



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>



## Research Article

# Kinematics and workspace analysis of a 3DOF parallel reconfigurable robot

Mohammad Reza Salehi Kolahi<sup>1</sup>, Hossein Moeinkhah<sup>1\*</sup>, Hossein Rahmani<sup>1</sup>, Ardashir Mohammadzadeh<sup>2</sup>

1.Department of Mechanical Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

2.Department of Electrical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran

\*Corresponding Author: [hmoein@eng.usb.ac.ir](mailto:hmoein@eng.usb.ac.ir)

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 13 January 2023

Revised: 15 January 2023

Accepted: 21 January 2023

### Keywords:

Parallel robot,  
Reconfigurable structure,  
Kinematics,  
Workspace,  
Singular points.

## ABSTRACT

Parallel robots are widely used in many industrial and medical applications. Reconfigurable parallel robots could be defined as a group of parallel robots that can have different geometries, thus obtaining different degrees of freedom derived from the basic structure. These robots have some disadvantages like having erratic workspace and singular points in the workspace. These limitations should be studied for proper usage of parallel manipulators. This paper presents the kinematics and workspace analysis of a 3DOF parallel reconfigurable robot. This robot has two different configurations. The first configuration is a Tricept robot (3UPS-PU) and the second is a fully Spherical robot (3UPS-S). The kinematic equations are derived based on the geometry of the system and then Jacobian matrices are determined via velocity loop closure analysis. The kinematic model is verified by the results obtained from robot simulation in ADAMS software. Then, the workspace of the robot is determined by considering the kinematic constraints.

© 2023 Published by Semnan University Press.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.29590.2395>

## How to cite this article:

Salehi Kolahi, M. R., Moeinkhah, H., Rahmani, H., & Mohammadzadeh, A. (2023). Kinematics and workspace analysis of a 3DOF parallel reconfigurable robot. *Journal of Modeling in Engineering*, 21(73), 171 -185.  
doi: 10.22075/jme.2023.29590.2395

## تحلیل سینماتیک و فضای کاری یک ربات موازی سه درجه آزادی با پیکربندی متغیر

محمد رضا صالحی کلاهی<sup>۱</sup>، حسین معین خواه<sup>۲\*</sup>، حسین رحمانی<sup>۳</sup> و اردشیر محمدزاده<sup>۴</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: پژوهشی دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۲۰ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۲۲ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۰۱	ربات‌های موازی در بسیاری از زمینه‌های صنعتی و پزشکی نظیر ماشین ابزار، شبیه‌ساز پرواز، توان بخشی، جراحی و غیره به صورت گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌اند. ربات‌های موازی را می‌توان با قابلیت پیکربندی متغیر نیز طراحی نمود. این قابلیت امکان در اختیار داشتن ربات‌هایی با درجات آزادی متفاوتی را بر پایه یک ساختار اصلی به کاربر می‌دهد. ربات‌های موازی دارای محدودیت‌هایی نظیر کوچک و نامنظم بودن فضای کاری و وجود نقاط تکین در آن فضا می‌باشند که برای استفاده مناسب از این نوع ربات‌ها بایستی سینماتیک و فضای کاری آن‌ها مورد بررسی قرار گیرد. در این پژوهش تحلیل سینماتیک و فضای کاری یک ربات موازی سه درجه آزادی با پیکربندی متغیر مورد بررسی قرار می‌گیرد. این ربات قابلیت تغییر پیکربندی بین دو حالت تریسپت (دو درجه آزادی دورانی و یک انتقالی) و کروی (سه درجه آزادی دورانی) را دارا می‌باشد. به منظور انجام تحلیل سینماتیک، با استفاده از روش هندسی، معادلات سینماتیک معکوس استخراج و سپس با تحلیل سرعت، ماتریس‌های ژاکوبین استخراج می‌گردند. جهت اعتبار سنجی معادلات سینماتیکی، نتایج حل این معادلات با خروجی شبیه‌سازی ربات در نرم افزار ادامز مقایسه شده است. با مطالعه توزیع دترمینان ماتریس ژاکوبین و شاخص وضعیت سینماتیکی، وضعیت تکینگی‌های درون فضای کار تعیین شده و سپس فضای کاری ربات با لحاظ نمودن قیود سینماتیکی و حذف نقاط تکین، به صورت جستجوی نقطه به نقطه فضا، به دست می‌آید. از نتایج این پژوهش می‌توان برای طراحی مسیر جهت کاربردهای پزشکی و صنعتی استفاده نمود.
<b>واژگان کلیدی:</b> ربات موازی، پیکربندی متغیر، سینماتیک، فضای کاری، نقاط تکین.	

### ۱- مقدمه

گونه‌ای طراحی می‌گردند که قابلیت تغییر موقعیت پایه‌ها، تغییر نوع مفاصل، اضافه کردن یا حذف پایه‌ها و یا قفل شدن آن‌ها را داشته باشند. در مقایسه با ربات‌های هندسه ثابت، این ربات‌ها انعطاف‌پذیری کاربردی بسیار بالاتری دارند [۱، ۲].

ربات‌های موازی به دلیل دارا بودن ویژگی‌های مطلوبی از جمله، دقت، سرعت، استحکام و ظرفیت بالای حمل بار در

ربات‌ها با قابلیت پیکربندی متغیر به گروهی از ربات‌ها اطلاق می‌شود که دارای قابلیت تغییر سریع هندسه بر پایه‌ی یک ساختار اصلی و ثابت می‌باشند. بنابراین این دسته از ربات‌ها فضاهای کاری متفاوتی را در اختیار کاربر قرار می‌دهند. قابلیت تغییر هندسه با استفاده از تغییر در اعضای زنجیره سینماتیکی صورت می‌گیرد. این ربات‌ها به

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: hmoein@eng.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۲. دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۳. دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۴. استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه بناب، بناب، ایران.

نیروی در شرایط بهینه قرار می‌دهند. با این روند ربات برای کاربرد خاص خود از لحاظ عملکردی سینماتیکی و دینامیکی در شرایط مناسبی قرار می‌گیرد. بر این اساس، بررسی عملکرد ربات‌های موازی به صورت گسترده مورد توجه پژوهش‌گران قرار گرفته است [۱۲، ۱۳].

با توجه به این نکته که محاسبات سینماتیکی مقدمه تحلیل‌های دیگر از جمله دینامیک، کنترل و طراحی مسیر می‌باشد، در این پژوهش، به معرفی و تحلیل سینماتیکی یک نوع ربات موازی سه درجه آزادی با پیکربندی متغیر پرداخته می‌شود. نوآوری‌های این پژوهش به شرح زیر خلاصه می‌گردند.

- معرفی و استخراج معادلات سینماتیکی یک ربات موازی سه درجه آزادی با پیکربندی متغیر و اعتبار سنجی آن‌ها با نرم افزار ادامز.
- شناسای نواحی تکین و بررسی فضای کاری ربات.

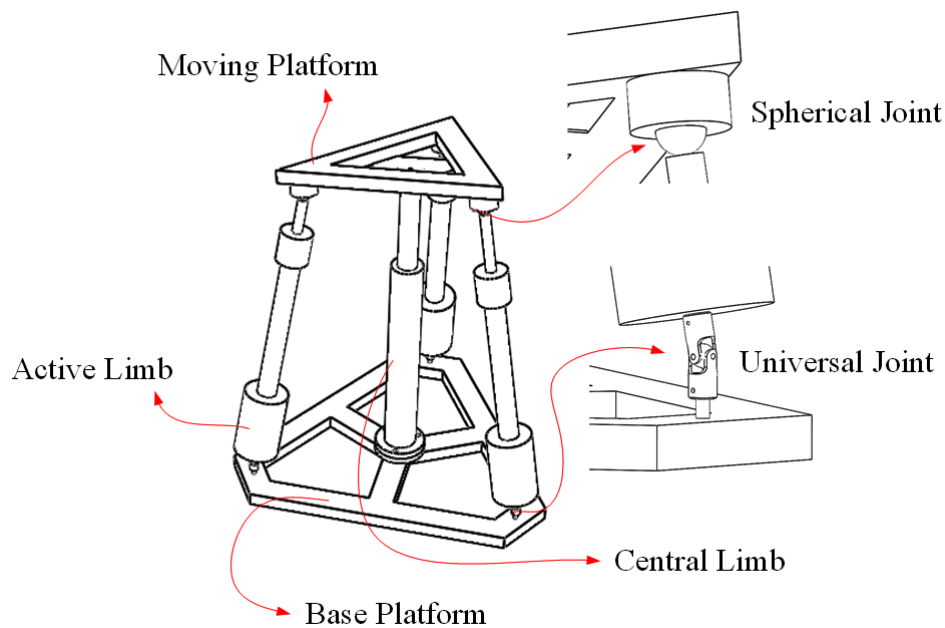
ساختار این مقاله بدین صورت است: ابتدا در بخش ۲ پیکربندی ربات تشریح می‌گردد. در بخش ۳ که به تحلیل سینماتیک اختصاص دارد، ابتدا مکانیزم ربات و پارامترهای آن معرفی شده و معادلات سینماتیکی استخراج می‌شوند. سپس با تحلیل سرعت، ماتریس ژاکوبین به دست می‌آید. در بخش ۴ نیز به شرح نتایج عددی پرداخته می‌شود.

