‌تواند در کاهش ریبیل گشتاور مؤثر باشد [۱ و ۲]. نامتقارنی فاصله هوایی نیز بر گشتاور موتور تأثیر می‌گذارد. عدم تقارن فاصله

هوایی می‌تواند در اثر خطای خروج از مرکز روتور اتفاق بیفتد. نتایج نشان می‌دهد خروج از مرکزی روتور اگرچه باعث افزایش گشتاور متوسط می‌شود، هم‌زمان ریبیل گشتاور را هم زیاد می‌کند [۳ و ۴]. تأثیر استفاده از روتور و استاتور چندتکه‌ای بر عملکرد موتور نیز موضوع تحقیقات زیادی بوده است. در [۵] موتور سوئیچ رلوکتانس با روتور تکه‌ای بررسی و بهینه‌سازی شده است. براساس نتایج ارائه شده، این موتور گشتاور بیشتری نسبت به موتورهای معمولی ایجاد می‌کند. در [۶] از روتور سه‌قسمتی که هر قسمت نسبت به دیگری کمی انحراف دارد، همراه با استاتور معمولی استفاده شده است. طبق نتایج ارائه شده، موتور پیشنهادی دارای ریبیل گشتاور کمتر و بازده بیشتر نسبت به موتور معمولی است. در [۷] اثر تعداد تکه‌های روتور

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: gh\_faezian@yahoo.com

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شاهرود

۲. استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شاهرود

۳. استادیار، دانشکده مهندسی، گروه برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی

تحلیل اجزای محدود، از نرم افزار MATLAB و جعبه ابزار PDE (Partial Differential Equation) استفاده شده است که قابلیت تعریف هر نوع هندسه (البته با برنامه نویسی) برای مسئله مورد نظر را دارد.

## ۲-۱- تابع هدف

تابع هدف به صورت مجموع مربعات خطا تعریف می شود و سعی می گردد اختلاف بین پروفایل گشتاور مطلوب و پروفایل گشتاور محاسبه شده طی یک ضربه روتور حداقل شود:

$$F = \sum_{k=1}^n (T_k - T_{des,k})^2 \quad (1)$$

$T_k$  گشتاور محاسبه شده و  $T_{des,k}$  گشتاور مطلوب در موقعیت  $k$ ام روتور را نشان می دهد.  $n$  تعداد موقعیت های روتور طی یک ضربه است که در آن، گشتاور اندازه گیری می شود. تعداد ضربه های موتور سوئیچ رلوکتانس طی یک دور چرخش برابر با  $\frac{P_s P_r}{|P_s - P_r|}$  است ( $P_s$  تعداد قطب های استاتور و  $P_r$  تعداد قطب های روتور). برای موتور مورد مطالعه (شکل ۱) تعداد ضربه ها برای یک دور چرخش چهار ضربه بوده، بنابراین هر ضربه معادل ۹۰ درجه چرخش مکانیکی است. اگر گشتاور به ازای هر ۵ درجه چرخش محاسبه شود، طی یک ضربه ۱۹ بار محاسبه گشتاور خواهیم داشت؛ یعنی  $n$  برابر با ۱۹ خواهد بود. جدول ۱ مشخصات موتور مورد مطالعه را نشان می دهد.



شکل ۱- موتور سوئیچ رلوکتانس مورد مطالعه با روتور معمولی

## ۲-۲- محاسبه گشتاور و نیرو

از آنجا که نرم افزار MATLAB/PDE پس از حل معادلات میدان (محاسبه پتانسیل مغناطیسی برداری)، محاسبات پس پردازش (post-processing) را انجام نمی دهد، برای محاسبه گشتاور و نیرو باید برنامه نویسی کرد و این بخش

نسبت به قطب های استاتور و همچنین اثر تعداد فازها بر عملکرد ماشین بررسی شده است. طبق نتایج این تحقیق، اگر تعداد تکه های روتور از تعداد قطب های استاتور بیشتر باشد، بازده افزایش می یابد، ولی به دلیل کاهش ظرفیت اضافه بار و باریک شدن ناحیه تضعیف میدان، نمی توان از آن در کاربردهای سرعت بالا یا چگالی توان بالا استفاده کرد. افزایش تعداد فازها، گشتاور خروجی را افزایش می دهد، بدون اینکه ظرفیت اضافه بار موتور را به مخاطره اندازد. در [۸] برای کاهش ریپل سرعت در موتور سوئیچ رلوکتانس خطی، از دو استاتور سری استفاده شده است. در [۹ و ۱۰] ساختاری دو استاتوری برای موتور سوئیچ رلوکتانس معرفی شده است که چگالی گشتاور بیشتری نسبت به موتور سوئیچ رلوکتانس معمولی دارد. در [۱۱] رابطه بین قطب های روتور و استاتور بررسی گردیده و نشان داده شده اگر تعداد قطب های روتور بیشتر از استاتور باشد، چگالی گشتاور بیشتری حاصل می شود.

در مطالعه حاضر، دو نوع روتور، یکی با فاصله هوایی یکنواخت و دیگری با فاصله هوایی غیریکنواخت، بهینه سازی و ساخته شده است. هدف از بهینه سازی، رسیدن به پروفایل گشتاوری بوده که ریپل گشتاور پایین تری در سرعت های بالا ایجاد کند. در بخش ۲ تابع هدفی بر همین اساس تعریف شده و سپس نحوه محاسبه گشتاور موتور توضیح داده شده است. در این بخش همچنین متغیرهای طراحی و قیود آن ها تعریف شده است. در بخش ۳، بهینه سازی مسئله براساس الگوریتم ژنتیک بیان شده است. در بخش ۴ نتایج آزمایشگاهی آورده شده که نشان می دهد روتور با فاصله هوایی غیریکنواخت قابلیت بیشتری برای تطابق با پروفایل گشتاور مطلوب دارد. بخش ۵ به نتیجه گیری درباره عملکرد دو روتور اختصاص دارد.

