

مقایسه روشهای انتقال حرارت معکوس جهت تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی

کوروش گودرزی^۱ و سید رضا رضائی^{۲*}

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>واژگان کلیدی: مقاومت حرارتی تماسی، ضریب انتقال حرارت تماسی، روشهای انتقال حرارت معکوس.</p>	<p>هدف این مقاله تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی میان دو نمونه‌ی تماس با استفاده از روشهای مختلف انتقال حرارت معکوس و مقایسه بین آنها می‌باشد. بدلیل موجود نبودن داده‌های آزمایشگاهی مربوط به دماها، از داده‌های شبیه سازی شده برای دو حالت (۱) ضریب انتقال حرارت تماسی ثابت (۲) ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی استفاده شده است. چهار روش مختلف مسأله معکوس شامل روش لونیبرگ-مارکورت برای تخمین پارامتری، روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری، روش گرادیان مزدوج با مسأله‌ی الحاقی برای تخمین پارامتری و روش گرادیان مزدوج با مسأله‌ی الحاقی برای تخمین تابع بکار رفته است. با مقایسه انجام گرفته میان روشهای مذکور، می‌توان گفت که اگرچه دقت تمامی روشها مناسب است اما اگر فرم تابع مجهول مشخص باشد بهتر است با یکی از روشهای لونیبرگ-مارکورت برای تخمین پارامتری، گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری، گرادیان مزدوج با مسأله‌ی الحاقی برای تخمین پارامتری استفاده کرد اما اگر فرم تابع مجهول مشخص نباشد باید از روش قدرتمند گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابع که بطور اتوماتیک فرم تابع را بدست می‌آورد استفاده کرد.</p>

۱- مقدمه

موازی هستند به یکدیگر فشرده شوند، تنها در نقاط گسسته محدودی تماس می‌یابند.

بنابراین تماس ناقص است و سطح انتقال حرارت واقعی تنها بخش کوچکی از سطح تماس ظاهری است. فضاهای باقیمانده در بین سطوح ممکن است با هوا یا سیال دیگری پر شده باشد و یا خلأ باشد. چون هدایت حرارتی فلزات بیشتر از هدایت حرارتی سیالات است، هنگامی که حرارت در یک سطح تماس جریان می‌یابد خطوط جریان حرارت به نقاط تماس همگرا می‌شوند. همگرایی خطوط جریان حرارت باعث ایجاد چگالی‌های بیشتر جریان حرارت در نقاط تماس واقعی می‌شود. این خمیدگی‌های خطوط جریان حرارت نیاز به پتانسیل‌های مؤثر بالاتر یا

مقاومت حرارتی تماسی یک پدیده بسیار مهم در مسائل انتقال حرارت است که کاربردهای وسیعی در صنایع شامل تولید برق در نیروگاههای برق، صنایع غذایی، صنایع خنک سازی، هواپیماها، اتومبیل‌ها، صنایع ساخت و تولید، تهویه مطبوع، صنایع هوا فضا و... دارد. دلیل اصلی مقاومت حرارتی سطوح در حال تماس، زبری سطوح است. در حالت کلی وقتی دو سطح که از دید مهندسی صاف و

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: reza.ramezani@ut.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج

فینهای مختلف، ضخامت فین متفاوت، تغییر قطر لوله ها و... پیش بینی و محاسبه کردند. آنها آزمایش خود را با روش تجربی که بر اساس روش دارت بود انجام دادند و تابعی برای انتقال حرارتی تماسی در مبدلهای حرارتی صفحه‌ای پره‌دار بیان کردند. شفیلد و همکاران^۵ [۱۰] فشار تماسی را به عنوان عامل عمده و مهم بر روی مقاومت حرارت تماسی بررسی و در نظر گرفتند. آنها اثر سختی سطح تماس را بررسی و رابطه بین فشار تماس و عواملی مانند زبری و سختی لوله را بررسی و نیز تاثیرشان بر مقاومت حرارت تماسی را بررسی کردند و با بررسی‌های خود بیان کردند که مقاومت حرارت تماسی بیشتر از ۱۵٪ کل مقاومت حرارتی مبدلها را تشکیل می‌دهد. نهو و همکاران^۶ [۱۱] مقاومت حرارتی تماسی را در محدوده ۱۷/۶٪ تا ۳۱/۵٪ از کل مقاوت حرارتی برای محیط‌های خلأ بدست آورد. استیویل فیلد و همکاران^۷ [۱۳] اثر انتقال حرارت تماسی را با بدست آوردن حرارت از دست رفته در لوله عایق شده مطالعه کردند و روشی ساده برای پیش‌بینی مقاومت تماسی ارائه کردند. سالگون و همکاران^۸ [۱۴] انتقال حرارت هدایت تماسی را بعنوان تابعی از فشار تماس بیان کردند و با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کردند. کیم و همکاران^۹ [۱۶] رابطه بین انتقال حرارت تماسی و عوامل موثر بر آن برای یک مبدل حرارتی با لوله‌ای با قطر ۹/۲۵ میلی‌متر را بررسی کردند. آنها انتقال حرارت هدایت تماسی برای مبدلهای پره‌دار مختلف با قطر ۹/۲۵ میلی‌متر را بررسی و رابطه بین انتقال حرارت هدایت تماسی و عوامل موثر مانند نسبت انبساط، نوع فین، فاصله فین ها و... را بررسی نمودند. گروه کیم و همکاران [۱۸] همین بررسی را برای لوله‌ای با قطر ۷ میلی‌متر انجام دادند. آنها عواملی مانند نوع فین، نوع ساخت لوله‌ها و... را بر روی انتقال حرارت تماسی

به عبارت دیگر اختلاف دما برای حفظ جریان حرارت دارند. بنابراین این همگرایی خطوط جریان حرارت باعث ایجاد مقاومتی به نام مقاومت انقباضی می‌شود. مقاومت انقباضی به همراه مقاومت سیال بین دو سطح تشکیل مقاومت حرارتی تماسی را می‌دهند. بخاطر اندازه نسبتاً بزرگ مقاوت تماسی، انتقال حرارت تماسی (یا هدایت حرارتی تماس) در تماس‌های فلزی مسئله‌ای با اهمیت و قابل ملاحظه در مهندسی است و توجه زیادی را در سالهای اخیر به خود جلب کرده است. بیشتر کارهای انجام گرفته در زمینه انتقال حرارت تماسی به بررسی عوامل مؤثر مانند فشار تماس بر روی انتقال حرارت، درصد تأثیر آنها، مقدار مقاومت تماسی نسبت به کل مقاومت‌ها و نیز تأثیر این عوامل بر روی راندمان حرارتی می‌پردازد [۵-۱]، که در زیر به بعضی از این مطالعات اشاره شده است. اولین مطالعه درباره مقاومت حرارتی تماسی در مبدلهای حرارتی پره دار توسط دارت^۱ [۶] مورد بررسی قرار گرفت. او برای اینکه اثرات انتقال حرارت جابجایی طبیعی بر روی انتقال حرارت تماسی را به کمترین مقدار خود برساند، مبدل حرارتی را در یک محفظه خلأ و عایق کاری شده قرار داد و مقاومت حرارت تماسی را برای مبدلی که از دو گذرگاه -یکی برای آب گرم و دیگری برای آب سرد- ساخته شده بود، اندازه گیری کرد. ابیوبید^۲ [۷] مقاومت حرارت تماسی را برای یک مبدل حرارتی که از فین‌های صفحه‌ای ساخته شده بود و در یک مکان خلا قرار داشت بررسی کرد. او در بررسی‌های خود خطا را هم بدست آورد که پهنای این خطا کمتر از خطاهای دیگران تا آن زمان بود. شاه^۳ [۸] ارتباط بین توزیع فشار در حلقه و توزیع دما در حلقه و پره را بررسی کرد و مقدار خطای ایجاد شده در اثر در نظر نگرفتن انتقال حرارت تماسی در ریشه اتصال را محاسبه کرد. اکلز و راباس^۴ [۹] انتقال حرارت هدایت تماسی را برای حالت‌های مختلف، با تعداد

⁵Sheffield et al.