## ۲- پیکربندی ربات

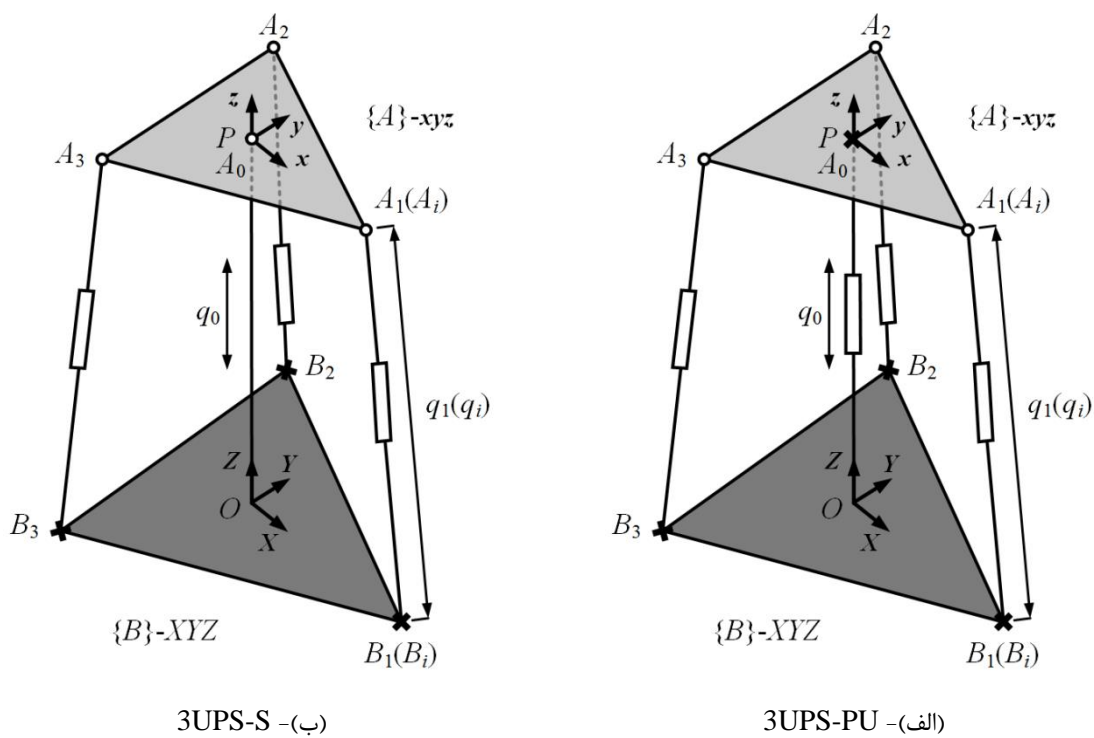
همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، ربات موازی مورد مطالعه از دو صفحه ثابت و متحرک تشکیل شده است. صفحه متحرک توسط سه پایه‌ی دو عضوی یکسان و فعال به صفحه ثابت متصل شده است. هر یک از سه پایه فعال، شامل اتصال کروی با صفحه متحرک، اتصال کشویی در وسط پایه و اتصال یونیورسال با صفحه ثابت می‌باشد، که اتصالات کشویی دارای محرک هستند. یک پایه میانی منفعل نیز در این ربات وجود دارد. به کمک این پایه میانی می‌توان دو پیکربندی متفاوت با سه درجه آزادی را برای ربات تعریف نمود. در حالت اول، پایه میانی دو عضوی بوده و توسط یک مفصل یونیورسال به صفحه متحرک متصل می‌شود. در حالت دوم، پایه وسط توسط یک مفصل کروی به صفحه متحرک اتصال دارد و مفصل کشویی این پایه قفل می‌باشد. بنابراین در این حالت می‌توان پایه وسط را تک عضوی در نظر گرفت.

سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. هر چند در ابتدا پژوهش‌گران بیشتر بر ربات‌هایی با شش درجه آزادی متمرکز بودند، در سال‌های اخیر مطالعات به صورت گسترده‌ای بر ربات‌هایی با درجات آزادی کمتر متمرکز شده است. دلیل این محبوبیت ناشی از محاسبات سینماتیکی و دینامیکی ساده‌تر و هزینه پایین ساخت این ربات‌ها می‌باشد. علاوه بر این، در عین سادگی مکانیزم دارای استحکام بالایی هستند و می‌توانند حرکت‌هایی با دقت بالا را ایجاد کنند. از طرفی، برای کاربردهای مختلف در رباتیک همیشه به شش درجه آزادی نیازی نیست [۳-۵]. ربات‌های موازی با قابلیت پیکربندی متغیر، پتانسیل بسیار بالایی برای استفاده در زمینه‌های مختلف صنعتی و پزشکی دارند. در ابتدا این گروه از ربات‌ها برای استفاده به عنوان ماشین‌های ابزار معرفی شدند [۶، ۷]. پس از آن این گروه از ربات‌ها بسیار مورد توجه قرار گرفتند. تا کنون جهت کاربردهای گوناگون صنعتی انواعی از این ربات‌ها طراحی و ساخته شده‌اند. این گروه از ربات‌ها علاوه بر کاربردهای صنعتی، برای کاربردهای پزشکی نظیر توانبخشی [۸] و جراحی [۹] نیز مورد توجه بوده‌اند.

در کنار ویژگی‌های مطلوب قابل توجه، ربات‌های موازی (با پیکربندی ثابت یا متغیر) دارای معایبی از جمله فضای کار کوچک و ترکیب‌بندی‌های تکین می‌باشند که لازم است در فرآیند طراحی مدنظر قرار گرفته و از عملکرد مطلوب ربات برای کاربرد مدنظر اطمینان حاصل شود. با تعیین شاخص‌های عملکردی و بهینه‌سازی آن‌ها می‌توان به رباتی با شرایط بهینه دست یافت. معیارهای مختلفی برای ارزیابی عملکرد ربات‌های موازی پیشنهاد شده است. مهم‌ترین شاخص‌های عملکردی در دو حوزه فضای کاری و نیرویی ربات‌های موازی تعریف می‌گردند [۱۰، ۱۱]. با استفاده از شاخص‌های فضای کاری، می‌توان پارامترهای طراحی ربات را به گونه‌ای تعیین نمود که ضمن دستیابی به یک حجم مورد نظر از فضای کاری، ناحیه‌های تکین در فضای کاری ربات کوچک شوند و ربات از این حالت‌ها دور شود. از طرفی در ابعاد و اندازه ربات نیز صرفه‌جویی خواهد شد. تعیین برخی از شرایط کاری ربات مانند دقت موقعیت پذیری و کمینه یا بیشینه سرعت (دورانی و خطی) در موقعیت پذیری مجری نهایی نیز با تحلیل شاخص‌های حوزه فضای کاری امکان‌پذیر است. شاخص‌های نیرویی نیز ربات را از لحاظ



شکل ۱- پیکربندی ربات موازی 3UPS-PU/S



3UPS-S - (ب)

3UPS-PU - (الف)

شکل ۲- شماتیک دو پیکربندی متفاوت ربات، (الف) - 3UPS-PU و (ب) - 3UPS-S

به صورت رابطه (۳) تعریف می‌کنیم.

$$\chi = [\chi_1 \quad \chi_2 \quad \chi_3]^T = [\phi_X \quad \phi_Y \quad h]^T \quad (2)$$

$$\chi = [\chi_1 \quad \chi_2 \quad \chi_3]^T = [\phi_X \quad \phi_Y \quad \phi_Z]^T \quad (3)$$

با مشخص بودن موقعیت و جهت‌گیری صفحه متحرک می‌توان متغیرهای مفصلی  $q_i$  را محاسبه نمود. این مورد با عنوان مسئله سینماتیک معکوس شناخته می‌شود. بدین منظور بردارهای مکان  $r$  را به صورت رابطه (۴) تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} r^{B_i A_i} &= q_i = q_i e_i \\ r^{B_i O} &= b_i = -[X_i \quad Y_i \quad 0]^T \\ r^{P A_i} &= a_i = {}^B_A R^A a_i = {}^B_A R [x_i \quad y_i \quad 0]^T \quad (4) \\ r^{OP} &= q_0 = [0 \quad 0 \quad h]^T \end{aligned}$$

