

آزمون پرش و تخمین اندازه و میزان احتمال وقوع پرش در بازار سهام با استفاده از مدل‌های تلاطم تصادفی

علیرضا نجاریور

دانشجوی دکتری مالی دانشگاه اصفهان

najjarpour@ase.ui.ac.ir

مجتبی رستمی (نویسنده مسئول)

محقق پسا دکتری، صندوق ملی حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور

mojtabarostami1364@yahoo.com

نوع مقاله: علمی- پژوهشی تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۰۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۱۹

چکیده:

یافته‌های جدید نشان می‌دهند که مدل‌های محاسبه تلاطم با مولفه پرش موفق‌تر از مدل‌های بدون مولفه پرش در مدل‌سازی حقایق تلطیف شده در مورد بازار سهام عمل می‌کنند. در این پژوهش بر نقش پرش در بازده شاخص کل بازار بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای روز معاملاتی ۱۳۹۶ تا آخرین روز معاملاتی ۱۳۹۹ تمرکز شده است. رویکرد تجربی که برای این منظور استفاده شده است با روال معمول تخمین پارامترها و انجام آزمون‌های تشخیصی متفاوت است. در این رویکرد زمان‌های پرش، اندازه پرش به همراه تلاطم برآورد می‌گردند. این رویکرد تصویری پویا از نقش این عوامل ارائه می‌دهد و برای تحلیل دوره‌های فشار بازار مفید است. نتایج آزمون وجود پرش با استفاده از فاکتور بیزی نشان دهنده برتری مدل تلاطم تصادفی با مولفه‌های پرش و اثر اهرمی (SVLJ) بر سایر مدل‌هاست. نتایج تخمین مدل SVLJ نشان می‌دهد که تنها دو پرش در بازده شاخص کل با احتمالی بین ۰/۱۵ و ۰/۰۲ در فاصله زمانی داده‌های این پژوهش روی داده است و شش پرش با احتمال بیشتر از ۰/۰۱ در بازده روی داده است. با این وجود، مولفه پرش تا ۱۵/۷۵٪ از تغییرات بازده را در بر می‌گیرد که در نتیجه عدم لحاظ آن در مدل‌سازی به نتایج نادرستی در اندازه‌گیری تلاطم و ریسک منجر خواهد شد. این موضوع از آن جهت با اهمیت است که تعیین سهم پرش‌ها در دوره‌های تنش بازار بسیار مهم است. زیرا ریسک پرش در بازده معمولاً نمی‌تواند پوشش داده شود و سرمایه‌گذاران ممکن است برای تحمل این ریسک‌ها، صرف ریسک زیادی را مطالبه کنند.

طبقه‌بندی JEL: C11، G1، C58

کلیدواژه‌ها: تلاطم تصادفی، پرش، روش‌های بیزی، شاخص کل، اثر اهرمی

۱. مقدمه

تلاطم ورودی مهمی در بسیاری از مدل‌های قیمت‌گذاری است که در تحقیقات تجربی مالی، یکی از مهم‌ترین حقایق تلطیف^۱ شده این است که تلاطم با زمان متغیر است (بنتس^۲ (۲۰۲۱)). در دو دهه گذشته بسیاری از مدل‌های تلاطم برای توصیف تلاطم مالی در طول زمان ایجاد شده‌اند. درک رفتار تلاطم قیمت‌ها برای قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی، اجرای استراتژی‌های پوشش ریسک و برای ارزیابی پیشنهادات نظارتی به منظور محدود کردن جریان‌های سرمایه بین‌المللی مهم است. (اوگنیدیس^۳ (۲۰۱۸)). مدل‌های رایج تلاطم عبارتند از مدل‌های نوع ARCH (انگل^۴ (۱۹۸۲)) و مدل‌های تلاطم تصادفی^۵ (SV) (تایلر^۶ (۱۹۸۶)). برتری مدل‌های SV در مقایسه با مدل‌های نوع ARCH، در این است که یک فرآیند نوفه سفید دیگر برای ارزیابی تغییرات در دینامیک تلاطم در معادله تلاطم پنهان (معادله حالت) اضافه می‌شود. در این زمینه می‌توان به مایر و یو^۷ (۲۰۰۰)، برگ^۸ و همکاران (۲۰۰۴) و شفارد^۹ (۲۰۰۵) مراجعه کرد. همچنین رستمی و مکیان^{۱۰} (۲۰۲۰) با استفاده از مدل SV و SV با اثرات اهرمی به مدلسازی و پیش‌بینی تلاطم در بازار بورس تهران پرداخته‌اند. در سال‌های اخیر، مدل‌های SV به‌طور گسترده در قیمت‌گذاری دارایی و مدیریت ریسک استفاده شده‌اند. از واقعیت‌هایی که به خوبی شناخته شده این است که تغییرات خارجی مانند جابجایی‌های ناگهانی در سری‌های زمانی دارایی‌ها می‌تواند منجر به نوسانات ناگهانی در بازده یا تلاطم دارایی مورد بررسی شود. به منظور ثبت این نوع از ویژگی‌های تجربی، برخی از مولفه‌های پرش^{۱۱} در مدل‌های SV گنجانده شده‌اند تا امکان حرکات بزرگ و گذرا را فراهم کنند. بیتس^{۱۲} (۱۹۹۶) جهش‌های مرتون را در معادله بازده (معادله سیگنال) مدل SV پیشنهاد شده

1. Stylized Fact

2. Bentes

3. Evgenidis

4. Engle

5. Stochastic Volatility (SV)

6. Taylor

7. Meyer & Yu

8. Berg

9. Shephard

10. Rostami & Makiyan

11. Jump

12. Bates

توسط هستون^۱ (۱۹۹۳) اضافه کرد. ایراکر^۲ و همکاران (۲۰۰۳) پرش‌های مرتون مرتبط را هم در بازده و هم در تلاطم در مدل‌های SV اضافه کرد.

تخمین پارامترهای مدل‌های SV با پرش با استفاده از روش‌های استنباط کلاسیکی دشوار است. یونگ و ژانگ (۲۰۱۴) دو دلیل عمده برای این موضوع برمی‌شمارند: (۱) محاسبه تحلیلی تابع راستنمایی این مدل‌ها به دلیل انتگرال‌های چندگانه بعد بالا با روش‌های حداکثر راستنمایی بسیار دشوار است و (۲) روش‌های استنباط کلاسیک تقریباً همواره بر مبنای نظریه مجانبی^۳ قرار دارند که برای این مدل‌ها شناخته شده نیستند. به این دلیل بسیاری از محققین در این حوزه همچون لی^۴ و یو (۲۰۱۲) تکنیک‌های شبیه‌سازی مونت کارلویی زنجیره‌های مارکوفی^۵ (MCMC) را که براساس شیوه بیزی مورد استفاده قرار می‌گیرند را پیشنهاد می‌کنند. روش بیزی براساس استنباط از توزیع پسین قرار دارد و برخلاف روش کلاسیک به منظور استنباط در مورد پارامترهای مدل نیازی به تئوری مجانبی ندارد.

روش بیزی که از تکنیک‌های شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره مارکوف (MCMC) استفاده می‌کند، جایگزین خوبی برای روش‌های کلاسیک است و در سال‌های اخیر عمومیت فراگیری برای تجزیه و تحلیل این نوع مدل‌ها کسب کرده است. (چیب^۶ و همکاران (۲۰۰۲)، لی و یو (۲۰۱۲)، ایراکر و همکاران (۲۰۰۳)) با پیشرفت الگوریتم‌های MCMC و امکانات محاسباتی به سرعت در حال گسترش، تجزیه و تحلیل این مدل‌ها به طور فزاینده‌ای آسان‌تر شده است. از آنجایی که استنتاج بیزی مبتنی بر توزیع پسین است، برای استنباط آماری به نظریه مجانبی نیاز نیست. هدف اصلی این پژوهش اجرای آزمون بیزی معرفی شده توسط یونگ و ژانگ (۲۰۱۴) در مدل SV با پرش‌های مرتون^۷ و تخمین اندازه و زمان پرش در بازده بورس اوراق بهادار ایران است.

این پژوهش تحقیقات پیشین را به دو طریق گسترش می‌دهد. ابتدا عملکرد چند مدل تلاطم تصادفی در مدل‌سازی تلاطم بازده شاخص کل قیمت‌های بازار سهام تهران با استفاده از فاکتور بیزی مورد بررسی قرار می‌دهد (در جدول (۱) بخش ۲ این مدل‌ها معرفی شده‌اند). سپس مولفه پرش را در تابع تلاطم تصادفی (در معادله سیگنال) وارد می‌کند و به مقایسه این دو حالت با یکدیگر و با سایر حالت‌ها می‌پردازد. نتایج این پژوهش

1. Heston

2. Eraker

3. Asymptotic Theory

4. Li

5. Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

6. Chib

7. Merton

حاکمی از این است که نادیده گرفتن مولفه پرش منجر به تخمین بیش از حد تلاطم و در نتیجه ارزیابی نادقیق ریسک در بازار بورس اوراق بهادار تهران خواهد شد. در ادامه ساختار این پژوهش به صورت زیر خواهد بود:

در بخش دوم تصریح مدل‌ها در بخش سوم نحوه برآوردها را شامل می‌شود، در بخش چهارم یافته‌های تجربی مورد بحث قرار می‌گیرد و در بخش پایانی نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲. تشریح مدل‌های تلاطم تصادفی استفاده شده در این پژوهش

پیش از تشریح و توصیف روش پژوهش، مدل‌های تلاطم تصادفی که برای بررسی ویژگی‌های بازده شاخص کل بازار سهام تهران مورد استفاده قرار گرفته‌اند در جدول (۱) به همراه نماد خلاصه‌سازی شده معرفی شده‌اند. شایان ذکر است که در ادامه این پژوهش تنها از فرم خلاصه نویسی شده برای اشاره به مدل‌ها استفاده خواهد شد.