⁶Nho

⁷Stubblefield et al.

⁸Salgon et al.

⁹C.N.Kim et al.

¹Dart

²Abuebid

³Shah

⁴Eckels and Rabas

از آنجا که فرآیند انتقال حرارت تماسی بسته به خصوصیات ترموفیزیکی مواد اتصال، توپوگرافی سطح و گاهاً ماده‌ی انتخاب شده برای سطح میانی مانند هوا و یا سایر سیالات بسیار پیچیده است، و شناسایی مقاومت حرارت تماسی توسط روشهای تحلیلی امکان پذیر نمی‌باشد، بنابراین در این مقاله از روش محاسباتی مسأله معکوس انتقال حرارت جهت تخمین مقاومت حرارت تماسی بین دو نمونه بعنوان نمونه‌های تماسی در یک مبدل حرارتی پرده‌دار استفاده شده است. در این مقاله از چهار روش مسأله معکوس لونبرگ-مارکورت برای تخمین پارامتری، گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری و گرادیان مزدوج با مسأله‌ی الحاقی برای تخمین تابع جهت تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی در مبدلهای حرارتی پرده‌دار استفاده شده است.

۲- تعریف مسأله:

بدلیل اینکه سطوح تماس از دید میکروسکوپی کاملاً صاف نیستند، سطح تماس بین نمونه‌ها مانند لوله و پره در مبدلهای حرارتی پرده‌دار به‌طور کامل در تماس با هم نمی‌باشند. دو نمونه تماسی یعنی لوله و پره در این نوع مبدلهای حرارتی در تماس ثابت با هم قرار دارند. شکل (۱) شماتیکی از هندسه مسأله را نشان می‌دهد. دو نمونه استوانه‌ای (نمونه ۱ و نمونه ۲) در تماس ثابت قرار دارند. ضریب انتقال حرارت تماسی بین آن دو $h(t)$ می‌باشد که عکس مقاومت حرارتی تماس $R_c(t)$ است. انتهای دیگر نمونه‌ها که در تماس با هم نمی‌باشند، یکی در دمای ثابت و دیگری عایق شده است.

بررسی و رابطه‌ای جدید بین عوامل مؤثر و انتقال حرارت تماسی در مبدل پرده‌دار با لوله‌ای به قطر ۷ میلی‌متر بیان کردند و این انتقال حرارت را به طور کمی با روش عددی- تجربی بدست آوردند. برای تمام نمونه‌های مورد آزمایش انواع مقاومت حرارتی را بدست آوردند. کارهای اندکی نیز درباره‌ی عیوب در نقطه اتصال که باعث بدتر شدن انتقال حرارت می‌شود انجام شده است. کریتوف و همکاران^۱ [۱۲] با بررسی سطح تماس لوله و پره در زیر میکروسکوپ، به این نتیجه رسیدند که درز در حدود ۰/۰۱ میلی‌متر باعث افزایش حدود ۱۰٪ در مقاومت کل می‌شود. الشربینی و همکاران^۲ [۱۵] نشان دادند که مقاومت تماسی را می‌توان با پر کردن فاصله تماس با شبنم منجمد بسیار کم کرد. چنگ^۳ و مادهاسوندا^۴ [۱۷] مقاومت حرارت تماسی را برای مبدلهای پرده‌دار بوسیله روش مستقیم با اندازه‌گیری افت دما و شار حرارتی در طول سطح تماس بدست آورد. یو-چینگ یانگ^۵ [۱۹] مقاومت حرارت تماسی را در فیبرهای نوری تک روکشی با روش مسأله معکوس بررسی نمود. او از روش CGM^۶ استفاده کرد تا مقاومت حرارت تماسی وابسته به زمان را تخمین بزند. دینگ تانگ و همکاران^۷ [۲۰] یک روش جدید توسط روش عددی المان محدود برای محاسبه انتقال حرارت هدایت تماسی بیان کردند. آنها تماس لوله و پره را بعد از فرآیند انبساط بررسی کردند و توسط روش عددی خودشان فشار تماس را هم بدست آوردند. آنها همچنین آزمایش تماس صفحه‌ای را انجام و ضریب مدل پلاستیک CMY^۸ را برای حرارت هدایت تماسی محاسبه کردند. این گروه بر پایه یک معادله، تأثیر عوامل فرآیند انبساط لوله مانند نسبت انبساط و برش هندسی را بر روی مقاومت تماسی شرح دادند و پارامترهای کلیدی را رسیدگی کردند.

¹Critoph et al.

²EISherbini et al.

³Cheng

⁴Madhusudana

⁵Yu-Ching Yang

⁶Conjugate Gradient Method

⁷Ding Tang et al.

⁸Cooper, Mikic and Yovanovich's plastic model

$$T_2(x, 0) = T_{\text{inf}} \quad (۳-۴)$$

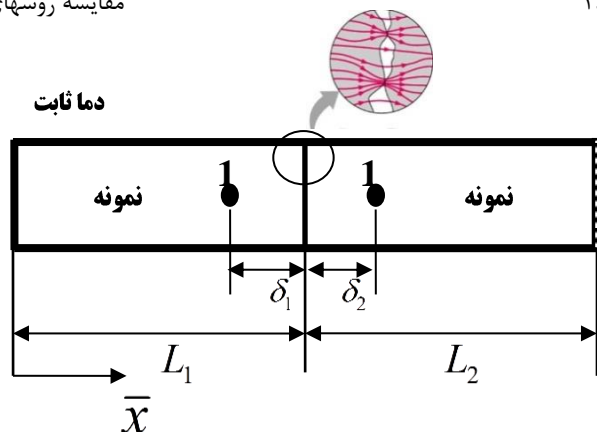
۳- روشهای معکوس:

با توجه به توضیحات قبل، در محل تماس دو سطح، شناسایی ضریب انتقال حرارت تماسی بسیار لازم و ضروری است. بنابراین از آنجا که این پارامتر مجهول می-باشد از روشهای انتقال حرارت معکوس برای تخمین این پارامتر استفاده می-شود. برای مشخص کردن روش انتقال حرارت معکوس مناسب از چهار روش برای این منظور استفاده شده است.

۳-۱- روش لونبرگ-مارکورت برای تخمین پارامتری:

این روش، یک روش تکراری برای حل مسائل خطی و غیر خطی در تخمین پارامترهای مجهولی مثل p_j می-باشد. این روش در ابتدا در سال ۱۹۴۴ توسط لونبرگ ارائه شده و سپس آقای مارکورت در سال ۱۹۶۳ آن را کاملتر و ساده تر کرد [۲۱]. این روش محاسباتی نیازمند حل مسائل مختلف مانند مسأله مستقیم، مسأله معکوس، فرآیند تکرار و معیار همگرایی برای رسیدن به جواب می-باشد که در زیر به طور مختصر توضیح داده شده اند.

مسأله مستقیم در نظر گرفته شده، شامل بدست آوردن توزیع دما در نمونه ها است در حالی که خواص ترموفیزیکی، ضریب انتقال حرارت تماسی و شرایط مرزی معلوم باشد. در این روش پارامتر مورد شناسایی که همان ضریب انتقال حرارت تماسی است به صورت پارامتر $h(t) = \sum_{j=1}^N (P_j C_j(t))$ نوشته می-شود که در آن p_j پارامتر مجهول و $C_j(t)$ تابع شناخته شده ای می-باشد (در اینجا به صورت $h(t) = p \times t^n$ انتخاب شده است). بنابراین در ابتدا باید با یک p^0 اولیه ای به عنوان حدس اولیه مسأله مستقیم (معادلات ۲ و ۳) حل شوند.