با توجه به هندسه مسئله داریم:

$$\begin{aligned} r^{B_i O} + r^{OP} + r^{P A_i} &= r^{B_i A_i} \\ \Rightarrow b_i + q_0 + a_i &= q_i \quad (5) \end{aligned}$$

با گرفتن نرم از دو طرف رابطه (۵) می‌توان نوشت:

$$q_i = \sqrt{(q_0 + a_i + b_i)^T (q_0 + a_i + b_i)} \quad (6)$$

برای بردار یکه  $e_i$  نیز داریم:

$$e_i = \frac{q_i}{q_i} = \frac{b_i + q_0 + a_i}{q_i} \quad (7)$$

### ۲-۳- سینماتیک سرعت و ماتریس ژاکوبین

در علم رباتیک از ماتریس ژاکوبین به عنوان نگاشت سرعت‌های فضای دکارتی به سرعت‌های فضای مفصلی (یا برعکس) استفاده می‌شود. همچنین این ماتریس بردار نیروی عملگرها را به بردار نیرو - گشتاورهای صفحه متحرک مربوط می‌کند. هرگاه بردار متغیرهای مفصلی فعال  $q$  و بردار متغیرهای فضای دکارتی  $\chi$  در نظر گرفته شود، معادلات سینماتیکی ربات به صورت یک تابع ضمنی  $f(q, \chi) = 0$  بدست می‌آید. با مشتق‌گیری از این تابع نسبت به زمان رابطه بین بردار سرعت مفصل‌ها (مفصل‌های فعال)  $\dot{q} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]^T$  و بردار سرعت‌های صفحه

به صورت کلی این ربات با عنوان 3UPS-PU/S نام‌گذاری می‌شود. جهت تحلیل سینماتیکی ربات، ابتدا به تعریف دستگاه‌های مختصات و کمیت‌های مدل می‌پردازیم. مطابق شکل (۲) برای هر دو حالت 3UPS-S و 3UPS-PU دستگاه مختصات  $A-xyz$  در مرکز هندسی صفحه متحرک (نقطه  $P$ ) و دستگاه مختصات  $B-XYZ$  در مرکز هندسی صفحه ثابت (نقطه  $O$ ) قرار دارد. پایه  $\lambda_m$  توسط مفصل  $A_i$  به صفحه متحرک و توسط مفصل  $B_i$  به صفحه ثابت اتصال دارد. طول پایه  $\lambda_m$   $q_i$  و بردار یکه امتداد آن  $e_i$  می‌باشد. کمیت  $q_i$  متغیر فعال فضای مفصلی می‌باشد. لازم به ذکر است که  $i = 1, 2, 3$  می‌باشد.

- ربات 3UPS-PU یک ربات با دو درجه آزادی چرخشی (حول  $X$  و  $Y$ ) و یک درجه آزادی انتقالی (راستای  $Z$ ) می‌باشد. در این حالت برای نشان دادن موقعیت و جهت‌گیری صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت از زوایای اوپلر  $\phi_X$  Roll،  $\phi_Y$  Pitch و حرکت انتقالی خیز<sup>۱</sup>  $h$  استفاده می‌شود. ربات‌هایی (مانند همین حالت 3UPS-PU) با درجه آزادی هم‌زمان انتقالی و دورانی به ربات‌های با درجه آزادی مرکب معروف هستند. این ربات با عنوان تریسپت<sup>۲</sup> نیز شناخته می‌شود.
- ربات 3UPS-S یک ربات با سه درجه آزادی دورانی حول مفصل کروی پایه میانی می‌باشد. در این حالت برای نشان دادن جهت‌گیری صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت از زوایای اوپلر  $\phi_X$  Roll،  $\phi_Y$  Pitch و  $\phi_Z$  Yaw استفاده می‌شود. این ربات یک ربات کروی می‌باشد.

### ۳- سینماتیک

#### ۱-۳- سینماتیک معکوس موقعیت

در حالت کلی برای نشان دادن جهت‌گیری صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت به کمک زوایای اوپلر، ماتریس دوران  ${}^B_A R$  به صورت رابطه (۱) تعریف می‌گردد.

$${}^B_A R = \text{Rot}(Z_0, \phi_Z) \text{Rot}(Y_0, \phi_Y) \text{Rot}(X_0, \phi_X) \quad (1)$$

مختصات تعمیم یافته در فضای دکارتی را برای حالت 3UPS-PU به صورت رابطه (۲) و برای حالت 3UPS-S

<sup>2</sup> Tricept

<sup>1</sup> Heave

با توجه به رابطه (۱۵)، رابطه (۱۶) نتیجه می‌گردد.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)_X & (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)_Y & e_{1Z} \\ (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)_X & (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)_Y & e_{2Z} \\ (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)_X & (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)_Y & e_{3Z} \end{bmatrix} \quad (16)$$

برای حالت 3UPS-S با توجه به اینکه بردار سرعت خطی صفحه متحرک  $\dot{\mathbf{q}}_0$  برابر صفر می‌باشد، محاسبه ماتریس ژاکوبین بسیار ساده‌تر بوده و داریم:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{e}_i^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + (\mathbf{a}_i \times \mathbf{e}_i)^T \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \\ \dot{\phi}_Z \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\Rightarrow \mathbf{J} = \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)^T \\ (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)^T \\ (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)^T \end{bmatrix}$$

### ۳-۳- بی‌بعدسازی درایه‌های ماتریس ژاکوبین

برای استفاده از ماتریس ژاکوبین در تحلیل‌های کیفیت فضای کاری، معمولاً درایه‌های ماتریس ژاکوبین بی‌بعد می‌شوند. این مورد در مورد ربات‌هایی با درجات آزادی هم‌زمان انتقالی و دورانی (مانند ربات 3UPS-PU) بسیار حائز اهمیت می‌باشد. چرا که شاخص‌های ارزیابی سینماتیکی به دلیل ناهمگن بودن ماتریس ژاکوبین کاربردی نبوده و ممکن است تفسیر درست و نتایج قابل اعتمادی را به همراه نداشته باشند. به‌عنوان مثال در رابطه (۱۶) می‌توان ناسازگاری ابعادی را مشاهده نمود. روش‌های مختلفی جهت بی‌بعدسازی درایه‌های ماتریس ژاکوبین ارائه شده است. استفاده از ضریب وزن‌دار یک روش ساده و کاربردی می‌باشد که در این پژوهش از آن استفاده می‌گردد. در این روش درایه‌های بعددار ماتریس ژاکوبین بر یک ضریب ثابت بی‌بعدسازی  $L$  که از نظر ابعادی دارای بعد طول می‌باشد، تقسیم می‌گردند. از طرفی به‌منظور حفظ تعادل ابعادی معادلات، لازم است که این ضریب در بردار سرعت‌های صفحه متحرک نیز اعمال شود [۱۴]. روابط (۱۸) و (۱۹) ماتریس ژاکوبین بی‌بعد شده را به ترتیب برای حالت 3UPS-PU و 3UPS-S نشان می‌دهند. ضریب  $L$  با استفاده از ساختار هندسی ربات تعیین می‌گردد. به‌عنوان مثال در حالتی که صفحه متحرک ربات متقارن باشد، طول بردارهای  $\mathbf{a}_i$  یکسان و برابر مقدار  $l$  بوده که در این صورت  $L = l$  در نظر گرفته می‌شود.

متحرک  $\dot{\mathbf{X}} = [\dot{\chi}_1 \quad \dot{\chi}_2 \quad \dot{\chi}_3]^T$  یافت می‌شود. بنابراین:

$$\mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_\chi \dot{\mathbf{X}} \quad (8)$$

که در آن

$$\mathbf{J}_q = -\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} \quad (9)$$

$$\mathbf{J}_\chi = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}}$$

برای یک ربات موازی تعریف ماتریس ژاکوبین کلی  $\mathbf{J}$  به صورت رابطه (۱۰) می‌باشد.

