

تخمین ضریب دبی دریاچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق با بهره‌گیری از فنون محاسبات نرم

آرمان علیرضازاده صدقیانی^۱، میرعلی محمدی^{۲*}، میثاق گلوانی^۳، بابک واحد دوست^۴

| اطلاعات مقاله | چکیده |
|---|---|
| <p>نوع مقاله: پژوهشی دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۲/۲۲ بازنگری مقاله: ۱۴۰۰/۰۵/۰۴ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۰۴</p> | <p>تخمین ضریب دبی دریاچه‌های کشویی در شرایط جریان آزاد و مستغرق همواره یکی از موضوعات مورد علاقه محققین هیدرولیک بوده است. در سال‌های اخیر روابط نیمه تجربی مختلفی به منظور تخمین ضریب دبی دریاچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق ارائه شده که کاربرد این روابط اغلب با خطاهای بزرگی همراه بوده است. هدف از پژوهش حاضر استفاده از روش‌های رگرسیون فرایند گاوسی (GPR) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) به عنوان فنون محاسبات نرم به منظور تخمین ضریب دبی دریاچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق و مقایسه نتایج حاصل با روش‌های نیمه تجربی بوده است. بدین منظور، با به‌کارگیری تعداد ۱۲۲ داده آزمایشگاهی، مدل‌های مختلفی بر اساس ترکیب پارامترهای بدون بعد تعریف شده و دقت این مدل‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل، کارایی بالای روش‌های هوش مصنوعی را نسبت به روش‌های تجربی به‌خوبی نشان می‌دهد. علاوه بر این، بررسی مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که روش ماشین بردار پشتیبان به همراه پارامترهای ورودی y_t/w، y_t/w، y_t/w و $1/Fr^2$ با دارا بودن مقادیر $RMSE=0/017$، $R=0/97$ و $NSE=0/95$ عملکرد بهتری نسبت به روش رگرسیون فرایند گاوسی و سایر روش‌های نیمه تجربی در تخمین ضریب دبی دریاچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق دارا می‌باشد.</p> |
| <p>واژگان کلیدی: دریاچه کشویی، ضریب دبی، هوش مصنوعی، ماشین بردار پشتیبان، روش‌های نیمه تجربی.</p> | |

۱- مقدمه

زمینه مطالعه جریان در دریاچه‌های کشویی، به‌خصوص با نگرش توسعه مشخصه‌های دبی برای شرایط جریان مستغرق، تحقیقات انگشت‌شماری انجام شده است. از دلایل این موضوع می‌توان به این موضوع اشاره نمود که برای مشخصه‌های دبی عبوری از دریاچه‌های کشویی و قطاعی در حالتی که جریان

دریاچه‌های کشویی به سبب هندسه ساده و قابلیت بهره‌برداری آسان یکی از متداول‌ترین سازه‌های هیدرولیکی هستند که می‌توانند جهت اندازه‌گیری جریان در کانال‌های روباز مورد استفاده قرار گیرند. سابقه تحقیق نشان می‌دهد که در

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m.mohammadi@urmia.ac.ir

۱. دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه تبریز، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی عمران- هیدرولیک و مکانیک مهندسی رودخانه، دانشکده فنی، دانشگاه ارومیه، ایران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران- سازه، دانشکده فنی، دانشگاه ارومیه، ایران

۴. استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه صنعتی بوسرا، ترکیه

مستغرق در پایین دست دریچه ایجاد می‌شود با توجه به وجود دو فاز هوا و آب پشت دریچه، بسیار پیچیده‌تر از بررسی جریان آزاد می‌باشد. هنری، نموداری را جهت تخمین ضریب دبی دریچه‌های کشویی در شرایط جریان آزاد و مستغرق ارائه کرد که همچنان به‌عنوان مرجع در این زمینه مطرح است [۱]. با استفاده از معادله مومنتم در حد فاصل مقطع تنگ‌شدگی و مقطع پایاب، معادله‌ای را برای تعیین عمق چسبیده به دریچه ارائه نمودند. در این تعریف عمق چسبیده به دریچه با توجه به عمق پایاب به دست می‌آید و ضریب بده برای جریان مستغرق تابعی از عمق پایاب و بازشدگی نسبی می‌باشد [۲].

سوامی با رقومی کردن نمودار هنری [۱] روابطی را جهت تخمین ضریب دبی دریچه‌های کشویی در شرایط جریان آزاد و مستغرق، ارائه کرد. معادله سوامی در جریان آزاد وابسته به مقدار بازشدگی دریچه و عمق بالادست است و برای جریان مستغرق نیز تابعی از بازشدگی، عمق بالادست و عمق پایاب می‌باشد. وی در نهایت دستورالعملی را برای استفاده از معادلات حاصل، ارائه نمود. کارایی این معادلات در تحقیقات بعدی مورد مطالعه قرار گرفت و چند نمونه از عدم کارایی این معادله در جریان مستغرق گزارش گردید که این امر ضعف معادله ارائه‌شده توسط سوامی را در پوشش مناسب داده‌های هنری [۱] نشان می‌دهد [۳]. روت و هگر مطالعه نسبتاً جامعی درباره برخی خصوصیات هیدرولیکی دریچه‌های کشویی، از جمله توزیع فشار وارد بر دریچه کشویی، توزیع سرعت، گردابه‌های بالادست دریچه کشویی و ضریب بده دریچه کشویی انجام دادند. مطالعه اثر مقیاس مدل روی داده‌های واقعی نشان داد که تاثیر لزجت روی خصوصیات هیدرولیکی جریان از جمله ضریب فشردگی و ضریب جریان قابل صرف نظر کردن است [۴].

فررو، با شناسایی عوامل مؤثر بر جریان از روی سرریز و زیر دریچه در حالت جریان آزاد و با به‌کارگیری تحلیل ابعادی و تئوری باکینگهام و مفهوم خود تشابهی ناقص، رابطه بین پارامترهای موردنظر را تعیین نمود. با توجه به اینکه این معادله بر اساس تشابه و تحلیل ابعادی به‌دست آمده است، ضرایب این رابطه تحت تاثیر مستقیم داده‌های آزمایشگاهی می‌باشد [۵]. در مقاله‌ای انصار روش پیشنهادی ارائه‌شده توسط [۵] را برای

