

مدل سازی عددی اثر انتقال نانو ذرات در جریان جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال با خواص متغیر در محفظه مربعی با درگاه ورود و خروج جریان

قنبرعلی شیخ زاده^{۱*} و سید پیام غفاری^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>واژگان کلیدی: مطالعه عددی، مدل انتقال، ترموپورسیس، نفوذ براونی، جابه‌جایی ترکیبی، خواص متغیر.</p>	<p>میدان جریان، انتقال حرارت و انتقال ذرات در جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با فرض مخلوط غیر همگن در محفظه مربعی با درگاه ورود و خروج جریان به صورت عددی مدل‌سازی شده است. برای حل معادلات حاکم به صورت بی‌بعد، از روش حجم محدود استفاده شده و ارتباط میدان سرعت و فشار با الگوریتم سیمپلر برقرار شده است. مکانیزم‌های انتقال نانو ذرات شامل ترموپورسیس، نفوذ براونی و اثر دوفور که سبب عدم یکنواختی غلظت نانو ذرات می‌شوند، به عنوان مدل انتقال نانو ذرات در نظر گرفته شده و مسئله برای کسرحجمی نانو ذرات در محدوده $0 \leq \phi_b \leq 0.04$، عدد ریچاردسون در محدوده $0.01 \leq Ri_{f,0} \leq 10$ و دو عدد گراشف 10^5، $Gr_{f,0}=10^4$ بررسی شده است. بر اساس نتایج به دست آمده مشاهده شده است که، در جابه‌جایی ترکیبی افزایش کسر حجمی و همچنین افزایش عدد گراشف در تمام محدوده اعداد ریچاردسون، منجر به افزایش انتقال حرارت می‌شود و مدل انتقال با تاثیر گذاری بر غلظت نانو ذرات در محفظه سبب تاثیر بر میزان سرعت جریان و انتقال حرارت می‌شود، به گونه‌ای که در اختلاف دمای پایین مدل همگن و در اختلاف دمای بالا مدل انتقال، عدد ناسلت متوسط بیشتری پیش‌بینی می‌کند.</p>

۱- مقدمه

حرارت می‌باشد. با پیشرفت علم در زمینه نانوفناوری، مخلوط‌هایی حاوی ذرات جامد با ابعاد نانومتر وارد عرصه انتقال حرارت گردید؛ این مخلوط‌ها در صنعت با نام نانوسیال شناخته می‌شوند. محققان زیادی [۱-۳] بیان کرده‌اند که با افزودن نانو ذرات با کسرحجمی کم (۰/۰۱ تا ۰/۰۵) می‌توان ضریب هدایت حرارتی نانوسیال را تا حدود ۲۰٪ افزایش داد. توجه به این نکته ضروری است که افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیالات در مقایسه با سیالات عادی به معنای افزایش مطلق انتقال حرارت جابه‌جایی نیست و نیاز به ادامه مطالعات در زمینه جابه‌جایی آزاد، اجباری، ترکیبی و همچنین شناخت

با توجه به نقش مهم انتقال حرارت در کاربرد های مهندسی، محققان همواره به دنبال روش‌های بهینه برای افزایش انتقال حرارت می‌باشند. انتقال حرارت توسط مکانیزم جابه‌جایی به روش‌هایی مانند تغییر خواص سیال عامل، شرایط مرزی حاکم بر مسئله، تغییر هندسه مورد بحث و ... افزایش می‌یابد. یکی از محدودیت‌های موجود پایین بودن ضریب هدایت حرارتی سیالات عامل در انتقال

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: sheikhz@kashanu.ac.ir

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

مکانیزم‌های حاکم بر انتقال حرارت در نانوسیالات می‌باشد. تاکنون محققین مدل‌هایی برای بررسی رفتار نانوسیال ارائه کرده‌اند که در قالب مدل همگن، مدل غیرهمگن و مدل پراکندگی معرفی شده‌اند. در مدل همگن فرض می‌شود که مولکول‌های سیال پایه و نانوذرات در تعادل حرارتی با یکدیگر بوده و میان آنها لغزش وجود ندارد و با در نظر گرفتن خواص معادل برای نانوسیال، تمام معادلات حاکم بر جریان سیال شامل بقای جرم، ممنتوم و انرژی برقرار می‌باشند. بعضی از محققین اعتقاد دارند که نانوسیال از مدل غیر همگن تبعیت می‌کند. در مدل غیر همگن فرض می‌شود که در مقیاس رفتار ذره‌ای، میان نانوذرات و مولکول‌های سیال پایه نوعی لغزش وجود دارد و غلظت نانوذرات در نانوسیال، به دلیل وجود برخی از مکانیزم‌های انتقال نانوذرات مانند نفوذ براونی و ترموفورسیس که میان نانوذرات و مولکول‌های سیال پایه اتفاق می‌افتد، نمی‌تواند یکنواخت باشد.

با معرفی نانوسیال به عنوان جایگزینی برای سیالات متداول در انتقال حرارت، مطالعات زیادی در زمینه جابه‌جایی ترکیبی نانوسیالات انجام شده است [۴-۸]. از جمله مطالعاتی که اخیراً در زمینه جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال با خواص متغیر انجام شده است می‌توان به تحقیق چمخا و ابوندا [۹] و شیخ‌زاده و همکاران [۱۰] اشاره کرد. چمخا و ابوندا [۹] تاثیر مدل‌های متفاوت برای ویسکوزیته نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در جریان آرام جابه‌جایی ترکیبی را در محفظه دوبعدی بررسی و میزان انتقال حرارت را در محدوده‌های متفاوت عدد ریچاردسون و کسر حجمی در مدل‌های مختلف ویسکوزیته مطالعه کردند. شیخ‌زاده و همکاران [۱۰] جریان جابه‌جایی ترکیبی را در محفظه دوبعدی با درپوش متحرک، دیوار سمت راست سرد، دیوار چپ گرم و دیوار بالا و پایین عایق را بصورت عددی بررسی کردند. آنها در این تحقیق از مدل‌های متفاوت برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال استفاده کرده و به صورت عددی نشان دادند که افزایش کسر حجمی نانوذرات در جابه‌جایی ترکیبی باعث افزایش

عدد ناسلت متوسط و میزان انتقال حرارت می‌شود. شاهی و همکاران [۱۱] جریان جابه‌جایی ترکیبی نانو سیال آب-مس در محفظه مربعی با ورودی در دیوار عایق سمت چپ و خروجی در دیوار عایق سمت راست با گرمایش موضعی از کف را به صورت عددی مطالعه کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت متوسط بر روی منبع حرارتی افزایش و دمای متوسط کاهش می‌یابد. محمودی و همکاران [۱۲] تاثیر مکان ورودی و خروجی جریان را در محفظه دوبعدی بر میزان انتقال حرارت نانوسیال آب-مس به صورت عددی بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که عدد رینولدز، عدد ریچاردسون و کسر حجمی نانوذرات به صورت قابل توجهی بر میزان انتقال حرارت و الگوی جریان تاثیر گذار است. جریان جابه‌جایی ترکیبی غیر دائم نانوسیال آب-آلومینا در محفظه مربعی با ورودی و خروجی توسط سورتیچی و همکاران [۱۳] به صورت عددی مطالعه شده است. در این تحقیق سرعت جریان ورودی به صورت نوسانی با زمان در نظر گرفته شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که در تمام مقادیر اعداد ریچاردسون و استروهال، با افزایش نانوذرات به سیال پایه میزان انتقال حرارت افزایش می‌یابد. بررسی میزان انتقال حرارت نانوسیال آب-مس در محفظه دوبعدی با ورودی و خروجی و مانع گرم در مرکز محفظه توسط ابویی مهریزی و همکاران [۱۴] به روش لیتیس بولتزمن انجام شده است. آنها تاثیر افزایش کسر حجمی نانوذرات و مکان خروجی جریان از محفظه را بر میزان انتقال حرارت مطالعه کرده‌اند. نتایج آنها نشان می‌دهد که افزایش کسر حجمی نانوذرات در اکثر مکان‌های متفاوت برای خروجی و مقادیر عدد ریچاردسون، سبب افزایش انتقال حرارت می‌شود. رحمان و همکاران [۱۵] تاثیر عدد رینولدز و عدد پرانتل را بر جریان جابه‌جایی ترکیبی در محفظه دوبعدی با ورودی و خروجی و منبع حرارتی دایروی در مرکز محفظه به صورت عددی با روش باقی مانده وزنی گلرکین بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که الگوی جریان سیال، میزان انتقال

حرارت، نیروی درگ و دمای متوسط سیال به میزان قابل توجهی به اعداد رینولدز و پرانتل وابسته است. در تمام مطالعات بالا فرض شده است که نانوسیال از مدل همگن تبعیت می‌کند.

حرکت تصادفی ذرات در سیال پایه برای اولین بار توسط رابرت براون [۱۶] مشاهده و به نام حرکت براونی معرفی شد. جان تیندال [۱۷] در سال ۱۸۷۰ برای اولین بار مشاهده کرد که ذرات موجود در سیال در اثر وجود گرادیان دما، از نواحی گرم به طرف نواحی سردتر مهاجرت کرده و شار جرمی به وجود می‌آوردند. این پدیده ترموفرسیس یا پخش حرارتی یا سورت نامیده می‌شود. همچنین گرادیان کسر حجمی می‌تواند انتقال حرارتی به نام گرمای پخشی یا اثر دوفور تولید کند [۱۸]. کو و کلینستور [۱۹] اثرات مکانیزم های انتقال نانوذرات یعنی حرکت براونی، ترموفرسیس و اسموفرسیس بر ضریب هدایت حرارتی نانوسیال را بررسی کرده و اثرات این مکانیزم‌ها را به یک مدل استاتیکی برای ضریب هدایت حرارتی مانند مدل ماکسول اضافه کردند. بونجیورنو [۲۰] بررسی جامعی بر رفتار نانوذرات در نانوسیال انجام داد و هفت نوع مکانیزم انتقال برای نانوذرات معرفی کرد. نتایج این تحقیق بیان می‌کند که ترموفرسیس و حرکت براونی از اهمیت بیشتری نسبت به سایر مکانیزم‌ها برخوردار است. او بصورت تحلیلی افزایش غیرعادی عدد ناسلت در جابجایی اجباری نانوسیال را در یک کانال بررسی کرد و توضیح داد که افزایش انتقال حرارت جابجایی در اثر کاهش ویسکوزیته در اثر انتقال نانوذرات در لایه مرزی بوجود می‌آید. کوزنتسو و نیلد [۲۱] تاثیر وجود نانوذرات را در لایه مرزی جابه‌جایی طبیعی در طول یک صفحه عمودی با در نظر گرفتن اثرات حرکت براونی و ترموفرسیس مطالعه کردند. مکملی و صفار اول [۲۲] انتقال حرارت جریان آرام در یک لوله مستقیم حاوی نانوسیال را به صورت عددی بررسی کردند. آنها از مدل پراکنندگی برای مطالعه حرکت نامنظم نانوذرات استفاده کرده و مطابقت خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان دادند.