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_\chi, \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{X}} \quad (10)$$

بنابراین جهت بدست آوردن ماتریس ژاکوبین  $\mathbf{J}$  از تحلیل سرعت حلقه بسته استفاده می‌نماییم. با گرفتن مشتق زمانی از دو طرف رابطه (۵) داریم:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \dot{\mathbf{b}}_i + \dot{\mathbf{q}}_0 + \dot{\mathbf{a}}_i \Rightarrow \dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{e}_i + \mathbf{q}_i \dot{\mathbf{e}}_i = \dot{\mathbf{b}}_i + \dot{\mathbf{q}}_0 + {}^B \mathbf{R}^A \dot{\mathbf{a}}_i + {}^B \mathbf{R}^A \dot{\mathbf{a}}_i \quad (11)$$

در رابطه (۱۱) با توجه به ثابت بودن موقعیت مفصل‌های هر صفحه در دستگاه مختصات مربوط به خود، جمله‌های  $\dot{\mathbf{b}}_i$  و  ${}^A \dot{\mathbf{a}}_i$  برابر صفر می‌باشند. از طرفی داریم:

$${}^B \mathbf{R}^A \dot{\mathbf{a}}_i = \boldsymbol{\omega} \times ({}^B \mathbf{R}^A \mathbf{a}_i) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}_i \quad (12)$$

$$\mathbf{q}_i \dot{\mathbf{e}}_i = \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{q}_i \mathbf{e}_i$$

در رابطه (۱۲)  $\boldsymbol{\omega}$  و  $\boldsymbol{\omega}_i$  به ترتیب نشان دهنده بردارهای سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک و پایه می‌باشند. بنابراین:

$$\dot{\mathbf{q}}_i \mathbf{e}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{q}_i \mathbf{e}_i = \dot{\mathbf{q}}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}_i \quad (13)$$

با اعمال ضرب داخلی جمله  $\mathbf{e}_i$  در دو طرف رابطه (۱۳) و سپس ساده‌سازی آن، رابطه (۱۴) نتیجه می‌شود.

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{e}_i^T \dot{\mathbf{q}}_0 + (\mathbf{a}_i \times \mathbf{e}_i)^T \boldsymbol{\omega} \quad (14)$$

حال با استفاده از رابطه (۱۴) می‌توان ماتریس ژاکوبین  $\mathbf{J}$  را استخراج نمود. برای حالت 3UPS-PU داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{1Z} \\ 0 & 0 & e_{2Z} \\ 0 & 0 & e_{3Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \\ \dot{h} \end{bmatrix} \quad (15)$$

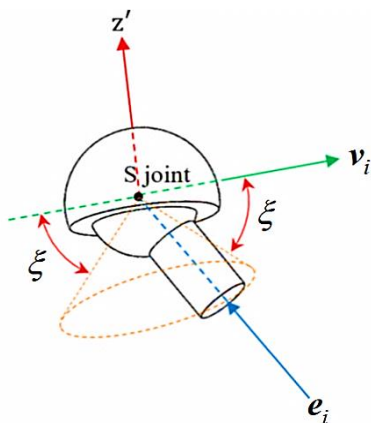
$$+ \begin{bmatrix} (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)_X & (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)_Y & 0 \\ (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)_X & (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)_Y & 0 \\ (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)_X & (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)_Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \\ \dot{h} \end{bmatrix}$$

سینماتیکی برای آن صادق باشد متعلق به فضای کاری ربات است. برای هر دو حالت ربات قیود سینماتیکی مشترک شامل محدودیت در دامنه حرکتی سه پایه‌ی فعال و سه مفصل کروی متناظر آن‌ها می‌گردد. قیود سینماتیکی مشترک در روابط (۲۰) و (۲۱) آورده شده‌اند. محدودیت حرکت یک مفصل کروی نیز در شکل (۳) نشان داده شده است.

$$q_{min} \leq q_i \leq q_{max} \quad (20)$$

$$-\xi \leq \cos^{-1}(\mathbf{v}_i^T \mathbf{e}_i) \leq +\xi, \quad \mathbf{v}_i = \frac{\mathbf{a}_i}{a_i} \quad (21)$$

در رابطه (۲۱) بردار  $\mathbf{v}_i$  برداری یکه و هم‌جهت با بردار  $\mathbf{a}_i$  می‌باشد.



شکل ۳- محدودیت حرکتی مفصل کروی

قیود سینماتیکی غیر مشترک برای دو حالت 3UPS-PU و 3UPS-S به ترتیب در روابط (۲۲) و (۲۳) نشان داده شده است. رابطه (۲۲) بیان‌گر محدودیت حرکتی پایه میانی و رابطه (۲۳) بیان‌گر محدودیت حرکتی مفصل کروی چهارم می‌باشد.

$$h_{min} \leq q_0 \leq h_{max} \quad (22)$$

$$-\xi \leq \cos^{-1}(\mathbf{v}_i^T \hat{\mathbf{Z}}) \leq +\xi \quad (23)$$

حال می‌بایست نقاط تکین را مشخص نمود. در نقاط تکین، ماتریس ژاکوبین  $\mathbf{J}$  رتبه کامل خود را از دست داده و دترمینان آن برابر صفر می‌گردد. بنابراین تحلیل ماتریس ژاکوبین مبنای تحلیل تکینگی می‌باشد. در نقاط تکین، ماتریس ژاکوبین  $\mathbf{J}$  رتبه کامل خود را از دست داده و دترمینان آن برابر صفر می‌گردد. بنابراین تحلیل ماتریس

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{J}} \begin{bmatrix} L\dot{\phi}_X \\ L\dot{\phi}_Y \\ \dot{h} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)_X}{L} & \frac{(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)_Y}{L} & e_{1Z} \\ \frac{(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)_X}{L} & \frac{(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)_Y}{L} & e_{2Z} \\ \frac{(\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)_X}{L} & \frac{(\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)_Y}{L} & e_{3Z} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{J}} \begin{bmatrix} L\dot{\phi}_X \\ L\dot{\phi}_Y \\ L\dot{\phi}_Z \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{e}_1)^T}{L} \\ \frac{(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{e}_2)^T}{L} \\ \frac{(\mathbf{a}_3 \times \mathbf{e}_3)^T}{L} \end{bmatrix} \quad (19)$$

#### ۴- فضای کاری و نقاط تکین

فضای کاری ربات مجموعه نقاط قابل دسترس توسط صفحه متحرک (مجری نهایی) است که در ابعادی منطبق با درجات آزادی ربات تعریف می‌شود. عوامل مختلفی مانند محدودیت حرکت عملگرها و مفصل‌ها حرکت‌های مجری نهایی را محدود می‌کنند. این محدودیت‌ها قیدهای سینماتیکی (هندسی) فضای کاری بوده و مرزهای آن را مشخص می‌کنند. از طرفی، تمام نقاط درون و یا روی مرزهای فضای کاری قابل دسترس نیستند. این نقاط با عنوان حالت‌های تکین ربات شناخته می‌شوند. مجموع این محدودیت‌ها شکل کلی فضای کاری را مشخص می‌نمایند. شکل این ناحیه پیچیده و نامنظم می‌باشد. با توجه به وابستگی فضای کاری به درجات آزادی، امکان به تصویر کشیدن این فضا برای ربات‌هایی با بیش از سه درجه آزادی وجود ندارد.

روش‌های متعددی از جمله روش گسسته‌سازی (جستجوی نقاط) و روش هندسی جهت محاسبه فضای کاری ربات‌ها جهت محاسبه فضای کاری ربات‌ها ارائه شده است. در این مقاله از روش گسسته‌سازی استفاده می‌گردد. در این روش ابتدا یک فضای اولیه را بر اساس متغیرهای فضای کاری در نظر می‌گیریم. این فضا از فضای اصلی بزرگ‌تر می‌باشد. سپس این فضای در نظر گرفته شده را به صورت منظم به گره‌هایی تقسیم می‌نماییم. حال با استفاده از روابط سینماتیک معکوس، قیود سینماتیکی حاکم بر ربات را برای هر گره از شبکه بررسی می‌کنیم. هر گره‌ای که قیود

شکل (۴) نمونه آزمایشگاهی ربات را که در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه سیستان و بلوچستان ساخته شده است، نشان می‌دهد. این ربات قابلیت استفاده به‌عنوان یک ربات توان‌بخشی را دارا می‌باشد. موقعیت مفصل‌های صفحات ثابت و متحرک ربات مورد بررسی به ترتیب در جدول‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است. قیود هندسی ربات نیز در جدول ۳ آورده شده است. به‌طور کلی جهت بررسی عددی سینماتیک نیاز به تعریف مسیر حرکت مجری نهایی داریم. مسیرها دارای انواع مختلفی هستند و هر کدام ویژگی مخصوص به‌خود را دارند. انتخاب نوع مسیر به کاربرد بستگی دارد.