## ۲- فرمول بندی مسئله

برای طراحی ماشین های الکتریکی می توان از روش های تحلیلی یا عددی یا ترکیبی از آن ها استفاده کرد [۱۲]. از آنجا که مشخصه اصلی SRM، کار در ناحیه اشباع است، باید آثار غیرخطی بودن هسته را نیز در طراحی لحاظ کرد. علاوه بر این، وابستگی عملکرد موتور به منحنی های شار-دور (برحسب جریان و موقعیت)، ضرورت استفاده از روش های عددی مانند تحلیل اجزای محدود را برای طراحی SRM دوچندان می کند [۱۳ و ۱۴]. در این تحقیق برای

سطح روتور قرار ندارند، در جای خود ثابت هستند (ضریب جابه‌جایی صفر). بنابراین المان‌ها تغییرشکل می‌دهند. تغییرات کوانرژی در هر المان نسبت به جابه‌جایی زاویه‌ای، مقدار گشتاور در آن المان را به دست می‌دهد. به همین دلیل، بعضی اوقات به این روش، نسخه میکروسکوپی کار مجازی سراسری می‌گویند [۱۵]. برای اینکه مشخص شود هر المان حدوداً در چه موقعیتی از پیرامون روتور قرار گرفته است، المان‌ها با شروع از نقطه  $P_0$  (که روی المان شماره ۱ قرار می‌گیرد) شماره‌گذاری می‌شوند. نقاط  $P_1$  تا  $P_5$  موقعیت‌های مهم روی لایه بسته را نشان می‌دهند.

شایان ذکر است اگر از چند لایه بسته حول روتور استفاده شود، برای گره‌های روی سطح روتور ضریب جابه‌جایی یک و برای خارجی‌ترین گره‌های لایه آخر ضریب جابه‌جایی صفر (یعنی ثابت) در نظر می‌گیریم. برای گره‌های بین این‌ها مقدار دلخواهی بین صفر و یک در نظر می‌گیریم. البته برای انتخاب تعداد لایه‌ها در هر مسئله، مقدار بهینه‌ای وجود دارد که دقت نیروی محاسبه‌شده را حداکثر می‌کند [۱۶]. براساس کار مجازی سراسری، گشتاور را می‌توان با استفاده از کوانرژی محاسبه کرد:

$$T_k = \frac{\partial W_f'}{\partial \theta} \Big|_{f=c} \quad (2)$$

که  $W_f'$  کوانرژی و  $\theta$  موقعیت روتور را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه (۳) می‌توان مقدار کوانرژی را به صورت عددی از تحلیل اجزای محدود به دست آورد:

$$W_f' = l \sum_{e=1}^n \left( \int_0^{H^e} B \cdot dH \right) \Delta^e \quad (3)$$

که  $l$  طول ماشین،  $B$  چگالی شار مغناطیسی،  $H$  شدت میدان مغناطیسی و  $n$  تعداد کل المان‌هاست. بالانویس  $e$  اشاره به کمیت‌های مربوط به المان دارد.  $\Delta^e$  مساحت المان است که برای المان‌های مثلثی با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta^e = \frac{x_2 y_3 - y_2 x_3 - x_1 y_3 + y_1 x_3 + x_1 y_2 - y_1 x_2}{2} \quad (4)$$

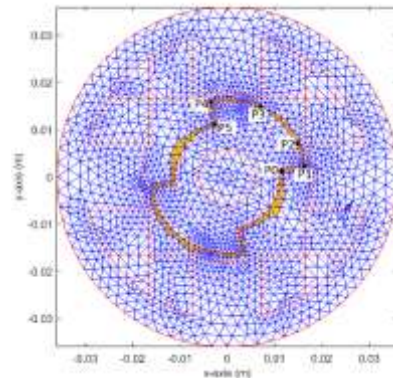
$x$  و  $y$  مختصات گره‌ها و زیرنویس‌های ۱، ۲ و ۳ شماره محلی گره‌های متعلق به هر المان است.

می‌توان با استفاده از تفاضل محدود  $(\frac{W_{f,\theta_2}' - W_{f,\theta_1}'}{\theta_2 - \theta_1})$

مقدار مشتق رابطه (۲) را محاسبه کرد، ولی این روش علاوه بر ایجاد خطای زیاد، به محاسبه کوانرژی در دو موقعیت نیاز دارد. همچنین با این روش نمی‌توان توزیع نیرو را روی

به محاسبه این متغیرها اختصاص دارد.

روش‌های مختلفی برای محاسبه نیرو وجود دارد؛ روش کار مجازی سراسری (Global Virtual Work (GVW)، روش‌های مبتنی بر میدان، روش تنسور تنش ماکسول و روش کار مجازی محلی (Local Virtual Work (LVW)) از جمله این روش‌ها هستند. روشی که در اینجا استفاده می‌شود، LVW است که به راحتی به روش اجزای محدود قابل اعمال است. همچنین با این روش می‌توان اطلاعات توزیع نیرو روی سطح روتور را به دست آورد. در این روش یک یا چند لایه بسته از المان‌ها که به طور کامل روتور را دربر می‌گیرند و در عین حال به طور کامل داخل فاصله هوایی قرار دارند، انتخاب می‌شوند.



شکل ۲- لایه المان اطراف روتور (برای وضوح بیشتر، در مقدار فاصله هوایی اغراق شده است)

در مطالعه حاضر، یک لایه مجاور سطح روتور را انتخاب می‌کنیم. به عبارت دیگر، المان‌هایی انتخاب می‌شوند که داخل فاصله هوایی قرار دارند و حداقل یک گره آن‌ها روی سطح روتور قرار دارد (شکل ۲). المان‌های لایه انتخاب‌شده در اثر چرخش مجازی روتور اصطلاحاً واپیچیده می‌شوند؛ به این مفهوم که گره‌های روی سطح روتور همراه با روتور می‌چرخند (ضریب جابه‌جایی یک)، ولی گره‌هایی که روی

جدول ۱- مشخصات موتور سوئیچ رلوکتانس مورد مطالعه

مقدار	پارامتر
۷۲mm	قطر خارجی استاتور ( $D_{o1}$ )
۳۶/۴ mm	قطر داخلی استاتور ( $D_{i1}$ )
۶mm	پهنای یوغ استاتور ( $b_{sy}$ )
۴۷°	قوس قطب استاتور ( $\beta_s$ )
۴	تعداد قطب استاتور ( $P_s$ )
۱۲mm	قطر شفت ( $2r_{f2}$ )
۲	تعداد قطب روتور ( $P_r$ )
۰/۲mm	حداقل فاصله هوایی ( $l_{g \min}$ )

که  $l$  طول ماشین،  $N_{vd}$  تعداد المان‌هایی واپیچیده و  $k_{T1n}$  و  $k_{T2n}$  ضرایبی هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$k_{T1n} = (\delta_3 x_3 - \delta_1 x_1)(x_2 - x_1) - (\delta_1 y_1 - \delta_2 y_2)(y_3 - y_1) - (\delta_2 x_2 - \delta_1 x_1)(x_3 - x_1) + (\delta_1 y_1 - \delta_3 y_3)(y_2 - y_1),$$

$$k_{T2n} = -(\delta_2 x_2 - \delta_1 x_1)(y_3 - y_1) - (\delta_3 x_3 - \delta_1 x_1)(y_1 - y_2) - (\delta_1 y_1 - \delta_2 y_2)(x_1 - x_3) - (\delta_1 y_1 - \delta_3 y_3)(x_2 - x_1).$$