جریان مستغرق عبوری از زیر دریچه کشویی تعمیم داد. در این مقاله تاثیر استغراق به‌صورت نسبت اختلاف بار آبی طرفین دریچه به بازشدگی دریچه معرفی گردید [۶]. شما و همکاران با به‌کارگیری روابط حاکم بر واحدهای سازنده هیدرودینامیکی چشمه و چاه، معادلاتی را برای برآورد سرعت جریان در مقطع بالادست دریچه کشویی ارائه نمودند. مقایسه پروفیل سرعت برداشتی توسط سایر محققین و روابط ارائه شده، تطابق خوبی به‌همراه داشت [۷]. کازان و بلاود ساختار جریان را در بالادست و پایین دست دریچه کشویی مستطیلی در کانال با مقطع مستطیلی در حالت جریان مستغرق با استفاده از روش‌های عددی به دست آوردند و نتایج را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کردند. آن‌ها اثرات جریان واقعی مانند لزجت را روی ساختار جریان و ضریب فشردگی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که در بازشدگی‌های کم ضریب تصحیح انرژی افزایش پیدا کرده که نشان‌دهنده تاثیرات لزجت می‌باشد [۸]. کیم با شبیه‌سازی جریان عبوری از زیر دریچه کشویی با استفاده از نرم‌افزار FLOW-۳ D ضریب فشردگی، ضریب بده و توزیع فشار روی دریچه کشویی و در طول کانال را در شرایط جریان آزاد تعیین و این مقادیر را با داده‌های آزمایشگاهی خود و برخی محققین دیگر مقایسه کرد. وی نشان داد که استفاده از این نرم‌افزار، مقادیر ضریب بده را کمتر از داده‌های آزمایشگاهی برآورد می‌کند [۹]. المیناگرتا و مرکلی، با بررسی جریان عبوری از زیر دریچه‌های کشویی لبه‌تیز در کانال‌های مستطیلی، محدودهای از جریان را به عنوان محدوده انتقالی مطرح کردند که حد فاصل جریان روزنه‌ای و غیرروزنه‌ای است. ایشان پارامتر بدون بعدی را به عنوان انتقالی معرفی کردند و استفاده از مفهوم انرژی مخصوص و داده‌های آزمایشگاهی، حدود بالا و پایین این ضریب را برای تعیین نوع رژیم جریان و استفاده مناسب از معادله بده، ارائه کردند [۱۰]. لوزانو و همکاران، با تکیه بر مجموعه داده‌های صحرائی، به ارزیابی روش‌های واسنجی دریچه‌های کشویی پرداختند. ایشان دریافتند که روش انرژی- مومنتم با انتخاب مقادیر مناسب برای ضریب تنگ‌شدگی، دارای دقت مناسب است [۱۱]. حبیب زاده و همکاران، با استفاده از حل هم‌زمان روابط انرژی و مومنتم، روابطی را برای تخمین ضریب دبی دریچه در شرایط آزاد و

ماشین‌های بردارپشتیبان به تخمین ضریب تخلیه دریچه‌های دوزنقه‌ای کنگره‌ای پرداختند. نتایج حاصل کارایی بالای شبکه عصبی پرسپترون چند لایه (MLP) را نشان می‌دهد [۱۹]. سلماسی و همکاران نیز با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی به پیش‌بینی ضریب دبی دریچه‌های کشویی مایل پرداختند نتایج تحقیق نشان داد که شبکه عصبی مصنوعی در برآورد ضریب دبی از دقت بالاتری برخوردار است [۲۰]. در سال‌های گذشته، روابط نیمه تجربی مختلفی به منظور تخمین ضریب دبی از طریق بررسی‌های آزمایشگاهی و میدانی توسعه داده شده که دقت آن‌ها با توجه پیچیدگی‌های حاکم بر مسئله مورد بحث می‌باشد. همچنین هر یک از این روابط در شرایط خاص آزمایشگاهی و تحت فرضیات ساده‌کننده‌ای توسعه داده شده‌اند که استفاده از آن‌ها را در موارد عملی با خطاهای نسبتاً بزرگی همراه می‌سازد. با توجه به عدم قطعیت مسئله، مطالعات و بررسی‌های جامع در زمینه مدل‌سازی هوشمند ضریب دبی دریچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق ضروری به نظر می‌رسد. به همین منظور پژوهش حاضر به ارزیابی عملکرد روش‌های رگرسیون فرآیند گاوسی و همچنین ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی ضریب دبی دریچه کشویی پرداخته است.

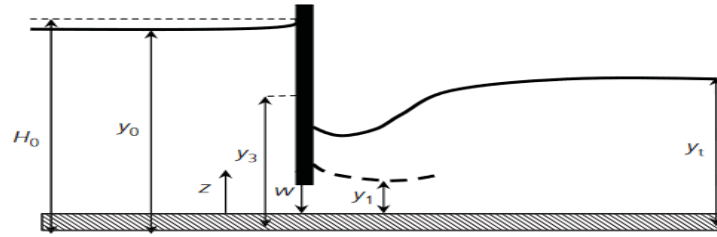
۲- مواد و روش‌ها

به‌منظور ارزیابی دقت معادلات پیشنهادی در برآورد ضریب دبی برای دریچه کشویی در شرایط مستغرق، از مجموعه داده‌های آزمایشگاهی وویسیسکی [۲۱] و راجاراتنام و سابرامانیا [۲] استفاده گردید. راجاراتنام و سابرامانیا مطالعات آزمایشگاهی گسترده‌ای را بر روی دریچه کشویی، تحت شرایط جریان آزاد و مستغرق انجام دادند (شکل ۱). در تمام حالات، عرض دریچه برابر 0.4572 متر در نظر گرفته شد [۲]. در مجموع تعداد ۱۲۲ سری داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گرفت. داده‌های به کار رفته در مطالعه حاضر جامع‌ترین و وسیع‌ترین مجموعه داده در ارتباط با دریچه‌های کشویی بوده که توسط راجاراتنام و سابرامانیا گردآوری شده و تغییرات دبی جریان را تحت شرایط مختلف هیدرولیکی مورد بررسی قرار داده است. جدول ۱ محدوده پارامترهای بی بعد مؤثر در تحلیل دریچه کشویی را از نتایج مطالعات راجاراتنام و سابرامانیا نشان می‌دهد. در این جدول γ_0 بیانگر عمق آب بالادست، γ_1 عمق آب پایین دست، W ارتفاع

مستغرق، ارائه کردند. ایشان ضمن ارائه متوسط مقادیر ضریب افت انرژی دریچه در شرایط جریان آزاد و مستغرق، بیان داشتند که ضریب افت انرژی در تخمین ضریب دبی یک پارامتر ضروری است و نباید نادیده گرفته شود [۱۲]. بیجن‌خان و همکاران، بیان داشتند که روش پیشنهادی توسط فررو در شرایط آزاد، دقت مناسبی دارد؛ ولی در شرایط جریان مستغرق به‌ویژه در دامنه استغراق‌های کم، دقت کمتری دارد [۱۳].