شکل ۴- نمونه آزمایشگاهی ربات 3UPS-PU/S

برای تعریف مسیر منحنی سیکلوئیدی  $P(t)$  را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$P(t) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{2\pi t}{T} - \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right) \quad (24)$$

شکل (۵) منحنی سیکلوئیدی و مشتقات اول و دوم آن را برای دوره تناوب ۳ ثانیه نشان می‌دهد. این مسیر حرکتی نرم و یکنواخت را برای ربات تضمین می‌نماید. برای یک مسیر سیکلوئیدی، متغیرهای فضای دکارتی را برای ربات 3UPS-PU به‌صورت:

$$\begin{aligned} \phi_X &= \phi_{X0} (2P(t) - 1) \\ \phi_Y &= \phi_{Y0} (2P(t) - 1) \\ h &= h_{\min} + h_0 (2P(t) - 1) \end{aligned} \quad (25)$$

و برای ربات 3UPS-S به‌صورت:

ژاکوبین مبنای تحلیل تکینگی می‌باشد. هنگامی که یک ربات موازی در وضعیت تکین قرار دارد، یکی از ماتریس‌های  $J_q$  و  $J_x$  و یا هر دوی آن‌ها رتبه کامل خود را از دست می‌دهند. به این ترتیب سه حالت تکینگی برای ربات‌های موازی وجود دارد.

**تکینگی سینماتیک معکوس:** این تکینگی موقعیتی است که در آن ماتریس  $J_q$  رتبه کامل خود را از دست می‌دهد. هنگامی که ربات در این وضعیت تکین قرار می‌گیرد، یک یا چند درجه آزادی خود را از دست می‌دهد. این بدان معنی است که در فضای کاری ربات، زیر فضایی وجود دارد که در آن، جدا از آن که چه سرعت مفصلی انتخاب شود، صفحه متحرک را نمی‌توان حرکت داد. به عبارت دیگر راستایی وجود دارد که به ازای اعمال نیرو توسط عملگرها، حرکتی در آن راستا صورت نمی‌پذیرد. این حالت از تکینگی در ربات‌های سری و موازی مشترک است. به همین دلیل با عنوان تکینگی سری نیز شناخته می‌گردد.

**تکینگی سینماتیک مستقیم:** این تکینگی موقعیتی است که در آن ماتریس  $J_x$  رتبه کامل خود را از دست می‌دهد. در این حالت سرعت‌های غیر صفر برای صفحه متحرک در حالی که عملگرها ساکن هستند، امکان‌پذیر می‌شود. ربات در این حالت یک یا چند درجه آزادی به‌دست می‌آورد که عملگری برای کنترل آن وجود ندارد. به عبارت بهتر در موقعیت تکین سینماتیک مستقیم، یک ربات موازی نمی‌تواند در مقابل نیروها و یا گشتاورهای اعمالی در بعضی از جهتها مقاومت کند. این حالت از تکینگی تنها در ربات‌های موازی وجود دارد و با عنوان تکینگی موازی نیز شناخته می‌گردد.

**تکینگی ترکیبی:** این تکینگی زمانی اتفاق می‌افتد که در آن هر دوی ماتریس‌های  $J_q$  و  $J_x$  رتبه کامل خود را از دست می‌دهند. در این حالت دو تکینگی معکوس و مستقیم هم‌زمان اتفاق می‌افتند.

با توجه به این مورد که برای هر دو حالت ربات مورد بررسی همواره  $J = J_q = J_x = I$  می‌باشد، بنابراین تکینگی از نوع سری و ترکیبی در فضای کاری ربات 3UPS-PU/S وجود ندارد. در اینجا  $I$  ماتریس همانی می‌باشد.

## ۵- نتایج

در این بخش از مقاله به ارائه نتایج عددی پرداخته می‌شود.



سینماتیکی استخراج شده که مبنای تحلیل فضای کاری قرار می‌گیرند، مکانیزم ربات در نرم افزار ادمز نیز شبیه‌سازی شده، سپس به ازای مسیر تعریف شده دو مدل تحلیلی و ادمز مقایسه می‌گردند.

$$\begin{aligned} \phi_X &= \phi_{X0}(2P(t)-1) \\ \phi_Y &= \phi_{Y0}(2P(t)-1) \\ \phi_Z &= \phi_{Z0}(2P(t)-1) \end{aligned} \quad (26)$$

تعریف می‌نماییم. برای حصول اطمینان از درستی معادلات

جدول ۱- موقعیت مفصل‌های صفحه ثابت در دستگاه B-XYZ بر حسب (mm)

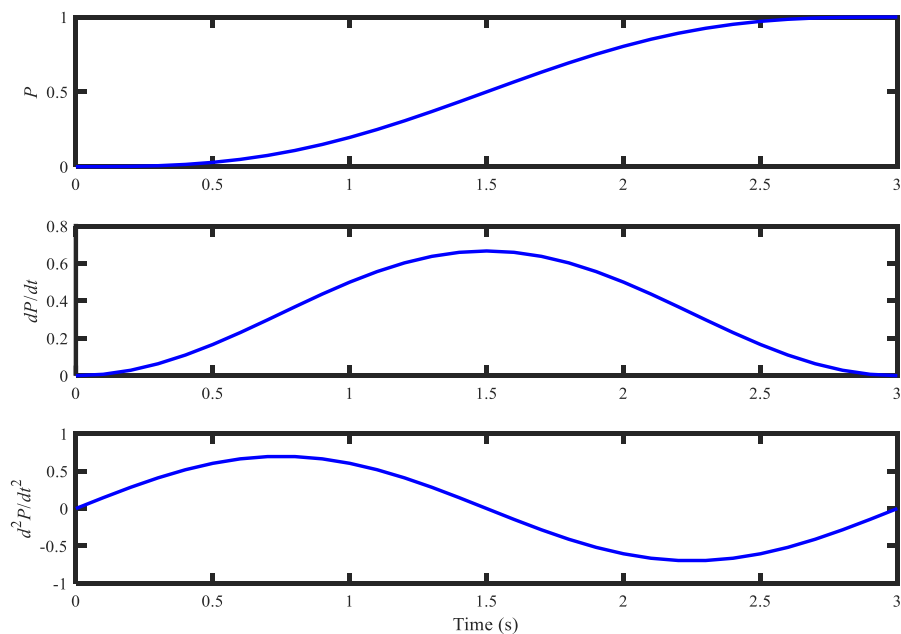
۳	۲	۱	۰	$i$ مختصه
- ۱۲۲/۸	- ۱۲۲/۸	۲۴۵/۶	۰	$X_i$
- ۲۱۲/۷	۲۱۲/۷	۰	۰	$Y_i$
۰	۰	۰	۰	$Z_i$

جدول ۲- موقعیت مفصل‌های صفحه متحرک در دستگاه A-xyz بر حسب (mm)

۳	۲	۱	۰	$i$ مختصه
- ۸۱	- ۸۱	۱۶۲/۱	۰	$x_i$
- ۱۴۰/۴	۱۴۰/۴	۰	۰	$y_i$
۰	۰	۰	۰	$z_i$

جدول ۳- قیود هندسی در ربات مورد بررسی

دامنه تغییرات	علامت مشخصه	پارامتر ساختاری
$60 \pm$	$\zeta$ (deg)	دامنه حرکت مفاصل کروی
۴۰۰ - ۷۰۰	$q_i$ (mm), $i = 1, 2, 3$	دامنه حرکت عملگرها (پایه‌های فعال)
۴۰۰ - ۶۵۰	$h$ (mm)	طول پایه میانی



شکل ۵- منحنی سیکلوئیدی و مشتقات آن

شاخص وضعیت سینماتیکی بر مبنای عدد وضعیت ماتریس ژاکوبین  $K$  تعریف میگردد. عدد وضعیت یک مفهوم ریاضی بوده و مشخصه‌ای از قابلیت وارون‌پذیری یک ماتریس می‌باشد. با توجه به رابطه (۱۰)، ماتریس ژاکوبین نگاشتی از فضای مفصلی به فضای دکارتی ایجاد می‌کند. میزان تغییر ایجاد شده در بردار  $\mathbf{q}$  به ازای یک تغییر کوچک در بردار  $\mathbf{x}$  و بالعکس، از اهمیت زیادی برخوردار است. میزان انتقال خطا بین دو فضای مفصلی و کارتزین به ماتریس ژاکوبین بستگی دارد.

به منظور بررسی حساسیت نسبت به انتقال خطا از عدد وضعیت  $K$  استفاده می‌گردد. عدد وضعیت ماتریس ژاکوبین به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}, \quad 1 \leq K < \infty \quad (29)$$

که در آن  $\sigma_{min}$  و  $\sigma_{max}$  به ترتیب نشان دهنده بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقادیر منفرد ماتریس ژاکوبین می‌باشند. هر چه عدد وضعیت بزرگ‌تر باشد، میزان انتقال خطا نیز بزرگ‌تر بوده و ربات به حالت تکین نزدیک‌تر است. اگر عدد وضعیت برابر واحد باشد، ربات در حالت ایزوتروپی قرار دارد. ربات‌هایی که در تمام موقعیت‌هایشان ایزوتروپ باشند را، ربات‌های ایزوتروپ می‌نامند.