پاکروان و یعقوبی [۲۳] به صورت تحلیلی اثرات حرکت براونی، ترموفرسیس و دوفور را در انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی نانوسیال بررسی و با مطالعات مختلف نظری و تجربی مقایسه کردند. آنان با مقایسه داده‌های تجربی و مقادیر تخمینی برای عدد ناسلت سازگاری خوبی را نشان دادند. نتایج آنها همچنین نشان می‌دهد که با افزایش دما اثر دوفور به شدت کاهش و عدد ناسلت افزایش می‌یابد. جریان جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم داخل یک محفظه مربعی با فرض مدل غیر همگن دو جزئی برای نانوسیال توسط امین فر و حق گو [۲۴] به صورت عددی مطالعه شده است. آنها اثرات حرکت براونی و ترموفرسیس را به عنوان دو مکانیزم مهم که باعث ایجاد لغزش نانوذرات در مقیاس میکروسکوپی می‌شود را بررسی کرده و مطابقت خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی نشان دادند. آنها همچنین بیان کردند که با افزایش کسر حجمی نانوذرات میزان انتقال حرارت کاهش می‌یابد. حداد و همکاران [۲۵] مسئله رایلی بنارد با فرض مدل غیر همگن دو جزئی برای نانوسیال آب-مس را مطالعه کرده و اثرات حرکت براونی و ترموفرسیس را در این مسئله مورد بررسی قرار دادند. آنها از مدل‌های خواص متغیر برای ویسکوزیته و ضریب هدایت حرارتی استفاده کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که در مسئله حاضر با فرض وجود حرکت براونی و ترموفرسیس، افزایش کسر حجمی نانوذرات سبب افزایش میزان انتقال حرارت شده و در صورت عدم وجود مکانیزم‌های فوق، افزایش کسر حجمی سبب افزایش انتقال نمی‌شود. شیخ زاده و همکاران [۲۶] جریان جابه‌جایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در حفره دو بعدی تحت شرایط مرزی دما ثابت با در نظر گرفتن مکانیزم انتقال نانوذرات شامل پخش براونی و ترموفرسیس که باعث ناهمگنی نانوسیال می‌شود را بصورت عددی بررسی کرده‌اند. آنها با مقایسه نتایج مدل همگن و انتقال، نشان دادند که نتایج مدل انتقال تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. آنها نشان دادند که تاثیر شار دوفور بر انتقال حرارت بسیار ناچیز

که خواص نانوسیال به عواملی همچون دما، کسر حجمی و قطر نانوذرات وابسته است. لذا تعیین وابستگی خواص ترموفیزیکی به دما برای محاسبات مهندسی بسیار مهم می‌باشد. در این تحقیق از روابط ارائه شده توسط خانافر و وفایی [۲۷] برای خواص نانوسیال که بر اساس نتایج آزمایشگاهی هو و همکاران [۲۸] به صورت تابعی از دما و کسر حجمی تعیین شده‌اند، استفاده می‌شود.

در اکثر مطالعات انجام شده در زمینه نانوسیال، چگالی نانوسیال براساس قانون حاکم بر مخلوطها به صورت غیر وابسته به دما محاسبه شده است. در تحقیق حاضر برای ارزیابی چگالی نانوسیال از رابطه ارائه شده توسط خانافر و وفایی [۲۷] استفاده می‌شود:

$$\rho_{eff} = 1001.064 + 2738.6191\varphi - 0.2095T \quad (1)$$

تاکنون روابط مختلفی برای تعیین ویسکوزیته نانوسیال مانند مدل اینشتین [۲۹] و بریکمن [۳۰] ارائه و استفاده شده است. خانافر و وفایی [۲۷] رابطه (۲) را برای ویسکوزیته به صورت تابعی از دما، کسر حجمی و قطر نانوذرات ارائه کرده‌اند:

$$\begin{aligned} \mu_{eff} = & -0.4491 + \frac{28.837}{T} + 0.574\varphi - \\ & 0.1634\varphi^2 + 23.053\frac{\varphi^2}{T^2} + 0.0132\varphi^3 - \\ & 2354.735\frac{\varphi}{T^3} + 23.498\frac{\varphi^2}{d_p^2} - 3.0185\frac{\varphi^3}{d_p^2} \\ \mu_f = & 2.414 \times 10^{-5} \times 10^{247.8/(T-140)} \quad (2) \end{aligned}$$

برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال نیز روابط گوناگونی از جمله مدل ماکسول [۳۱] و همپلتون کروسر [۳۲] ارائه شده‌است. خانافر و وفایی [۲۷]، رابطه (۳) را برای ضریب هدایت حرارتی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم ارائه کرده‌اند:

است و هر دو مدل همگن و انتقال کاهش انتقال حرارت را با افزایش کسر حجمی نانوذرات پیش‌بینی می‌کنند، اما مدل انتقال کاهش بیشتری در انتقال حرارت پیش‌بینی می‌کند.

مدل جریان سیال و انتقال حرارت در محفظه دوبعدی با ورود و خروج جریان، کاربرد فراوانی در بسیاری از فرایندهای صنعتی دارد. با در نظر گرفتن اهمیت کاربردی این مدل، می‌توان بیشترین کاربرد این مدل را در سیستم‌هایی نظیر خنک کاری قطعات الکترونیکی و در مواردی ذخیره‌سازی انرژی خورشیدی، مبدل‌های حرارتی و تکنولوژی روغن کاری یافت. در اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه جابه‌جایی نانوسیال در محفظه دوبعدی با ورودی و خروجی [۱۱-۱۵]، فرض بر همگن بودن نانوسیال و خواص ثابت می‌باشد. در صورتی که بسیاری از محققین معتقدند نانوسیال رفتار غیرهمگن دارد و میان نانوذرات و مولکول‌های سیال پایه نوعی لغزش اتفاق می‌افتد و برای مدل سازی انتقال نانوذرات در کنار انتقال حرارت و مومنتوم، از مدل دو جزئی چهار معادله‌ای استفاده می‌شود. در کار حاضر اثرات در نظر گرفتن مدل انتقال نانوذرات در جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با خواص متغیر با دما در محفظه مربعی همراه با ورودی و خروجی به صورت عددی بررسی می‌شود تا اثر مدل انتقال نانوذرات بر جریان سیال و انتقال حرارت همراه با تاثیر خواص وابسته به دما و ورود و خروج جریان به محفظه به صورت عددی تعیین شود. این هندسه با فرض در نظر گرفتن مدل انتقال نانوذرات و خواص متغیر با دما، تاکنون به صورت عددی بررسی نشده است.

۲- خواص نانوسیال

با معرفی نانوسیال به عنوان نسل جدید سیالات متداول در انتقال حرارت، محققین خواص نانوسیال را بر اساس قوانین حاکم بر مخلوطها به صورت تابعی از کسر حجمی تعیین کردند. با انجام تحقیقات آزمایشگاهی مشخص شد

براونی به عنوان مکانیزم‌های مهم‌تر معرفی شده‌اند [۲۰]. نانوذرات و مولکول‌های سیال پایه در نانوسیال به‌طور مداوم با یکدیگر برخورد کرده و سبب ایجاد حرکت اتفاقی یا حرکت براونی می‌شود. ضریب نفوذ براونی، D_B ، با استفاده از قانون استوکس محاسبه می‌شود [۲۰]:

$$D_B = \frac{\rho_p k_B T}{3\pi\mu_f d_p} \quad (۶)$$

نانوذرات در نزدیکی سطح گرم، انرژی جنبشی بیشتری نسبت به نانوذرات در نزدیکی سطح سرد دارند. علت این موضوع توسط اینتن [۳۴] اینگونه بیان می‌شود که، ذرات باید از سطح گرم توسط اختلاف بمباران مولکولهای گاز در اثر گرادیان دما دور شوند که منجر به یک نیروی خالص روی ذرات می‌شود. این نیروی خالص نیروی ترموفورتیک است [۳۵] که سبب مهاجرت ذرات و پدیده ترموفورسیس می‌شود. ضریب ترموفورسیس را می‌توان به-صورت زیر محاسبه کرد [۲۰]:

$$D_T = S_T \varphi \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{\mu_f}{T} \quad (۷)$$

در رابطه (۷)، S_T پارامتر ترموفورسیس است. شار جرمی نانوذرات را می‌توان مجموع شار جرمی در اثر ترموفورسیس و حرکت براونی در نظر گرفت:

$$j_p = -D_B \nabla \varphi - D_T \nabla T \quad (۸)$$

توجه شود که بر روی دیواره‌های نفوذ ناپذیر شار جرمی صفر است.