جدول ۱: مدل‌های تلاطم تصادفی استفاده شده در پژوهش

نام اختصاری	توضیح	کد مدل
SV	تلاطم تصادفی پایه‌ای	M_1
SVJ	تلاطم تصادفی با مولفه پرش	M_2
SVL	تلاطم تصادفی با اثر اهرمی	M_3
SVLJ	تلاطم تصادفی با مولفه پرش و اثر اهرمی	M_4

در ادامه ساختار اقتصادسنجی هر کدام از این مدل‌ها توضیح داده خواهد شد.

۲-۱. مدل تلاطم تصادفی پایه‌ای (SV)

با تعریف نرخ بازده شاخص قیمت سهام به صورت $y_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ که به طور تقریبی دارای میانگینی نزدیک به صفر است آنگاه توزیع شرطی بازده سهام مشروط به واریانس نامشهود یا به بیانی دیگر تلاطم پنهان را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$y_t | V_t = \varepsilon_t = V_t^{0.5} U_t, \quad (1)$$

که $U_t \sim N(0,1)$ در رابطه فوق واریانس V_t نامعلوم است. تکنیک‌های فضا حالتی که در مدل‌های SV برای مدل‌سازی تغییرات واریانس بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد شامل یک معادله حالت مارکوفی مانا است (هاروی و دیگران، ۱۹۹۴؛ جاکوایر و دیگران،

۲۰۰۴). با قرار دادن $h_t = \text{Log}(V_t)$ و فرض تبعیت مقدار اولیه h_1 از یک توزیع AR(1) مانا خواهیم داشت:

$$(i) y_t = V_t^{0.5} v_t = \exp\left(\frac{h_t}{2}\right) v_t \rightarrow \text{Signal} \quad (2)$$

$$(ii) h_t = \mu + \phi(h_{t-1} - \mu) + \sigma_\omega \omega_t \quad t > 1 \rightarrow \text{eq; state-space}$$

$$(iii) h_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_\omega}{1-\phi^2}\right)$$

$$(v) \begin{pmatrix} v_t \\ \omega_t \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right)$$

در این رابطه ضریب ϕ با محدودیت فنی $|\phi| < 1$ در معادله (ii) یا معادله حالت تلاطم، پایداری در تلاطم را اندازه‌گیری می‌کند و v_t و ω_t که در طول زمان می‌توانند مستقل یا غیر مستقل (حاوی اثرات اهرمی) از همدیگر باشند دو نوع شوک در دینامیک بازده دارایی می‌باشند. فرآیند $h = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ که در معادلات (ii) و (iii) ظاهر می‌شود غیر قابل مشاهده است. همچنین، مقدار اولیه لگاریتم تلاطم یا h_1 در رابطه (۲) بر اساس یک فرآیند AR(1) مانا توزیع شده است. شایان ذکر است که در معادله $h_t = \mu + \phi(h_{t-1} - \mu) + \sigma_\omega \omega_t$ رابطه‌ی (۲) پارامتر μ میانگین لگاریتم واریانس و σ_ω انحراف استاندارد شوک وارد آمده بر لگاریتم تلاطم را نشان می‌دهند.

۲-۲. مدل تلاطم تصادفی با اثر اهرمی (SVL)

از واقعیت‌های مشاهده شده بسیار مهم در بازارهای سهام عدم تقارن اثرگذاری شوک‌های منفی و مثبت بر تلاطم است. این عدم تقارن برخی اوقات تحت عنوان اثر اهرمی^۲ و برخی اوقات دیگر تحت عنوان صرف ریسک^۳ توصیف می‌شود. نلسون (۱۹۹۱)، گلاستن^۴ و همکاران (۱۹۹۳) و انگل و ان جی^۵ (۱۹۹۳) شواهدی از وجود اثر اهرمی در بازده سهام ارائه کرده‌اند. هال و وایت (۱۹۸۷) شواهدی را ارائه کرده‌اند که نادیده انگاشتن اثر اهرمی زمانی که واقعا وجود دارد منجر به آریبی در تخمین قیمت‌گذاری اختیارات می‌شود. بر همین اساس هاروی و سفارد (۱۹۹۶) توصیفی از مدل

¹. Hyper Parameter

². Leverage Effect

³. Risk Premium Effect

⁴. Glosten

⁵. Engle & Ng

SV فوق ارائه کرده اند که اثر اهرمی را با معرفی ضریب همبستگی میان توزیع
 اخلاط های بازده سهام و لگاریتم تلاطم به صورت $corr(v_t, \omega_{t+1}) = \rho$ در بر می گیرد.
 در این شرایط رابطه (۲) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$(a) y_t = V_t^{0.5} v_t = \exp\left(\frac{\theta_t}{2}\right) v_t \rightarrow \text{Signal} \quad (3)$$

$$(b) \theta_{t+1} = \mu + \phi(\theta_t - \mu) + \sigma_\omega \omega_t \quad t > 1 \rightarrow eq; \text{state-space}$$

$$(c) \theta_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_\omega^2}{1-\phi^2}\right)$$

$$(d) \begin{pmatrix} v_t \\ \omega_{t+1} \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}\right)$$

تمام اجزاء رابطه فوق مشابه رابطه (۲) است. رابطه فوق بیان می دارد که توزیع شرطی
 θ_{t+1} و y_t نرمال دو متغیره می باشد. بنابراین می توان آن را به فرم توزیعی زیر
 بازنویسی کرد (یو، ۲۰۰۵):

$$\theta_{t+1} | \theta_t, \mu, \phi, \sigma_\omega^2 \sim N\left(\mu + \phi(\theta_t - \mu), \sigma_\omega^2\right) \quad (4)$$

$$y_t | \theta_{t+1}, \theta_t, \mu, \phi, \sigma_\omega^2 \sim N\left(\frac{\rho}{\sigma_\omega} e^{\theta_t/2} (\theta_{t+1} (\mu + \phi(\theta_t - \mu))), e^{\theta_t} (1 - \rho^2)\right)$$

علاوه بر این، برخلاف تعریف جاکوایر و دیگران (۲۰۰۴) از اثر اهرمی در مدل SV،
 تعریف اثر اهرمی به صورت فوق با فرضیه بازارهای کارا سازگار است (رستمی و مکیان
 ۱۳۹۹).

۲-۳. مدل تلاطم تصادفی با پرش در معادله بازده یا سیگنال (SVJ)

مدل تلاطم تصادفی با مولفه پرش در بازده مشابه مدل SV است با این تفاوت که شامل
 مولفه پرش در معادله بازده است که اجازه می دهد تا حرکات گذرا و موقت با اندازه
 بزرگ مدلسازی شود. در رابطه زیر مدل تلاطم تصادفی (SV) به همراه پرش (SVJ)
 معرفی شده است:

$$\begin{aligned}
 (i) \quad & y_t = k_t q_t + V_t^{0.5} v_t = k_t q_t + \exp\left(\frac{h_t}{2}\right) v_t \quad \rightarrow \text{Signal} \quad (5) \\
 (ii) \quad & h_t = \mu + \phi(h_{t-1} - \mu) + \sigma_\omega \omega_t \quad t > 1 \rightarrow eq; \text{state - space} \\
 (iii) \quad & h_1 \sim N\left(\mu, \frac{\sigma_\omega}{1 - \phi^2}\right) \\
 (v) \quad & \begin{pmatrix} v_t \\ \omega_t \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \\
 (iv) \quad & q_t \in \{0, 1\}; p(q_t = 1) = \kappa \\
 (iiv) \quad & \psi_t = \log(1 + k_t) \sim N(-0.5\delta^2, \delta^2)
 \end{aligned}$$

در این رابطه، $q_t \in \{0, 1\}$ متغیر پرش با احتمال موفقیت $p(q_t = 1) = \kappa$ می‌باشد. بنابراین، اگر $q_t = 1$ پرش در زمان t روی می‌دهد و اندازه آن برابر با k_t تعیین می‌شود که به صورت $\psi_t = \log(1 + k_t) \sim N(-0.5\delta^2, \delta^2)$ و همکاران (۲۰۰۱). شایان ذکر است که به راحتی می‌توان مدل SVLJ را با افزودن اثر اهرمی به مدل SVJ به دست آورد.

به منظور سادگی در نوشتار روابط، در ادامه این پژوهش بردار پارامترهای روابط (۲) و (۳) که باید برآورد شوند به صورت $\psi = (\mu, \phi, \sigma_\omega, \rho, \mu_k, \sigma_k^2, p)$ و بردار متغیرهای پنهان مدل‌های مختلف به صورت $LC = (h, q, k)$ نشان داده می‌شوند.