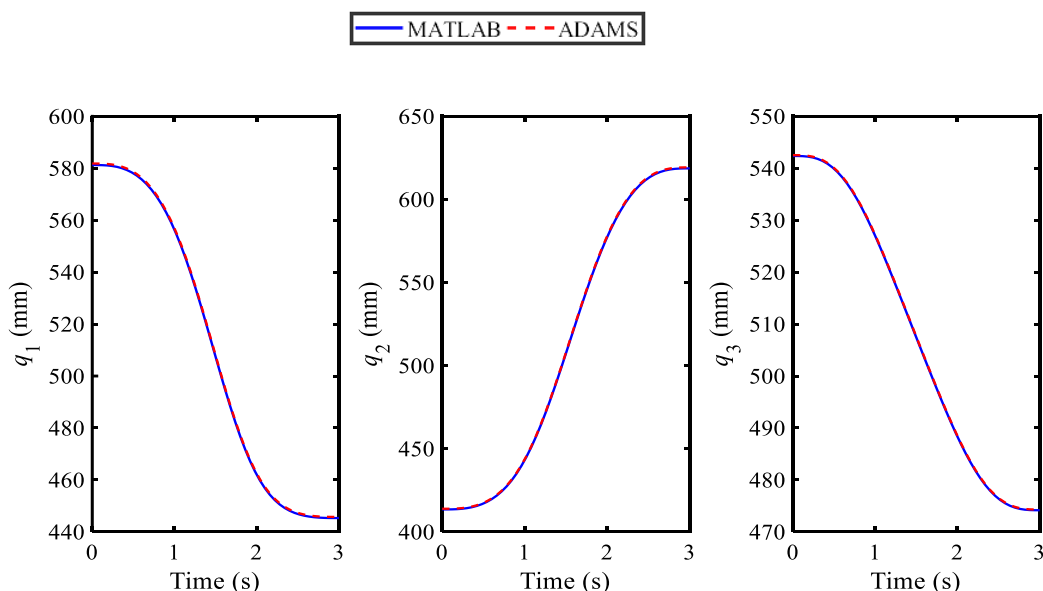
نتایج حل سینماتیک معکوس برای مسیر تعریف شده در شکل‌های (۶) و (۷) آورده شده است. مشاهده می‌گردد که نتایج تئوری (متلب) با حل عددی (ادامز) در تطابق هستند. بنابراین روابط سینماتیکی صحیح بوده و می‌توان به بررسی فضای کاری ربات پرداخت.

یک فضای کارتزینی با مشخصات زیر را به عنوان فضای کاری اولیه ربات در نظر می‌گیریم. رابطه (۲۷) برای حالت 3UPS-PU و رابطه (۲۸) برای حالت 3UPS-S می‌باشد.

$$\begin{aligned} -90^\circ &\leq \phi_X \leq +90^\circ \\ -90^\circ &\leq \phi_Y \leq +90^\circ \\ 400 &\leq h \leq 700 \quad (\text{mm}) \end{aligned} \quad (27)$$

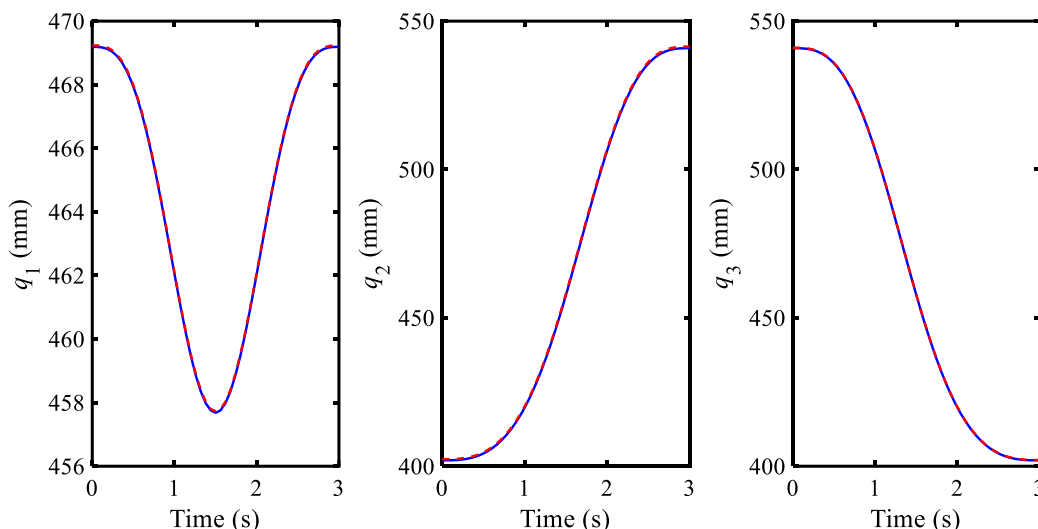
$$\begin{aligned} -90^\circ &\leq \phi_X \leq +90^\circ \\ -90^\circ &\leq \phi_Y \leq +90^\circ \\ -90^\circ &\leq \phi_Z \leq +90^\circ \end{aligned} \quad (28)$$

برای این فضای کارتزینی در نظر گرفته شده، ابتدا به بررسی توزیع مقدار دترمینان ماتریس ژاکوبین بی بعد شده و شاخص وضعیت سینماتیکی می‌پردازیم. با توجه به این که برخی از شاخص‌های ارزیابی و بهینه‌سازی سینماتیکی بر اساس شاخص وضعیت سینماتیکی تعریف می‌گردند، در ادامه توضیحاتی در مورد این شاخص ارائه می‌گردد.



شکل ۶- تغییر طول پایه‌های فعال ربات 3UPS-PU برای مسیر با مشخصات  $\phi_{X0} = \phi_{Y0} = 30^\circ$ ،  $h_0 = 1 \text{ mm}$  و  $h_{min} = 500 \text{ mm}$

MATLAB ADAMS



شکل ۷- تغییر طول پایه‌های فعال ربات 3UPS-S برای مسیر با مشخصات  $\phi_{\chi 0} = \phi_{z 0} = 30^\circ$  و  $\phi_{\gamma 0} = 0$  و طول پایه میانی  $h = 450$  mm

تکینگی می‌باشند. از طرفی، توزیع دترمینان و شاخص وضعیت نسبت به جهت‌گیری صفحه متحرک حساسیت بیش‌تری دارند و با تغییر ارتفاع صفحه متحرک تغییر قابل توجهی در این دو کمیت مشاهده نمی‌گردد.

توزیع دترمینان و شاخص وضعیت سینماتیکی ربات 3UPS-S در شکل‌های (۹-الف) تا (۹-ج) برای برش‌هایی افقی از فضای کارتزینی نشان داده شده است. برای ربات 3UPS-S نیز حالت‌های تکین هم درون فضای کاری و هم روی نواحی مرزی وجود دارند. اما توزیع تکینگی با ربات 3UPS-PU کاملاً متفاوت می‌باشد.

با توجه به شکل‌های (۹-پ) و (۹-ت) می‌توان مشاهده نمود که حالت‌های تکین در نواحی مرکزی نیز وجود دارند. با گردش ساعت‌گرد  $\phi_z$  (منفی) صفحه متحرک حول محور Z تمرکز نواحی تکین به سمت مرزها متمایل می‌شود. از طرفی، با گردش پادساعت‌گرد صفحه متحرک تمرکز تکینگی‌ها به درون فضای کاری متمایل می‌شود. در هر صورت با دوران حول محور Z تکینگی‌ها از نواحی مرکزی کاملاً دور می‌شوند.