خلیلی شایان و فرهودی، با استفاده از روابط انرژی و مومنتم تعیین مقادیر متوسط ضریب افت انرژی در شرایط جریان آزاد و مستغرق که وابسته به بازشدگی نسبی و عمق پایاب نسبی هستند، ضریب دبی دریچه کشویی را تخمین زدند [۱۴]. سویدا واسنجی مجموعه دریچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق را مورد مطالعه قرار دادند. ایشان آزمایش‌های خود را روی عملکرد متقارن و نامتقارن دریچه‌های کشویی مجتمع در شرایط جریان آزمایشگاهی روی مدلی متشکل از پنج دریچه انجام داد. نتایج تحقیق نشان داد که با ثابت ماندن سایر پارامترهای مؤثر، میزان آبگذری مجموعه دریچه‌ها در شرایط عملکرد نامتقارن دریچه‌ها نسبت به عملکرد متقارن افزایش خواهد یافت [۱۵]. شایان و همکاران، مقدار ضریب فشردگی جریان را در دریچه‌های قطاعی و کشویی تحت شرایط مختلف هیدرولیکی بررسی نموده و با استفاده از روش‌های تئوری رابطه‌ای را به منظور برآورد ضریب فشردگی در انواع مختلف دریچه‌ها ارائه نمودند [۱۶]. بیجن‌خان و کوچک زاده، عملکرد هیدرولیکی دریچه‌های کشویی موازی تحت بار آبی کم در بالادست را مورد مطالعه قرار دادند. ایشان خصوصیات هیدرولیکی دریچه‌های کشویی موازی در شرایط باز بودن یک دریچه و بسته بودن سایر دریچه‌ها را به‌صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند [۱۷].

در سال‌های اخیر روش‌های هوشمند به‌صورت گسترده در مباحث هیدرولیکی به کار گرفته شده و توانایی‌های بالای خود را در حل مسائل با عدم قطعیت زیاد نشان داده‌اند. در این خصوص مطالعات انجام شده توسط رادی نیز توانایی بالای شبکه عصبی مصنوعی در مدل‌سازی ضریب دبی دریچه‌های کشویی در شرایط جریان آزاد و مستغرق را اثبات می‌نماید [۱۸]. نوروزی و همکاران، با استفاده از شبکه‌های عصبی و



شکل (۱): پارامترهای مؤثر در جریان از زیر یک دریچه کشویی تحت جریان مستغرق [۲۲]

جدول ۱: مشخصات داده‌های بکار رفته در تحقیق

| Ca | y_t/w | w/y | تعداد داده | شرایط جریان | مرجع داده‌های آزمایشگاهی |
|-------------|--------------|--------------|------------|-------------|-----------------------------|
| ۰/۶۵ - ۰/۹۸ | ۱/۷۲ - ۱۲/۰۷ | ۲/۰۹ - ۱۵/۵ | ۲۶ | مستغرق | وویسیسکی [۲۱] |
| ۰/۵۴ - ۱/۰۴ | ۱/۱۸ - ۲۷/۶۹ | ۱/۴۵ - ۵۲/۵۶ | ۹۶ | مستغرق | راجاراتنام و سابرامانیا [۲] |

رگرسیون، ایجاد یک ورودی جدید x^* به منظور دستیابی به توزیع پیش‌بینی شده برای مقادیر متناظر داده‌های مشاهداتی y^* و بر مبنای مجموعه داده K می‌باشد. فرآیند گاوسی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی است که تعداد محدودی از آن‌ها با توزیع‌های گاوسی ادغام شده‌اند. فرآیند گاوسی تعمیمی از توزیع گاوسی می‌باشد. توزیع گاوسی در واقع توزیع بین متغیرهای تصادفی بوده در حالی که فرآیند گاوسی بیانگر توزیع بین توابع می‌باشد. فرآیند گاوسی $f(x)$ توسط توابع میانگین $m(x)$ و کوواریانس به شکل زیر تعریف می‌شود [۲۳]:

$$m(x) = E(f(x)) \quad (۲)$$

$$k(x, x') = E((f(x) - m(x))(f(x') - m(x'))) \quad (۳)$$

که در روابط فوق، $k(x, x')$ تابع کوواریانس (یا کرنل) بوده که در نقاط x و x' محاسبه می‌شود. فرآیند گاوسی $f(x)$ می‌تواند به صورت رابطه‌ی (۴) بیان گردد:

$$f(x) \sim GP(m(x), k(x, x')) \quad (۴)$$

در این رابطه معمولاً جهت ساده‌سازی، مقدار تابع میانگین برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. در فرآیند گاوسی، رابطه بین بردار ورودی و هدف به صورت روابط (۵) و (۶) می‌باشد:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon \quad (۵)$$

بازشدگی دریچه و Ca نیز ضریب آبگذری دریچه کشویی می‌باشد. لازم به ذکر است ضریب دبی دریچه کشویی برای داده‌های مورد بررسی تحت شرایط جریان مستغرق از رابطه (۱) استخراج شده است.

$$q = C_d W \sqrt{2g(y - y_t)} \quad (۱)$$

۱-۲- کاربرد روش‌های هوش مصنوعی

علاوه بر اهمیت گردآوری اطلاعات قابل اطمینان، به کارگیری روش‌های دقیق برای تخمین ضریب دبی نیز بسیار ضروری است زیرا تخمین نادرست این پارامتر در طراحی پروژه‌های آبی، هزینه‌های اضافی سنگینی را تحمیل می‌کند. از این رو در این تحقیق از دو روش توانمند رگرسیون فرآیند گاوسی و ماشین بردار پشتیبان که جزو روش‌های محاسباتی نرم می‌باشد و نسبت به روش‌های قبلی نتایج بهتری ارائه می‌دهند، برای محاسبه ضریب دبی به کار گرفته شده‌اند.

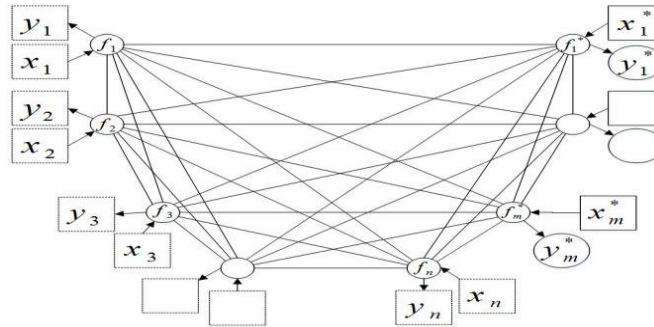
۱-۱-۲- رگرسیون فرآیند گاوسی

مجموعه داده S با n مشاهده را در نظر بگیرید $S = \{(x_i, y_i) | i = 1, \dots, n\}$ که در آن بردار ورودی با D بعد و y_i خروجی اسکالر یا هدف می‌باشد. این مجموعه متشکل از دو جز ورودی و خروجی به عنوان نقاط نمونه یا تجربی معرفی خواهند شد. به منظور سهولت کار، ورودی‌های مجموعه در ماتریس $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ و خروجی‌ها نیز در ماتریس $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ تجمیع می‌گردند. وظیفه