مهاجرت نانوذرات در اثر وجود گرادیان دما، سبب به وجود آمدن گرادیان غلظت می‌شود. شار حرارتی ایجاد شده ناشی از گرادیان غلظت تحت عنوان اثر دوفور گفته می‌شود. پاکروان و یعقوبی [۲۳] رابطه زیر را برای ضریب دوفور (که اثر متقابل ترموفورسیس است) ارائه داده‌اند:

$$D_D = \frac{D_T T^2 R}{\varphi(1-\varphi)} \quad (۹)$$

که D_T ضریب ترموفورسیس است و مطابق رابطه (۷) محاسبه می‌شود. با در نظر گرفتن اثر دوفور، شار حرارتی مشابه معادله شار جرمی یعنی معادله (۸) از ترکیب اثر

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 0.9843 + 0.398\varphi^{0.7383} \times \left(\frac{1}{d_p(nm)}\right)^{0.2246} \times \left(\frac{\mu_{eff}(T)}{\mu_f(T)}\right)^{0.0235} - 3.9517\frac{\varphi}{T} + 34.034\frac{\varphi^2}{T^3} + 32.509\frac{\varphi}{T^2} \quad (۳)$$

گرمای ویژه نانوسیال از فرض تعادل حرارتی بین نانوذرات و سیال پایه بدست می‌آید. برای ارزیابی گرمای ویژه نانوسیال در تحقیق حاضر از رابطه برگرفته از قانون مخلوطها استفاده می‌شود که عبارت است از:

$$(c_p)_{eff} = \frac{(1-\varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_p}{\rho_{eff}} \quad (۴)$$

در بسیاری از مطالعات، ضریب انبساط گرمایی نانوسیال نیز به صورت تابعی از کسر حجمی مشابه رابطه ارائه شده برای گرمای ویژه نانوسیال تعیین شده است. خانافر و وفایی [۲۷] برای ضریب انبساط گرمایی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم رابطه‌ای به صورت تابعی از دما و کسر حجمی ارائه کرده‌اند:

$$\beta_{eff} = \left[\frac{-0.479\varphi + 9.3158 \times 10^{-3}}{10^{-3}T - \frac{4.7211}{T^2}} \right] \times 10^{-3} \quad (۵)$$

در جدول ۱ خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات در دمای ۲۹۳،۲ کلون ارائه شده است.

جدول ۱: خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۳۳]

خواص ترموفیزیکی	آب	اکسید آلومینیوم
$c_p(j/kg.K)$	۴۱۷۹	۷۶۵
$\rho(kg/m^3)$	۹۹۷	۳۹۷۰
$k(W/m.K)$	۰/۶۱۳	۳۶
$\beta(1/K)$	۲۱×10^{-۵}	$۰/۸۴۶ \times 10^{-۵}$
$\mu(N.m/s)$	$۸/۹۵ \times 10^{-۴}$	--

۳- مکانیزم‌های انتقال

مکانیزم‌های انتقال نانوذرات در نانوسیال توسط بونجیورنو مورد بررسی قرار گرفته و اثرات ترموفورسیس و حرکت

معادله مومنوم در جهت y [۳۶]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}v^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{nf}\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{nf}\frac{\partial v}{\partial y}\right) + g(T - T_C)(\rho_{nf}\beta_{nf}) \quad (13)$$

معادله انرژی با فرض اثر دوفور [۲۰]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}c_{nf}uT) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}c_{nf}vT) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k_{nf}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_{nf}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(D_D\frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_D\frac{\partial \phi}{\partial y}\right) \quad (14)$$

معادله انتقال ذرات براساس بقای جرم ذرات [۲۰]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_B\frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_B\frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(D_T\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_T\frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (15)$$

برای بی بعد سازی معادلات حاکم، لازم است متغیرهای بی بعد، خواص بی بعد و ضرایب بی بعد تعریف شوند. متغیرهای بی بعد عبارتند از:

$$Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{u}{U_0} \quad V = \frac{v}{U_0} \quad X = \frac{x}{L} \quad \theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad \phi = \frac{\phi}{\phi_b} \quad P = \frac{P}{\rho_{f,0}U_0^2} \quad (16)$$

خواص نانوسیال با خواص سیال پایه در دمای مرجع بی بعد می شوند:

$$\beta^* = \frac{\beta_{nf}}{\beta_{f,0}} \quad \rho^* = \frac{\rho_{nf}}{\rho_{f,0}} \quad c^* = \frac{c_{nf}}{c_{f,0}} \quad \mu^* = \frac{\mu_{nf}}{\mu_{f,0}} \quad k^* = \frac{k_{nf}}{k_{f,0}} \quad (17)$$

ضرایب دوفور، نفوذ براونی و ترموفورسیس با مقادیر خود این ضرایب در دمای مرجع بی بعد می شوند:

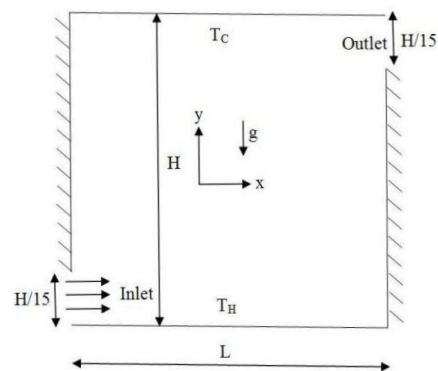
$$D_B^* = \frac{D_B}{D_{B,0}} \quad D_T^* = \frac{D_T}{D_{T,0}} \quad D_D^* = \frac{D_D}{D_{D,0}} \quad (18)$$

گرادیان دما (هدایت حرارتی) و اثر گرادیان غلظت (اثر دوفور) به دست می آید.

$$j_h = -D_C \nabla T - D_D \nabla \phi \quad (10)$$

۴- معادلات حاکم و شرایط مرزی

شکل ۱ دیاگرام شماتیک هندسه حل و شرایط مرزی را نشان می دهد. محفظه مربعی بوده و ارتفاع و عرض آن L=H است. دیوار سمت چپ و راست محفظه عایق، دیوار بالا سرد (T_C) و دیوار پایین گرم (T_H) می باشند. ورودی محفظه در قسمت پایینی دیوار سمت چپ به طول (H/15) و خروجی محفظه در قسمت بالایی دیوار سمت راست، مشابه ورودی به طول (H/15) در نظر گرفته شده است.



شکل ۱: هندسه مسئله و شرایط مرزی

معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان جابه جایی ترکیبی نانوسیال با خواص متغیر درون محفظه دو بعدی با ورودی و خروجی با در نظر گرفتن مکانیزم های انتقال ذرات عبارتند از:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial(\rho_{nf}u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}v)}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

معادله مومنوم در جهت x [۳۶]:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{nf}uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{nf}vu) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{nf}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{nf}\frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (12)$$

دیوار: $\begin{cases} X = 0, 1/15 \leq Y \leq 1, \\ \text{چپ} \quad \begin{cases} V = U = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0 \end{cases} \end{cases}$

دیوار: $\begin{cases} X = 1, 0 \leq Y \leq 14/15, \\ \text{راست} \quad \begin{cases} V = U = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0 \end{cases} \end{cases}$

خروجی: $\begin{cases} X = 1, 14/15 \leq Y \leq 1, U = 1, \\ \begin{cases} V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0 \end{cases} \end{cases}$

دیوار: $\begin{cases} Y = 0, 0 \leq X \leq 1, \\ \text{پایین} \quad \begin{cases} V = U = 0, \theta = 1, \\ j_{p,n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial Y} = -\frac{D_T^*}{D_B^*} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \end{cases} \end{cases}$

دیوار: $\begin{cases} Y = 1, 0 \leq X \leq 1, \\ \text{بالا} \quad \begin{cases} V = U = 0, \theta = 0, \\ j_{p,n} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial Y} = -\frac{D_T^*}{D_B^*} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \end{cases} \end{cases}$

معادلات حاکم در حالت بی‌بعد شامل معادله پیوستگی، معادلات مومنتوم، معادله انرژی و معادله انتقال نانوذرات به ترتیب عبارتند از:

$$\frac{\partial(\rho^*U)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho^*V)}{\partial Y} = 0 \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X}(\rho^*UU) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho^*VU) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \\ \frac{1}{\text{Re}_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X}(\rho^*UV) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho^*VW) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \\ \frac{1}{\text{Re}_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \\ \text{Ri}_f \cdot \rho^* \cdot \beta^* \cdot \theta \cdot \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X}(\rho^*c^*U\theta) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho^*c^*V\theta) = \\ \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(k^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(k^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] + \\ \frac{P_b}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(D_D^* \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D_D^* \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X}(\rho^*c^*U\phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho^*c^*V\phi) = \\ \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Sc}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(D_B^* \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D_B^* \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right] + \\ \frac{P_a}{\text{Re}_f} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(D_T^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(D_T^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

پس از بی‌بعد سازی معادلات، گروه‌های بی‌بعد Re_f ، Pr_f ، Ri_f ، P_b و P_a ، Sc ایجاد می‌شوند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \text{Pr}_f = \frac{\nu_{f,0}}{\alpha_{f,0}} \quad \text{Ri}_f = \frac{Gr}{\text{Re}^2} \quad \text{Re}_f = \frac{\rho_{f,0}U_0L}{\mu_{f,0}} \\ P_b = \frac{D_{D,0}}{k_{f,0}\Delta T} \quad \text{Sc} = \frac{\mu_{f,0}}{D_{B,0}} \quad P_a = \frac{D_{T,0}\Delta T}{\mu_{f,0}} \end{aligned} \quad (24)$$

شرایط مرزی برای معادلات بی‌بعد ۱۹-۲۳ به صورت زیر می‌باشد:

ورودی: $\begin{cases} X = 0, 0 \leq Y \leq 1/15, \\ U = 1, V = 0, \theta = 0, \phi = 1 \end{cases} \quad (25)$

۵- حل عددی

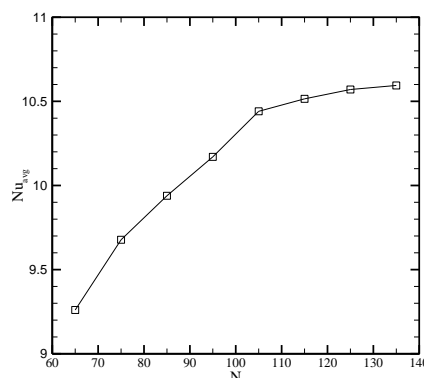
معادلات حاکم و شرایط مرزی با استفاده از روش حجم کنترل به صورت عددی حل می‌شوند. برای انفصال جملات جابجائی و پخش در معادلات حاکم طرح پیوندی به کار گرفته می‌شود. شبکه جابجا شده با الگوریتم سیمپلر برای برقراری ارتباط بین فشار و سرعت استفاده می‌شود. دستگاه معادلات منفصل شده با استفاده از روش تکرار خط به خط و الگوریتم ماتریس سه قطری حل می‌شوند [۳۷]. معیار همگرایی جوابهای عددی کم شدن مجموع باقیمانده ها از ۶-۱۰ در نظر گرفته شده و ضرایب زیر تخفیف مناسب برای معادلات مومنتوم (۰/۵)، انرژی (۰/۷) و معادله انتقال ذرات (۰/۷) به کار گرفته شده است. لازم به ذکر است که معادله انتقال ذرات به گونه‌ای حل می‌شود که اختلاف میانگین کسر حجمی نانوذرات در کل محفظه با کسر حجمی متوسط ناچیز شود.