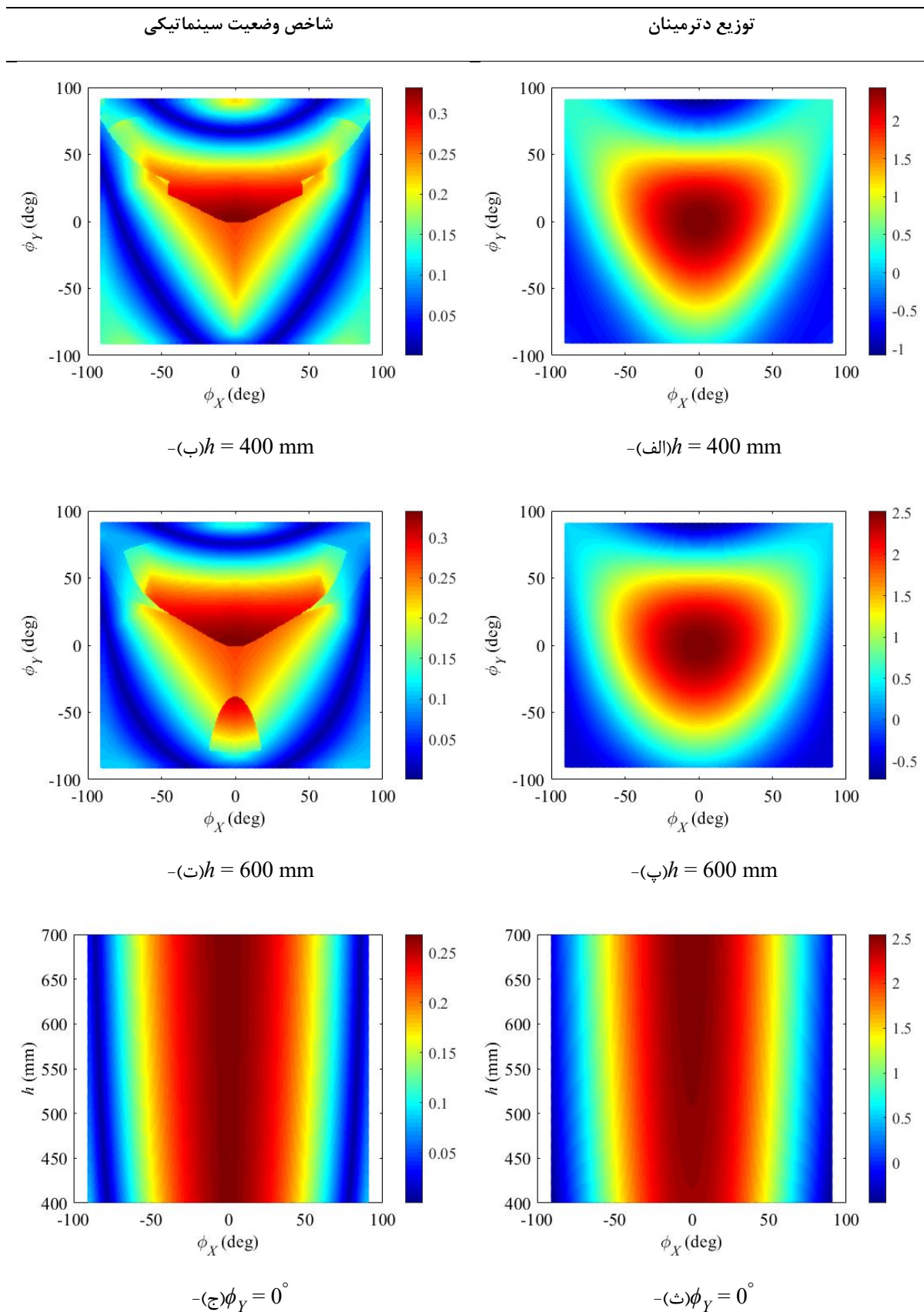
در نهایت فضای کاری سه‌بعدی ربات با در نظر گرفتن قیود سینماتیکی و حذف نقاط تکین نیز در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است.

برای محدود سازی عدد وضعیت  $\kappa$  از معکوس آن استفاده می‌نماییم.

$$\eta = \frac{1}{\kappa}, \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (30)$$

عکس عدد وضعیت ماتریس ژاکوبین  $\eta$  به‌عنوان شاخص وضعیت سینماتیکی تعریف می‌شود. بنابراین شاخص برابر صفر نشان دهنده حالت تکین و شاخص برابر یک نشان دهنده حالت ایزوتروپ می‌باشد [۱۵].

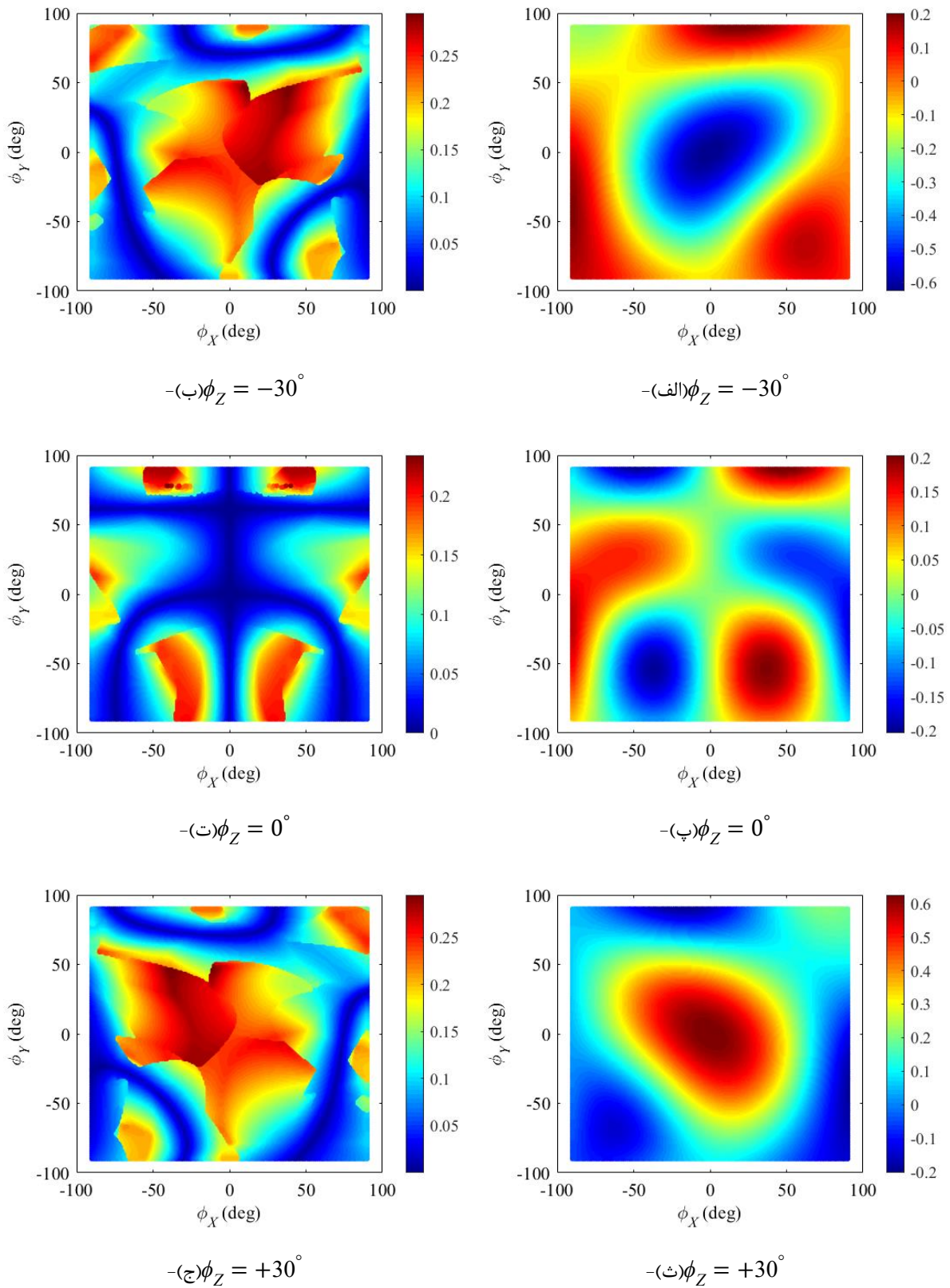
همان‌طور که در بخش ۴ اشاره شد، تنها نوع تکینگی برای ربات 3UPS-PU/S از نوع تکینگی سینماتیک مستقیم می‌باشد. به منظور تحلیل این تکینگی توزیع دترمینان ماتریس ژاکوبین بی‌بعد و شاخص وضعیت سینماتیکی برای دو حالت ربات در شکل‌های (۸) و (۹) نشان داده شده است. در ترسیم شکل‌های (۸) و (۹) قیود سینماتیکی لحاظ نشده‌اند. توزیع دترمینان و شاخص وضعیت سینماتیکی ربات 3UPS-PU در شکل‌های (۸-الف) تا (۸-ت) برای برش‌هایی افقی از فضای کارتزینی نشان داده شده است. شکل‌های (۸-ث) و (۸-ج) نیز به برشی عمودی از فضای کارتزینی اختصاص دارد. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد حالت‌های تکین هم روی نواحی مرزی و هم درون فضای کاری واقع شده‌اند. اما تمرکز حالت‌های تکین بیش‌تر درون فضای کاری می‌باشد. نواحی مرکزی نیز عاری از