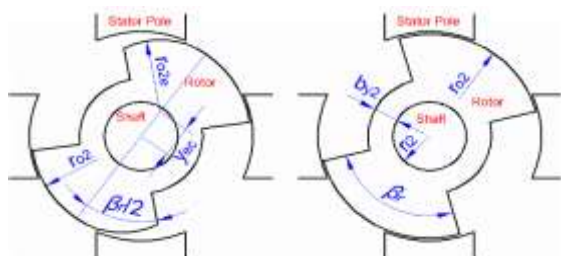
محاسبه نیروی شعاعی شبیه محاسبه گشتاور است، فقط در (۲) به جای  $\theta$ ، مشتق‌گیری بر حسب  $r$  انجام می‌شود.  $r$  موقعیت شعاعی هر گره روی سطح روتور است:

$$f_{r,k} = l \sum_{n=1}^{N_{vd}} \left\{ \left( \frac{B_{xn}^2}{4\mu_0} - \frac{B_{yn}^2}{4\mu_0} \right) k_{f1n} + \frac{B_{xn} B_{yn}}{2\mu_0} k_{f2n} \right\} \quad (13)$$

$$k_{f1n} = (\delta_3 \sin \theta_3 - \delta_1 \sin \theta_1)(x_2 - x_1) + (\delta_1 \cos \theta_1 - \delta_2 \cos \theta_2)(y_3 - y_1) - (\delta_2 \sin \theta_2 - \delta_1 \sin \theta_1)(x_3 - x_1) - (\delta_3 \cos \theta_3 - \delta_1 \cos \theta_1)(y_2 - y_1),$$

$$k_{f2n} = -(\delta_2 \sin \theta_2 - \delta_1 \sin \theta_1)(y_3 - y_1) - (\delta_3 \sin \theta_3 - \delta_1 \sin \theta_1)(y_1 - y_2) - (\delta_2 \cos \theta_2 - \delta_1 \cos \theta_1)(x_1 - x_3) - (\delta_3 \cos \theta_3 - \delta_1 \cos \theta_1)(x_2 - x_1).$$

$\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $\theta_3$  مختصات زاویه‌ای گره‌ها و اعداد زیرنویس، شماره محلی گره‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۳- نمایش پارامترهای هندسی موتور (الف) فاصله هوایی یکنواخت (ب) فاصله هوایی غیریکنواخت

### ۳-۲- متغیرهای طراحی و قیود مسئله

متغیرهای طراحی برای موتور با فاصله هوایی یکنواخت قوس قطب روتور ( $\beta_r$ ) و پهنا ی یوغ روتور ( $b_r$ ) در نظر گرفته می‌شود و برای موتور با فاصله هوایی غیریکنواخت، خروج از مرکز قطب روتور ( $y_{ec}$ ) نیز به متغیرهای طراحی اضافه می‌گردد (شکل ۳). در شکل ۳-ب) در نصف قوس روتور شعاع قوس روتور  $r_{o2}$  (فاصله هوایی یکنواخت) و در نصف دیگر  $r_{o2e}$  (فاصله هوایی غیریکنواخت) است. قیود متغیرهای طراحی با توجه به محدودیت‌های مکانیکی و

سطح روتور به دست آورد. بنابراین با مشتق‌گیری مستقیم از رابطه (۳)، مشتق را محاسبه می‌کنیم [۱۷]:

$$T_k = l \sum_e \left( H^{eT} \frac{\partial B^e}{\partial \theta} \Delta^e + \left( \int_0^{H^e} H dB \right) \frac{\partial \Delta^e}{\partial \theta} \right) \quad (5)$$

که  $\theta$  موقعیت روتور را نشان می‌دهد.  $B^e$  را می‌توان بر حسب پتانسیل برداری مغناطیسی نوشت:

$$B^e = \sum_{i=1}^3 \nabla \alpha_i A_i \quad (6)$$

که  $A_i$  پتانسیل برداری مغناطیسی و  $\alpha_i$  تابع شکل گره  $i$  متعلق به المان مربوط است. گرادیان توابع شکل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\nabla \alpha = \frac{1}{2\Delta^e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix}$$

$$= G^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$G$  ماتریس ماتریس ژاکوبین المان است:

$$G = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$x$  و  $y$  مختصات و زیرنویس ۱، ۲ و ۳ شماره محلی گره‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به روابط (۶)، (۷) و (۸) (همچنین  $GG^{-1} = I$ ) می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\partial B^e}{\partial \theta} = \frac{\partial G^{-1}}{\partial \theta} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = -G^{-1} \frac{\partial G}{\partial \theta} B^e \quad (9)$$

که:

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \delta_1 y_1 - \delta_2 y_2 & \delta_2 x_2 - \delta_1 x_1 \\ \delta_1 y_1 - \delta_3 y_3 & \delta_3 x_3 - \delta_1 x_1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\delta_1$ ،  $\delta_2$  و  $\delta_3$  ضرایب جابه‌جایی گره‌ها هستند و اعداد زیرنویس، شماره محلی گره‌ها را نشان می‌دهد.

از آنجا که مقادیر  $G$  و  $\Delta^e$  در المان‌هایی که واپیچیده نشده‌اند تغییری نمی‌کند، بازه مجموع در رابطه (۵) به المان‌های واپیچیده محدود می‌شود. این المان‌ها داخل فاصله هوایی هستند و حداقل یکی از گره‌های آن‌ها روی مرز روتور قرار دارد. بنابراین:

$$\int_0^{H^e} H dB = \frac{1}{2\mu_0} (B^e)^2 \quad (11)$$

در نهایت (۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$T_k = l \sum_{n=1}^{N_{vd}} \left\{ \left( \frac{B_{xn}^2}{4\mu_0} - \frac{B_{yn}^2}{4\mu_0} \right) k_{T1n} + \frac{B_{xn} B_{yn}}{2\mu_0} k_{T2n} \right\} \quad (12)$$

هندسه مسئله با توجه به مقادیر متغیرهای طراحی رسم می‌شود. به‌ازای هر بار تغییر در متغیرهای طراحی، روتور با پله‌های ۵ درجه‌ای ( $\Delta\theta = \pi/36$ ) از موقعیت ناهم‌راستا ( $\theta = 0$ ) به موقعیت هم‌راستا ( $\theta = \pi/2$ ) حرکت می‌کند. در هر موقعیت، هندسه مسئله رسم شده، پس از مش‌بندی، تعیین شرایط مرزی و بارگذاری، معادلات میدان با استفاده از جعبه‌ابزار PDE حل می‌شود. با توجه به اینکه تمام اطلاعات مربوط به المان‌ها در محیط MATLAB در دسترس است، می‌توان گشتاور تولیدی در هر المان از سطح روتور را محاسبه کرد.