۱-۵- انتخاب شبکه بهینه

۲-۵- بررسی صحت عملکرد برنامه

برای بررسی استقلال حل از شبکه و یافتن تعداد نقاط بهینه، چندین شبکه با تعداد نقاط مختلف بر میدان حل منطبق شده و عدد ناسلت متوسط نانوسیال برای شبکه‌های مختلف با هم مقایسه شده‌اند. به عنوان نمونه برای عدد ریچاردسون ۱، عدد گراشف ۱۰۴ و کسر حجمی ۰/۰۴، عدد ناسلت متوسط برای شبکه یکنواخت بر حسب تعداد نقاط شبکه (N×N) در شکل ۲ نشان داده شده است. بر اساس نتایج مشاهده شده است که اختلاف نسبی عدد ناسلت متوسط با شبکه‌ای با تعداد نقاط ۱۰۵×۱۰۵ در مقایسه با تعداد نقاط ۹۵×۹۵ کمتر از ۰/۰۳ است. لذا شبکه با تعداد نقاط ۱۰۵×۱۰۵ برای میدان حل مناسب تشخیص داده شده و برای تمام حالات مختلف حل از همین شبکه استفاده می‌شود.

برای اطمینان از صحت عملکرد برنامه، لازم است نتایج حاصل از آن با نتایج یکی از مراجع علمی در دسترس مقایسه شود. برای این منظور برنامه کامپیوتری مطابق با شرایط حاکم بر مسئله جابه جایی ترکیبی در مرجع [۷] یعنی بدون در نظر گرفتن مکانیزم‌های انتقال با مدل خواص ثابت، اصلاح شده و نتایج بدست آمده با نتایج موجود در مرجع [۷] مقایسه می‌شوند. به این منظور، عدد ناسلت متوسط حاصل از کار حاضر برای مقادیر مختلف اعداد رایلی، رینولدز و کسرحجمی در جدول ۲ با نتایج طالبی و همکاران [۷] مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود که مطابقت خوبی بین نتایج کار حاضر و مرجع مذکور با حداکثر اختلاف ۰/۴٪ وجود دارد.



شکل ۲: تغییرات عدد ناسلت متوسط برای شبکه یکنواخت با تعداد نقاط مختلف

جدول ۲: مقایسه عدد ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف اعداد رایلی، رینولدز و کسرحجمی

\overline{Nu}					
Re	Ra	ϕ	مطالعه حاضر	طالبی و همکاران [۷]	درصد اختلاف
۱	$1/47 \times 10^4$	۰	۲/۸۵	۲/۹۷	۴/۰۴
۱	$1/47 \times 10^4$	۰/۰۲	۳/۴۱	۳/۴۳	۰/۵۸
۱	$1/47 \times 10^4$	۰/۰۵	۳/۹۸	۳/۹۴	۱/۰۱
۱۰	$1/47 \times 10^5$	۰	۶/۰۸	۵/۸۵	۳/۹۳
۱۰	$1/47 \times 10^5$	۰/۰۲	۶/۷۷	۶/۵۸	۲/۸۸
۱۰	$1/47 \times 10^5$	۰/۰۵	۸/۱۱	۷/۹۵	۲/۰۱
۱۰۰	$1/47 \times 10^6$	۰	۱۱/۷۱	۱۱/۴۵	۲/۲۷
۱۰۰	$1/47 \times 10^6$	۰/۰۲	۱۴/۰۳	۱۳/۹۵	۰/۵۷
۱۰۰	$1/47 \times 10^6$	۰/۰۵	۱۷/۰۵	۱۷/۱	۰/۲۹

۶- نتایج و بحث

$$\Delta T = T_H - T_C \quad (28)$$

$$\Delta \varphi \approx \varphi_b \quad (29)$$

ضرایب نفوذ براونی و ترموفرسیس مطابق روابط (۲۶ و ۲۷)، در شرایط دمایی و کسر حجمی میانگین محاسبه می‌شوند. جدول ۳ درصد تاثیر نفوذ براونی و درصد تاثیر ترموفرسیس را در ترم پخش کلی معادله انتقال نشان می‌دهد. با افزایش عدد گرافش اختلاف دما افزایش می‌یابد. در اختلاف دمایی پایین درصد تاثیر نفوذ براونی و درصد تاثیر ترموفرسیس در پخش کلی معادله انتقال تقریباً با هم برابر می‌باشند. با افزایش اختلاف دما درصد تاثیر نفوذ براونی کاهش و درصد تاثیر ترموفرسیس در پخش کلی معادله انتقال افزایش می‌یابد به گونه‌ای که در اختلاف دمایی بالا ترموفرسیس بیش از ۹۰٪ از ترم پخش معادله انتقال را شامل می‌شود.

برای بررسی اهمیت نسبی مکانیزم‌های هدایت حرارتی و شار دوفور، با توجه به طرف دوم معادله انرژی (۱۴)، این دو ترم به صورت زیر تقریب زده می‌شود و در اختلاف دماهای مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شوند:

$$k_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cong k_{nf} \frac{\Delta T}{L^2} \quad (30)$$

$$D_D \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \cong D_D \frac{\Delta \varphi}{L^2} \quad (31)$$

با محاسبه شار هدایت حرارتی و شار دوفور مطابق روابط (۳۰ و ۳۱) مشابه حالت قبل، در جدول ۴ درصد تاثیر هدایت حرارتی و درصد تاثیر شار دوفور در ترم پخش کلی معادله انرژی جهت مقایسه ارائه شده‌اند.

با افزایش اختلاف دما درصد تاثیر هدایت حرارتی افزایش و درصد تاثیر شار دوفور در پخش کلی معادله انرژی کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که در اختلاف دمایی بالا تاثیر شار دوفور بسیار نزدیک به صفر است. این موضوع مطابق با نتایج مطالعه پاکروان و یعقوبی [۲۳] می‌باشد.

۶-۲- مقایسه مدل انتقال نانوذرات و مدل همگن

در تحقیق حاضر برای شبیه سازی مدل انتقال نانوذرات در جریان جابه‌جایی ترکیبی در حضور خواص متغیر با دما در دو حالت اختلاف دمایی بالا و پایین، دو مقدار برای عدد گرافش، ۱۰۵ و ۱۰۴ در نظر گرفته شده است، تا با انتخاب طول محفظه ۱۲ میلی‌متر، اختلاف دمایی بالا در حدود ۱۸ درجه و اختلاف دمایی پایین در حدود ۱/۸ درجه بین دیوار گرم و سرد ایجاد شود. لازم به ذکر است که دمایی دیوار سرد ثابت و برابر ۲۹۳/۲ کلوین انتخاب شده‌است.

برای محاسبه ضریب ترموفرسیس و به تبع آن ضریب دوفور در مدل انتقال نانوذرات، لازم است مقدار پارامتر ترموفرسیس (S_T) برای نانوسیال در رابطه ۷ مشخص شود. برای تعیین این پارامتر عدد ناسلت متوسط با مقادیر مختلف S_T در بازه ۰/۳ تا ۰/۴، تعیین شد و مشاهده گردید که در مقدار ۰/۳۶ برای پارامتر ترموفرسیس، مقدار خطا بین عدد ناسلت متوسط حاصل از نتایج عددی و عدد ناسلت متوسط حاصل از نتایج تجربی، به کمترین مقدار خود می‌رسد [۳۸] که با مقدار تعیین شده در مطالعه شیخ زاده و همکاران [۲۶] مطابقت دارد.

۶-۱- مقایسه اهمیت نسبی مکانیزم‌ها

برای بررسی اهمیت نسبی مکانیزم‌های نفوذ براونی و ترموفرسیس، با توجه به طرف دوم معادله انتقال (۱۵)، این دو ترم به صورت زیر تقریب زده می‌شود و در اختلاف دماهای مختلف با یکدیگر مقایسه می‌شوند:

$$D_B \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \cong D_B \frac{\Delta \varphi}{L^2} \quad (26)$$

$$D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cong D_T \frac{\Delta T}{L^2} \quad (27)$$

برای مقایسه دو ترم فوق، برای بعد طول مقدار $L=1$ انتخاب می‌شود و اختلاف دما (ΔT) و اختلاف غلظت ($\Delta \varphi$) مطابق روابط (۲۸ و ۲۹) انتخاب می‌شوند.

نانوذرات انتخاب شده اند. این خواص در مدل همگن که کسرحجمی در تمام نقاط محفظه ثابت می باشد، فقط تابع دما بوده، اما در صورت در نظر گرفتن مدل انتقال نانو ذرات، به دلیل یکسان نبودن کسرحجمی در محفظه، این خواص تابع مقدار کسرحجمی و دما می باشند.