گوسی در شکل (۲) ارائه شده است. در این شکل f_i بیانگر $f(x_i)$ می‌باشد. مجموعه توابع نهان f_i که با شاخص x_i نشان داده شده‌اند، به طور کامل به یکدیگر مرتبط می‌باشند. هر اتصال نشان دهنده یک رابطه بین دو متغیر نهان بوده که توسط تابع کوواریانس تعریف می‌شود.

$$K(X, X) = \begin{pmatrix} k(x_1, x_1) & k(x_1, x_2) & \dots & k(x_1, x_n) \\ k(x_2, x_1) & k(x_2, x_2) & \dots & k(x_2, x_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k(x_n, x_1) & k(x_n, x_2) & \dots & k(x_n, x_n) \end{pmatrix} \quad (۶)$$

که در آن‌ها، $k_{i,j}$ کوواریانس بین مقادیر توابع نهان $f(x_i)$ و $f(x_j)$ می‌باشد. رگرسیون فرآیند گوسی به منظور محاسبه توزیع پیش‌بینی شده برای مقادیر تابع f^* در نقاط تست



شکل (۲): مدل تصویری رگرسیون فرآیند گوسی

(۱۰) و (۱۱) به دست آورد:

$$p(f_* | X, y, X_*) \sim N(\bar{f}_*, cov(f_*)) \quad (۱۰)$$

$$\bar{f}_* = K(X_*, X) [K(X, X) + \sigma^2 I]^{-1} \quad (۱۱)$$

$$cov(f_*) = K(X_*, X_*) - K(X_*, X) [K(X, X) + \sigma^2 I]^{-1} K(X, X_*)$$

در یادگیری نظارت شده، چنین فرض می‌شود که برای هر داده‌ی مشاهداتی x_i ، مقادیر پاسخ (هدف) y_i وجود داشته باشد. در فرآیند گوسی، تابع کوواریانس بیانگر این مسئله می‌باشد. تابع کوواریانس در واقع مشخص کننده کوواریانس بین دو متغیر تصادفی $f(x_i)$ و $f(x_j)$ بوده که x_j و x_i بردارهایی $d \times 1$ می‌باشند. به عبارت دیگر، تابع کوواریانس تعیین کننده نحوه تاثیرپذیری پاسخ در یک نقطه x_i ، توسط مقادیر پاسخ در نقطه دیگر x_j می‌باشد به نحوی که $i \neq j$. انتخاب تابع کوواریانس برای مسائل مختلف، مهمترین بخش از فرآیند گوسی محسوب می‌شود. تابع کوواریانس $k(x, x')$ توسط توابع کرنل مختلفی می‌توانند تعریف گردند. تابع کوواریانس می‌تواند به وسیله پارامترهای تابع کرنل در بردار θ تعریف شود. بنابراین می‌توان تابع

در شکل (۲)، مربعات نشان دهنده متغیرهای مشاهداتی و دایره نمایانگر مجهولات می‌باشند. توزیع y مشروط به مقادیر f بوده که با یک گاوسین ایزوتروپیک به شکل رابطه‌ی γ ارائه می‌شود:

$$p(y | f, X) = N(y, \sigma_n^2 I) \quad (۷)$$

که در آن، I ماتریس همانی می‌باشد. با توجه به ویژگی‌های تابع گوسی، توزیع حاشیه‌ای γ به شکل رابطه‌ی (۸) تعیین می‌شود:

$$p(y | X) = \int p(y | f, X) p(f | X) df = N\left(0, K + \sigma_n^2 I\right) \quad (۸)$$

توزیع ادغام شده مقادیر داده‌های مشاهداتی که خروجی مورد نظر می‌باشند و نیز مقادیر تابع در نقاط تست به صورت رابطه‌ی (۹) نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} y \\ f_* \end{bmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} K(X, X) + \sigma^2 I & K(X, X_*) \\ K(X_*, X) & K(X_*, X_*) \end{bmatrix}\right) \quad (۹)$$

با توجه به رابطه (۸) و استفاده از قواعد استاندارد برای مقید نمودن گاوسین، می‌توان توزیع شرطی را به صورت روابط

$$W^T \phi(X_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i \quad (15)$$

$$y_i - W^T \phi(X_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i$$

$$\xi_i, \xi_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, N$$

که در این روابط: C ثابت گنجایش^۱، W بردار ضرایب، W^T ترانزاده بردار ضرایب، ξ_i و ξ_i ضرایب کمبود^۲، b ضریبی ثابت، N الگوی آموزش مدل و ϕ تابع کرنل است. هر دو الگوریتم ماشین بردار پشتیبان و رگرسیون فرآیند گاوسی از روش‌های یادگیری ماشین مبتنی بر کرنل با فرمول متفاوت می‌باشند. مفهوم تابع کوواریانس در رگرسیون فرآیند گاوسی مشابه تابع کرنل می‌باشد. به منظور استفاده از روش‌های کرنل محور، انتخاب مقادیر بهینه پارامترهای مربوط به تابع کرنل به دلیل تأثیر مستقیم خود در دقت نتایج به دست آمده از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. بررسی‌های انجام شده نشان دهنده این موضوع است که SVM از نظر زمان برای اجرا، کمترین زمان مورد نیاز را دارا می‌باشد [۲۶]. همچنین طبق بررسی‌های [۲۷] تابع کرنل پایه شعاعی نسبت به سایر کرنل‌ها عملکرد بهتری دارد. به همین منظور از تابع کرنل فوق در این تحقیق استفاده گردید.