۳. روش تخمین

۳-۱. استنباط بیزی به منظور استخراج توزیع پسین پارامترهای مدل‌های مختلف تلاطم تصادفی استفاده شده

به طور کلی استنباط در اقتصادسنجی پارامتری به معنای استخراج اطلاعات در مورد بردار پارامتر ψ با استفاده از نمونه بدست آمده از جامعه است. در رویکرد بیزی، استنباطها براساس توزیع پسین بردار پارامتر ψ صورت می‌گیرد که با استفاده از قضیه بیز بدست می‌آید. براساس این قضیه، توزیع پسین یک پیشامد متناسب با حاصلضرب توزیع پیشین در تابع لگاریتم راستنمایی تغییر می‌کند. به بیان ریاضی قضیه بیز به صورت زیر است:

¹. Andersen

$$\xi(\psi|y) = C \prod_{i=1}^n \xi(y_i|\psi) \xi(\psi), \quad y_i \in \Omega \quad \square \quad (6)$$

در رابطه (۹) فرض شده است که متغیر تصادفی y یک متغیر تصادفی پیوسته و فضای پارامتر بردار پارامترهای ψ مجموعه $\Omega \in \square$ است. اجزا تشکیل دهنده این قضیه که در انجام استنباط بیزی و تفسیر آن بسیار اهمیت دارند عبارتند از:

- $\xi(\psi)$ احتمال حاشیه‌ایی ψ است که احتمال پیشین^۱ ψ نامیده می‌شود و نااطمینانی محقق را درباره مقادیر پارامتر ψ پیش از مشاهده داده‌ها را بیان می‌کند.

- $\xi(\psi|y)$ احتمال شرطی ψ به شرط مصادیق نمونه تصادفی $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ است که احتمال پسین^۲ ψ نامیده می‌شود و نااطمینانی محقق را درباره مقادیر پارامتر ψ پس از مشاهده داده‌ها بیان می‌کند. کلمه پسین در این عبارت نشان دهنده احتمال بعد از مشاهده از اطلاعات y است.

- $\prod_{i=1}^n \xi(y_i|\psi)$ احتمال شرطی داده‌های $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ به شرط بردار پارامتر ψ است که تابع راستنمایی^۳ نامیده می‌شود و نحوه ارتباط داده‌ها را با پارامتر نشان می‌دهد.

- C احتمال حاشیه‌ایی y را نشان می‌دهد و بعنوان یک ثابت نرمال ساز عمل می‌کند تا از اینکه $\xi(\psi|y_i)$ یک مقدار احتمالی باشد مطمئن شویم.

به منظور استنباط آماری (تخمین پارامترها و آزمون فرضیه‌ها) باید فرم تابع راستنمایی و تابع توزیع پیشین مشخص شود. مشخص‌نمایی تابع راستنمایی بستگی به توزیع احتمال داده‌ها دارد. با این حال روشی که بهترین روش مشخص‌نمایی توزیع پیشین و تبدیل اطلاعات ذهنی محقق یا محققین به مقادیر پیشین برای توزیع پارامترها باشد، وجود ندارد.

به‌طور کلی سه دسته مشخص‌نمایی برای توزیع پیشین بردار پارامتر ψ وجود دارد. زمانی که اطلاعاتی مناسب و مفید در مورد پارامتر در دسترس است می‌توان از دسته‌ی خاصی از توابع پیشین که اصطلاحاً پیشین آگاهی بخش^۴ نامیده می‌شوند استفاده کرد. اما در موارد بسیاری، باورهای پیشین مبهم هستند و بنابراین تبدیل آنها به یک پیشین

¹. Prior Probability

². Posterior Probability

³. Likelihood Function

⁴. Informative Prior

آگاهی بخش دشوار است. در این حالت می‌خواهیم بدون آنکه بر استنباط پارامترهای پسین تاثیر بگذاریم نااطمینانی خودمان را درباره پارامترها بیان کنیم. پیشین‌های اصطلاحاً ناآگاهی بخش^۱ برخی اوقات پیشین‌های مبهم یا پیشین‌های پخشی^۲ نیز نامیده می‌شوند. همچنین در بسیاری از شرایط، انتخاب توزیع پیشین تحت تاثیر قابلیت محاسبه توزیع پسین به روش‌های تحلیلی است. استفاده از پیشین‌های مزدوج^۳ تضمین کننده هم‌خانواده بودن توزیع پسین با توزیع پیشین است. بنابراین، در این حالت محاسبه توزیع پسین بردار پارامتر ψ با استفاده از روش‌های تحلیلی و بدون نیاز به روش‌های شبیه‌سازی ممکن خواهد بود. اگرچه در این حالت توزیع‌های پیشین و پسین فرم یکسانی دارند اما پارامترهای آنها متفاوت خواهد بود. زیرا توزیع پسین تحت تاثیر مبادله درست‌نمایی و پیشین با یکدیگر است (رستمی و مکیان (۲۰۱۹)).

نحوه بیان اطلاعات پیشین درباره پارامترها در فرم تحلیلی (یا توزیعی)، $\xi(\psi)$ ، و تحلیل حساسیت استنباط پسین به فرم توزیع پیشین منتخب از مسائل قابل ملاحظه ادبیات بیزی می‌باشد (برگر^۴ (۲۰۰۶)).

نتایج تخمین بیزی در قالب میانگین پسین، انحراف استاندارد پسین و فاصله اعتبار^۵ که مشابه مفهوم فاصله اطمینان در روش کلاسیک است اما متفاوت از آن می‌باشد بیان می‌شود (مکیان و رستمی، ۱۳۹۷).

به دلیل وجود متغیرهای پنهان همچون تلاطم و پرش، استفاده از رابطه (۹) برای محاسبه توزیع پسین و گشتاورهای بردار پارامتر ψ در مدل‌های مختلف تلاطم تصادفی مناسب نیست. زیرا همانگونه که در مقدمه گفته شد، محاسبه تابع را ستنمایی که در رابطه (۹) با عبارت $\xi(y_i | \psi)$ نشان داده شده است بسیار دشوار است. برای کاهش این مشکل محاسباتی، استراتژی شناخته شده‌ی افزایش داده وانگ و تنر^۶ (۱۹۸۷) را می‌توان برای افزایش فضای پارامتر با مولفه‌های بردار LC اعمال کرد. در این صورت توزیع پسین رابطه (۶) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\xi\left(\psi, \underbrace{L, \dots, r}_{LC}\right) = C \prod_{i=1}^n \xi(y_i | \psi, LC) \xi(\psi), \quad (7)$$

1. Non Informative Prior

2. Vague or Diffuse Priors

3. Conjugate Prior

4. Berger

5. Credible Interval

6. Wong & Tanner

برای استنباط پسین پارامترهای مدل متغیرهای پنهان با استفاده از تکنیک‌های شبیه‌سازی MCMC از توزیع پسین هدف نمونه‌گیری می‌شود. دو تکنیک معروف MCMC برای نمونه‌گیری از توزیع هدف عبارتند از (۱) متروپولیس-هستینگ^۱ و (۲) نمونه‌برداری گیبس^۲ (برای آشنایی بیشتر به گلن^۳ و همکاران (۱۹۹۷) مراجعه کنید). در این مطالعه از روش نمونه‌برداری گیبس به منظور نمونه‌گیری از توزیع پسین چندبعدی پارامترها استفاده شده است.

تقریباً تمامی انواع توزیع‌های پسین را با استفاده از این روش تقریب می‌زنند. این روش‌ها برای نمونه‌گیری از توزیع هدف $(\psi, LC | y)$ از تکنیک‌های زنجیره مارکوفی استفاده می‌کنند که هر نمونه تنها به نمونه ماقبل آخر بستگی دارد. با تقریبی از توزیع هدف آغاز می‌کنند و در هر گام از روش دنباله‌ای که بکار می‌برند تقریب‌شان را بهبود می‌بخشند. مهم‌ترین نکته در مورد این روش آن است که در صورت ارگودیک^۴ بودن، توزیع مانای همگرا به توزیع هدف به دست خواهد داد. بدین معنا که با ادامه تکرارها، خواص زنجیره‌های مارکوف دچار جهش و تغییر نمی‌شود و تمام سطح زیر یک توزیع را شبیه‌سازی می‌کند. همچنین شبیه‌سازی توزیع تحت تاثیر مقادیر اولیه قرار نمی‌گیرد.

این الگوریتم نمونه‌برداری بر مفهومی که توزیع تمام شرطی^۵ نام دارد، تکیه می‌کند. در توزیع تمام شرطی، تمام پارامترها و متغیرهای پنهان به جز پارامتر یا متغیر پنهانی که بر آن تمرکز داریم را ثابت نگه می‌داریم. بدین ترتیب به منظور تخمین توزیع پسین حاشیه‌ای مولفه‌های مختلف مدل‌های تلاطم تصادفی که در جدول (۱) ارائه شده‌اند با استفاده از نمونه‌برداری گیبس به صورت زیر عمل خواهیم کرد:

$$\begin{aligned} \psi^{(i)} &\square \left(h^{(i-1)}, q^{(i-1)}, k^{(i-1)} \right) \rightarrow Step_1 \\ k^{(i)} &\square \left(r^{(i)}, h^{(i-1)}, q^{(i-1)} \right) \rightarrow Step_2 \\ q^{(i)} &\square \left(r^{(i)}, h^{(i-1)}, k^{(i)} \right) \rightarrow Step_3 \\ h^{(i)} &\square \left(r^{(i)}, q^{(i)}, k^{(i)} \right) \rightarrow Step_4 \end{aligned} \quad (۸)$$

و با ادامه دادن این کار به تعداد تکرارهای دلخواه، حجم مطلوب نمونه برای تخمین توزیع پسین LC و ψ و گشتاورهای پسین نمونه‌ای متناظر آنها به دست می‌آید)

1. Metropolis-Hasting

2. Gibbs sampling

3. Gelman

4. Ergodic

5. Full Conditional Distribution

ناکاجیما و عاموری (۲۰۰۹)). شایان ذکر است که برخی مدل‌ها شامل متغیرهای پنهان کمتری هستند که با حذف پارامترهای نامربوط در کلیت روش گفته شده تفاوتی ایجاد نمی‌کنند.