با توجه به مطالب ذکر شده، در این تحقیق دو مکانیزم حرکت براونی، ترموفریسیس و شار حرارتی متقابل ترموفریسیس یعنی اثر دوفور به عنوان مدل انتقال نانو ذرات در نظر گرفته می شود. خواص نانوسیال استفاده شده در تحقیق حاضر به صورت متغیر با دما و کسرحجمی

جدول ۳: درصد تاثیر نفوذ براونی و درصد تاثیر ترموفریسیس در پخش کلی معادله انتقال

$Gr_{f,0}$	درصد تاثیر نفوذ براونی	درصد تاثیر ترموفریسیس
	$\frac{D_B \frac{\Delta\phi}{L^2}}{D_B \frac{\Delta\phi}{L^2} + D_T \frac{\Delta T}{L^2}} \times 100$	$\frac{D_T \frac{\Delta T}{L^2}}{D_B \frac{\Delta\phi}{L^2} + D_T \frac{\Delta T}{L^2}} \times 100$
10^4	۴۸/۸۸	۵۱/۱۲
5×10^4	۱۶/۵۳	۸۳/۴۷
10^5	۹/۲۵	۹۰/۷۵

جدول ۴: درصد تاثیر هدایت حرارتی و درصد تاثیر شار دوفور ترموفریسیس در پخش کلی معادله انرژی

$Gr_{f,0}$	درصد تاثیر هدایت حرارتی	درصد تاثیر شار دوفور
	$\frac{k_{nf} \frac{\Delta T}{L^2}}{k_{nf} \frac{\Delta T}{L^2} + D_D \frac{\Delta\phi}{L^2}} \times 100$	$\frac{D_D \frac{\Delta\phi}{L^2}}{k_{nf} \frac{\Delta T}{L^2} + D_D \frac{\Delta\phi}{L^2}} \times 100$
10^4	۹۹/۹۴۵	۰/۰۵۵
5×10^4	۹۹/۹۸۸	۰/۰۱۲
10^5	۹۹/۹۹۴	۰/۰۰۶

عدد گرافش عامل اصلی در انتقال نانو ذرات یعنی اختلاف دما تقویت شده و غلظت نانو ذرات در دو راستا نسبت به اختلاف دمای پایین، از مقدار غلظت متوسط نانو ذرات فاصله بیشتری می گیرد و سبب عدم یکنواختی هرچه بیشتر غلظت در محفظه می شود. این تغییرات غلظت موجب تفاوت نتایج مدل انتقال با نتایج مدل همگن می شود.

لازم به ذکر است که، نانوسیال در لحظه ورودی به محفظه دارای غلظت ثابت و برابر با غلظت متوسط نانو ذرات می باشد. بر روی دیوار گرم غلظت به دلیل وجود مکانیزم ترموفریسیس کاهش یافته است. با فاصله گرفتن از دیوار گرم، به دلیل تاثیر جریان ورودی (دارای غلظت متوسط

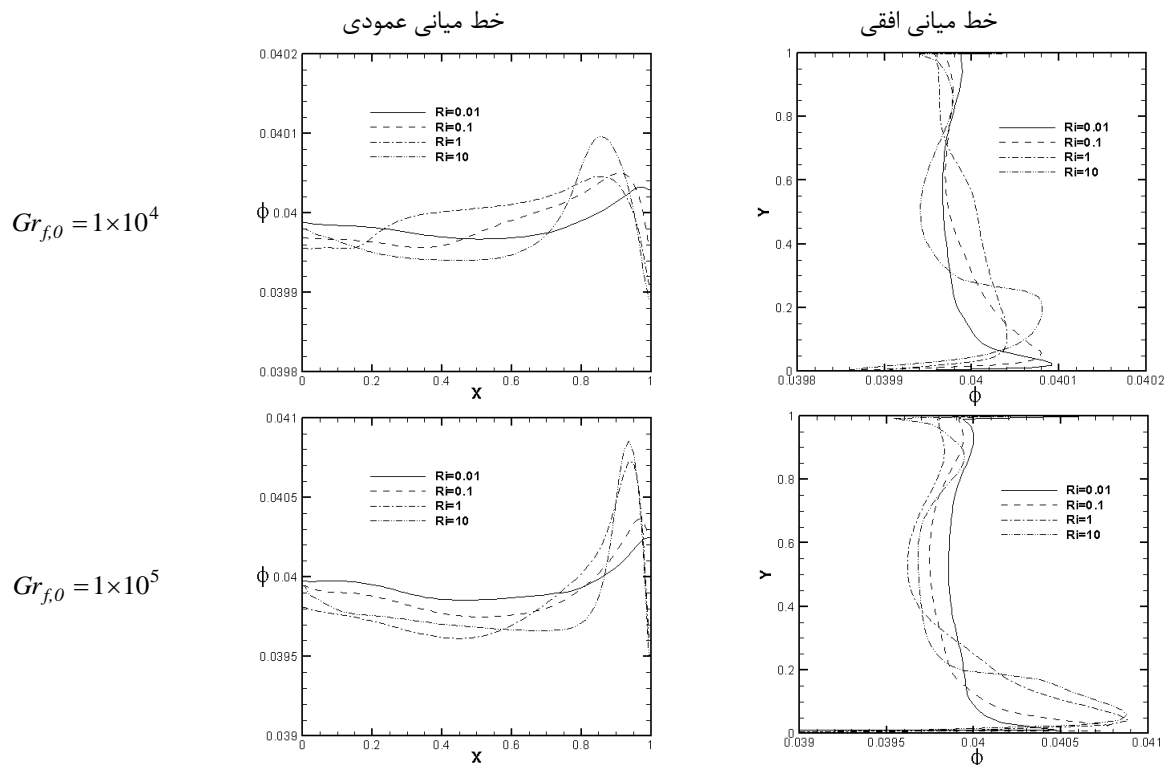
مکانیزم ترموفریسیس سبب مهاجرت نانو ذرات در جهت گرادیان دمای منفی و مکانیزم حرکت براونی سبب حرکت نانو ذرات در جهت گرادیان منفی غلظت می شود. شار دوفور یعنی اثر متقابل ترموفریسیس نیز در جهت گرادیان منفی غلظت می باشد. در مسئله مورد نظر، مکانیزم های انتقال و عامل ورود و خروج جریان به محفظه، با یکدیگر برای انتقال نانو ذرات در رقابت هستند.

شکل ۳ پروفیل کسرحجمی در خط میانی عمودی و افقی محفظه برای نانوسیال با غلظت $\phi_b = 0.04$ را نشان می دهد. به دلیل وجود گرادیان دما در راستای عمودی در محفظه، تغییرات غلظت نانو ذرات در راستای Y ، کمی بیشتر از تغییرات غلظت در راستای X ، می باشد. با افزایش

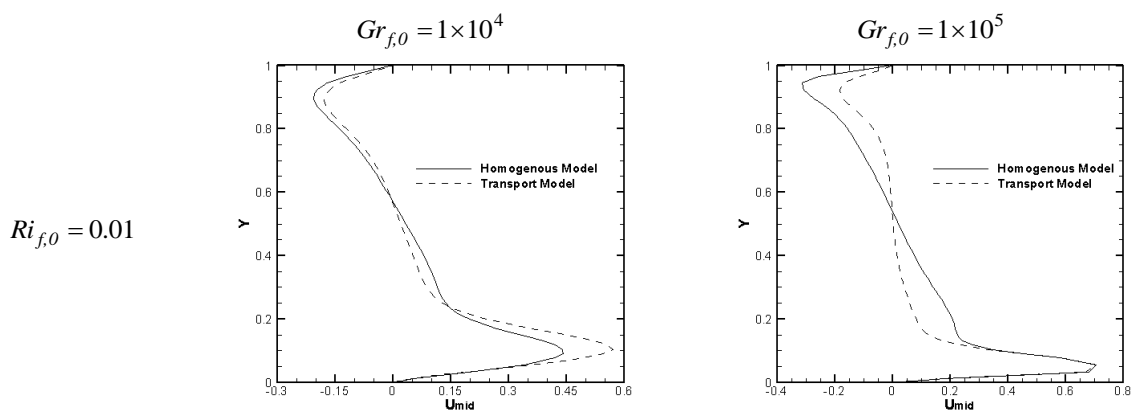
واضح تر شدن اثر حضور نانوذرات در محفظه می شود، به-
 طوریکه در ریچاردسون های ۱ و ۱۰، در هر دو حالت عدد
 گراشف، عدم یکنواختی غلظت در هر دو راستا بیشتر
 می باشد.

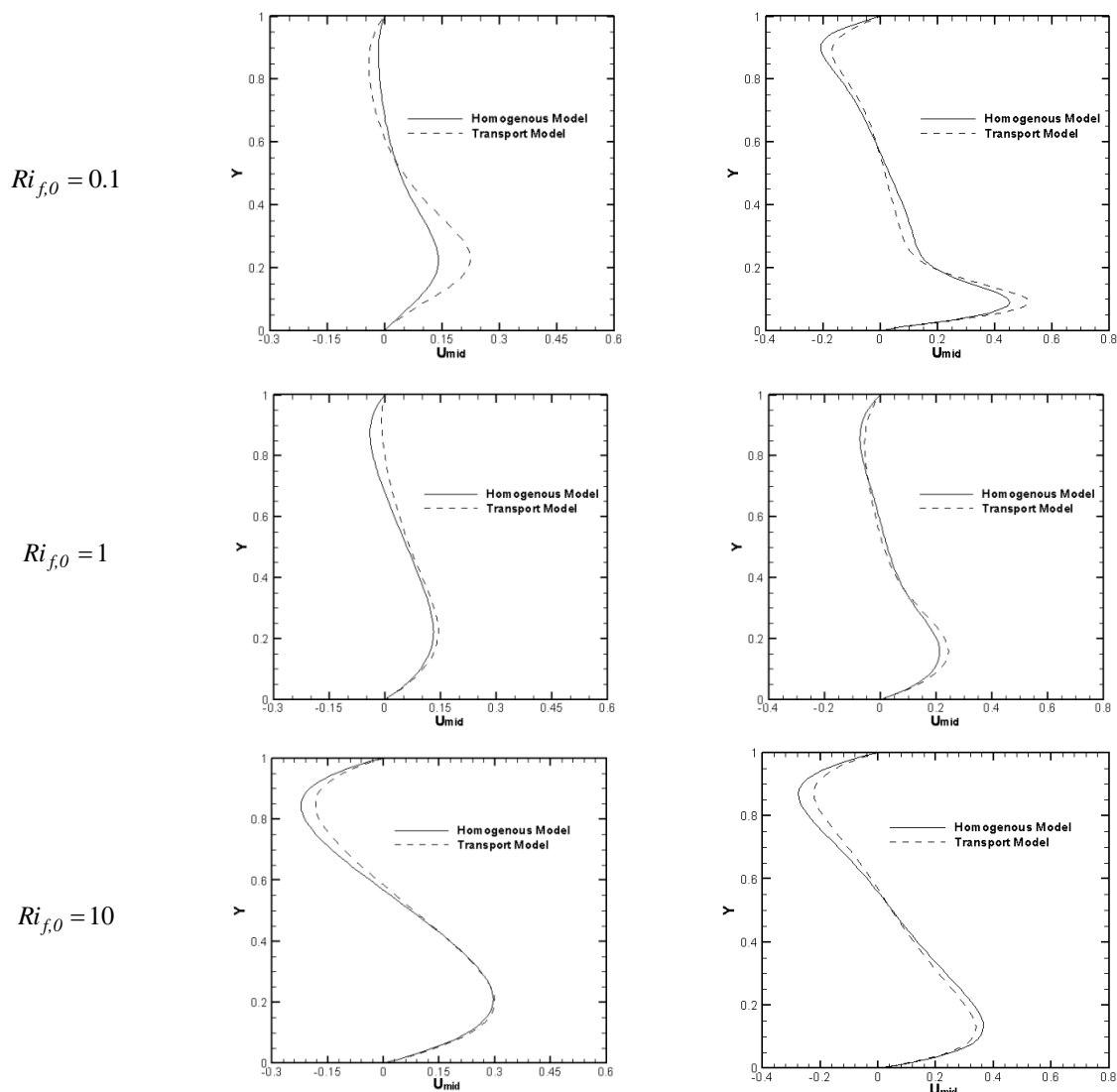
شکل ۴ تغییرات مولفه افقی سرعت در خط میانی عمودی
 محفظه در مدل انتقال و مدل همگن برای نانوسیال با
 غلظت $\phi_b=0.04$ را نشان می دهد.