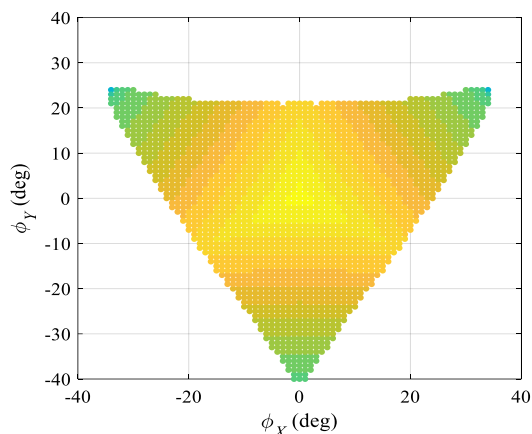
شکل ۸- توزیع دترمینان ماتریس ژاکوبین و شاخص وضعیت سینماتیکی برای ربات 3UPS-PU

شاخص وضعیت سینماتیکی

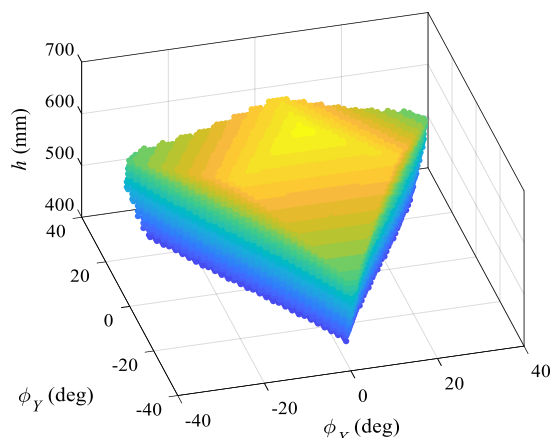
توزیع دترمینان



شکل ۹- توزیع دترمینان ماتریس ژاکوبین و شاخص وضعیت سینماتیکی برای ربات 3UPS-S

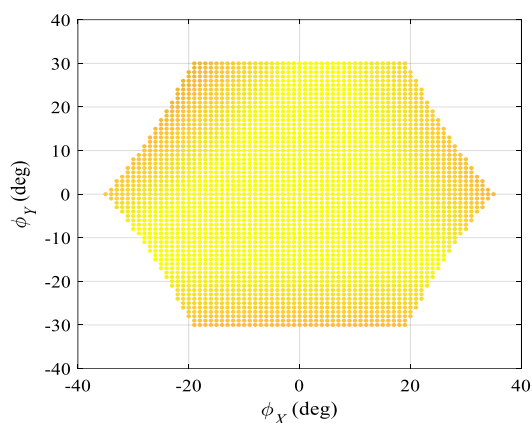


(ب)

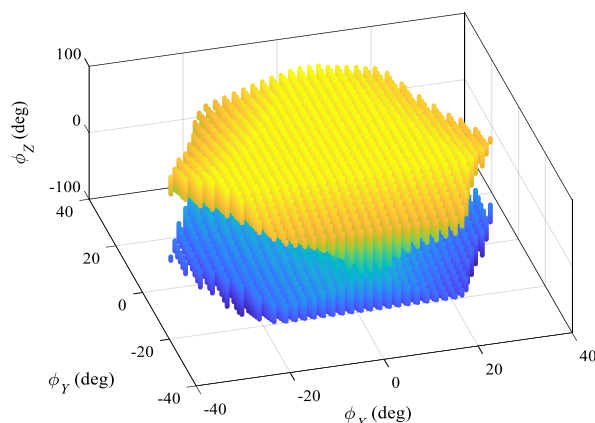


(الف)

شکل ۱۰- فضای کاری ربات 3UPS-PU با در نظر گرفتن قيود سینماتیکی و حذف نقاط تکین، (الف)- شکل سه بعدی فضای کاری، (ب)- نمای بالای فضای کاری



(ب)



(الف)

شکل ۱۱- فضای کاری ربات 3UPS-S با در نظر گرفتن قيود سینماتیکی و حذف نقاط تکین، (الف)- شکل سه بعدی فضای کاری، (ب)- نمای بالای فضای کاری

معادلات سینماتیک معکوس موقعیت استخراج شدند. سپس با استفاده از تحلیل سرعت، ماتریس‌های ژاکوبین برای دو پیکربندی ربات به دست آمدند. نتایج نشان دادند که ربات 3UPS-PU/S تنها دارای تکینگی از نوع سینماتیک مستقیم می‌باشد. در ادامه، با استفاده از تحلیل ماتریس ژاکوبین توزیع تکینگی‌ها برای یک نمونه آزمایشگاهی از ربات بررسی شد. همچنین با در نظر گرفتن تمامی محدودیت‌های سینماتیکی موجود، فضای کاری ربات به صورت عددی تعیین گردید. پژوهش‌های آینده شامل طراحی مسیر و کنترل ربات می‌شوند.

شکل (۱۰) به حالت 3UPS-PU و شکل (۱۱) به حالت 3UPS-S اختصاص دارد. لازم به ذکر است که وجود طیف رنگی در این دو شکل صرفاً برای وضوح و درک بهتر شکل سه‌بعدی فضای کاری ربات می‌باشد.

## ۶- نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله، تحلیل سینماتیکی و فضای کاری یک ربات موازی سه درجه آزادی با پیکربندی متغیر بود. این ربات با قفل شدن پایه میانی و تعویض مفصل یونیورسال با مفصل کروی از یک ربات تریسپت (دو درجه آزادی دورانی و یک درجه انتقالی) به یک ربات کروی (سه درجه آزادی دورانی) تبدیل می‌شود. ابتدا با استفاده روش هندسی

## مراجع

- [1] N. Plitea, D. Lese, D. Pisla, and C. Vaida, "Structural design and kinematics of a new parallel reconfigurable robot", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 29, No. 1, Feb. 2013, pp. 219-235.
- [2] J. Wei, C. Qiu, and J.S. Dai, "Configuration switch and path selection between Schönflies motion and non-Schönflies motion based on quotient manifold of novel reconfigurable parallel mechanisms", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 180, Feb. 2023, pp.105-153.
- [3] H.D., Taghirad, *Parallel robots: mechanics and control*, CRC press, 2013.
- [4] P. He, NT. Kantu, B. Xu, C.P. Swami, G.T. Saleem, and J. Kang, "A novel 3-RRR spherical parallel instrument for daily living emulation (SPINDLE) for functional rehabilitation of patients with stroke", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 18, No. 3, May. 2021, pp. 1-13.
- [۵] محمد رسولی و امین نیکوبین، "تعیین محدوده شتاب قابل قبول برای ربات کابلی معلق"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۶، شماره ۵۴، پاییز ۱۳۹۷، صفحه ۳۸۷-۴۰۲.
- [6] Y. Koren, U. Heisel, F. Jovane, T. Moriwaki, G. Pritschow, G. Ulsoy, and H. Van Brussel, "Reconfigurable manufacturing systems", *CIRP annals*, Vol. 48, No. 2, Jan. 1999, pp. 527-540.
- [7] D. Zhang, *Parallel robotic machine tools*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [8] A. Erdogan, A.C. Satici, and V. Patoglu. "Design of a reconfigurable force feedback ankle exoskeleton for physical therapy", *International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots*, London, UK, Jun. 2009, pp. 400-408.
- [9] T. Li, and S. Payandeh, "Design of spherical parallel mechanisms for application to laparoscopic surgery", *Robotica*, Vol. 20, No. 2, Mar. 2002, pp. 133-138.
- [10] M.A. Hosseini, H.R.M. Daniali, and H.D. Taghirad, "Dexterous workspace optimization of a tricept parallel manipulator", *Advanced Robotics*, Vol. 25, No. 14, Jan. 2011, pp. 1697-1712.
- [11] S.N. Nabavi, M. Shariatee, J. Enferadi, and A. Akbarzadeh, "Parametric design and multi-objective optimization of a general 6-PUS parallel manipulator", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 152, Oct. 2020, pp. 103-913.
- [12] C. Gosselin, and J. Angeles, "A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 113, No. 3, Sep. 1991. pp. 220-226.
- [13] S.N. Nabavi, A. Akbarzadeh, J. Enferadi, and I. Kardan, "A homogeneous payload specific performance index for robot manipulators based on the kinetic energy", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 130, Dec, 2018, pp. 330-345.
- [14] M. Hosseini, and H. Daniali, "Weighted local conditioning index of a positioning and orienting parallel manipulator", *Scientia Iranica*, Vol. 18, No. 1, Feb. 2011, pp. 115-120.
- [15] J. Enferadi, and R. Nikrooz, "The performance indices optimization of a symmetrical fully spherical parallel mechanism for dimensional synthesis", *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 90, Jun. 2018, pp. 305-321.