۳-۲- مقایسه مدل‌ها با استفاده از فاکتور بیزی

یکی از موضوعات مهم در بررسی تلاطم قیمت‌های نفت خام، انتخاب مدل مناسب برای بازده قیمت است (انتخاب از میان رابطه (۴) تا (۸)) است. روش‌شناسی بیزی این امکان را فراهم می‌کند تا با استفاده از مقایسه نسبت احتمال‌های پسین مدل‌های مختلف، مشروط به داده‌های معلوم، مدلی را که حداکثر احتمال تطابق با داده‌ها را داشته باشد انتخاب کنیم. در این بخش، نمای کلی از مقایسه مدل بیزی از طریق فاکتور بیز^۱ ارائه می‌دهیم.

با فرض آنکه تعداد $\{M_j\}_{j=1}^k$ مدل در دسترس باشد، با استفاده از محاسبه احتمال پسین^۲ مدل به شرط داده‌ها به صورت زیر صورت می‌پذیرد:

$$p(M_j|y) = \frac{p(y|M_j)p(M_j)}{\int_{k \in M} p(y|M_k)p(M_k)dM} \quad (9)$$

با استفاده از تعریف نسبت R_{ji} که نسبت احتمالات پسین محاسبه شده مدل‌های رقیب i و j بر اساس رابطه‌ی فوق است، می‌توانیم معیاری احتمالی برای مقایسه مدل‌های رقیب به صورت زیر فراهم آوریم:

$$R_{ji} = \frac{p(M_j|y)}{p(M_i|y)} = \frac{p(M_j)p(y|M_j)}{p(M_i)p(y|M_i)} \quad (10)$$

$$BF_{ji} = \frac{p(y|M_j)}{p(y|M_i)}$$

که در آن

$$p(y|M_k) = \int p(y|\theta_k, M_k)p(\theta_k|M_k)d\theta_k \quad (11)$$

تابع راستنمایی حاشیه‌ای مدل M_k ($k=i, j$) است. این راستنمایی حاشیه‌ای را می‌توان به عنوان پیش‌بینی چگالی داده‌ها تحت صحت مدل M_k که با استفاده از داده‌های مشاهده شده واقعی y ارزیابی می‌شود تفسیر کرد. بنابراین، اگر داده‌های مشاهده شده

^۱. Bayesian Factor

احتمالاً تو سط مدل M_k ایجاد شده با شند، را ستنمایی حاشیه‌ای مرتبط با آن مدل بزرگ خواهد بود. از آنجایی که راستنمایی حاشیه‌ای اساساً یک ارزیابی پیش‌بینی چگالی است، برای پیچیدگی مدل یک جریمه داخلی دارد. همچنین زمانی که $BF_{ji} \geq 1$ نشان دهنده آن است که به‌زای داده‌های معلوم \mathcal{Y} و پیشین‌های $p(M_i)$ و $p(M_j)$ مدل i با احتمال بیش‌تری به‌طور دقیق‌تری پدیده تحت بررسی را نسبت به مدل i بررسی می‌کند (در صورت تساوی $p(M_j) = p(M_i)$). بنابراین، این روش معیاری از عملکرد مدل‌ها را نسبت به هم به دست می‌دهد. برای اطلاعات بیشتر در مورد فاکتور بیزی می‌توان به کاس و رفتی^۱ (۱۹۹۵) و کوپ^۲ (۲۰۰۳) مراجعه کرد. شایان ذکر است از آنجایی که فاکتور بیز به سادگی نسبت دو راستنمایی حاشیه‌ای^۳ است، محققان تنها راستنمایی‌های حاشیه‌ای مجموعه مدل‌های رقیب را گزارش می‌دهند.

۴. تخمین و تحلیل نتایج

۴-۱. تحلیل توصیفی

در این پژوهش از شاخص کل قیمت‌های بورس اوراق بهادار تهران با تناوب روزانه از تاریخ ۱۳۹۶/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۹/۱۲/۰۶ استفاده شده است.

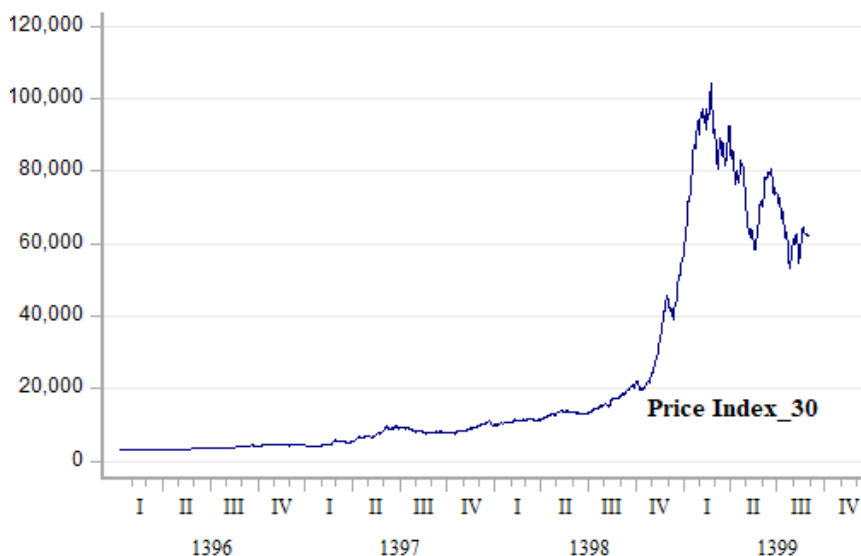
نمودار (۲) داده‌های شاخص قیمت سی شرکت برتر را نشان می‌دهد. نمودار (۱) از ابتدای نمونه تا روز ۲۰ مرداد ۱۳۹۹ روند صعودی در شاخص کل قیمت‌ها را نشان می‌دهد. پس از آن شاخص سقوط می‌کند. در تاریخ ۲۹ دی ماه ۱۳۹۹ شاخص قیمت سی شرکت به کمترین مقدارش در سال ۱۳۹۹ می‌رسد. در نمودار (۱) تحولات شاخص کل قیمت‌ها نشان دهنده نوسانات متغیر در دینامیک قیمت‌هاست که امواج تلاطمی با دامنه‌های مختلف تولید می‌کند.

1. Kass & Raftery

2. Koop

3. Marginal Likelihoods

نمودار ۱: شاخص کل قیمت‌های بورس اوراق بهادار



ماخذ: یافته‌های پژوهش

جدول (۱) شاخص‌های توصیفی خلاصه ساز اطلاعات حاصل از نمونه‌ی داده‌های مورد مطالعه را برای متغیر شاخص کل قیمت و بازده آن را نشان می‌دهد. براساس یافته‌های ارائه شده در جدول (۲) نشان دهنده چولگی منفی و کشیدگی بیشتر از عدد معیار برای توزیع نرمال (ضریب کشیدگی توزیع نرمال برابر با ۳ است) می‌باشد که به ترتیب بیانگر احتمال بالای ضرر نسبت به سود و رخداد اتفاق‌های حدی بیشتر از آنچه توزیع نرمال پیش‌بینی می‌کند در این بازار است.

جدول ۲: آمار توصیفی شاخص کل و بازده

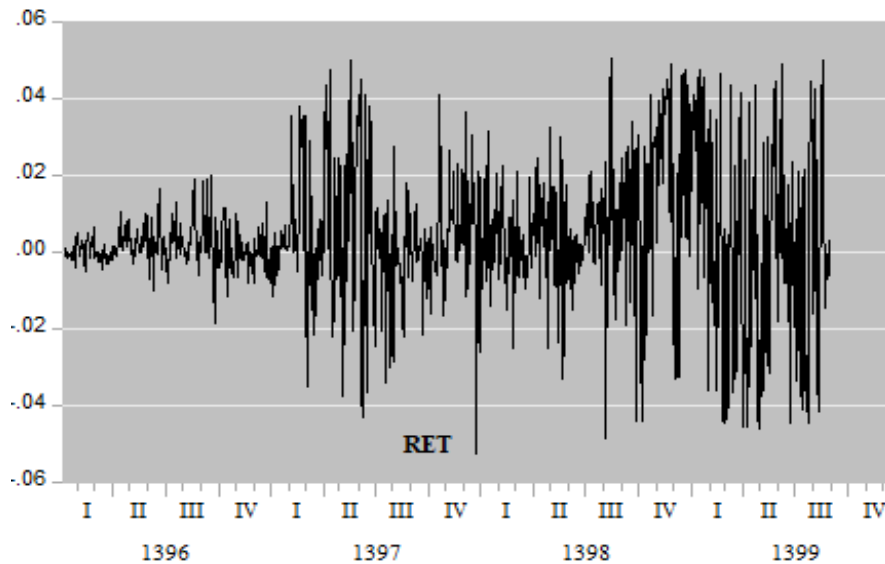
	میانگین	بیشترین	کمترین	انحراف استاندارد	چولگی	کشیدگی
شاخص کل	۲۱۸۷۰/۰۹	۱۰۴۱۷۲	۳۰۴۲/۳	۲۷۱۲۲/۴۱	۱/۵۳۴۲۶۴	۳/۸۵۳۳۱۷
بازده	۰/۰۰۳۱۴۷	۰/۰۵۰۳۷۲	-۰/۰۵۲۷۹	۰/۰۱۷۹۲۳	-۰/۰۴۴۱۵	۶/۸۳۶۱۸۷

ماخذ: یافته‌های پژوهش

نمودار (۲) بازده قیمت سهام را نشان می‌دهد. نوسان‌های بازده و دامنه‌های متفاوت تغییرات آن ویژگی خوشه‌ای بودن تلاطم و تغییر پذیری نوسانات در بازده شاخص کل قیمت سهام را نشان می‌دهد. خوشه‌ای بودن تلاطم دال بر وجود نوعی وابستگی در واریانس شرطی بازده سهام است. همین‌طور، مشاهده می‌شود که با وجود تغییرات تصادفی زیاد در بازده و وجود تلاطم‌های بزرگ، سری زمانی به میانگین سراسری

(غیرشرطی) باز می‌گردد (خاصیت مانایی تلاطم). خط نزولی روند نشان می‌دهد در این دو سال بازار به طور کلی در وضعیت مناسبی نبوده است.