شکل (۱): شماتیکی از هندسه مسأله انتقال حرارت تماسی

به دلیل پیچیدگی مکانیزم انتقال حرارت در سطح تماس، انتقال حرارت در سطوح تماسی بکمک مدلسازی زیر انجام می-گیرد [۲۲].

$$q = h_c (T_{c1} - T_{c2}) \quad (۱)$$

همچنین از آنجا که هدف این تحقیق بیشتر بررسی انتقال حرارت تماسی است که بصورت فوق مدلسازی می-شود، انتقال حرارت در نمونه ها فقط بصورت هدایتی در نظر گرفته شده و مقاومت حرارت تماسی در شرط مرزی دیده می-شود. با توجه به ساختار مبدلهای حرارتی پره دار انتقال حرارت در دیواره لوله و پره را می توان با تقریب مناسبی بصورت یک بعدی در نظر گرفت. بنابراین معادلات حاکم بر مسأله بصورت زیر می-باشد:

برای نمونه اول:

$$K_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \rho_1 c_{p1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \quad (0 < x < L, t > 0) \quad (۲-۱)$$

$$T_1 = T_A \quad (x=0, t > 0) \quad (۲-۲)$$

$$-K_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = h(t) [T_{c1} - T_{c2}] \quad (x=L, t > 0) \quad (۲-۳)$$

$$T_1(x, 0) = T_{\text{inf}} \quad (۲-۴)$$

و برای نمونه دوم:

$$K_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \rho_2 c_{p2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \quad (L < x < 2L, t > 0) \quad (۳-۱)$$

$$-K_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = h(t) [T_{c1} - T_{c2}] \quad (x=L, t > 0) \quad (۳-۲)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} = 0 \quad (x=2L, t > 0) \quad (۳-۳)$$

مسأله‌ی مورد نظر معادلات دیفرانسیل ماتریس حساسیت به صورت زیر می‌باشد:

برای نمونه اول:

$$K_1 \frac{\partial^2 J_1}{\partial x^2} = \rho_1 c p_1 \frac{\partial J_1}{\partial t} \quad (0 < x < L, t > 0) \quad (11-1)$$

$$J_1 = 0 \quad (x=0, t > 0) \quad (11-2)$$

$$-K_1 \frac{\partial J_1}{\partial x} = t^n [T_{c1} - T_{c2}] + p t^n [J_{c1} - J_{c2}] \quad (x=L, t > 0) \quad (11-3)$$

$$J_1(x, 0) = 0 \quad (11-4)$$

و برای نمونه دوم:

$$K_2 \frac{\partial^2 J_2}{\partial x^2} = \rho_2 c p_2 \frac{\partial J_2}{\partial t} \quad (L < x < 2L, t > 0) \quad (12-1)$$

$$-K_2 \frac{\partial J_2}{\partial x} = t^n [T_{c1} - T_{c2}] + p t^n [J_{c1} - J_{c2}] \quad (x=L, t > 0) \quad (12-2)$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial x} = 0 \quad (x=2L, t > 0) \quad (12-3)$$

$$J_2(x, 0) = 0 \quad (12-4)$$

در مسائل معکوس خطی، ماتریس حساسیت تابع پارامترهای مجهول نیستند، و در این حالت معادله‌ی (۱۰) را می‌توان به روش صریح برای بدست آوردن مقدار مجهول p محاسبه کرد. اما در مسائل غیرخطی ماتریس حساسیت تابع پارامترهای مجهول هستند که در این مورد برای حل معادله‌ی (۱۰) نیاز به انجام دادن یک فرآیند تکراری با خطی‌سازی بردارهای دماهای تخمین‌زده شده‌ی $T(p)$ بوسیله‌ی سری تیلور حول p^k است:

$$T(p) = T(p^k) + J^k (p - p^k) \quad (13)$$

که با مرتبط سازی می‌توان بردار p را به شکل زیر بدست آورد:

$$p^{k+1} = p^k + \left[(J^k)^T J^k \right]^{-1} (J^k)^T [Y - T(p^k)] \quad (14)$$

فرآیند تکرار مطرح شده روش گوس نامیده می‌شود. مسائلی که در آنها $|J^T J| \approx 0$ باشند مسائل بد وضع نامیده می‌شوند. لونبرگ-مارکورت با استفاده از فرآیند تکراری زیر مشکل این مسائل را حل می‌کند.

$$p^{k+1} = p^k + \left[(J^k)^T J^k + \mu^k \Omega^k \right]^{-1} (J^k)^T [Y - T(p^k)] \quad (15)$$

هدف از استفاده کردن ماتریس $\mu^k \Omega^k$ کم کردن نوسانات و ناپایداری‌های موجود در مسائل، بدلیل بدوضعی مسأله می‌باشد. پارامتر دمپ در ابتدا در مقایسه با ماتریس $J^T J$

حل مسأله‌ی معکوس براساس مینیمم کردن تابع زیر می‌باشد:

$$S(p) = \sum_{i=1}^I [Y_i - T_i(p)]^2 \quad (4)$$

که این تابع برای مسأله مورد مطالعه بر اساس روش انتقال حرارت معکوس لونبرگ-مارکورت به صورت زیر می‌شود:

$$S(p) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{N_1} (T_{1ij} - Y_{1ij})^2 + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{N_2} (T_{2ik} - Y_{2ik})^2 \quad (5)$$

معادله (۵) را به صورت ماتریسی به شکل زیر نیز می‌توان نوشت:

$$S(p) = [Y - T(p)]^T [Y - T(p)] \quad (6)$$

برای مینیمم کردن تابع $S(p)$ باید از آن نسبت به پارامتر p مشتق گرفته و برابر با صفر قرار داد:

$$\frac{\partial S(p)}{\partial p_1} = \frac{\partial S(p)}{\partial p_2} = \dots = \frac{\partial S(p)}{\partial p_N} = 0 \quad (7)$$

که چنین شرطی برای مینیمم کردن تابع $S(p)$ را می‌توان در حالت ماتریسی با معادل کردن گرادیان $S(p)$ برابر با صفر به شکل زیر نوشت:

$$\nabla S(p) = 2 \left[-\frac{\partial T^T(p)}{\partial p} \right] [Y - T(p)] = 0 \quad (8)$$

از طرفی ماتریس ژاکوبین $J(p)$ به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$J(p) = \left[\frac{\partial T^T(p)}{\partial p} \right]^T \quad (9)$$

حال با استفاده از تعریف ماتریس حساسیت، معادله (۸) به صورت زیر در می‌آید:

$$-2J^T(p) [Y - T(p)] = 0 \quad (10)$$

روشهای مختلفی برای بدست آوردن ماتریس حساسیت وجود دارد که یکی از این روشها روش "مسأله‌ی مقدار مرزی برای محاسبه‌ی ضرایب حساسیت" می‌باشد [۲۱]. در این روش با دیفرانسیل‌گیری از معادلات دیفرانسیلی مسأله‌ی مستقیم نسبت به پارامتر مجهول، معادلات دیفرانسیل برای ضرایب حساسیت بدست می‌آیند. برای

۷- اگر $S(p^{k+1}) \geq S(p^k)$ ، μ^k را با $10\mu^k$ جایگزاری کنید و به مرحله ی ۴ برگردید.

۸- اگر $S(p^{k+1}) < S(p^k)$ ، پارامتر p^{k+1} جدید پذیرفته شده و μ^k را با $0.1\mu^k$ جایگزاری کنید.

۹- معیارهای توقف را چک کنید. اگر معیارهای همگرایی ارضاء شدند، فرآیند تکرار را متوقف کنید و در غیر این صورت k را با $k+1$ جایگزاری کنید و به مرحله ی ۳ برگردید.