نانوذرات) غلظت افزایش می یابد. در ریچاردسون های
 پایین که مکانیزم جریان تمایل به جریان جابه جایی
 اجباری دارد، قدرت جریان جابه جایی اجباری سبب تحت
 الشعاع قرار گرفتن حضور نانوذرات شده و غلظت در دو
 راستا نزدیک به غلظت متوسط نانوذرات می باشد. با
 افزایش ریچاردسون و کاهش تاثیر جابه جایی اجباری،
 مکانیزم جریان به جابه جایی طبیعی متمایل شده، سبب



شکل ۳: پروفیل کسر حجمی در خط میانی عمودی و افقی محفظه در $0.01 \leq Ri_{f,0} \leq 10$ و $Gr_{f,0} = 1 \times 10^4, 10^5$ ، $\phi_b = 0.04$
 مقایسه توزیع نانوذرات در محفظه





شکل ۴: سرعت جریان در خط میانی افقی محفظه در $\phi_b = 0.04$ ، $Gr_{f,0} = 1 \times 10^4, 10^5$ و $0.01 \leq Ri_{f,0} \leq 10$: مقایسه مدل همگن (خط پر) و مدل انتقال ذرات (خط چین)

ویسکوزیته مجدداً افزایش یافته و سرعت به مرور کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که در نواحی نزدیک به دیوار سرد ویسکوزیته به حداکثر مقدار خود رسیده و سبب کاهش سرعت تا حدود مقدار کمینه خود می‌شود. افزایش اختلاف دما با تاثیر بر مکانیزم جریان، سبب افزایش بیشینه و کاهش کمینه سرعت جریان می‌شود. در مدل انتقال نانوذرات مکانیزم‌های انتقال و عامل ورود و خروج جریان به محفظه، با یکدیگر برای انتقال نانوذرات در رقابت هستند. در نظرگیری مدل انتقال تاثیر عمده‌ای در نحوه توزیع سرعت جریان نسبت به مدل همگن ندارد. در

با توجه به تابعیت ویسکوزیته از دما، در نزدیکی دیوار گرم ویسکوزیته کاهش می‌یابد. این عامل سبب افزایش سرعت جریان بر روی دیوار گرم می‌شود. در محدوده ورودی جریان به محفظه، در عدد ریچاردسون ۰/۰۱، به دلیل بالا بودن سرعت جریان، سرعت تا مقدار بیشینه خود افزایش می‌یابد. با افزایش ریچاردسون به دلیل کاهش سرعت جریان، مقدار بیشینه سرعت کاهش می‌یابد. به‌طوریکه در ریچاردسون‌های ۱ و ۱۰، که جابه‌جایی طبیعی در محفظه حاکم است، مقدار بیشینه سرعت کاهش یافته و پروفیل سرعت تقریباً متقارن است. با نزدیک شدن به دیوار سرد،

دلیل انبساط جریان و در ریچاردسون بالا نظیر ۱۰، به دلیل غالب شدن جابه‌جایی طبیعی در محفظه است که با افزایش اختلاف دما این گردابه بزرگتر می‌شود.

در نظر گرفتن مدل انتقال تاثیر عمده‌ای بر الگوی خطوط جریان در ریچاردسون ۰/۰۱ ندارد. در ریچاردسون‌های بالاتر، با فاصله گرفتن مکانیزم جریان از جریان جابه‌جایی اجباری و واضح‌تر شدن اثر افزودن نانوذرات، غلظت نانوذرات از غلظت متوسط نانوذرات فاصله گرفته، سبب تفاوت الگوی خطوط تابع جریان در مدل انتقال و مدل همگن به‌خصوص در نواحی چرخشی جریان می‌شود.

در شکل ۶ خطوط هم‌دما در مدل همگن (خط پر) و مدل انتقال (خط چین) با فاصله خطوط ۰/۰۵ بین صفر و یک به ترتیب دیوار سرد و گرم نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۶ در ریچاردسون پایین نظیر ۰/۰۱، که مکانیزم جریان جابه‌جایی اجباری بر جریان داخل محفظه تسلط دارد، در هر دو اختلاف دما به دلیل ورود جریان با سرعت بالا و دمای پایین، خطوط هم‌دما به‌صورت فشرده در سمت راست و پایین محفظه قرار می‌گیرند و سبب انتقال حرارت بیشتر می‌شوند و حرارت به نواحی مرکزی محفظه نفوذ نمی‌کند. با افزایش ریچاردسون، جریان جابه‌جایی ترکیبی به سمت جابه‌جایی طبیعی متمایل شده و لایه‌های دمایی دما تا حد زیادی به نواحی مرکزی محفظه نفوذ می‌کنند.

افزایش دما سبب تراکم بیشتر خطوط بر روی دیوار گرم یعنی کف محفظه می‌شود. نحوه توزیع خطوط هم‌دما در مدل انتقال نانوذرات و مدل همگن در ریچاردسون‌های پایین تقریباً مشابه می‌باشد. با افزایش ریچاردسون و کاهش تاثیر جریان جابه‌جایی اجباری، اثر افزودن نانو ذرات واضح‌تر شده و نحوه توزیع خطوط هم‌دما در مدل انتقال و همگن تا حدودی با یکدیگر متفاوت می‌شوند.

محدوده ابتدایی دیوار سمت چپ یعنی ورودی جریان، مدل انتقال نسبت به مدل همگن سرعت بالاتری برای جریان محاسبه می‌کند. علت این موضوع جریان ورودی به محفظه و پراکنده کردن نانوذرات در محدوده پایینی محفظه است. پراکنده شدن نانوذرات سبب کاهش غلظت و کاهش ویسکوزیته نانوسیال در این ناحیه می‌شود.

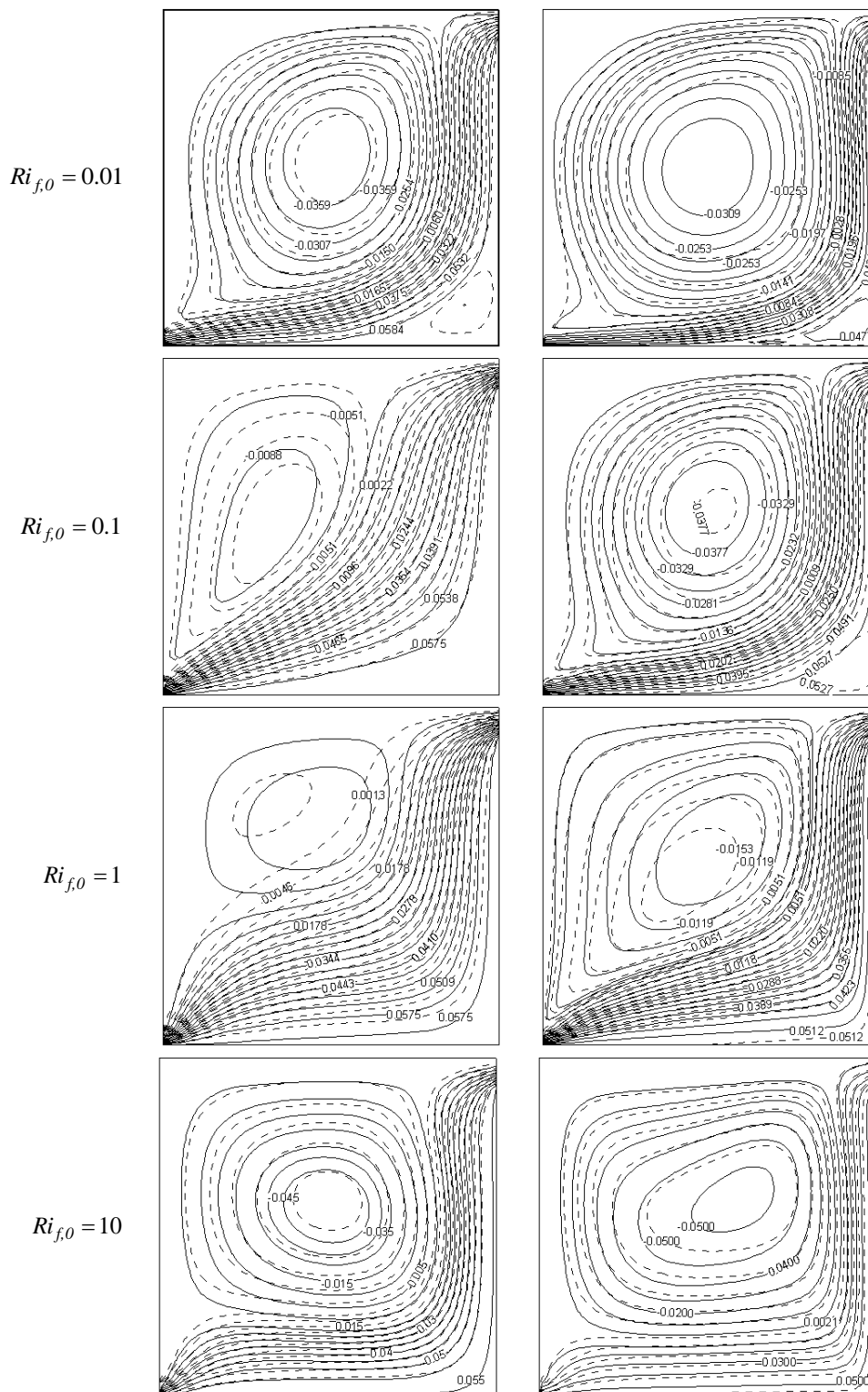
در نتیجه کاهش ویسکوزیته، سرعت جریان افزایش می‌یابد. در سایر نواحی بسته به توزیع نانوذرات و تغییر ویسکوزیته نانوسیال، سرعت جریان در مدل انتقال نسبت به مدل همگن تغییر می‌کند.