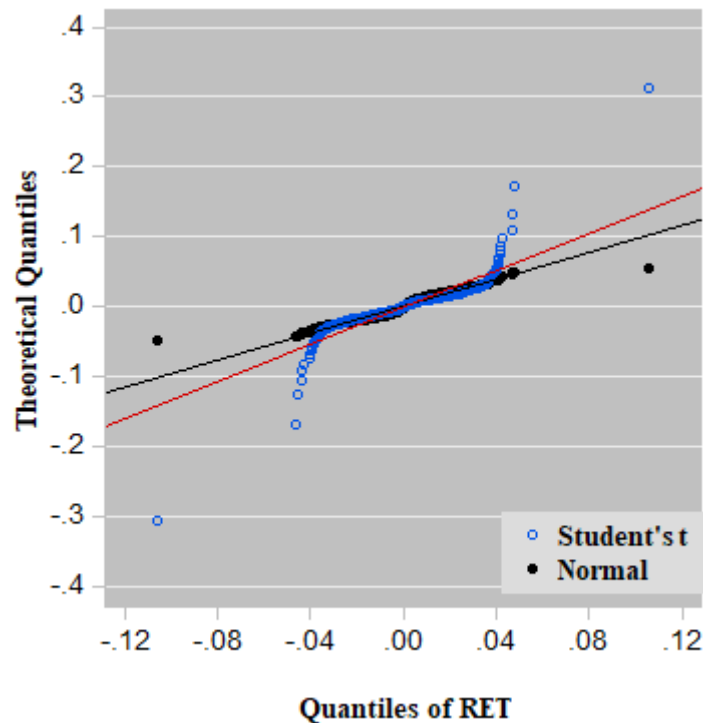
نمودار (۲): بازده شاخص کل قیمت سهام ۳۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار



ماخذ: یافته‌های پژوهش

در نمودار (۳) کوانتیل بازده در مقابل کوانتیل توزیع t و توزیع نرمال نشان داده شده است. شکل این نمودار برای توزیع نرمال به صورت محدب - مقعر می‌باشد که در داده‌های بازده شرکت‌ها بخاطر فروش‌های کوتاه مدت^۱ یا کاهش کلی ذخایر سرمایه شرکت‌ها روی می‌دهد. این موضوع منجر به کشیدگی بالای داده‌های بازده نسبت به توزیع نرمال می‌شود زیرا بازده‌های مثبت بزرگ یا منفی بزرگ بیش‌تر از حالت نرمال روی می‌دهند. با این حال نسبت به توزیع t شکل نمودار مقعر-محدب می‌شود و بیانگر آن است که توصیف توزیع غیرشرطی داده‌های بازده با توزیع t دم‌سبک است و بنابراین، استفاده از توزیع t در مدلسازی تلاطم لازم نیست.

^۱ Selling Short

نمودار (۳): کوانتیل داده‌های بازده در مقایسه با توزیع نرمال و توزیع t 

ماخذ: یافته‌های پژوهش

۲-۴. نتایج تخمین الگوها

در این بخش نتایج تخمین‌های پسین پارامترهای مدل‌های تلاطم تصادفی ارائه می‌شود. این نتایج با استفاده از ۱۰۰ هزار شبیه‌سازی MCMC بدست آمده است که ۳۰ هزار شبیه‌سازی ابتدایی به منظور استنباط دقیق‌تر سوخت شده است و از ۷۰ هزار شبیه‌سازی انتهایی استفاده شده است. نتایج براساس میانگین پسین و انحراف استاندارد (در پرانتز) برای هر ضریب در مدل‌های مختلف گزارش شده است.

جدول (۳): میانگین پسین و انحراف استاندارد (در پرانتز) پارامترها در مدل‌های مختلف تلاطم تصادفی

	SV	SVL	SVJ	SVLJ
σ_{ω}^{-2}	۱۳۳/۳ (۵۹/۴۵)	۶۸۴/۴ (۳۹۵/۱)	۱۲/۳۳ (۵/۶۷۶)	۸۵۳/۳ (۵۷۲/۸)
μ_h	-۹/۴۸۵ (۰/۷۳۳۵)	۱۰/۱۱ (۰/۱۱۵۴)	-۹/۱۸۴ (۰/۶۴۸۹)	-۵/۵۴۸ (۰/۳۳۳۲)

ϕ	۰/۸۸۸۱ (۰/۰۵۷۳)	۰/۹۷۲۶ (۰/۰۱۰۸۴)	۰/۹۷۸۶ (۰/۰۱۰۴۳)	۰/۸۴۷۵ (۰/۰۹۵۷۲)
ρ	- -	-۰/۰۲۷۴۶ (۰/۵۷۵۳)	- -	-۰/۰۴۲۱۵ (۰/۲۹۸۸)
σ_k^{-2}	- -	- -	۰/۵۱۳۹ (۲/۱۴۸)	۰/۴۸۰۱ (۱/۲۲۳)
μ_k	- -	- -	۰/۱۴۴۵ (۶۵/۷)	۰/۳۵۸۷ (۲/۸۹۳)
p	- -	- -	۰/۰۰۴۰۶۴ (۰/۰۰۳۲۴۶)	۰/۰۰۸۸۰۴ (۰/۰۰۱۲۳۴)

ماخذ: یافته‌های پژوهش

در ستون دوم جدول (۳) نتایج تخمین پارامترهای مدل SV گزارش شده است. یافته‌های بدست آمده در این جدول با آمارهای توصیفی ارائه شده در جدول (۲) سازگار است. میانگین بلندمدت تلاطم در این مدل با استفاده از $e^{(\mu_h/2)}$ بدست می‌آید که برابر با

۰,۰۰۸۷ است که با استفاده از رابطه $\frac{\sqrt{240 \times e^{(\mu_h/2)}}}{100}$ متوسط سالیانه تلاطم برابر

خواهد بود با ۰,۰۱۴۴۶ که تقریباً نزدیک انحراف استاندارد بازده است. همچنین ضرایب ϕ و σ_ω^{-2} به ترتیب ضریب دقت توزیع خطای معادله مربوط به تلاطم و پایداری تلاطم در طول زمان است. همانگونه که از نتایج تخمین این دو پارامتر پیداست ضریب دقت نسبت به مدل SVJ بالا و نسبت به مدل‌های با وجود اثر اهرمی پایین است. همچنین پایداری تلاطم ۰,۸۸ است که بسیار نزدیک به یک است و نشان دهنده پایداری بالای تلاطم در طول زمان است. در مدل SVL اثر اهرمی اضافه شده است که در جدول (۳) با پارامتر ρ نشان داده شده است. مقدار این پارامتر برابر ۰,۰۲۷۴۶- است که نشان دهنده تاثیر بزرگتر شوک‌ها یا اخبار منفی به نسبت شوک‌های مثبت بر تلاطم است. با این حال اندازه این اثر در مدل SVL نسبتاً کوچک است و انحراف استاندارد پسین بزرگتر آن (در پراتنز) نشان دهنده غیرمعنادار شدن آن است. با این حال، پارامتر σ_ω^{-2} در این مدل نسبت به مدل SV بسیار بزرگتر است (برابر با ۶۸۴,۴) که نشان دهنده ضرورت وجود پارامتر ρ برای تخمین معادله تلاطم است. این موضوع به این دلیل است که تنها عامل اختلاف این دو مدل (SV و SVL) تنها همین پارامتر است.