۳-۲- روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری

این روش یک روش سرراست و قوی است که مانند روش قبلی نیازمند حل مسائل مختلف مانند مسأله مستقیم، مسأله ی معکوس، فرآیند تکرار و معیار همگرایی برای رسیدن به جواب می باشد [۲۱]. مسأله ی مستقیم دقیقاً مانند روش قبل می باشد. با خطی سازی کردن تابع $h(t)$ و در نظر گرفتن p^0 اولیه ای، معادلات (۲) و (۳) برای محاسبه توزیع دماهای $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t)$ حل می شوند. فرآیند تکرار روش های گرادیان مزدوج برای مینیمم کردن نرم $S(p)$ به صورت زیر ارائه می شود:

$$p^{k+1} = p^k - \beta^k d^k \quad (20)$$

β^k اندازه گام جستجو از تکرار k تا تکرار $k+1$ و $d^k(t)$ جهت نزول است که بفرم زیر تعریف می شود.

$$d^k(t) = \nabla S[h^k(t)] + \gamma^k d^{k-1}(t) \quad (21)$$

که ترکیبی از جهت گرادیان $\nabla S[h^k(t)]$ در تکرار k و جهت نزول $d^{k-1}(t)$ در تکرار $k-1$ است. ضریب مزدوج γ^k از عبارات فلتچر-ریوس^۱ تعیین می شود [۲۱].

$$\gamma^k = \frac{\int_0^t \left\{ \nabla S[h^k(t)] \right\}^2 dt}{\int_0^t \left\{ \nabla S[h^{k-1}(t)] \right\}^2 dt} \quad \text{for } k=1,2,\dots \quad (22)$$

With $\gamma^k = 0$ for $k=0$

که در آن گرادیان تابع $S(p)$ به صورت زیر محاسبه می شود:

بزرگ انتخاب می شود، چون مسأله در ابتدا به طور کلی بدوضع می باشد. معیارهای همگرایی که فرآیند تکراری این روش را متوقف می کند به صورت زیر ارائه می شود:

$$S(p^{k+1}) < \varepsilon_1 \quad (16-1)$$

$$\|p^{k+1} - p^k\| < \varepsilon_2 \quad (16-2)$$

که در آن $\|x\| = (x^T x)^{1/2}$ بردار نرم می باشد و به صورت تعریف می شود.

روشهای متفاوتی از روش لونبرگ-مارکورت را می توان در مقالات مختلف پیدا نمود و این تفاوتها بستگی به انتخاب متفاوت ماتریس قطری Ω^k و انتخاب متفاوتی از پارامتر دمپ μ^k دارد. در این مقاله الگوریتمی بیان می شود که ماتریس قطری Ω^k به صورت زیر بیان می شود [۲۱]:

$$\Omega^k = \text{diag} \left[(J^k)^T J^k \right] \quad (17)$$

با فرض اینکه حدس اولیه p^0 برای بردار مجهول p نیز موجود باشد، مقداری برای μ^0 انتخاب می شود، مثلاً $\mu^0 = 0.001$ و $k=0$ ، سپس دیگر مراحل را بصورت زیر ادامه می دهیم. الگوریتم این روش به صورت زیر است:

۱- حل کردن مسأله ی انتقال حرارت مستقیم (معادلات (۲) و (۳))، با پارامتر تخمین زده شده ی p^k به منظور بدست آوردن بردار دمای $T(p^k) = (T_1, T_2, \dots, T_I)$

۲- بدست آوردن $S(p^k)$ از معادله ی (۶).

۳- بدست آوردن ماتریس حساسیت J^k تعریف شده با معادله ی (۹) و سپس ماتریس Ω^k داده شده با معادله ی (۱۷).

۴- حل معادله ی (۱۵):

$$\left[(J^k)^T J^k + \mu^k \Omega^k \right] \Delta p^k = (J^k)^T [Y - T(p^k)] \quad (18)$$

به منظور پیدا کردن Δp^k ، $\Delta p^k = p^{k+1} - p^k$.

۵- بدست آوردن تخمین جدیدی از p به صورت زیر:

$$p^{k+1} = p^k + \Delta p^k \quad (19)$$

۶- حل مسأله ی مستقیم (معادلات (۲) و (۳)) با تخمین جدید p^{k+1} به منظور بدست آوردن $T(p^{k+1})$ و سپس بدست آوردن $S(p^{k+1})$.

¹Fletcher-Reeves

۳- بدست آوردن ماتریس حساسیت J^k .

۴- با دانستن J^k ، Y و $T(p^k)$ ، تابع گرادیان $\nabla S(p)$ را از معادله (۲۳) و سپس J^k را بوسیله معادله (۲۲) بدست آورید.

۵- سپس d^k را از معادله (۲۱) بدست آورید.

۶- با داشتن J^k ، Y ، $T(p^k)$ و d^k ، اندازه گام جستجو β^k را از طریق معادله (۲۵) بدست آورید.

۷- با داشتن p^k ، β^k و d^k ، تخمین جدید p^{k+1} را با معادله (۲۰) بدست آورید.

۸- یکی به k اضافه کنید و به مرحله ۱ برگردید.

۳-۳- روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین پارامتر

مراحل اساسی برای حل مسأله تخمین پارامتر با روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی شامل مراحل مسأله مستقیم، مسأله حساسیت، مسأله الحاقی، معادله گرادیان، فرآیند تکرار و معیار همگرایی می باشد. با در نظر گرفتن حدس اولیه ای برای پارامتر p^0 و خطی سازی $h(t)$ به صورت معادله $p.t^n$ ، معادلات دیفرانسیلی (۲) و (۳) را حل کرده تا توزیع دماهای $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t)$ بدست آید [۲۱].

مسأله حساسیت: تابع حساسیت $\Delta T(x,t)$ که از حل مسأله حساسیت بدست می آید، بعنوان مشتق جهتی دما $\Delta T(x,t)$ در جهت انحراف تابع مجهول تعریف می شود. تابع حساسیت جهت محاسبه اندازه گام جستجو لازم است. مسأله حساسیت از مسأله مستقیم تعریف شده توسط معادلات (۲) و (۳) به روش زیر بدست می آید.

فرض می شود هرگاه که در $T_1(x,t)$ به اندازه $\Delta T_1(x,t)$ و در $T_2(x,t)$ به اندازه $\Delta T_2(x,t)$ اغتشاش ایجاد شود، آنگاه $h(t)$ به اندازه $\Delta h(t)$ دستخوش تغییر می شود. از آنجایی که تابع $h(t)$ را به صورت $p.t^n$ پارامتری کرده ایم، تابع

$$\nabla S(p) = 2 \left[-\frac{\partial T^T(p)}{\partial p} \right] [Y - T(p)] \quad (23)$$

اندازه ی گام جستجو، با مینیمم کردن تابع s نسبت به β^k بدست می آید. پس از انجام مقداری محاسبات، عبارت زیر برای اندازه گام β^k بدست می آید [۲۱].

$$\beta^k = \frac{\sum_{i=1}^I \left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial p^k} \right)^T d^k \right] [T_i(p^k) - Y_i]}{\sum_{i=1}^I \left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial p^k} \right)^T d^k \right]^2} \quad (24)$$

که با توجه به تعریف ماتریس ژاکوبین، تابع β را به صورت زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\beta^k = \frac{[J^k d^k]^T [T(p^k) - Y]}{[J^k d^k]^T [J^k d^k]} \quad (25)$$

بعد از محاسبه ماتریس حساسیت، گرادیان جهتی، ضریب مزدوج و اندازه ی گام جستجو، فرآیند تکرار داده شده با معادله (۲۰) بکار برده می شود تا اینکه معیار همگرایی را ارضاء کند. معیار توقفین روش به صورت زیر است:

$$S(p^k) < \varepsilon \quad (26)$$

معیار خطا ε طوری انتخاب می شود که جوابهای یکنواختی در هنگام بکارگیری داده ها شامل خطاهای تصادفی بدست می آید. جوابها زمانی دقت لازم را دارند که:

$$|Y(t) - T| \approx \nu \quad (27)$$

ν انحراف معیار از خطاهای اندازه گیری است. ε از معادله (۲۷) بدین صورت بدست می آید.

$$\varepsilon = \nu^2 t_f \quad (28)$$

چنین فرایندی روش گرادیان مزدوج را نتیجه می دهد. الگوریتم این روش به صورت زیر است:

۱- حل مسأله انتقال حرارت مستقیم (معادلات (۲) و (۳))، با استفاده از p^k برای بدست آوردن دماهای $T(p^k) = (T_1 T_2 \dots T_I)$.