۲-۲- روابط نیمه تجربی موجود

به منظور مقایسه نتایج به دست آمده از روش‌های کرنل - محور به کار گرفته شده با روابط کلاسیک مرسوم، از دو رابطه، سوامی [۳] و اسکویی و سلماسی [۲۸] استفاده گردید. روابط مذکور در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

۲-۳- معیارهای ارزیابی

به منظور ارزیابی کارایی روش‌های به کار گرفته شده برای تخمین ضریب دبی در پیچه‌های کشویی از پارامترهای آماری ضریب همبستگی (R)، معیار نش- ساتکلیف (NSE) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) مطابق با روابط زیر استفاده شده است.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^T \times (Y_i - \bar{Y})^T} \quad (16)$$

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(X_i - Y_i)^T}{N}} \quad (17)$$

کوواریانس را به صورت $k(x, x' | \theta)$ بیان نمود. برای بسیاری از توابع کرنل استاندارد، پارامترهای کرنل بر اساس انحراف معیار سیگنال (σ_f) و مقیاس طول مشخصه (σ_l) می‌باشند. مقیاس طول مشخصه به معنی فاصله‌ای است که بین متغیرهای ورودی x_i و مقادیر پاسخ همبستگی وجود دارد. ذکر این نکته ضروریست که هر دو پارامتر σ_l و σ_f بایستی مقادیر بزرگتر از صفر داشته باشند که این را می‌توان با پارامتریک نمودن بردار θ به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) اعمال نمود:

$$\theta_1 = \log \sigma_l \quad \theta_2 = \log \sigma_f \quad (12)$$

$$p(\sigma^2, K) = \frac{1}{2} Y^T (K + \sigma^2 I)^{-1} Y + \frac{1}{2} \log |K + \sigma^2 I| - \log p(\sigma^2) - \log(K) \quad (13)$$

برای یافتن هایپر پارامترها، می‌توان مشتق جزئی رابطه نسبت به σ^2 و k را یافت و با کاهش گرادیان به کمینه سازی دست یافت [۲۴].

۲-۱-۲- ماشین بردار پشتیبان

با توجه به تعدد منابع موجود در رابطه با تئوری روش ماشین بردار پشتیبان (SVM) در این قسمت تنها به شرح خلاصه‌ای از این روش پرداخته شده است. مدل رگرسیون بردار پشتیبان مشهور به SVR - اولین بار توسط وپنیک معرفی شد [۲۵]. یک مدل رگرسیونی SVM لازم است وابستگی تابعی متغیر وابسته y به مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل x همانند رابطه (۴) مشخص گردد. بنابراین موضوع اصلی پیدا کردن فرم تابع f است که بتواند به صورت صحیح، موارد جدیدی را که SVM تاکنون تجربه نکرده است پیش‌بینی کند. این تابع به وسیله آموزش مدل SVM روی یک مجموعه داده به عنوان مجموعه آموزش که شامل فرآیندی به منظور بهینه‌سازی دائمی تابع خطا است، قابل دسترسی است. برای این مدل، تابع خطا به صورت رابطه‌ی (۱۴) تعریف می‌شود.

$$\frac{1}{2} W^T W + C \sum_{i=1}^N \xi_i + C \quad (14)$$

تابع خطای مذکور لازم است که با توجه به محدودیت‌های رابطه (۱۵) کمینه گردد.

² Slack Variables

¹ Capacity Constant

جدول ۲: روابط نیمه تجربی به کار رفته در تحقیق

| رابطه | رهیافت | محدوده کاربرد |
|---|----------------------|---------------|
| $C_d = 0.611 \left(\frac{y_t - w}{y_t + 1.5w} \right)^{0.72} \left(0.32 \left(\frac{0.81 \left(\frac{y_t}{w} \right)^{0.72} - y_t}{y_t - y_t} \right)^{0.7} + 1 \right)^{-1}$ | سوامی [۳] | جریان مستغرق |
| $C_d = 0.3865 \left(\frac{y_t}{w} \right)^{1.0676} \left(\frac{y_t}{w} \right)^{-1.4486}$ | اسکویی و سلماسی [۲۸] | جریان مستغرق |

هیدرولیکی که شامل عمق آب در بالادست (y_0)، عمق آب در پایین دست (y_t)، ارتفاع بازشدگی دریچه (w) و دبی در واحد عرض (q) می باشد:

$$C_d = f(y_0, y_t, w) \quad (19)$$

بررسی های تجربی صورت گرفته توسط [۱] و [۳] نشان دهنده تأثیر زیاد عدد بی بعد $\frac{q^2}{gw^3}$ در محاسبه ضریب دبی دریچه های کشویی در شرایط جریان مستغرق می باشد.

$$C_d = f(y_0, y_t, w, Fr^2) \quad (20)$$

با انجام آنالیز ابعادی پارامترهای بدون بعد زیر به منظور تخمین ضریب دبی جریان در دریچه های کشویی به دست می آید:

$$C_d = f\left(\frac{y_t}{w}, \frac{y_0}{w}, \frac{1}{Fr^2}, S\right) \quad (21)$$

که در آن: S میزان استغراق نسبی دریچه (y_t/y_0) می باشد. به منظور دستیابی به مدلهایی با قابلیت اعتماد زیاد، ترکیب های مختلفی از پارامترهای فوق تعریف شده و پس از انجام مجموعه وسیعی از فرآیند سعی و خطا، مدل های برتر انتخاب شدند. مدل های تعریف شده برای تخمین ضریب دبی در جدول ۳ ارائه شده اند.

۴- نتایج و بحث

در این تحقیق، پس از تعیین پارامترهای ورودی، فرآیند مدل سازی ضریب دبی برای ۱۲۲ داده آزمایشگاهی انجام و مقادیر معیارهای ارزیابی در جدول ۴ ارائه شده است.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}_i)^2} \quad (18)$$

که در این روابط X_i بیانگر مقادیر مشاهداتی، Y_i مقادیر محاسباتی، X و Y به ترتیب بیانگر میانگین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی و N تعداد کل داده های موجود است. هر چه مقادیر R و NSE نزدیک به یک و $RMSE$ مقادیر نزدیک به صفر داشته باشند نشان دهنده کارکرد ایده آل مدل مورد نظر خواهد بود. شاخص $RMSE$ فرض می کند که خطاهای بزرگتر، از اهمیت بیشتری نسبت به خطاهای کوچکتر برخوردارند [۲۹].

۳- تعیین پارامترهای ورودی مدل

تعیین و انتخاب پارامترهای ورودی با توجه به تأثیر زیاد خود در دقت نتایج به دست آمده از جمله مراحل مهم در فرآیند مدل سازی با استفاده از روش های هوشمند شناخته می شوند. از این رو در این بخش پارامترهای بدون بعد تأثیرگذار در محاسبه ضریب دبی دریچه های کشویی در شرایط جریان مستغرق معرفی شده و ترکیب های مختلفی از پارامترهای مذکور پس از انجام فرآیند آزمون و خطا جهت مدل سازی به کار گرفته می شوند. با افزایش عمق پایاب در دریچه کشویی، پرش ناشی از آن به محل تنگ شدگی جریان در حالت آزاد رسیده و در این حالت دریچه مستغرق می گردد. به عبارت دیگر در شرایط جریان مستغرق، عمق پایاب از حداکثر عمق ثانویه پرش در حالت جریان آزاد بیشتر می باشد (شکل ۱). بر اساس مطالعات صورت گرفته، مقدار ضریب دبی دریچه های کشویی در شرایط جریان مستغرق تابع پارامترهای