ستون سوم و چهارم جدول (۳) تخمین‌های مربوط به دو مدل با مولفه پرش SVJ و SVLJ را نشان می‌دهد. ضریب σ_ω^{-2} که دقت تخمین معادله تلاطم را در مدل‌ها کنترل

می‌کند در مدل SVLJ به نسبت همه مدل‌ها بالاتر است. این موضوع اهمیت مولفه پرش را در تخمین تلاطم نشان می‌دهد. این مدل متوسط احتمال رخداد پرش را برابر با ۰,۰۰۸۸ ارزیابی می‌کند که به معنای رخ دادن دو پرش به طور متوسط در هر سال است. متوسط اندازه هر پرش با ضریب μ_k اندازه‌گیری می‌شود برابر با ۰,۳۵۸۷ ارزیابی شده است. با این حال ضریب دقت تخمین پارامترهای مربوط به مولفه پرش که با σ_k^{-2} نشان داده شده است پایین است که نشان دهنده واریانس بالای تخمین‌هاست. با توجه به آنکه معمولاً در هر سال به طور متوسط انتظار بیش از یک یا دو پرش بیشتر نمی‌رود این تخمین کمبود اطلاعات در این زمینه را بیان می‌کند. ضریب ϕ در مدل SVLJ نسبت به همه مدل‌ها کوچکتر است که به دلیل ورود مولفه پرش در تخمین تلاطم بازده قابل انتظار است زیرا، پرش به تغییرات کوتاه و سریع در بازده اشاره دارد. پس از تفسیر پارامترهای مختلف مدل‌ها، باید براساس معیارهای پذیرفته شده علمی، مدل مناسب را برای مدل‌سازی تلاطم انتخاب کرد. بدین منظور در این پژوهش از فاکتور بیزی استفاده شده است که در بخش بعدی نتایج آن گزارش شده است.

۴-۳. مقایسه مدل‌ها با استفاده از فاکتور بیزی

مدل‌هایی که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته‌اند با استفاده از روش بیزی برآورد شده‌اند. برای محاسبه راستنمایی شرطی این مدل‌ها از رویکردی که لنک و دسربو^۱ (۲۰۰۰) معرفی کردند، استفاده شده است. در مورد محاسبه راستنمایی حاشیه‌ای مدل‌های تلاطم تصادفی همانگونه که چان و گرت (۲۰۱۶) بیان می‌کنند، تابع راستنمایی به صورت تحلیلی در دست نیست و بنابراین؛ استفاده از روش‌های نمونه‌گیری الزامی است. به طور کلی تابع راستنمایی مدل‌های تلاطم تصادفی به صورت (۱۲) قابل بیان است:

$$p(y|\theta) = \int p(y|\theta, h)p(h|\theta)dh \quad (12)$$

که $p(y|\theta, h)$ تابع راستنمایی شرطی (به شرط متغیر پنهان تلاطم h) و $p(h|\theta)$ تابع توزیع پیشین لگاریتم تلاطم h است. اگر $h^{(1)}, \dots, h^{(R)}$ نمونه‌ای تصادفی و مستقل از چگالی $g(\cdot)$ باشد، آنگاه می‌توان تابع راستنمایی $p(y|\theta)$ را با استفاده از برآوردگر نمونه‌گیر ارائه شده در رابطه (۱۳) بدست آورد:

$$p(y|\theta) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R \frac{p(y|\theta, h^{(i)})p(h^{(i)}|\theta)}{g(h^{(i)})} \quad (13)$$

^۱. Lenk & Deserbo

در این پژوهش، $g(\cdot)$ به گونه‌ای انتخاب شده است که بیشترین نزدیکی را با تابع $p(h|y, \theta)$ (توزیع پسین متغیر تصادفی h) داشته باشد.

براساس این توضیحات لگاریتم راستنمایی محاسبه و در جدول (۴) برای مدل‌های مختلف تلاطم تصادفی استفاده شده گزارش گردید. نتایج نشان دهنده آن است که بهترین مدل به منظور مدلسازی تلاطم بازده سهام مدل SVLJ است. در رده دوم مدل SVL قرار می‌گیرد و پس از آن مدل SVJ. برای مقایسه دو به دو مدل‌ها با استفاده از فاکتور بیزی کافی است که لگاریتم حاشیه‌ای هر دو مدل را برهم نقسیم کرد.

جدول ۴: لگاریتم راستنمایی حاشیه‌ای مدل‌های تلاطم تصادفی و انحراف استاندارد متناظر (در پرانتز)

مدل	لگاریتم راستنمایی حاشیه‌ای	رتبه مدل در مقایسه با سایر مدل‌ها	مدل	لگاریتم راستنمایی حاشیه‌ای	رتبه مدل در مقایسه با سایر مدل‌ها
SV	-۹۰۶۳ (۶/۵۳)	۴	SVLJ*	-۱۵۳/۱ (۰/۱۵۷)	۱
SVL	-۱۵۷۹ (۰/۸۴۲)	۲		-	
SVJ	-۵۵۵۸ (۰/۱۴۸)	۳		-	

ماخذ: یافته‌های پژوهش

این نتایج با نتایج تخمین مدل‌ها که در جدول (۳) ارائه شده است نیز سازگار می‌باشد. بنابراین، به منظور مدلسازی مناسب تلاطم شاخص قیمت‌های بازده، افزودن مولفه اهرم و پرش به معادلات تلاطم تصادفی الزامی است.

پس از آنکه با استفاده از معیار لگاریتم راستنمایی شرطی مدل مناسب انتخاب شد، پرش‌ها و زمان وقوع اتفاق افتادن در بازده شاخص قیمت‌های سهام را با استفاده از مدل SVLJ برآورد می‌کنیم. برای محاسبه این مقادیر براساس رابطه (۱۴) عمل می‌کنیم (یونگ و ژانگ (۲۰۱۴))

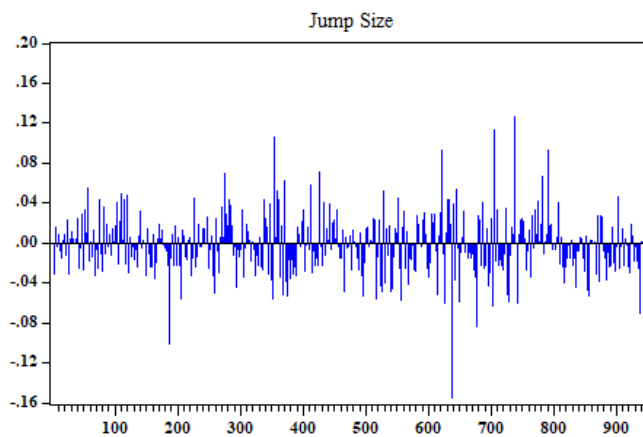
$$Jump_times : \bar{q}_t = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M q_t^{(j)} \quad (۱۴)$$

$$Jump_sizes : \bar{q}_t \bar{k}_t = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M q_t^{(j)} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M k_t^{(j)}$$

در این روابط M نشان دهنده تعداد نمونه‌های استخراج شده از شبیه‌سازی‌ها برای q_t و k_t ، $q_t^{(j)}$ و $k_t^{(j)}$ نشان دهنده j امین نمونه q_t و k_t است. در این پژوهش برای محاسبه این آماره‌ها ۹۵۰ نمونه به حجم ۶۰ هزار شبیه‌سازی تولید گردید که نتایج آنها در نمودار (۴) ارائه شده است.

همانگونه که نمودار (۴) نشان می‌دهد در مشاهده ۶۷۳ که متناظر با تاریخ ۲۶ آبان ۱۳۹۸ می‌باشد یک پرش منفی در بازده شاخص کل اتفاق افتاده است. طبق داده‌های شاخص کل قیمت‌ها، در این روز بازده شاخص قیمت‌ها از -0.002 به -0.03 سقوط کرد که یک پرش -15% ثبت کرده است. همچنین بزرگترین پرش منفی دیگر مربوط به ۱۴ آذر ۱۳۹۸ بوده است که در این تاریخ بازده به کمترین مقدارش در نمونه (-0.04) رسیده است. میزان پرش در بازده در این تاریخ برابر با -0.09% بوده است. با توجه به آنکه بازده در روز معاملاتی پیش از آن 0.01 - بوده است این عدد منطقی است. علاوه بر این، نمودار (۴) نشان می‌دهد که از اواخر سال ۱۳۹۸ تا انتهای سال ۱۳۹۹ تعداد پرش‌های منفی در بازده شاخص کل بسیار بیشتر از پرش‌های مثبت احتمالی بوده است هرچند که عمده این پرش‌ها از نظر اندازه بسیار کوچک می‌باشند. بنابراین، عمده تغییرات در شاخص قیمت‌ها ناشی از پرش در قیمت بوده است.

نمودار (۴): اندازه پرش در بازده سهام محاسبه شده با مدل SVLJ

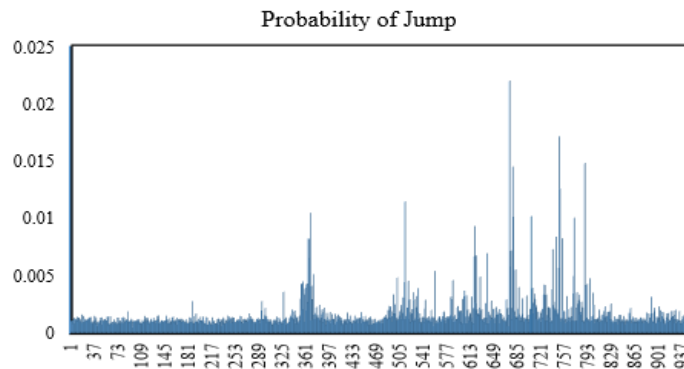


ماخذ: یافته‌های پژوهش

نمودار (۵) احتمال پرش در نقاط مختلف نمونه‌ای نشان می‌دهد. براساس یافته‌های ارائه شده در نمودار (۵)، پرش‌هایی با احتمال وقوع بیشتر از 1% عمدتاً در انتهای سال ۱۳۹۸

و ابتدا و اواسط سال ۱۳۹۹ قرار دارند. با این حال تنها سه پرش با احتمال بالاتر از ۱,۵٪ و شش پرش با احتمال بیشتر از ۰,۰۱ در بازده روی داده است.