در مدل انتقال، به دلیل عدم یکنواخت بودن غلظت نانوذرات در نقاط مختلف محفظه، نحوه توزیع سرعت و توزیع دما با مدل همگن تا حدودی متفاوت می‌باشد. برای مقایسه تابع جریان و نحوه توزیع دما در مدل انتقال و مدل همگن، نتایج در شرایط مشابه از نظر کسر حجمی (۰/۰۴) و عدد ریچاردسون (در محدوده ۰/۰۱ تا ۱۰) به‌صورت تابع جریان و خطوط هم‌دما ارائه شده‌اند. در شکل ۵ خطوط تابع جریان در مدل همگن (خط پر) و مدل انتقال (خط چین) نشان داده شده است. الگوی خطوط تابع جریان در واقع بیان‌گر نواحی متاثر از جریان جابه‌جایی اجباری و جابه‌جایی طبیعی است. با توجه به شکل ۵ خطوط جریان شامل دو دسته‌اند.

دسته اول خطوطی که معرف جریان سیالی است که با ورود به محفظه و عبور از روی دیوار پایینی محفظه گرم شده و از سمت راست محفظه به طرف محل خروج جریان حرکت می‌کنند، دسته دوم خطوطی که معرف جریان سیالی است که تحت تاثیر نیروی شناوری در یک گردابه چرخشی پادساعتگرد حرکت می‌کنند. با توجه به مقدار عدد ریچاردسون و عدد گراشف، فضای داخل محفظه بین این دودسته خطوط تقسیم می‌شود. لازم به ذکر است که گردابه تشکیل شده در ریچاردسون پایین نظیر ۰/۰۱، به

$$Gr_{f,0} = 1 \times 10^4$$

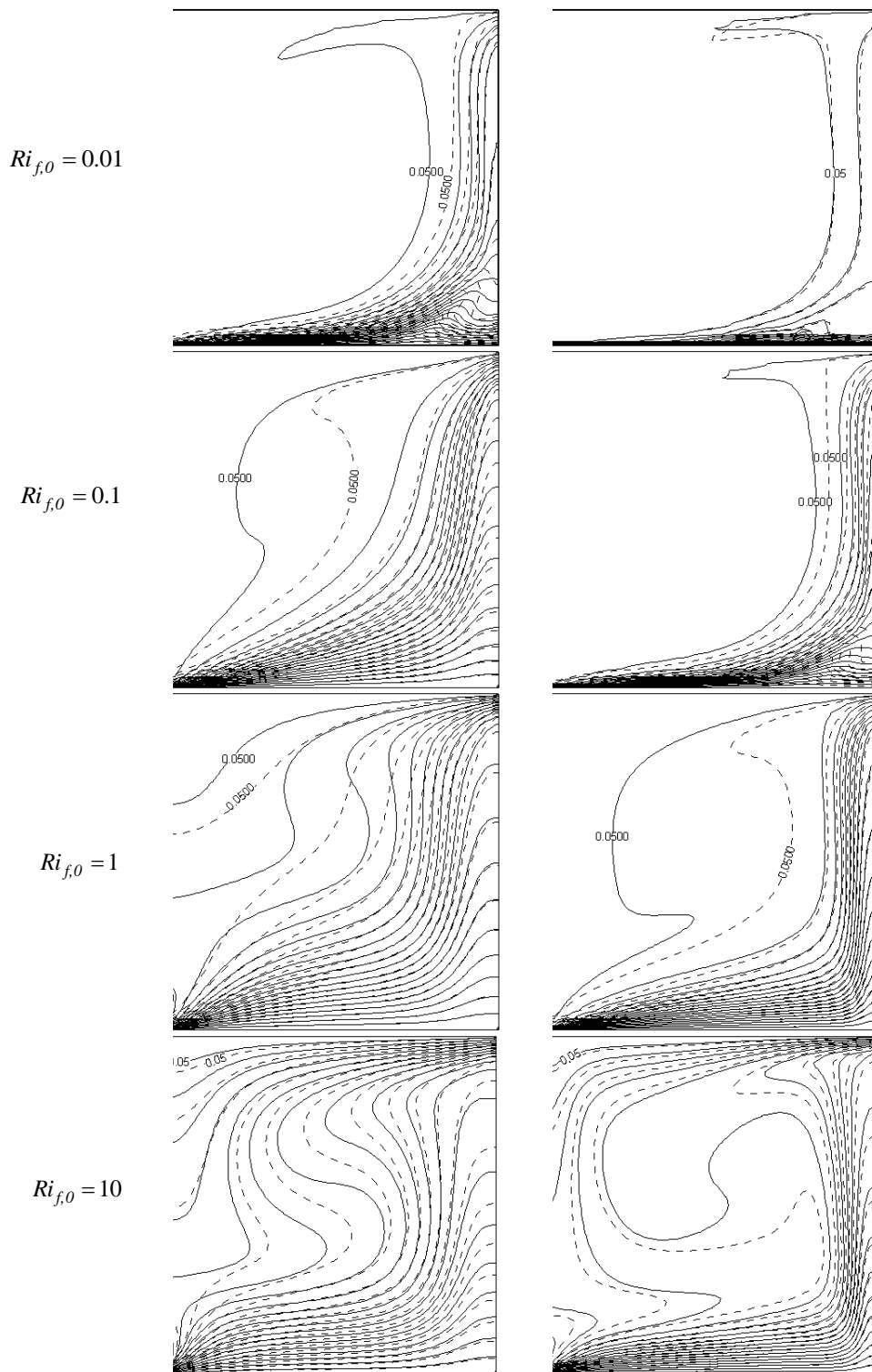
$$Gr_{f,0} = 1 \times 10^5$$



شکل ۵: خطوط تابع جریان در $\phi_b = 0.04$ ، $Gr_{f,0} = 1 \times 10^4, 10^5$ و $0.01 \leq Ri_{f,0} \leq 10$: مقایسه مدل همگن (خط پر) و مدل انتقال ذرات (خط چین)

$Gr_{f,0} = 1 \times 10^4$

$Gr_{f,0} = 1 \times 10^5$



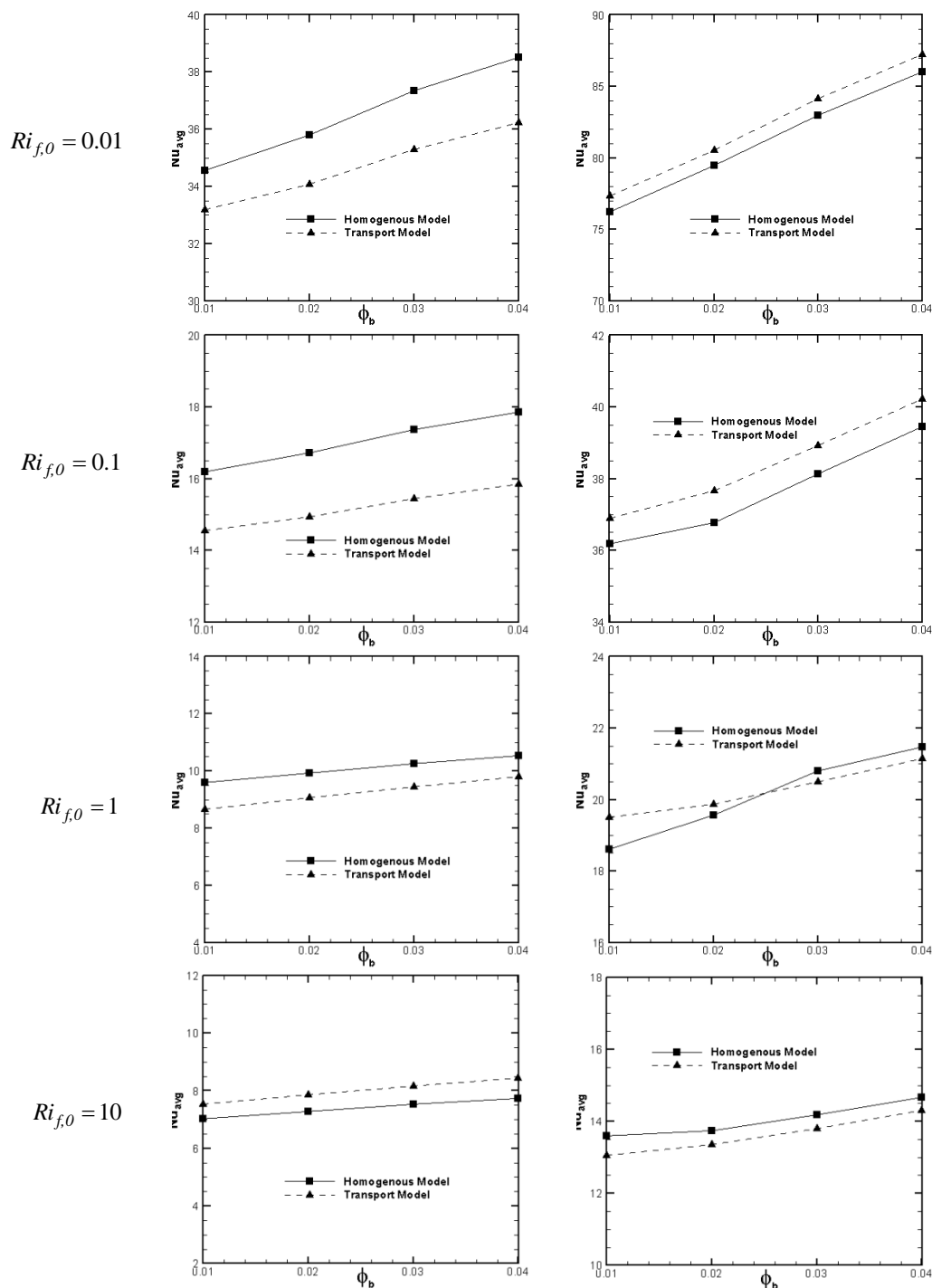
شکل ۶: خطوط هم‌دما در $\phi_b = 0.04$ ، $Gr_{f,0} = 1 \times 10^4, 10^5$ و $0.01 \leq Ri_{f,0} \leq 10$: مقایسه مدل همگن (خط پر) و مدل انتقال (خط چین)