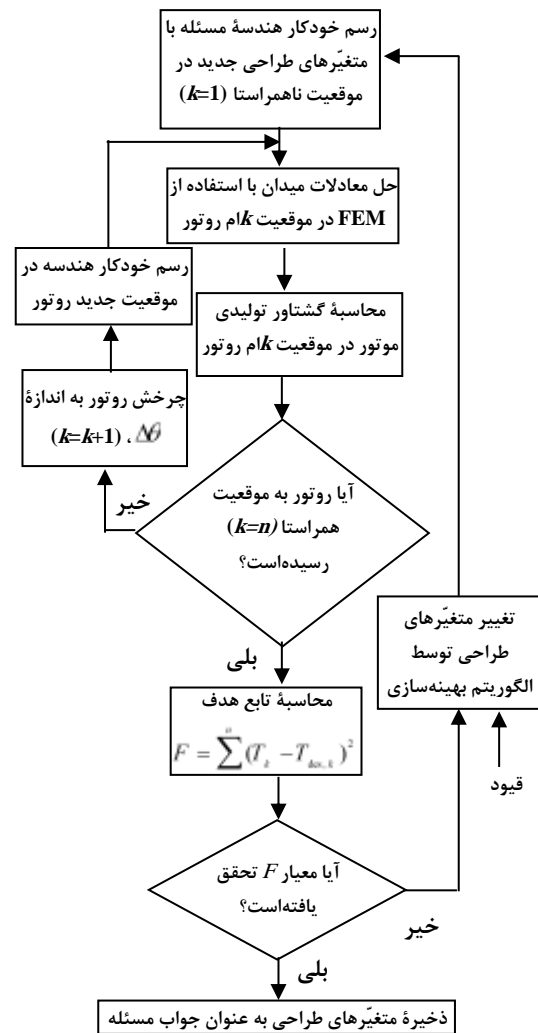
طبق رابطه (۱۲)، گشتاور تولیدی موتور از مجموع گشتاور المان‌های واپیچیده حاصل می‌شود. بعد از رسیدن روتور به موقعیت هم‌راستا، تابع هدف (یعنی رابطه ۱) محاسبه شده، به الگوریتم بهینه‌سازی اعمال می‌شود. برای بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. انتخاب الگوریتم ژنتیک به دلیل مزایای آن شامل عدم نیاز به محاسبه ژاکوبین تابع هدف و همچنین کاهش احتمال گرفتار شدن در حداقل‌های محلی صورت گرفته است [۱۸].

زیربرنامه‌ای در محیط MATLAB، شامل رسم هندسه، تحلیل اجزای محدود، محاسبه گشتاور و محاسبه تابع هدف به‌عنوان تابع برازش (Fitness) برای الگوریتم ژنتیک تعریف شده است.

به‌طور معمول الگوریتم ژنتیک هزینه محاسباتی بالایی دارد، مخصوصاً در این تحقیق که برای هر بار محاسبه تابع برازش باید ۱۹ بار (با فرض پله‌های ۵ درجه‌ای برای چرخش روتور) تحلیل اجزای محدود که خود در شمار محاسبات زمان‌بر است، انجام بگیرد. برای کاهش حجم محاسبات، نوع فضای جست‌وجو را تغییر می‌دهیم. فضای جست‌وجویی که طبق رابطه (۱۴) تعریف شده ذاتاً فضای جست‌وجوی پیوسته است، ولی به دلایلی همچون محدودیت دقت ساخت و انتظاری که ما از دقت عملکرد موتور داریم، می‌توانیم فضای جست‌وجو را گسسته‌سازی کنیم. متغیرهای  $b_{ry}$  و  $r_{ec}$  را که از جنس طول هستند، با فواصل ۰/۱ mm و متغیر  $\beta_r$  که از جنس زاویه است با فواصل ۱ درجه گسسته‌سازی می‌کنیم. بنابراین به‌عنوان مثال، متغیر  $b_{ry}$  نمی‌تواند مقدار ۴/۵۵ داشته باشد و با توجه به دقت ۰/۱ می‌تواند مقدار ۴/۵ یا ۴/۶ را اختیار کند. فضای جست‌وجوی گسسته که در آن متغیرها فقط اعداد صحیح

همچنین ملاحظات الکترومغناطیس در نظر گرفته می‌شود. فاصله هوایی حداقل برای هر دو موتور، کمترین مقدار ممکن (با توجه به محدودیت‌های مکانیکی) و برابر با ۰/۲ در نظر گرفته می‌شود. حد بالا و پایین متغیرهای طراحی (فضای مسئله) به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{aligned} 75^\circ < \beta_r < 105^\circ \\ 3^{\text{mm}} < b_{ry} < 8^{\text{mm}} \\ 0^{\text{mm}} < r_{ec} < 9^{\text{mm}} \end{aligned} \quad (14)$$



شکل ۴ الگوریتم بهینه‌سازی

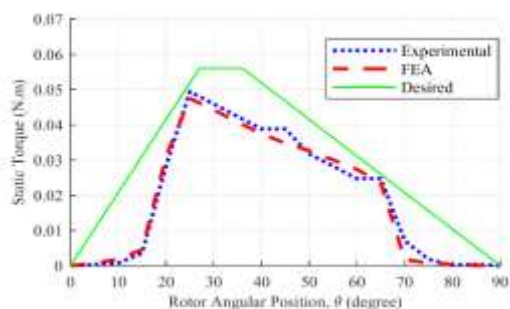
برای اینکه هندسه روتور در فضای مسئله قابل تحقق باشد، باید قیود غیرخطی زیر نیز برآورده شود:

$$\begin{aligned} y_{ec} \left(1 + \sin \frac{\beta_r}{2}\right) - r_{o2} < 0 \\ y_{ec} \cos \frac{\beta_r}{2} - b_{ry} - r_{i2} < 0 \end{aligned} \quad (15)$$