جدول ۳: مدل‌های تعریف‌شده برای تخمین ضریب دبی

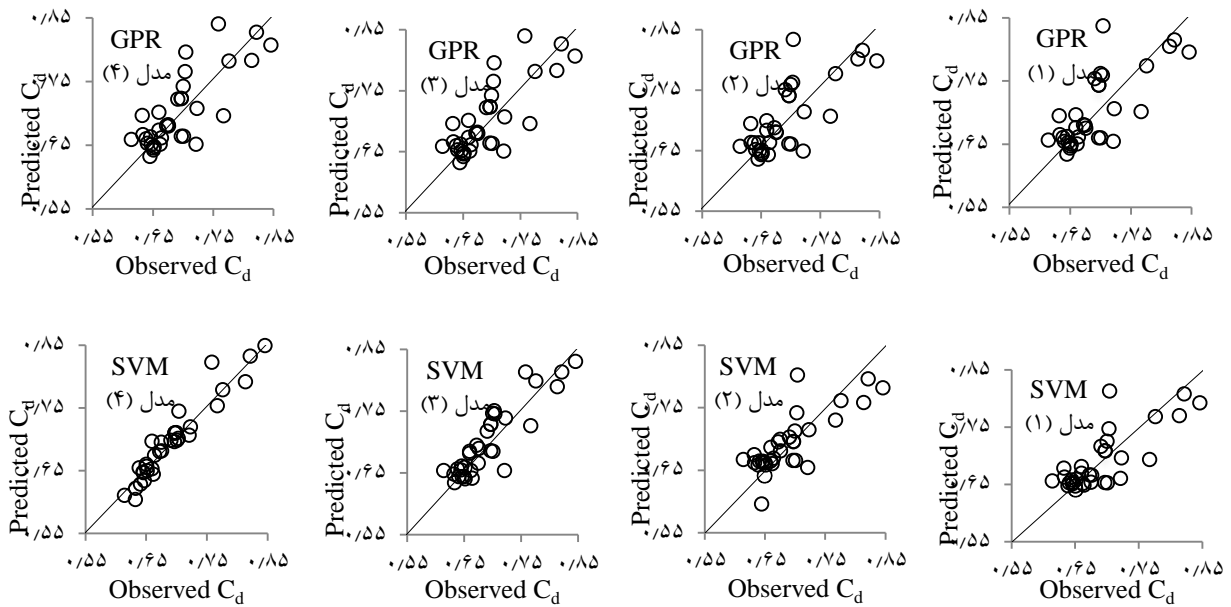
| مدل | پارامترهای ورودی |
|-----|---|
| (۱) | $\left(\frac{y_t}{W}\right)$ |
| (۲) | $\left(\frac{y_t}{W} \cdot \frac{y}{W}\right)$ |
| (۳) | $\left(\frac{y_t}{W} \cdot \frac{y}{W} \cdot \frac{1}{Fr^2}\right)$ |
| (۴) | $\left(\frac{y_t}{W} \cdot \frac{y}{W} \cdot \frac{1}{Fr^2} \cdot S\right)$ |

در تخمین ضریب دبی دریچه کشویی در شرایط جریان مستغرق محسوب می‌شود بررسی مقادیر معیار نش-ساتکلیف در دو مدل (۲) و (۳) نشان می‌دهد که حضور پارامتر $1/Fr^2$ منجر به بهبود نتایج به دست آمده از فنون SVM و GPR می‌گردد. به همین ترتیب به کارگیری پارامتر بدون بعد نسبت عمق پایین دست به عمق بالادست (y_t/y_0) دقت مدل‌سازی را به نحو قابل توجهی افزایش داده است. نمودارهای پراکندگی بین داده‌های مشاهداتی و تخمین زده شده توسط رگرسیون فرآیند گاوسی و ماشین بردار پشتیبان برای داده‌های صحت‌سنجی در شکل (۳) ارائه شده است. به منظور مقایسه دقت روش‌های کرنل محور با روش‌های کلاسیک از دو رابطه مختلف نیمه‌تجربی استفاده شده و نتایج حاصل در جدول ۵ ارائه شده است. بررسی نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش‌های نیمه‌تجربی با دارا بودن مقادیر منفی معیار نش ساتکلیف قابلیت اعتماد کافی را در برآورد ضریب دبی دریچه کشویی تحت جریان مستغرق نداشته و از دقت بسیار کمی نسبت به روش‌های کرنل محور به کار گرفته شده برخوردار می‌باشند. از دلایل عدم کارایی روش‌های نیمه تجربی می‌توان به توسعه آن‌ها با استفاده از محدوده مشخصی از داده‌های آزمایشگاهی و میدانی اشاره نمود.

با در نظرگیری نتایج به دست آمده از فن SVM، مدل (۴) شامل چهار پارامتر ورودی y_t/W ، y/W ، $1/Fr^2$ و S با دارا بودن حداقل مقدار جذر میانگین مربعات خطا ($RMSE=0/018$) و همچنین حداکثر مقادیر ضریب همبستگی ($R=0/97$) و معیار نش-ساتکلیف ($NSE=0/95$) بهترین عملکرد را در تخمین ضریب دبی برای دریچه کشویی در شرایط جریان مستغرق دارا می‌باشد. بررسی و مقایسه بین نتایج به دست آمده از مدل‌های مختلف نشان می‌دهد پارامتر y_t/W به عنوان پارامتر مشترک در مدل‌های ورودی نقشی اساسی در مدل‌سازی مربوط داشته و تأثیر گذارترین پارامتر

جدول ۴: نتایج حاصل از مدل‌سازی ضریب دبی دریچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق

| معیارهای ارزیابی | | | | | | مدل | روش |
|------------------|------|------|-------|------|------|-----|-----|
| صحت‌سنجی | | | آموزش | | | | |
| RMSE | NSE | R | RMSE | NSE | R | | |
| ۰/۰۵۱ | ۰/۶۴ | ۰/۸۱ | ۰/۰۴۸ | ۰/۷۷ | ۰/۸۷ | (۱) | GPR |
| ۰/۰۵۰ | ۰/۶۵ | ۰/۸۲ | ۰/۰۴۷ | ۰/۷۸ | ۰/۸۹ | (۲) | |
| ۰/۰۴۱ | ۰/۷۶ | ۰/۸۷ | ۰/۰۴۵ | ۰/۸۰ | ۰/۸۹ | (۳) | |
| ۰/۰۴۱ | ۰/۷۷ | ۰/۸۸ | ۰/۰۴۴ | ۰/۸۱ | ۰/۸۹ | (۴) | |
| ۰/۰۴۷ | ۰/۶۹ | ۰/۸۳ | ۰/۰۴۵ | ۰/۸۰ | ۰/۸۹ | (۱) | SVM |
| ۰/۰۴۶ | ۰/۷۰ | ۰/۸۴ | ۰/۰۴۶ | ۰/۷۹ | ۰/۸۹ | (۲) | |
| ۰/۰۲۹ | ۰/۸۸ | ۰/۹۴ | ۰/۰۳۲ | ۰/۹۰ | ۰/۹۵ | (۳) | |
| ۰/۰۱۸ | ۰/۹۵ | ۰/۹۷ | ۰/۰۱۳ | ۰/۹۸ | ۰/۹۹ | (۴) | |