نمودار (۵): احتمال وقوع پرش در بازده محاسبه شده با مدل SVLJ



ماخذ: یافته‌های پژوهش

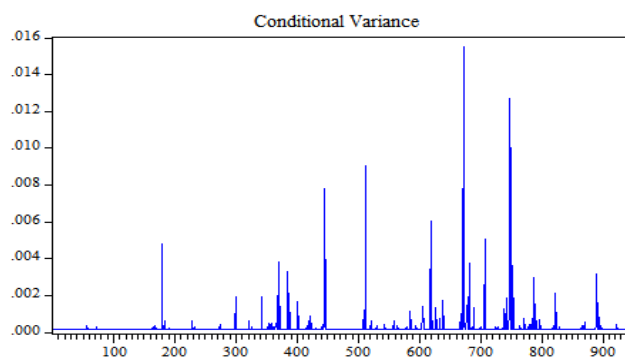
نمودار (۶) تلاطم شرطی یا $\kappa_t = \exp\left(\frac{h_t}{2}\right)$ را نشان می‌دهد که به صورت

$$\bar{\kappa}_t = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \kappa_t^{(j)}$$

محاسبه می‌شود و در آن $\kappa_t^{(j)}$ زامین نمونه از κ_t است.

این نمودار خوشه‌ای بودن تلاطم را نشان می‌دهد. براساس یافته‌های نمودار (۶)، شروع تلاطم‌های بازار از اواسط سال ۱۳۹۷ بوده است که با موج‌های واریانس شرطی نشان داده شده در نمودار (۶) بیان می‌گردد. همچنین روند واریانس شرطی محاسبه شده در نمودار (۶) بیانگر آن است که بیشترین تلاطم‌های بازار مربوط به سال ۱۳۹۸ است و این روند در سال ۱۳۹۹ به دنبال کاهش حجم معاملات در بازار به آرامی کاهش یافته است.

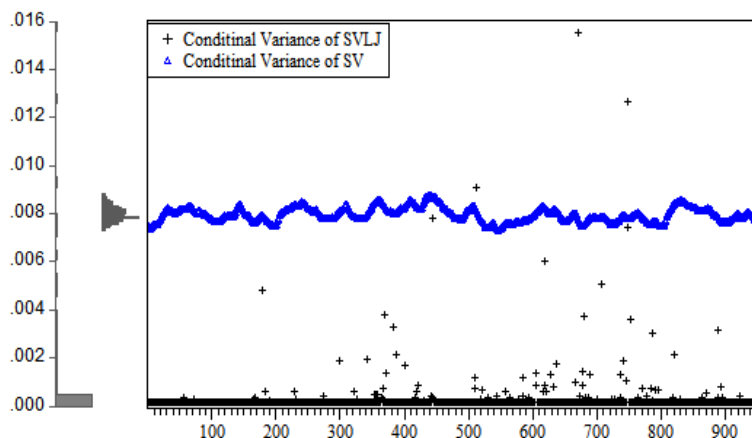
نمودار (۶): واریانس شرطی محاسبه شده با مدل SVLJ



ماخذ: یافته‌های پژوهش

مقایسه تلاطم برآوردی دو مدل SVLJ و SV در نمودار (۷) انجام شده است.

نمودار (۷): مقایسه تلاطم برآوردی دو مدل SVLJ و SV



ماخذ: یافته‌های پژوهش

براساس یافته‌های ارائه شده در نمودار (۷) تلاطم برآوردی بازده شاخص کل در مدل SVLJ نسبت به مدل SV تقریباً کمتر است. این موضوع بخاطر آن است که بخشی از تلاطم برآوردی در مدل SV در نتیجه پرش‌های روی داده در بازده است و با افزودن این مولفه به مدل انتظار می‌رود تلاطم کاهش یابد. بنابراین، نتایج محاسبه تلاطم و ارزیابی ریسک بدون لحاظ کردن مولفه پرش گمراه کننده خواهد بود.

به منظور محاسبه درصد تغییرات در تلاطم در نتیجه پرش در بازده از رابطه (۱۵) استفاده می‌کنیم (ایراکر و همکاران (۲۰۰۳)):

$$\frac{\left(\frac{1}{T} \sum_1^T k_t\right) Var(q_t)}{\left(\frac{1}{T} \sum_1^T h_t\right) + \left(\frac{1}{T} \sum_1^T k_t\right) Var(q_t)} \quad (15)$$

نتایج تخمین این رابطه با ۵۰ هزار شبیه‌سازی در جدول (۵) گزارش شده است:

جدول (۵): محاسبه نسبت پرش در بازده به واریانس کل

ضریب	نسبت پرش در بازده به واریانس کل
میانگین پسین	۰/۱۹۳۸
انحراف استاندارد پسین	۰/۱۴۷۲
خطای شبیه‌سازی مونت کارلو	۰/۰۰۴۳۱۶
میانه پسین	۰/۱۵۷۵

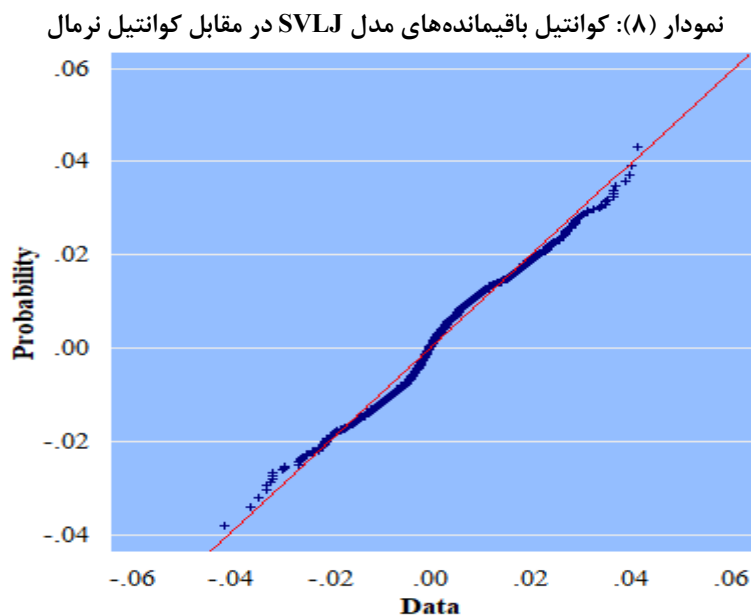
ماخذ: یافته‌های پژوهش

براساس این نتایج ۱۵,۷۵٪ از تغییرات واریانس کل به طور متوسط بخاطر پرش در بازده است (براساس میانه پسین زیرا توزیع پسین نسبت پرش نامتقارن است). بنابراین، در صورت نادیده گرفتن پرش در بازده به طور متوسط واریانس ۱۵,۷۵٪ بیشتر برآورد می‌گردد.

همچنین، نمودار (۸) کوانتیل باقیمانده‌های مدل SVLJ را که با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه شده است (\bar{h}_t و $\bar{q}_t \bar{k}_t$ به شیوه‌ای که در بالا گفته شد محاسبه می‌شود) در مقابل کوانتیل نرمال را نشان می‌دهد.

$$\hat{e}_t = (y_t - \bar{q}_t \bar{k}_t) \exp\left(-\frac{\bar{h}_t}{2}\right) (1 - \rho^2)^{-1} \quad (16)$$

بر اساس یافته‌های ارائه شده در نمودار (۸) باقیمانده‌های مدل SVLJ به صورت نرمال توزیع شده‌اند. بنابراین، مدل SVLJ کفایت لازم برای مدلسازی تلاطم داده‌های بازده سهام را دارد. در مقایسه با نمودار (۳) که کوانتیل داده‌های بازده قیمت سهام را نشان می‌دهد، نمودار (۸) نشان دهنده آن است که کشیدگی بالای توزیع داده‌های بازده شاخص کل توسط مدل SVLJ کنترل شده است.



ماخذ: یافته‌های پژوهش

۶. نتیجه‌گیری

نقش اساسی که تلاطم در بازارهای مالی ایفا می‌کند این است که با ریسک و عدم اطمینان که ویژگی‌های کلیدی در سرمایه‌گذاری، مدیریت ریسک و تخصیص دارایی است مرتبط می‌باشد. واضح است که واریانس بازده قیمت سهام ثابت نیست بلکه در عوض در آن ناهمسانی وجود دارد. در نتیجه، می‌توان تلاطم‌های بازده را مدل‌سازی کرد. اگرچه میانگین بازده تقریباً غیرقابل پیش‌بینی است، اما تلاطم تا حدودی قابل پیش‌بینی است. یک نگاه معمولی به داده‌های مالی نشان می‌دهد که دوره‌هایی وجود دارند که ریسک‌پذیرتر از دوره‌های دیگر هستند. این دوره‌های پرخطر به‌طور تصادفی پراکنده نمی‌شوند و خود همبستگی و خاصیت خوشه‌ای را نشان می‌دهند. در نتیجه، مقدار مورد انتظار نوسانات در بازده در برخی از دوره‌ها بیشتر از دوره‌های دیگر است. مدل‌های نوع SV، که مخفف تلاطم تصادفی هستند، برای بررسی این مسائل طراحی شده‌اند.