### ۳- بهینه‌سازی براساس الگوریتم ژنتیک

شکل (۴) الگوریتم بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. ابتدا

شکل (۵) موتور مورد مطالعه و تجهیزات تست را نشان می دهد. پروفایل گشتاور مطلوب که بهینه سازی برمبنای آن صورت گرفته، طوری انتخاب شده است که موتور در سرعت های بالا نویز و ارتعاش کمی داشته باشد [۱۹]. منحنی گشتاور استاتیکی SRM از حالت ناهمراستا (موقعیت روتور در زاویه صفر) نسبت به فاز تحریک شده شروع و به حالت همراستا (موقعیت روتور در زاویه ۹۰ درجه) ختم می شود؛ یعنی فاز مورد نظر در حول وحوش موقعیت ناهمراستا تحریک می گردد و معمولاً قبل از رسیدن به موقعیت همراستا خاموش می شود. اگر فاز مورد نظر دقیقاً در موقعیت همراستا خاموش گردد، به دلیل ثابت زمانی سیم پیچ، جریان تا مدتی بعد از گذر از موقعیت همراستا ادامه پیدا می کند که این باعث ایجاد گشتاور منفی و در نتیجه، کاهش گشتاور متوسط و همچنین افزایش ریپل گشتاور می شود. بنابراین از نظر کیفی، گشتاور استاتیکی در حدود موقعیت ناهمراستا اهمیت بیشتری نسبت به گشتاور در موقعیت همراستا دارد و اصولاً در نزدیکی موقعیت همراستا فاز تحریک شده خاموش می گردد. به همین دلیل در شکل (۶) شیب منحنی گشتاور مطلوب در حدود موقعیت ناهمراستا نسبت به طرف دیگر، متفاوت انتخاب شده است.



شکل ۶- گشتاور استاتیکی SRM فاصله هوایی یکنواخت

در این شکل برای روتور با فاصله هوایی یکنواخت، گشتاور موتور حاصل از تحلیل (منحنی خط چین) با نتایج حاصل از اندازه گیری (منحنی نقطه چین) و همچنین منحنی گشتاور مطلوب (منحنی خط پر) مقایسه شده است. نتایج اندازه گیری گشتاور استاتیکی نشان می دهد نمونه ساخته شده تطابق خوبی با نتایج تحلیل دارد، ولی فاصله زیادی با منحنی گشتاور مطلوب دارد. برای این روتور مقدار کمیته تابع هدف ( $F=2786$ )، به ازای قوس قطب  $\beta_r=92^\circ$  و پهنای یوغ  $b_{ry}=5\text{mm}$  اتفاق می افتد (مطابق با رابطه (۱)) و به ازای  $n=19$  و گشتاور برحسب  $\text{mN.m}$ .

اختیار می کنند، به صورت زیر تعریف می شود:

$$75^\circ < \beta_{r,D} < 105^\circ$$

$$30 < b_{ry,D} < 80 \quad (1 \times 10^{-1} \text{mm}) \quad (16)$$

$$0 < r_{ec,D} < 90 \quad (1 \times 10^{-1} \text{mm})$$

زیرنویس  $D$  برای تمایز با متغیرهای اولیه و تأکید بر گسسته بودن متغیرها استفاده شده است. متغیرهای  $r_{ec,D}$  و  $b_{ry,D}$  خروجی از الگوریتم ژنتیک، برای اعمال به زیر برنامه رسم خودکار هندسه، بر ۱۰ تقسیم می شوند.



شکل ۵- موتور مورد مطالعه و تجهیزات تست

#### ۴- نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی

در این تحقیق، برای بررسی تأثیر فاصله هوایی غیریکنواخت بر گشتاور استاتیکی موتور سوئیچ رلوکتانس، دو موتور، یکی با فاصله هوایی یکنواخت و دیگری با فاصله هوایی غیریکنواخت، طراحی، بهینه سازی و ساخته شده است. برای هر دو موتور از استاتور یکسانی استفاده شده است. حداقل فاصله هوایی در هر دو موتور یکسان بوده، بنابراین ملاحظات مکانیکی، برابر  $0.2$  میلی متر در نظر گرفته شده است.

با ملاحظه شکل (۸) مشاهده می‌شود گشتاور تولیدی موتور با چرخش روتور از حالت ناهم‌راستا ( $\theta=0$ ) شروع به افزایش می‌کند و در زاویه ۴۵ درجه (موقعیتی که وسط قطب روتور به محدوده قطب استاتور وارد می‌شود) به حداکثر خود می‌رسد؛ بنابراین تغییر ناگهانی در گشتاور اتفاق نمی‌افتد. در قسمت دوم منحنی از ۴۵ تا ۹۰ درجه هم تغییرات گشتاور شدید نیست. شکل (۹) تور ساخته شده براساس مقادیر بهینه را نشان می‌دهد.



شکل ۹- روتور ساخته شده با فاصله هوایی غیریکنواخت

به دست آوردن توزیع نیرو روی سطح روتور از طریق اندازه گیری امکان پذیر نیست، ولی به روش تحلیلی می‌توان نحوه توزیع نیرو روی سطح روتور را مشخص کرد. به‌طور کلی نیروی اعمالی به روتور شامل دو مؤلفه مماسی (  $f_{t,air}$  ) و عمود بر سطح روتور (  $f_{n,air}$  ) است که می‌توان به‌صورت تقریبی از روابط زیر محاسبه کرد:

$$f_{n,air} \approx \frac{1}{2\mu_0} (B_{n,air}^2 - B_{t,air}^2) \approx \frac{1}{2\mu_0} B_{n,air}^2, \quad (17)$$

$$f_{t,air} \approx \frac{1}{2\mu_0} B_{n,air} B_{t,air}$$

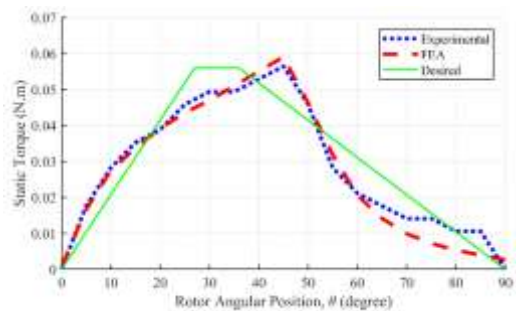
$B_{n,air}$  مؤلفه نرمال و  $B_{t,air}$  مؤلفه مماسی چگالی شار مغناطیسی در مرز روتور (در طرف هوا) است. در تحلیل المان محدود، این مرز همان لایه متشکل از المان‌های چسبیده به سطح روتور است (شکل ۲). برای اینکه مشخص شود هر المان حدوداً در چه موقعیتی از پیرامون روتور قرار گرفته است، نقاط  $P_0$  تا  $P_5$  روی شکل (۲) و همچنین شکل‌های (۱۰-ج) و (۱۱-ج) مشخص شده‌اند. تعداد کل المان‌های لایه بسته در روتور با فاصله هوایی یکنواخت ۸۶۴ و در روتور دیگر ۵۴۸ است که علت آن، یکسان نبودن فاصله هوایی در نیمی از قطب روتور و در نتیجه یکسان نبودن اندازه المان‌هاست. شایان ذکر است در روتور با فاصله هوایی یکنواخت، در قسمت قوس قطب روتور، مؤلفه مماسی چگالی شار همان مؤلفه زاویه‌ای و مؤلفه نرمال همان مؤلفه شعاعی است؛ اما در قسمت ساقه قطب، مؤلفه