شکل (۳): نتایج به دست آمده از رگرسیون فرآیند گاوسی و ماشین بردار پشتیبان برای داده‌های صحت سنجی شده

جدول ۵: نتایج به دست آمده از روش‌های نیمه تجربی

| معیارهای ارزیابی | | | رابطه |
|------------------|--------|-------|----------------------|
| صحت‌سنجی | | | |
| RMSE | NSE | R | |
| ۰/۵۶۳ | -۳۲/۲۱ | -۰/۲۵ | سوامی [۳] |
| ۰/۴۲۲ | -۱۷/۷۲ | ۰/۵۳۷ | اسکویی و سلماسی [۲۸] |

توابع کرنل مختلف در عملکرد ماشین بردار پشتیبان چهار تابع کرنل شامل توابع Linear ، RBF ، Polynomial و Sigmoid انتخاب و عملکرد هر یک در تخمین ضریب دبی دریاچه کشویی با استفاده از پارامترهای ورودی مدل (۴) به عنوان مدل برتر مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج ارائه شده در جدول ۶ نشان می‌دهد که کرنل RBF عملکرد بسیار بهتری در تخمین ضریب دبی از خود نشان می‌دهد و از طرف دیگر به کارگیری کرنل Sigmoid نتایج ضعیفی را به دنبال دارد.

به منظور یافتن مقادیر بهینه پارامترهای مربوط به ماشین بردار پشتیبان (ϵ و C) و همچنین پارامتر مربوط به کرنل پایه شعاعی (γ) از ترکیب دو روش جستجوی گرید و اعتبارسنجی متقابل استفاده گردید. بدین منظور پارامترهای مربوط به ماشین بردار پشتیبان در بازه ۰/۰۰۱-۱۵، با ثابت در نظر گرفتن پارامتر γ بهینه‌سازی شده‌اند. عملکرد هر دو روش GPR و SVM وابستگی شدیدی به انتخاب تابع کرنل مناسب و بهینه‌سازی پارامترهای مربوط دارد. به منظور بررسی تأثیر

جدول ۶: نتایج به دست آمده از ماشین بردار پشتیبان با استفاده از توابع کرنل مختلف

| معیارهای ارزیابی | | | | | | تابع کرنل |
|------------------|--------|------|-------|-------|------|------------|
| صحت‌سنجی | | | آموزش | | | |
| RMSE | NSE | R | RMSE | NSE | R | |
| ۰/۰۱۸ | ۰/۹۵ | ۰/۹۷ | ۰/۰۱۳ | ۰/۹۸ | ۰/۹۹ | RBF |
| ۰/۰۸۶ | -۰/۰۳ | ۰/۴۳ | ۰/۰۸۱ | ۰/۳۷ | ۰/۶۲ | Linear |
| ۰/۰۶۹ | ۰/۳۳ | ۰/۵۸ | ۰/۰۷۱ | ۰/۵۰ | ۰/۷۳ | Polynomial |
| ۰/۰۶۵ | -۱۰/۴۲ | ۰/۰۶ | ۰/۲۵۴ | -۵/۱۹ | ۰/۱۲ | Sigmoid |

۴-۱- تحلیل حساسیت پارامترهای مدل

به منظور بررسی میزان تأثیر پارامترهای مختلف در فرآیند پیش‌بینی ضریب دبی دریچه کشویی از تحلیل حساسیت استفاده گردید. بدین منظور با استفاده از ۱۲۲ داده آزمایشگاهی و حذف هر یک از پارامترهای مدل (۴) به عنوان مدل برتر و آموزش مجدد آن در ماشین بردار پشتیبان، میزان تغییرات پارامترهای آماری بررسی و تأثیرگذارترین پارامترها

معرفی شدند. نتایج حاصل از تحلیل حساسیت در جدول ۷ ارائه شده است. مطابق نتایج به دست آمده، مشاهده می‌شود که با حذف ($1/Fr^2$) پارامترهای آماری کاهش را نشان داده به نحوی که معیار نش-ساتکلیف به دست آمده از ماشین بردار پشتیبان برای داده‌های صحت سنجی از ۰/۹۵ به ۰/۶۶ کاهش پیدا می‌کند.

جدول ۷: نتایج حاصل از تحلیل حساسیت

| معیارهای ارزیابی | | | | | | پارامتر حذف شده | مدل |
|------------------|------|------|-------|------|------|------------------|-----|
| صحت‌سنجی | | | آموزش | | | | |
| RMSE | NSE | R | RMSE | NSE | R | | |
| ۰/۰۳۵ | ۰/۸۲ | ۰/۹۱ | ۰/۰۱۷ | ۰/۹۶ | ۰/۹۸ | $\frac{y_t}{w}$ | (۴) |
| ۰/۰۱۹ | ۰/۹۴ | ۰/۹۷ | ۰/۰۱۱ | ۰/۹۸ | ۰/۹۹ | $\frac{y}{w}$ | |
| ۰/۰۲۹ | ۰/۸۸ | ۰/۹۴ | ۰/۰۳۲ | ۰/۹۰ | ۰/۹۵ | S | |
| ۰/۰۴۹ | ۰/۶۶ | ۰/۸۲ | ۰/۰۴۳ | ۰/۸۲ | ۰/۹۰ | $\frac{1}{Fr^2}$ | |

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق از تعداد ۱۲۲ داده آزمایشگاهی به مدل‌سازی و تخمین ضریب دبی (C_d) با استفاده از فنون محاسبات نرم مانند رگرسیون فرآیند گوسی (GPR) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) پرداخته شد. بدین منظور ترکیب‌های مختلفی از پارامترهای بدون بعد استفاده گردید. خروجی مدل‌های مربوط نشان‌دهنده دقت بالای ماشین بردار پشتیبان در تخمین ضریب دبی بوده است. بررسی حالت‌های مختلف نشان می‌دهد که مدل با پارامترهای ورودی y_t/w ، y/w ، $1/Fr^2$ و S با دارا بودن مقادیر معیارهای ارزیابی ۰/۱۸، $RMSE=0.97$ ، $R=0.97$ و $NSE=0.95$ به عنوان مدل برتر شناخته شده و نسبت به سایر مدل‌ها در تخمین ضریب دبی

منجر به نتایج دقیق‌تری می‌گردد. همچنین با بررسی نتایج حاصل از تحلیل حساسیت مشاهده گردید که پارامتر $1/Fr^2$ نقشی اساسی در تخمین ضریب دریچه‌های کشویی در شرایط جریان مستغرق ایفا می‌نماید. مقایسه روش‌های نیمه تجربی و کلاسیک با نتایج روش‌های به کار رفته در این تحقیق نشان داد که روش‌های SVM و GPR از دقت بسیار زیادی نسبت به روش‌های کلاسیک برخوردار هستند که البته روش SVM دقیق‌تر از بقیه روش‌ها می‌باشد. روش‌های نیمه تجربی به کار گرفته شده در این خصوص، به دلیل دارا بودن مقادیر منفی معیار نش-ساتکلیف به هیچ عنوان قابلیت اعتماد لازم را به منظور تخمین پدیده مورد نظر را ندارند.