در این مقاله چهار مدل مختلف تلاطم تصادفی بررسی گردید. نتایج آزمون فاکتور بیزی نشان دهنده آن است که وجود مولفه‌های اثر اهرمی و پرش برای مدل‌سازی تلاطم در بازده روزانه شاخص کل سهام به نتایج دقیق‌تری می‌انجامد و ویژگی‌های بازار سهام را به شکل مناسب‌تری و با اطلاعات بیشتری بیان می‌کند. نتایج نشان دهنده اهمیت این مولفه در ارزیابی تلاطم بازده سهام است. حذف این مولفه از مدل‌ها به نتایج اشتباه می‌انجامد. زیرا آنها مؤلفه‌ای ندارند که تلاطم‌های شرطی بازده را که به سرعت در حال حرکت است (به بیانی دیگر مولفه پرش)، در بر گیرند. به‌طور دقیق‌تر، نتایج نشان داد که در مشاهده ۶۷۳ که متناظر با تاریخ ۲۶ آبان ۱۳۹۸ می‌باشد یک پرش منفی در بازده شاخص کل اتفاق افتاده است. در این تاریخ اعتراضات ناشی از افزایش قیمت‌های بنزین در ایران روی داده است که میزان پرش ۱۵٪- در بازده سهام را ثبت کرده است بدون لحاظ کردن مولفه پرش قادر به مدل‌سازی رویدادهای مشابه این حالت نخواهیم بود و در نتیجه ریسک بازار را بیش از اندازه تخمین خواهیم زد. همچنین نتایج پژوهش با مدل SVLJ نشان دهنده آن است که ۱۵٫۷۵٪ از تغییرات واریانس کل به‌طور متوسط بخاطر پرش در بازده است که مقداری نسبتاً بزرگ است و سیاست‌گذاران بازارهای مالی در ایران باید این موضوع را جدی بگیرند. زیرا، می‌تواند بر مشارکت مردم در بازار سهام تهران تاثیر منفی بگذارد و مسیر توسعه کشور را مختل کند (به دلیل پیش‌بینی و برآورد ناصحیح بیش از حد تلاطم در نتیجه‌ی نادیده گرفتن پرش در بازده).

منابع:

- رستمی، مجتبی و مکیان، سید نظام الدین. (۸۰۱۳۹). آزمون ریشه واحد بیزی با لحاظ مشاهدات پرت: مطالعه موردی بازده روزانه ۵۰ شرکت فعال بورس تهران، *مدلسازی اقتصادیسنجی*، ۴(۳): ۵۹-۸۶.
- Andersen, T. G. & Benzoni, L. (2009), Realized volatility. In T. G. Andersen, R. A. Davis, J.-P. Kreiss, & T. V. Mikosch (Eds.), *Handbook of financial time series* (pp. 555–576), Berlin, Heidelberg: Springer.
- Bentes, S. R. (2021), How COVID-19 has affected stock market persistence? Evidence from the G7's. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 581, 126210.
- Chan, J. C. & Grant, A. L. (2016), Modeling energy price dynamics: GARCH versus stochastic volatility, *Energy Economics*, 54: 182-189.
- Charles, A. & Darné, O. (2017), Forecasting crude-oil market volatility: Further evidence with jumps, *Energy Economics*, 67: 508-519.
- Chen, L., Zerilli, P. & Baum, C. F. (2019), Leverage effects and stochastic volatility in spot oil returns: A Bayesian approach with VaR and CVaR applications, *Energy Economics*, 79: 111-129.
- Chou, R.Y. (1988), Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using GARCH, *Journal of Applied Econometrics*, 3: 279–294.
- Crisostomo, R. (2015), An analysis of the Heston stochastic volatility model: Implementation and calibration using MATLAB. arXiv Preprint. <https://arxiv.org/abs/1502.02963>.
- Engle, R. F. (1982), Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987-1007.
- Eraker, B., Johannes, M. & Polson, N. (2003), The impact of jumps in volatility and returns, *The Journal of Finance*, 58(3): 1269-1300.
- Evgenidis, A. (2018), Do all oil price shocks have the same impact? Evidence from the euro area, *Finance Research Letters*, 26: 150-155.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A. & Rubin, D. B. (2013), *Bayesian data analysis*, CRC press.
- Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S. & Rubin, D.B. (2004), *Bayesian data analysis*, 2nd edn. London: Chapman & Hall.
- Geweke, J. (1989), Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration, *Econometrica*, 57: 1317-1339.
- Glosten, L.R., Jaganathan, R. & Runkle, D.E. (1993), On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance*, 48(5): 1779-1801.

- Hoeting, J. A., Madigan, D., Raftery, A. E. & Volinsky, C. T. (1999), Bayesian Model Averaging: A Tutorial, *Statistical Science*, 14 (4): 382–417.
- Hull, J. & White, A. (1987), The pricing of options on assets with stochastic volatilities, *Journal of Finance*, 42: 281–300.
- Jacquier, E., Polson, N. & Rossi, P. (2004), Bayesian analysis of stochastic volatility models with fat-tails and correlated errors, *Journal of Econometrics*, 122: 185–212.
- Jeffreys, H. (1939), *Theory of Probability*, Oxford: Oxford University Press.
- Kim, S., Shephard, N. & Chib, S. (1998), Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models, *Review of Economic Studies*, 65: 361–393.
- Larsson, K. & Nossman, M. (2011), Jumps and stochastic volatility in oil prices: Time series evidence, *Energy Economics*, 33(3): 504-514.
- Lee, S. W. & Hansen, B. E. (1994), Asymptotic Theory for the GARCH (1, 1) Quasi-Maximum Likelihood Estimator, *Econometric Theory*, 10: 29–52.
- Lin, Y., Xiao, Y. & Li, F. (2020), Forecasting crude oil price volatility via a HM-EGARCH model, *Energy Economics*, 87: 104693.
- Mandelbrot, B. (1963), The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, 36: 394–419.
- Meyer, R., & Yu, J. (2000), BUGS for a Bayesian analysis of stochastic volatility models, *Econometrics Journal*, 3: 198–215.
- Nakajima, J. (2009), Bayesian analysis of GARCH and stochastic volatility: Modeling leverage, jumps and heavy-tails for financial time series [Technical report Mimeo], Department of Statistical Science, Duke University.
- Nelson, D.B. & Foster, D.P. (1994), Asymptotic Filtering Theory for Univariate ARCH Models, *Econometrica*, 62:1–41.
- Nelson, D.B. (1991), Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, 59: 347–370.
- Omori, Y., Chib, S., Shephard, N. & Nakajima, J. (2007), Stochastic volatility with leverage: Fast and efficient likelihood inference, *Journal of Econometrics*, 140(2): 425-449.
- Oyuna, D. & Yaobin, L. (2021), Forecasting the Crude Oil Prices Volatility with Stochastic Volatility Models. *SAGE Open*, 11(3): 21582440211026269.
- Poterba, J. M. & Summers, L. H. (1988), Mean reversion in stock prices: Evidence and implications, *Journal of financial economics*, 22(1): 27-59.
- Rostami, M. & Makiyan, S. (2019), Bayesian Unit Root Test with Outliers Observations: The Case of Daily Returns of 50 Active in Tehran Stock Exchange Companies, *Journal of Econometric Modelling*, 4(3): 59-86. doi: 10.22075/jem.2019.17640.1295.(in Persian)

- Rostami, M. & Makiyan, S. N. (2020), Modeling Stock Return Volatility Using Symmetric and Asymmetric Nonlinear State Space Models: Case of Tehran Stock Market, *Journal of Economic Modeling Research*, 11(41): 197-229. (in Persian)
- Sadorsky, P. (2005), Stochastic volatility forecasting and risk management, *Applied Financial Economics*, 15: 121–135.
- Sadorsky, P. (2006), Modeling and forecasting petroleum futures volatility, *Energy Economics*, 28(4): 467–488.
- Schwert, G.W. (1989), Why Does Stock Market Volatility Change Over Time? *Journal of Finance*, 44: 1115–1153.
- Shephard, N. (Ed.). (2005), *stochastic volatility: selected readings*, Oxford University Press on Demand.
- Śmiech, S., Papież, M., Rubaszek, M. & Snarska, M. (2021), The role of oil price uncertainty shocks on oil-exporting countries, *Energy Economics*, 93: 105028.
- Stock, J.H. & Richardson, M.P. (1989), Drawing Inferences from Statistics Based on Multi-Year Asset Returns, *Journal of Financial Economics*, 25: 323–348.
- Tanner, M. A. & Wong, W. H. (1987), The calculation of posterior distributions by data augmentation, *Journal of the American statistical Association*, 82(398): 528-540.
- Taylor, S.J (1986). *Modelling Financial Time Series*. John Wiley, New York.
- Withers, S. D. (2002), Quantitative Methods: Bayesian Inference, *Bayesian Thinking, Progress in Human Geography*, 26 (4): 553–566.
- Yong, L. & Zhang, J. (2014), Bayesian testing for jumps in stochastic volatility models with correlated jumps, *Quantitative Finance*, 14(10): 1693-1700.
- Yu, J. (2005), On leverage in a stochastic volatility model, *Journal of Econometrics*, 127(2): 165-178.
- Zhong, M., Darrat, A. F. & Anderson, D. C. (2003), Do US stock prices deviate from their fundamental values? Some new evidence, *Journal of banking & finance*, 27(4): 673-697.