شکل ۷- روتور ساخته شده برای فاصله هوایی یکنواخت

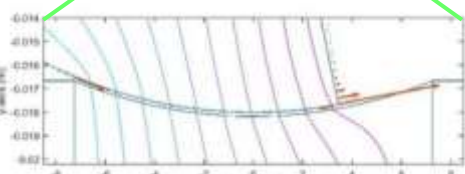
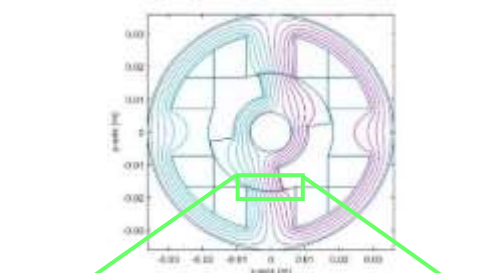
شکل ۷ روتور ساخته شده براساس مقادیر فوق را نشان می‌دهد. با ملاحظه شکل ۶ دیده می‌شود گشتاور تولیدی موتور در زوایای بین ۱۷ تا ۲۳ درجه از مقدار کوچکی، به حداکثر مقدار خود می‌رسد (این موقعیتی است که نوک قطب روتور به محدوده قطب استاتور می‌رسد)؛ یعنی در طی ۶ درجه تغییر شدیدی در گشتاور ایجاد می‌شود. تقریباً بلافاصله بعد از وارد شدن نوک قطب روتور به محدوده قطب استاتور گشتاور شروع به کاهش می‌کند و زمانی که نوک قطب روتور از محدوده قطب استاتور خارج می‌شود، گشتاور با شدت بیشتری کاهش پیدا می‌کند و در زاویه ۷۰ به صفر می‌رسد. به عبارت دیگر، در دو موقعیت تغییر شدیدی در میزان گشتاور مشاهده می‌شود: لحظه ورود نوک قطب روتور به محدوده قطب استاتور و لحظه خروج نوک قطب روتور از محدوده قطب استاتور. تغییرات شدید گشتاور سبب ایجاد ریبیل بیشتری در پروفایل گشتاور می‌گردد.

در روتور با فاصله هوایی غیریکنواخت نیز نتایج حاصل از تحلیل، با نتایج آزمایشگاهی تطابق بسیار خوبی دارد. علاوه بر این، تفاوت بین گشتاور تحلیلی و گشتاور مطلوب نسبت به حالت قبل بسیار کاهش یافته است (شکل ۸). مقدار تابع هدف در این حالت به  $F=950$  رسیده است. مطابق رابطه (۱) و به‌ازای  $n=19$  و گشتاور برحسب  $mN.m$  و مقدار متغیرهای طراحی در نقطه کمینه،  $\beta_r=90^\circ$ ،  $5mm$   $y_{ec} = \frac{6}{\Delta mm} b_{ry} =$  است.

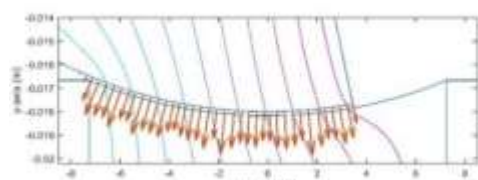


شکل ۸- گشتاور استاتیکی SRM، فاصله هوایی غیریکنواخت

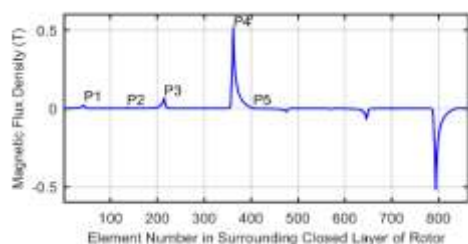
از قوس قطب روتور که فاصله‌هوایی غیریکنواخت است، توزیع شده است (شکل ۱۱-ب).



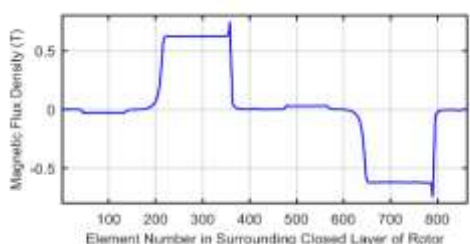
(الف) توزیع مؤلفه زاویه‌ای بردار نیرو روی یک قطب روتور



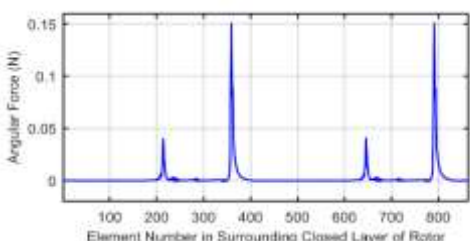
(ب) توزیع مؤلفه شعاعی بردار نیرو روی یک قطب روتور



(ج) مؤلفه زاویه‌ای چگالی شار مغناطیسی در لایه بسته‌المان اطراف



(د) مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی در لایه بسته‌المان اطراف



(ه) مؤلفه زاویه‌ای نیرو در لایه بسته‌المان اطراف روتور

شکل ۱۰- توزیع چگالی شار مغناطیسی و نیرو در روتور با فاصله‌هوایی یکنواخت

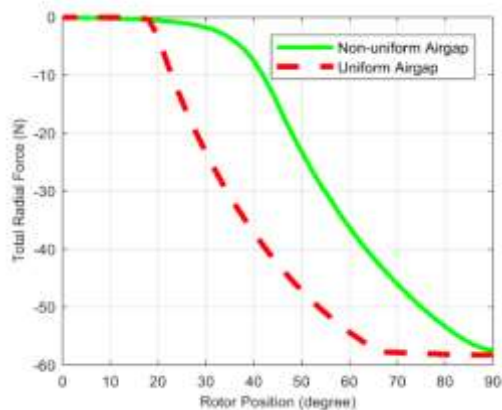
مماسی برابر با مؤلفه شعاعی و مؤلفه نرمال برابر با مؤلفه زاویه‌ای است. این موضوع دربارهٔ موتور با فاصله‌هوایی غیریکنواخت نیز صحیح است، با این تفاوت که در نیمی از قوس قطب روتور که فاصله‌هوایی غیریکنواخت است، مؤلفه نرمال چگالی شار در راستای زاویه‌ای نیز مؤلفه دارد که به افزایش گشتاور منجر می‌شود. همچنین مؤلفه مماسی در راستای شعاعی (خلاف جهت) تصویر کوچکی دارد که باعث کاهش مؤلفه شعاعی می‌شود.