مراجع

- [1] H.R. Henry, "A study of flow from a submerged sluice gate", MSc Thesis, Department of Mechanics and Hydraulics, Iowa State Univ., Ames, IA, 1950.
- [2] N. Rajaratnam, and K. Subramanya, "Practical problems of sluice gate flow", *Water Power*, Vol. 21, 1969, pp.112–115.
- [3] P.K. Swamee, "Sluice gate discharge equations", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol.118(1), 1992, pp. 56-60.
- [4] A. Roth, W. H. Hager, "Underflow of standard sluice gate", *Experiments in Fluids*, Vol.27(4), August 1999, pp.339–350
- [5] V. Ferro, "Simultaneous flow over and under a gate", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 126(3), 2000, pp.190-193
- [6] M. Ansar, "Discussion of simultaneous flow over and under a gate by V. Ferro", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 127(5), 2001, pp.325-326.
- [7] Y. Shammaa, D. Zhu, and N.Rajaratnam, "Flow Upstream of Orifices and Sluice Gates", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 131(2), 2005, pp. 127–133.
- [8] G. Belaud, L. Cassan, and J.P. Baume, "Calculation of Contraction Coefficient under Sluice Gates and Application to Discharge Measurement", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 135(12), 2009, pp.1086-1091.
- [9] D. Kim, "Numerical analysis of free flow past a sluice gate", *KSCE Journal of Civil Eng.*, Vol. 11(2), 2007, pp. 127-132
- [10] O. Alminagorta, and G. Merkley, "Transitional Flow between Orifice and Nonorifice Regimes at a Rectangular Sluice Gate", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 135(3), 2009, pp. 382–387
- [11] D. Lozano, L. Mateos, G. P. Merkley, and A. J.Clemmens, "Field calibration of submerged sluice gates in irrigation canals", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 135(6), 2009, pp. 763–773.
- [12] A. Habibzadeh, A. Vatankhah, and N. Rajaratnam, "Role of Energy Loss on Discharge Characteristics of SluiceGates". *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 137(9), 2011, pp. 1079–1084.
- [13] M. Bijankhan, V. Ferro, and S. Kouchakzadeh, "New stage-discharge relationships for free and submerged sluice gates", *Journal of Flow measurement and instrumentation*, Vol. 28, 2012, pp. 50-56
- [14] H . Khalili Shayan, and J. Farhoudi, "Effective parameters for calculating discharge coefficient of sluice gates" *Journal of Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 33, 2013, pp. 96-105.
- [15] F.S .Sauda, "Calibration of submerged multi-sluice gates", *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 53(3), 2014, pp. 663-668.
- [16] H. K. Shayan, J. Farhoudi, and R. Roshan, "Estimation of flow discharge under the sluice and radial gates based on contraction coefficient", *Iranian Journal of Science and Technology. Transactions of Civil Engineering*. 38(C2), 2014, pp. 449.
- [17] M. Bijankhan, and S. Kouchakzadeh, "The hydraulics of parallel sluice gates under low flow delivery condition", *Journal of Flow Measurement and Instrumentation*, 2014.
- [18] R. A. E. H. Rady, "Modeling of flow characteristics beneath vertical and inclined sluice gates using artificial neural networks", *Ain Shams Engineering Journal*. Vol. 7(2), 2016, pp. 917-924.
- [19] R. Norouzi, R. Daneshfaraz, and A. Ghaderi, "Investigation of discharge coefficient of trapezoidal labyrinth weirs using artificial neural networks and support vector machines", *Journal of Applied Water Science*.Vol.9, 2019, pp. 148.
- [20] F. Salmasi, M. Nouri, P. Sihag, and J. Abraham, "Application of SVM, ANN, GRNN, RF, GP and RT models for predicting discharge coefficients of oblique sluice gates using experimental data", *Water Supply*, Vol. 21, 2021, pp. 232–248.
- [21] K. Woycicki, "Deckwalze und Ausfluss unter einer Schütze (Hydraulic jump, roller and outflow from below a

gate)", ETH Zurich, Zürich, Dissertation 639, 1931 [in German].

[22] H.S. Shayan, J. Farhoudi, A.B. Khezerloo, "Theoretical and experimental study of flow from sluice gates", Water Management, 2015, Vol. 167, pp. 152-163.

[23] C. E. Rasmussen, and C. K. Williams, "Gaussian process for machine learning", MIT press, 2006.

[24] M. Pal, and S. Deswal, "Modelling pile capacity using Gaussian process regression", Computers and Geotechnics, Vol. 37(7-8), 2010, pp. 942-947.

[25] V. Vapnik, "Statistical learning theory", Wiley, New York, 1998.

[۲۶] محمد شفيعی نیک آبادی و سيد علی عظیمی، "پیش بینی تقاضا در زنجیره تامین با استفاده از الگوریتم های یادگیری ماشین (مورد مطالعه: زنجیره تامین شرکت ایران خودرو)"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۳، شماره ۴۱، تابستان ۱۳۹۴، صفحه ۱۲۷-۱۳۶.

[۲۷] مهرا له رخشانی مهر، محسن راشکی، محمود میری و مهدی اژدری مقدم، "ارزیابی قابلیت اطمینان قاب‌های خمشی فلزی با استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی و درونیابی تابع پایه شعاعی"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۴، شماره ۴۷، زمستان ۱۳۹۵، صفحه ۲۱-۳۲.

[28] N. Nasehi Oskuyi, and F. Salmasi, "Vertical Sluice Discharge Coefficient", Journal of Civil Engineering and Urbanism, 2012, pp. 108-114.

[۲۹] مهدی اژدری مقدم، نصرت اله امانیان و احسان جعفری ندوشن، "بهینه یابی هندسه سرریز کنگره‌ای مثلثی با استفاده از مدل فازی-عصبی و الگوریتم ژنتیک (مطالعه موردی سد Hyrum در ایالت یوتای آمریکا)"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۵، شماره ۱۹، زمستان ۱۳۸۸، صفحه ۵۷-۶۸.