۲- چک کردن معیار توقف. اگر ارضاء نمی شود ادامه دهید.

$$S[p] = \int_0^{\tau} \left[\sum_{j=1}^{N_1} (T_{1j} - Y_{1j})^2 \right] dt + \int_0^{\tau} \left[\sum_{k=1}^{N_2} (T_{2k} - Y_{2k})^2 \right] dt + \int_0^{\tau} \int_0^L \lambda_1(x,t) \left[K_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - \rho_1 c_{p1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \right] dx dt + \int_0^{\tau} \int_0^L \lambda_2(x,t) \left[K_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - \rho_2 c_{p2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \right] dx dt \quad (32)$$

تغییرات $S[p]$ با جایگزین کردن $T_1(x,t) + \Delta T_1(x,t)$ بجای $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t) + \Delta T_2(x,t)$ بجای $T_2(x,t)$ در معادله (۳۲) و کم کردن آن از معادله (۳۲) و با صرفنظر از ترمهای مرتبه دو بدست می آید:

$$\Delta S[p] = \int_0^{\tau} \int_0^L \sum_{j=1}^{N_1} 2\Delta T_{1j} (T_{1j} - Y_{1j}) \delta(x-x_j) dx dt + \int_0^{\tau} \int_0^L \sum_{k=1}^{N_2} 2\Delta T_{2k} (T_{2k} - Y_{2k}) \delta(x-x_k) dx dt + \int_0^{\tau} \int_0^L \lambda_1(x,t) \left[K_1 \frac{\partial^2 \Delta T_1}{\partial x^2} - \rho_1 c_{p1} \frac{\partial \Delta T_1}{\partial t} \right] dx dt + \int_0^{\tau} \int_0^L \lambda_2(x,t) \left[K_2 \frac{\partial^2 \Delta T_2}{\partial x^2} - \rho_2 c_{p2} \frac{\partial \Delta T_2}{\partial t} \right] dx dt \quad (33)$$

با استفاده از انتگرال گیری جزء به جزء و تعیین شرایط مرزی و اولیه مسأله حساسیت، دو جمله آخر معادله‌ی بالا ساده‌تر می‌شوند. پس از ساده سازی و به سمت صفر میل دادن $\Delta S[p]$ ، مسأله مقدار مرزی برای $\lambda_1(x,t)$ و به صورت زیر برای این مسأله‌ی خاص بدست می‌آید:

برای نمونه‌ی اول:

$$K_1 \frac{\partial^2 \lambda_1}{\partial x^2} + \rho_1 c_{p1} \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} + \sum_{j=1}^{N_1} 2\Delta T_{1j} (T_{1j} - Y_{1j}) \delta(x-x_j) = 0 \quad (34-1)$$

$$\lambda_1 = 0 \quad (x=0, t > 0) \quad (34-2)$$

$$K_1 \frac{\partial \lambda_1}{\partial x} = pt^n [\lambda_2(L,t) - \lambda_1(L,t)] \quad (x=L, t > 0) \quad (34-3)$$

$$\lambda_1(x,0) = 0 \quad (34-4)$$

و برای نمونه دوم:

$$K_2 \frac{\partial^2 \lambda_2}{\partial x^2} + \rho_2 c_{p2} \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} + \sum_{k=1}^{N_2} 2\Delta T_{2k} (T_{2k} - Y_{2k}) \delta(x-x_k) = 0 \quad (35-1)$$

$$\lambda_2 = 0 \quad (x=0, t > 0) \quad (35-2)$$

$\Delta h(t)$ با اغتشاش در پارامتر مجهول p به اندازه Δp بدست می‌آید:

$$\Delta h(t) = \Delta p \cdot t^n \quad (29)$$

بنابراین با جایگذاری در مسأله مستقیم $h(t) + \Delta h(t)$ بجای $h(t)$ ، $T_1(x,t) + \Delta T_1(x,t)$ بجای $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t) + \Delta T_2(x,t)$ بجای $T_2(x,t)$ و کم کردن از عبارتهای ارائه شده در مسأله مستقیم و همچنین صرفنظر از ترمهای مرتبه ۲، مسأله حساسیت برای توابع حساسیت $\Delta T_1(x,t)$ و $\Delta T_2(x,t)$ برای این مسأله بصورت زیر بدست می‌آید:

برای نمونه اول:

$$K_1 \frac{\partial^2 \Delta T_1}{\partial x^2} = \rho_1 c_{p1} \frac{\partial \Delta T_1}{\partial t} \quad (0 < x < L, t > 0) \quad (30-1)$$

$$\Delta T_1 = 0 \quad (x=0, t > 0) \quad (30-2)$$

$$-K_1 \frac{\partial \Delta T_1}{\partial x} = pt^n [\Delta T_{c1} - \Delta T_{c2}] + \Delta h_c [T_{c1} - T_{c2}] \quad (x=L, t > 0) \quad (30-3)$$

$$\Delta T_1(x,0) = 0 \quad (30-4)$$

و برای نمونه‌ی دوم:

$$K_2 \frac{\partial^2 \Delta T_2}{\partial x^2} = \rho_2 c_{p2} \frac{\partial \Delta T_2}{\partial t} \quad (L < x < 2L, t > 0) \quad (31-1)$$

$$-K_2 \frac{\partial \Delta T_2}{\partial x} = pt^n [\Delta T_{c1} - \Delta T_{c2}] + \Delta h_c [T_{c1} - T_{c2}] \quad (x=L, t > 0) \quad (31-2)$$

$$\frac{\partial \Delta T_2}{\partial x} = 0 \quad (x=2L, t > 0) \quad (31-3)$$

$$\Delta T_2(x,0) = 0 \quad (31-4)$$

مسأله‌ی الحاقی: دماهای تخمین زده شده برای هر نمونه باید معادله مستقیم مربوط به همان نمونه را ارضاء کند. جهت بدست آوردن مسأله الحاقی، معادله (۲) در افزایش لگرانژی $\lambda_1(x,t)$ و معادله (۳) در افزایش لگرانژی $\lambda_2(x,t)$ ضرب کرده و از عبارتهای حاصل شده بر روی دامنه زمان و مکان انتگرالگیری می‌شود. سپس نتایج به سمت راست معادله (۵) اضافه می‌شود بطوریکه عبارت زیر برای تابع $S[p]$ حاصل می‌شود:

¹ Lagrange Multiplier

۳-۴- روش گرادیان مزدوج با مسأله‌ی الحاقی برای

تخمین تابع

مراحل اساسی برای حل مسأله با این روش شامل مسأله‌ی مستقیم، مسأله‌ی حساسیت، مسأله‌ی الحاقی، معادله‌ی گرادیان، فرآیند تکرار و معیار همگرایی می‌باشد. تفاوت این روش با روش قبل تنها در این است که در روش قبل پارامتر p حدس زده می‌شد و در مرحله‌ی تکرار پارامتر p تصحیح می‌شد ولی در این روش به طور مستقیم تابع h بعنوان حدس اولیه در نظر گرفته می‌شود و در مرحله‌ی تکرار نیز تابع $h(t)$ تصحیح می‌شود. بنابراین معادلات مسأله‌ی مستقیم، مسأله‌ی حساسیت، مسأله‌ی الحاقی، معادله‌ی گرادیان، فرآیند تکرار و معیار همگرایی دقیقاً همان معادلات روش قبل می‌شوند با این تفاوت که بجای اینکه تابع پارامتر p باشند تابع $h(t)$ هستند. بنابراین دیگر معادلات مربوطه تکرار نمی‌شوند و فقط الگوریتم آن بیان می‌گردد. الگوریتم این روش که منجر به تخمین تابع $h(t)$ می‌گردد عبارت است از:

ابتدا $k=0$ قرار می‌دهیم و سپس:

۱- در نظر گرفتن $h^0(t)$ بعنوان حدس اولیه برای تابع $h(t)$.