در روتور با فاصله‌هوایی یکنواخت با توجه به شکل (۱۰-الف و ه)، مؤلفه زاویه‌ای نیرو به صورت متمرکز فقط در دو نقطه  $P_3$  و  $P_4$  ایجاد می‌شود و در سایر نقاط مقدار نیرو تقریباً صفر است. سطح قوس روتور نقش کمی در گشتاور تولیدی موتور دارد و قسمت عمده نیرویی که باعث ایجاد گشتاور می‌شود، به صورت متمرکز در حدود نقطه  $P_4$  (نوک قطب روتور متمایل به ساقه قطب) تولید می‌شود. در واقع اطراف این نقطه تنها جایی است که مؤلفه نرمال نیرو در جهت حرکت قرار می‌گیرد و در عین حال، چگالی شار نرمال هم مقدار بزرگی دارد. توزیع نیرو مطابق رابطه (۱۷) به توزیع مؤلفه‌های چگالی شار که در شکل (۱۰-ج و د) نشان داده شده، وابسته است. در قسمت قوس قطب روتور، مقدار نیروی زاویه‌ای متناسب با حاصل ضرب مؤلفه‌های مماسی و نرمال چگالی شار مغناطیسی و در قسمت ساقه قطب متناسب با مجذور مؤلفه نرمال است. شکل (۱۰-ب) نیروی عمود بر جهت حرکت (مؤلفه شعاعی) را نشان می‌دهد که نقشی در ایجاد گشتاور ندارد. مطابق رابطه (۱۷) این نیرو در قسمت قوس قطب روتور متناسب با مجذور مؤلفه نرمال و در ساقه قطب متناسب با حاصل ضرب مؤلفه‌های مماسی و نرمال چگالی شار مغناطیسی است. در روتور با فاصله‌هوایی غیریکنواخت در نیمه‌ای از قوس قطب روتور که فاصله‌هوایی غیریکنواخت است، با توجه به شکل (۱۱-ج و د)، بین نقاط  $P_3$  تا  $P_4$  مؤلفه‌های زاویه‌ای و شعاعی چگالی شار (با کمی اغماض به ترتیب یعنی مؤلفه‌های مماسی و نرمال) مقداری البته نه‌چندان بزرگ دارند و بنابراین نیروی مماسی که متناسب با حاصل ضرب این دو مؤلفه است، ایجاد می‌شود. اگرچه مقدار نیرو به‌ازای هر المان کوچک است، چون تعداد زیادی از المان‌ها در ایجاد نیرو نقش دارند، در مجموع نیروی قابل توجهی ایجاد می‌شود که برخلاف حالت قبل متمرکز نیست و در نیمه‌ای



علت ایجاد نیروی زاویه‌ای در سطح قوس قطب این است که برخلاف حالت قبل، نیروی نرمال سطح، بر جهت حرکت عمود نیست و دارای مؤلفه‌ای در جهت زاویه‌ای است و به همین دلیل قوس قطب روتور در گشتاور تولیدی موتور نقش عمده‌ای دارد. در مجموع نیروی زاویه‌ای در این نوع روتور توزیع یکنواخت‌تری در سطح روتور دارد و برخلاف حالت قبل، نوک قطب روتور، یعنی نقطه P4، نقش چندانی در ایجاد گشتاور ندارد؛ زیرا در این نقطه فاصله هوایی زیاد بوده، در نتیجه هر دو مؤلفه چگالی شار مقدار کوچکی دارند. نیروی شعاعی (عمود بر جهت حرکت) عمده‌ترین عامل نويز و ارتعاش در موتورهای سوئیچ رلوکتانس است [۲۰].

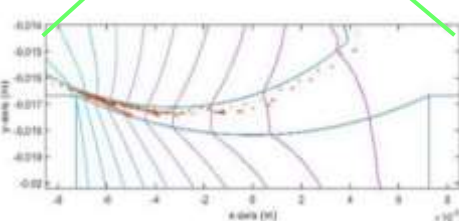
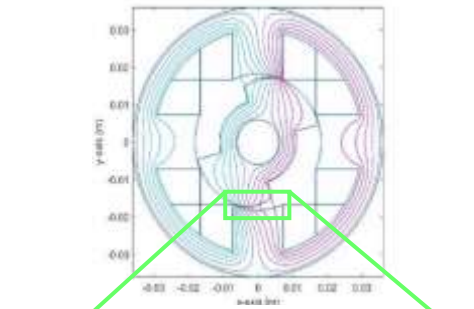
در شکل‌های (۱۰-ب) و (۱۱-ب) توزیع نیروی شعاعی دو روتور فقط در یک موقعیت مشخص نشان داده شده است. برای مقایسه بهتر، مجموع نیروهای شعاعی برای هر دو روتور، برحسب موقعیت زاویه‌ای روتور، در شکل (۱۲) رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد مقدار نیروی شعاعی برای روتور با فاصله هوایی غیریکنواخت به‌طور قابل ملاحظه ای از روتور با فاصله هوایی یکنواخت کمتر است. مثلاً در موقعیت روتور ۴۰ درجه، مجموع نیروی عمودی وارد بر روتور با فاصله هوایی یکنواخت  $37\text{ N}$  است، در حالی که برای روتور دیگر، این نیرو فقط حدود  $8\text{ N}$  خواهد بود.



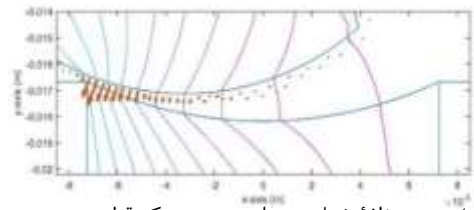
شکل ۱۲- مقایسه نیروی شعاعی کل در دو روتور

### ۵- نتیجه‌گیری

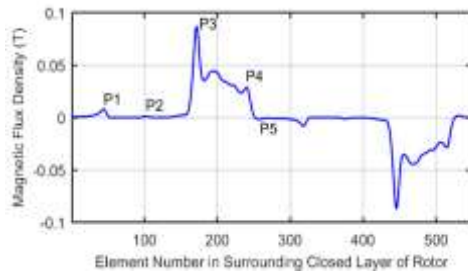
مقایسه نتایج تحلیل و آزمایش دو روتور نشان می‌دهد در روتور با فاصله هوایی غیریکنواخت، گشتاور موتور به حالت مطلوب نزدیک‌تر می‌شود و این به معنای کاهش ریپل گشتاور در این موتور است. علاوه بر این، نیروهای شعاعی کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کند که نتیجه آن، کاهش