۲- حل مسأله‌ی مستقیم داده شده با معادلات (۲) و (۳) به منظور محاسبه $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t)$ براساس $h^0(t)$.

۳- چک کردن معیار توقف. اگر شرط توقف ارضاء نمی‌شود به مرحله بعد روید.

۴- دانستن $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t)$ و دماهای اندازه گیری شده $Y_1(t)$ و $Y_2(t)$ ، مساله الحاقی را حل کرده و $\lambda_1(L,t)$ و $\lambda_2(L,t)$ را محاسبه کنید.

۵- با دانستن $\lambda_1(L,t)$ و $\lambda_2(L,t)$ ، $\nabla S[h^k(t)]$ را محاسبه کنید.

۶- با داشتن گرادیان $\nabla S[h^k(t)]$ ، γ^k را از (۲۲) و سپس جهت نزول d^k را از معادله (۲۱) محاسبه کنید.

۷- $\Delta h^k(t) = d^k(t)$ را قرار داده و سپس مسأله حساسیت را به منظور محاسبه $\Delta T_1(x,t)$ و $\Delta T_2(x,t)$ حل کنید.

۸- با دانستن $\Delta T_1(x,t)$ و $\Delta T_2(x,t)$ ، اندازه گام β^k را محاسبه کنید.

$$K_2 \frac{\partial \lambda_2}{\partial x} = p t^n [\lambda_2(L,t) - \lambda_1(L,t)] \quad (x=L, t > 0) \quad (35-3)$$

$$\lambda_2(x, \tau) = 0 \quad (35-4)$$

معادله‌ی گرادیان: در فرآیند بالا پس از ساده سازی و به سمت صفر قراردادن $S[p]$ ، جملات معادله‌ی الحاقی ایجاد می‌شود و تنها جمله‌ای که باقی می‌ماند باعث ایجاد معادله‌ی گرادیان به شکل زیر می‌شود:

$$\nabla S(p) = \{[\lambda_2(L,t) - \lambda_1(L,t)] [T_{c1}(L,t) - T_{c2}(L,t)]\} \quad (36)$$

فرآیند تکرار و معیار همگرایی این روش دقیقاً مانند روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری می‌باشد.

الگوریتم این روش به صورت زیر است:

با فرض اینکه p^0 حدس اولیه‌ای برای بردار پارامتر p باشد، $k=0$ قرار می‌دهیم و سپس:

۱- در نظر گرفتن $h(t)$ برحسب پارامتر مجهول p و سپس حل مسأله‌ی مستقیم داده شده با معادلات (۲) و (۳) به منظور محاسبه $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t)$.

۲- چک کردن معیار توقف. اگر شرط توقف ارضاء نمی‌شود به مرحله بعدی باید رفت.

۳- با دانستن $T_1(x,t)$ و $T_2(x,t)$ و دماهای اندازه گیری شده $Y_1(t)$ و $Y_2(t)$ ، مساله الحاقی را حل کرده و $\lambda_1(L,t)$ و $\lambda_2(L,t)$ را محاسبه کنید.

۴- با دانستن $\lambda_1(L,t)$ و $\lambda_2(L,t)$ ، $\nabla S(p)$ را محاسبه کنید.

۵- با داشتن گرادیان $\nabla S(p)$ ، γ^k را از معادله (۲۲) و سپس جهت نزول d^k را از معادله (۲۱) محاسبه کنید.

۶- $\Delta p^k = d^k$ را قرار داده و $\Delta h(t)$ را از معادله (۲۹) محاسبه کرده و سپس مسأله حساسیت را به منظور محاسبه $\Delta T_1(x,t)$ و $\Delta T_2(x,t)$ حل کنید.

۷- با داشتن $\Delta T_1(x,t)$ و $\Delta T_2(x,t)$ ، اندازه گام β^k را محاسبه کنید.

۸- با داشتن β^k و d^k ، تخمین جدید p^{k+1} را از معادله (۲۰) محاسبه کنید و $k+1$ را جایگزین k کنید و به مرحله ۱ بازگردید.

شده است. برای این منظور از داده‌های شبیه سازی شده برای دو حالت (۱) ضریب انتقال حرارت تماسی ثابت (۲) ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی استفاده شده است. (۱) ضریب انتقال حرارت تماسی ثابت ($h=600$).

سیستمی که برنامه با آن اجرا و نتایج بدست آمده‌اند شامل CPU: 2.2 GHz و RAM: 3 GB زیر می‌باشد. نتایج بدست آمده در این حالت در جدول ۲ خلاصه شده است:

برای بررسی دقیقتر دقت هر یک از روشها در حالت ضریب انتقال حرارت تماسی خطی از طریق رابطه زیر مقدار خطا محاسبه و ارائه شده است:

$$error = \left| \frac{h_{est} - h_{exact}}{h_{exact}} \right| \quad (38)$$

جدول ۲- نتایج مربوط به ضریب انتقال حرارت تماسی ثابت

تعداد تکرار	مقدار خطا	زمان اجرای برنامه (S)	ضریب انتقال حرارت تماسی $h_c \left(\frac{W}{m^2 \cdot K} \right)$	روش
۸	۰/۰۱۷۸	۰/۴۱۳۱	۵۹۹/۸۹۳۱	۱
۳	۰/۰۰۱۶۵	۰/۲۷۳۲	۵۹۹/۹۹۰۱	۲
۱۲	۰/۰۰۴۶۷	۱۰/۴۸۹	۵۹۹/۹۷۲	۳
۱۲	۰/۰۰۴۶۷	۱۰/۴۸۹	۵۹۹/۹۷۲	۴

همانطور که در جدول مشاهده می‌شود بعد از روش دوم روشهای سوم و چهارم دقیق‌ترند اما زمان اجرای و تعداد تکرار بیشتری دارند. زمان اجرای روش دوم از همه کمتر می‌باشد. مقدار معیار توقف در تمامی این چهار روش 10^{-3} بوده است و زمانی که معیار توقف به کمتر از 10^{-3} برسد برنامه از اجرا باز می‌ایستد. بسته به نوع روش، معیار توقف از یک مقدار خاصی شروع و در خاتمه اجرای برنامه به عددی کمتر از 10^{-3} می‌رسد. در روش اول این مقدار از $17/7902$ شروع و بعد از ۸ تکرار به $8/3271 \times 10^{-4}$ رسیده و برنامه متوقف شده است. در تکرار دوم معیار توقف از $5/2381$ شروع و بعد از ۳ تکرار به $2/1153 \times 10^{-4}$ رسیده است. در روش سوم و چهارم نیز از $21/6932$ شروع و بعد از ۱۲ تکرار به $9/2176 \times 10^{-4}$ رسیده است.

۹- با دانستن β^k و d^k ، تخمین جدید $h^{k+1}(t)$ را از معادله (۳۷) محاسبه کنید و $k+1$ را جایگزین k کنید و به مرحله ۱ بازگردید.

$$h^{k+1}(t) = h^k(t) - \beta^k d^k(t) \quad (37)$$

۴- نتایج:

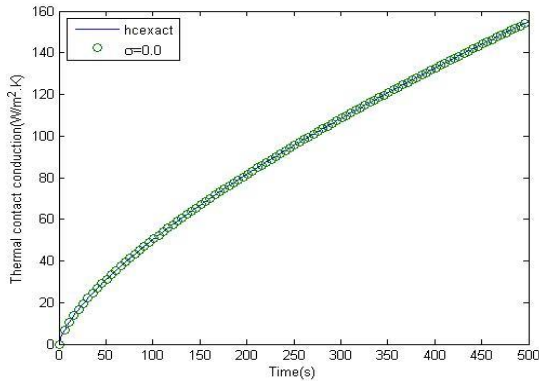
همانطور که در قبل اشاره شد، هدف ما در این مقاله، تخمین ضریب انتقال حرارت تماسی میان دو نمونه تماسی مانند لوله مبدل حرارتی و پره متصل به آن می‌باشد. تمام معادلات دیفرانسیل در این مطالعه با روش حجم کنترل محاسبه و بدست آمده‌اند. ضمناً مقدار معیار توقف در تمامی این چهار روش 10^{-3} بوده است.

ویژگی‌های فیزیکی و حرارتی دو نمونه مورد نظر، در جدول ۱ آورده شده است. از آنجا که مواد مناسب استفاده شده برای سیستمهای حرارتی بویژه مبدلهای حرارتی از جنس آلومینیوم می‌باشد؛ نمونه‌های مورد مطالعه هر دو از جنس آلومینیوم انتخاب شده است.

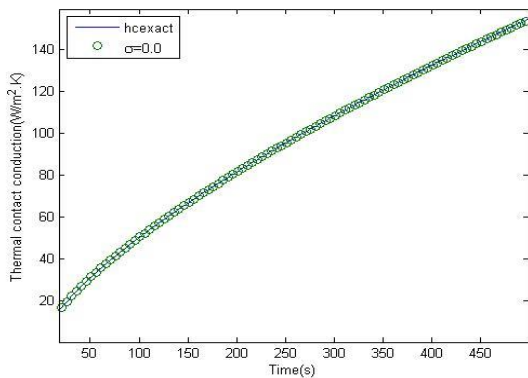
جدول ۱- مشخصات فیزیکی و حرارتی نمونه‌های مورد آزمایش

نوع مواد	آلومینیوم
ضریب رسانش (k)	$237 W/m.K$
چگالی (ρ)	$2702 kg/m^3$
گرمای ویژه (c_p)	$903 J/kg.K$
طول (L)	$3cm$

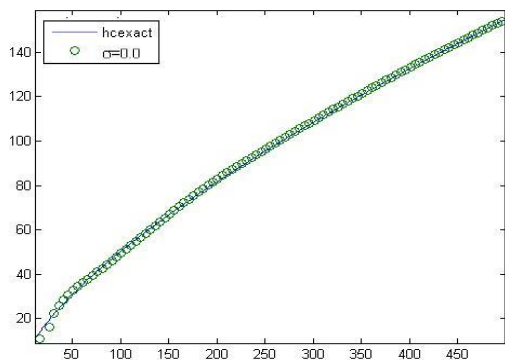
دمای اولیه دو ماده $200^\circ C$ می‌باشد. این دو ماده در یک انتها به هم متصل‌اند و انتهای دیگر نمونه‌ها که در تماس با هم نمی‌باشند، یکی در دمای $300^\circ C$ و دیگری عایق شده است. اطراف هر دو نمونه عایق شده تا حرارت به صورت شعاعی از دست نرود. بدلیل نبود داده‌های آزمایشگاهی مربوط به دماها در هر دو نمونه در موقعیت‌های مشخص شده، از داده‌های شبیه سازی شده استفاده



شکل ۳- نتایج مربوط به ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی بدست آمده با روش دوم



شکل ۴- نتایج مربوط به ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی بدست آمده با روش سوم



شکل ۵- نتایج مربوط به ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی بدست آمده با روش چهارم

(۲) ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی ($h=2t^{0.7}$)

نتایج بدست آمده برای این حالت در جدول ۳ و شکل های ۲ تا ۵ آورده شده است.

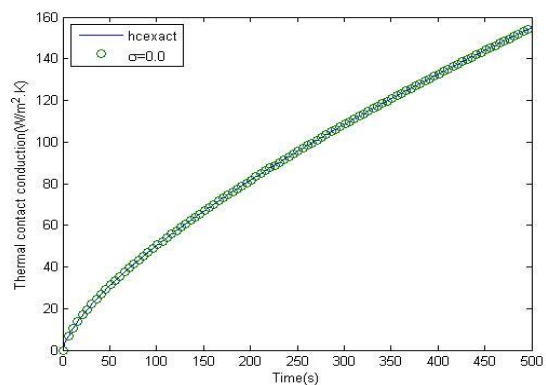
نمودارهای ۲ تا ۵ مقادیر دقیق ضریب انتقال حرارت تماسی و مقادیر ضریب انتقال حرارت تماسی بدست آمده با روشهای اول تا چهارم را بدون اضافه کردن خطا ($\sigma=0$) به دماهای اندازه گیری شده نشان می دهند.

نمودار شکل ۲ مقادیر دقیق ضریب انتقال حرارت تماسی و مقادیر ضریب انتقال حرارت تماسی بدست آمده با روش لونیبرگ-مارکورت برای تخمین پارامتری را نشان می دهد.

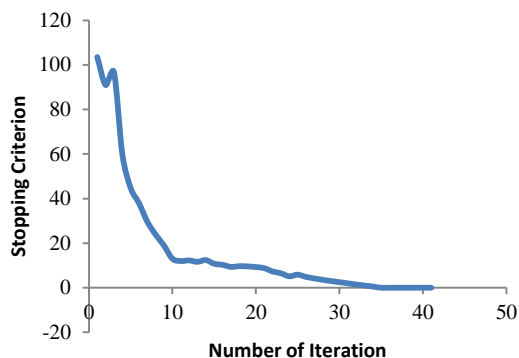
نمودار شکل ۳ مقادیر دقیق ضریب انتقال حرارت تماسی و مقادیر ضریب انتقال حرارت تماسی بدست آمده با روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری را نشان می دهد.

نمودار شکل ۴ مقادیر دقیق ضریب انتقال حرارت تماسی و مقادیر ضریب انتقال حرارت تماسی بدست آمده با روش گرادیان مزدوج با مسأله ی الحاقی برای تخمین پارامتری را نشان می دهد.

نمودار شکل ۵ مقادیر دقیق ضریب انتقال حرارت تماسی و مقادیر ضریب انتقال حرارت تماسی بدست آمده با روش گرادیان مزدوج با مسأله ی الحاقی برای تخمین تابع را نشان می دهد.



شکل ۲- نتایج مربوط به ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی بدست آمده با روش اول



شکل ۶- تاریخچه همگرایی روش چهارم

۵- نتیجه گیری:

بر پایه نتایج بدست آمده در کار حاضر، مهمترین نتیجه-گیری ها را می توان چنین بیان کرد:

۱- نتایج مربوط به دو روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین پارامتر و گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابع در حالت ضریب انتقال حرارت تماسی ثابت $(C(t)=1)$ ، یکسان شده است. دلیل آن اینست که در این حالت h یک پارامتر است و تابع نیست و در هر دو روش یک پارامتر را بدست می آوریم که در چنین حالتی این دو روش دقیقاً معادل هم می شوند.

۲- در حالت ضریب انتقال حرارت تماسی غیرخطی، دقیقترین روشها به ترتیب روش لونیگ-مارکورت برای تخمین پارامتری، روش گرادیان مزدوج برای تخمین پارامتری، روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین پارامتری و روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابعمی باشد. که این دلیل آنست که در روشهای اول، دوم و سوم فرم تابع مورد نظر به مسأله داده می شود اما روش چهارم خود باید فرم تابع را بدست آورد که این طبیعتاً خود باعث خطایی در حل مسأله می شود.

۳- در تمام حالات روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابع دیرتر از بقیه همگرا شده است. همچنین روش گرادیان مزدوج با مسأله الحاقی برای تخمین تابع از بقیه روشها بیشتر به حدس اولیه بستگی دارد.