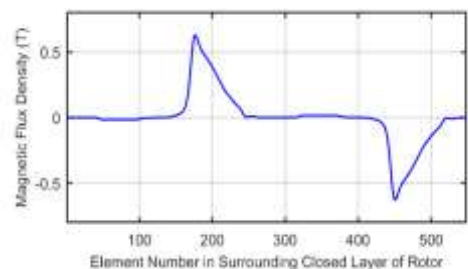
(الف) توزیع مؤلفه زاویه‌ای بردار نیرو روی یک قطب روتور



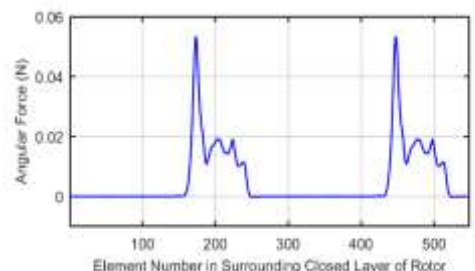
(ب) توزیع مؤلفه شعاعی بردار نیرو روی یک قطب روتور



(ج) مؤلفه زاویه‌ای چگالی شار مغناطیسی در لایه بسته المان اطراف



(د) مؤلفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی در لایه بسته المان اطراف



(ه) مؤلفه زاویه‌ای نیرو در لایه بسته المان اطراف روتور

شکل ۱۱- توزیع چگالی شار مغناطیسی و نیرو در روتور با فاصله هوایی غیریکنواخت

نویز و ارتعاش موتور و در نتیجه، بهبود عملکرد موتور است. یکنواخت نبودن فاصله هوایی باعث می‌شود عملکرد موتور در دو جهت راست‌گرد و چپ‌گرد تفاوت داشته باشد. البته در بیشتر کاربردها معمولاً جهت چرخش موتور عوض نمی‌شود یا مثل خودروهای الکتریکی، عملکرد موتور در یک جهت دارای اهمیت بیشتری است.

## مراجع

- [1] Y. Ozoglu, M. Garip and E. Mese, "New pole tip shapes mitigating torque ripple in short pitched and fully pitched switched reluctance motors", *Electric Power System Research*, vol. 74, No. 1, April 2005, pp. 95–103.
- [2] N. Bhiwapurkar and N. Mohan, "Study of New Stator Pole Geometry for improvement of SRM Torque Profile", *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*, San Antonio, TX, USA, May 2005, pp. 516-520.
- [3] P. Trung, H. Dong, H. Lee and J. Woo, "Design and Control of a High Speed 2-Phase 4/2 Switched Reluctance Motor for Blender Application", *Journal of Electrical Engineering & Technology*, No. 14, May 2019, pp. 1193–1199.
- [4] B. Bilgin and M. Krishnamurthy, "An FEA/MATLAB based machine design tool for switched reluctance motors", *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, Chicago, IL, USA, September 2011, pp. 1–6.
- [5] J.D. Widmer and B.C. Mecrow, "Optimized Segmental Rotor Switched Reluctance Machines With a Greater Number of Rotor Segments Than Stator Slots", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 49, No. 4, July/August 2013, pp. 1491–1498.
- [6] M. Sugiura, Y. Ishihara, H. Ishikawa and H. Naitoh, "Improvement of Efficiency by Stepped-Skewing Rotor for Switched Reluctance Motors", *International Power Electronics Conference*, Hiroshima, Japan, May 2014, pp. 1135–1140.
- [7] R. Vandana and B.G. Fernandes, "Design Methodology for High-Performance Segmented Rotor Switched Reluctance Motors", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 30, No. 1, March 2015, pp. 11–21.
- [۸] سعید دارابی و یوسف علی‌نژاد برمی، «موتور سوئیچ رلوکتانسی خطی شش فاز جهت نیرومحرکه آسانسور»، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، شماره ۳۶، بهار ۱۳۹۳، صفحه ۵۳–۶۳.
- [9] M. Abbasian, B. Fahimi and M. Moallem, "High Torque Double-Stator Switched Reluctance Machine for Electric Vehicle Propulsion", *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, Lille, France, September 2010, pp. 1–5.
- [10] H. Cheng, S. Liao and W. Yan, "Development and Performance Analysis of Segmented - Double - Stator Switched Reluctance Machine", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 1, No. 1, February 2021, pp. 1–11.
- [11] P.C. Desai, M. Krishnamurthy, N. Schofield and A. Emadi, "Novel Switched Reluctance Machine Configuration With Higher Number of Rotor Poles Than Stator Poles: Concept to Implementation," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 57, No. 2, October 2010, pp. 649–659.
- [۱۲] حمید ایزدفر، «محاسبه جریان و نیرومحرکه مغناطیسی میله‌های روتور در یک ماشین القایی قفس سنجابی»، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، شماره ۵۲، بهار ۱۳۹۷، صفحه ۱۶۳–۱۷۰.
- [13] G. Wathewaduge, E. Sayed, B. Bilgin and A. Emadi, "Electromagnetic Modeling Techniques for Switched Reluctance Machines : State-of-the-Art Review", *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, Vol. 1, No. 1, August 2020, pp. 218–234.
- [14] C. Gong, S. Li, T. Habetler and P. Zhou, "Acoustic Modeling and Prediction of Ultrahigh Speed Switched Reluctance Machines Based on Multi-Physics Finite Element Analysis", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol 57, No.1, January/February 2021, pp. 198-207.
- [15] W. Jiang, M. Moallem, B. Fahimi and S. Pekarek, "Qualitative Investigation of Force Density Components in Electromechanical Energy Conversion Process", *32nd Annual Conference IEEE on Industrial Electronics*, Paris, France, November 2006, pp. 1113–1118.
- [16] S. McFee and D. Lowther, "Towards Accurate and Consistent Force Calculation in Finite Element Based

Computational Magnetostatics", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 23, No. 5, September 1987, pp. 3771–3773.

[17] J.L. Coulomb, "A Methodology for the Determination of Global Electromechanical Quantities From a Finite Element Analysis and Its Application To the Evaluation of Magnetic Forces, Torques and Stiffness", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 19, No. 6, November 1983, pp. 2514-2519.

[۱۸] حسین شریف‌زاده و نیما امجدی، «مروری بر انواع الگوریتم‌های فراکاوشی در بهینه‌سازی»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، شماره ۳۸، پاییز ۱۳۹۳، صفحه ۲۷-۴۳.

[19] C. Choi, D. Lee and K. Park, "Fuzzy Design of a Switched Reluctance Motor Based on the Torque Profile Optimization", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 5, September 2000, pp. 3548–3550.

[20] P. Pillay and W. Cai, "An Investigation into Vibration in Switched Reluctance Motors", IEEE Transactions on Industry Applications, , Vol. 35, No. 3, May/June 1999, pp. 589–596.