برای اینکه دقت هر روش بهتر مقایسه شوند معیار خطای زیر معرفی و برای هر چهار روش محاسبه می شوند:

$$D = \sqrt{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (h_{i,estimated} - h_{i,exact})^2} \quad (39)$$

در جدول ۳ مقدار خطا برای چهار روش مذکور محاسبه و آورده شده است.

جدول ۳- نتایج مربوط به ضریب انتقال حرارت تماسی

غیرخطی

روش	زمان اجرای برنامه (s)	تعداد تکرار	مقدار خطا
۱	۴/۹۹۳۱	۱۷	۰/۰۳۲۴
۲	۰/۸۴۳۶	۳	۰/۰۵۴۶
۳	۹/۵۴۷۳	۱۸	۱/۰۱۲۱
۴	۲۰/۷۳۰	۴۱	۱/۰۲۰۰

مقدار معیار توقف در تمامی این چهار روش 10^{-3} بوده است و زمانی که معیار توقف به کمتر از 10^{-3} برسد برنامه اجرا باز می ایستد. بسته به نوع روش، معیار توقف از یک مقدار خاصی شروع و در خاتمه اجرای برنامه به عددی کمتر از 10^{-3} می رسد. در روش اول این مقدار از $29/8211$ شروع و بعد از ۱۷ تکرار به $9/1021 \times 10^{-4}$ رسیده و برنامه متوقف شده است. در روش دوم معیار توقف از $6/7391$ شروع و بعد از ۳ تکرار به $3/8170 \times 10^{-4}$ رسیده است. در روش سوم نیز این معیار از $38/4280$ شروع و بعد از ۱۸ تکرار به $9/7231 \times 10^{-4}$ رسیده است. در روش چهارم معیار توقف از $103/4990$ شروع و پس از ۴۱ تکرار و پس از ارضاء کردن معیار توقف، این معیار به 9×10^{-4} رسیده است. در نمودار ۳ نحوه همگرا شدن معیار توقف بعد از ۴۱ تکرار را برای روش چهارم نشان داده است.

چهارم نیازی به داشتن شکل اولیه‌ای از فرم تابع ندارد و از اینرو بطور اتوماتیک فرم تابعی روی ناحیه مورد نظر حاصل می‌شود که این مهمترین و قویترین ویژگی این روش نسبت به سه روش اول می‌باشد.

۴- روشهای ۱، ۲ و ۳ برای محاسبه‌ی یک پارامتر مفید می‌باشند ولی برای محاسبه‌ی یک تابع با این سه روش باید فرم کلی آن تابع مجهول معلوم باشد و قالب آنرا به الگوریتم مربوطه داد تا تابع مجهول را حل کند؛ ولی روش

فهرست نمادها و نشانه‌ها:

t : زمان	c_p : گرمای ویژه
Y : دماهای اندازه‌گیری شده	d : سمت نزول
β : اندازه گام جستجو	h : ضریب انتقال حرارت تماسی
ρ : چگالی	K : رسانندگی گرمایی
γ : ضریب مزدوج	k : شماره تکرار (بالا نویس)
μ : پارامتر دمپ	P : پارامتر مجهول
Ω : ماتریس قطری	T : دماهای تخمین زده شده
τ : بازه زمانی	T_A : دمای سمت چپ نمونه اول
λ : افزایشنده لاگرانژی	T_c : دمای نقطه تماس
	T_{inf} : دمای اولیه

مراجع:

- [1] Rajabpour, A., VaezAllaei, S. M., Kowsary, F., "Interface thermal resistance and thermal rectification in hybrid graphene-graphenenanoribbons: A nonequilibrium molecular dynamics study", *Applied Physics Letters* vol. 99 issue 5, pp. 051917-051917-3, (2011).
- [2] Kutasov, I.M., Kagan, M., "Cylindrical probe with a constant temperature determination of the formation thermal conductivity and contact thermal resistance" *Geothermics* 32, pp. 187-193, (2003).
- [3] Aderghal, N., Loulou, T., Bouchoucha, A., Rogeon, Ph., "Analytical and numerical calculation of surface temperature and thermal constriction resistance in transient dynamic strip contact" *Applied Thermal Engineering* 31, pp. 1527-1535, (2011).
- [4] Yang, Yu. Ch., Lee, H. L., Chen, W., Salazar, J. L., "Estimation of thermal contact resistance and temperature distributions in the pad/disc tribosystem" *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38 pp. 298-303, (2011).
- [5] Lee, H. L., Sun, S. H., Chang, W. J., Yang, Yu. Ch., "Transient thermal loading induced optical effects in tightly jacketed double-coated optical fibers with interlayer thermal contact resistance" *Optics Communications* 284, pp. 447-452, (2012).
- [6] Dart, D.M., "Effect of fin bond on heat transfer". *ASHRAE Journal* 1 (5), pp. 67-71, (1959).
- [7] Abuebid, M.A., "A thermal contact conductance correlation for mechanically expanded finned tube heat exchangers". M.S. thesis. University of Missouri-Rolla, (1984).
- [8] Shah, P.R., "Microscopic and macroscopic fin collar effect in the prediction of finned tube contact conductance". Ph.D. thesis. University of Missouri-Rolla, (1986).

- [9] Eckels, P.W., Rabas, T.J., "On the correlation of wet and dry transport processes in plate finned-tube heat exchangers". *Journal of heat transfer* 109, pp. 575-582, (1987).
- [10] Sheffield, J.W., Sauer Jr., H. J., wood,R.A., " An experimental method for measuring the thermal contact resistance of plate finned tube heat exchangers". *ASHRAE Transactions* 93 (2), pp. 776-785, (1987).
- [11] Nho, K.M., Yovanovich, M.M., " Measurement of contact resistance in finned tube heat exchangers". *ASHRAE Transactions* 95, pp. 370-378. (1989).
- [12] Critoph, R.E., Holland, M.K., Turner, L., " Contact resistance in air-cooled plate fin tube air-conditioning condensers". *International Journal of Refrigeration* 9, pp. 400-406, (1996)
- [13] Stubblefield, M.A., Pang, S.S., County, V.A., " Heat loss in insulated pipe the influence of thermal contact resistance: a case study". *Journal of Composites, Part B* 27B (1), pp. 85-93, (1996).
- [14] salgon J.J. et al., "A mechanical and geometrical approach to thermal contact resistance". *International Journal of heat Mass Transfer* 40 (5), pp. 1121-1129, (1997).
- [15] ElSherbini, A.I., Jacobi, A.M., " The thermal-hydraulic impact of delta-wing vortex generators on the performance of a plain-fin-and-tube heat exchanger". *International Journal of HVAC&R Research* 8, pp. 357-370, (2002).
- [16] Kim, C.N et al., "A study on the correlation between the thermal contact conductance and effective factors in fin-tube heat exchangers with 9.25 mm tube". *International Journal of Heat and Fluid flow* 25, pp. 1006-1014, (2004).
- [17] Cheng, W., Madhusudana, C.V., " Effect of electroplating on the thermal conductance of fin tube interface". *Applied Thermal Engineering* 26, pp. 2119-2131, (2006).
- [18] Jin Jeong, Chang Nyung Kim, BaekYoun., "A study on the thermal contact conductance in fin-tube heat exchangers with 7 mm tube", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49, pp. 1547-1555, (2006).
- [19] Yu-Ching Yang, " Estimation of thermal contact resistance and thermally induced optical effects in single-coated optical fibers", *Optics Communications* 278, pp. 81-89, (2007).
- [20] Ding Tang, Dayong Li, YinghongPeng, ZhaohuiDu, "A new approach in evaluation of thermal contact conductance of tube-fin heat exchanger", *Applied Thermal Engineering* 30, pp. 1991, (2010).-1996
- [21] Inverse Heat Transfer, M. Necati Ozisik, Helcio R.B. Orlande
- [22] Heat Conduction, M. Necati Ozisik