در مدل انتقال (خط چین) و مدل همگن (خط پر) برای مقایسه ارائه شده است.

$$Gr_{f,0} = 1 \times 10^4$$

در شکل ۷ عدد ناسلت متوسط برحسب کسر حجمی متوسط نانوذرات در ریچاردسون‌های ۰/۰۱، ۰/۱، ۱ و ۱۰

$$Gr_{f,0} = 1 \times 10^5$$



شکل ۷: عدد ناسلت متوسط در $\phi_b = 0.04$ ، $Gr_{f,0} = 1 \times 10^4, 10^5$ و $0.01 \leq Ri_{f,0} \leq 10$: مقایسه مدل همگن (خط پر) و مدل انتقال ذرات (خط چین)

شرایط یکسان با توجه به شکل ۷، سبب افزایش میزان انتقال حرارت می‌شود. این نتیجه مطابق با نتایج پاکروان و یعقوبی [۲۳] است. در اختلاف دمای پایین و در اعداد ریچاردسون پایین که جریان جابه‌جایی اجباری بر جریان

با توجه به شکل، افزایش کسرحجمی نانوذرات در جابه‌جایی ترکیبی سبب افزایش میزان انتقال حرارت می‌شود. این روند افزایشی در دو مدل همگن و انتقال در شکل ۷ نیز مشاهده می‌شود. افزایش اختلاف دما در

۳- با توجه به تابعیت خواص نانوسیال از دما و کسر حجمی نانوذرات، در صورت در نظر گرفتن مدل همگن، خواص فقط به صورت تابعی از دما تغییر می‌کنند، اما در صورت در نظر گرفتن مدل انتقال نانوذرات، خواص به صورت تابعی از کسر حجمی و دما تغییر می‌کنند.

۴- افزایش کسر حجمی نانوذرات و افزایش عدد گرافش در جابه‌جایی ترکیبی در صورتی که سایر شرایط ثابت باشند، منجر به افزایش میزان انتقال حرارت در هر دو مدل همگن و انتقال می‌شود.

۵- افزایش عدد گرافش و یا اختلاف دما سبب تقویت مکانیزم‌های انتقال شده و باعث تغییر رفتار انتقال حرارت مدل انتقال می‌شود، به گونه‌ای که در اختلاف دمای پایین، مدل همگن و در اختلاف دمای بالا، مدل انتقال عدد ناسلت متوسط بیشتری پیش بینی می‌کند.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مایل‌اند از پژوهشکده انرژی و معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان به سبب حمایت مالی از این تحقیق تشکر نمایند.

۸- فهرست علائم

c_p	گرمای ویژه در فشار ثابت (J/kg.K)
d_p	قطر نانوذرات (m)
D_B	ضریب پخش براونی (kg/m.s)
D_T	ضریب پخش ترموفورسیس (kg/m.s.K)
D_D	ضریب پخش دوفور (W/m)
D_C	ضریب هدایت حرارتی (W/m.K)
g	شتاب گرانش ($m.s^{-2}$)
h	ضریب انتقال حرارت محلی ($W/m^2.K$)
J_p	بردار شار ذرات ($kg/m^2.s$)
k_B	ثابت بولنتزمن (J/K)
L	عرض و ارتفاع محفظه (m)
Nu	عدد ناسلت
P	فشار (Pa)

جابه‌جایی طبیعی تسلط دارد، مدل همگن عدد ناسلت متوسط بیشتری نسبت به مدل انتقال پیش‌بینی می‌کند. ولی با افزایش ریچاردسون و تاثیر بیشتر جابه‌جایی طبیعی در محفظه، مدل انتقال عدد ناسلت متوسط بیشتری نسبت به مدل همگن پیش‌بینی می‌کند. با افزایش اختلاف دما به دلیل تقویت مکانیزم‌های انتقال نانوذرات، در اعداد ریچاردسون پایین که جریان جابه‌جایی اجباری بر جریان جابه‌جایی طبیعی تسلط دارد، مدل انتقال عدد ناسلت متوسط بیشتری نسبت به مدل همگن پیش‌بینی می‌کند. این نتیجه، یعنی بالاتر بودن عدد ناسلت متوسط مدل انتقال نانوذرات نسبت به مدل همگن مطابق با نتایج حداد و همکاران [۲۵] است. ولی با افزایش ریچاردسون و تغییر مکانیزم جریان به طرف جابه‌جایی طبیعی، مدل همگن عدد ناسلت متوسط بیشتری نسبت به مدل انتقال پیش‌بینی می‌کند.

۷- نتیجه گیری

مکانیزم‌های انتقال شامل حرکت براونی، ترموفورسیس و شار دوفور تحت عنوان مدل انتقال نانوذرات در جابه‌جایی ترکیبی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با خواص متغیر با دما در یک محفظه مربعی همراه با ورودی و خروجی جریان به صورت عددی بررسی و نتایج آن با نتایج مدل همگن مقایسه شده است. تاثیر شرایط مختلف از جمله تغییر کسر حجمی، عدد ریچاردسون و عدد گرافش بر انتقال ذرات در قالب جداول و نمودارها ارائه شده است. براساس نتایج ارائه شده موارد ذیل قابل ذکر است:

۱- با استفاده از مدل انتقال و کالیبراسیون آن با نتایج تجربی، نشان داده شد که در مقدار 0.036 برای پارامتر ترموفورسیس، مدل انتقال نسبت به مدل همگن با خواص معادل تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد.

۲- افزایش ریچاردسون در عدد گرافش ثابت، سبب فاصله گرفتن غلظت نانوذرات از غلظت متوسط نانوذرات و عدم یکنواختی بیشتر غلظت در محفظه می‌شود.

عدد پرانتل	Pr
عدد گرافش	Gr
عدد رایلی	Ra
عدد ریچاردسون	Ri
عدد رینولدز	Re
پارامتر ترموفریسیس	ST
دمای با بعد (K)	T
مولفه‌های سرعت ($m.s^{-1}$)	u,v
مختصات با بعد (m)	x, y
سرعت‌های بدون بعد	U,V
مختصات بدون بعد	X,Y
علائم یونانی	
خواص نانوسیال	Ω
ضریب پخش گرمایی (m^2/s)	α
ضریب انبساط گرمایی (K^{-1})	β
کسر حجمی نانو ذرات	ϕ
کسر حجمی متوسط نانو ذرات	ϕ_b
نسبت کسر حجمی به کسر حجمی متوسط نانو ذرات	ϕ
ویسکوزیته دینامیک (N.m/s)	μ
دانسیته (kg/m^3)	ρ
دمای بی بعد	θ
ویسکوزیته سینماتیک (m^2/s)	ν
زیر نویس‌ها	
دمای مرجع	0
سرد	C
گرم، همگن	H
سیال پایه	F
نانوسیال	nf
نانو ذرات	P
مدل انتقال	Tra
مدل همگن	Hem
خواص نانوسیال	eff
مقدار متوسط	avg
بالاوند	
خواص بی‌بعد	*

مراجع

- [1] Lee, S., Choi, S.U.S., Li, S., Eastman, J.A. (1999). "Measuring thermal conductivity of fluids containing oxidenanoparticles". ASME Transactions Journal of Heat Transfer, Vol. 121, pp. 280–289.

- [2] Eastman, J.A., Choi, S.U.S., Li, W. Yu, S., Thompson, L.J. (2001). "Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles". *Journal of Applied Physics Letters*, Vol. 78, pp. 718–720.
- [3] Xuan, Y., Li, Q. (2000). "Heat transfer enhancement of nanofluids". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 58–64.
- [4] Tiwari, R.K., Das, M.K. (2007). "Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 2002-2018.
- [5] Muthtamilselvan, M., Kandaswamy, P., Lee, J. (2010). "Heat transfer enhancement of copper–water nanofluids in a lid-driven enclosure". *Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, pp. 1501-1510.
- [6] Abu-Nada, E., Chamkha, A. J. (2010). "Mixed convection flow in a lid-driven inclined square enclosure filled with a nanofluid". *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 29, pp. 472-482.
- [7] Talebi, F., Mahmoudi, A. H., Shahi, M. (2010). "Numerical study of mixed convection flows in a square lid-driven cavity utilizing nanofluid". *International Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 79-90.
- [8] Arefmanesh, A., Mahmoudi, M. (2011). "Effects of uncertainties of viscosity models for Al₂O₃-water nanofluid on mixed convection numerical simulations". *International Journal of Thermal Science*, Vol. 50, pp. 1706-1719.
- [9] Chamkha, A. J., Abu-nada, E. (2012). "Mixed convection flow in single- and double-lid driven square cavities filled with water-Al₂O₃ nanofluid: Effect of viscosity models". *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 36, pp. 82-96.
- [10] Sheikhzadeh, G.A., Ebrahim Qomi, M., Hajjaligol, N., Fattahi, A. (2012). "Numerical study of mixed convection flows in a lid-driven enclosure filled with nanofluid using variable properties". *Results in Physics*, Vol. 2, pp. 5-13.
- [11] Shahi, M., Mahmoudi, A. H., Talebi, F. (2010). "Numerical study of mixed convective cooling in a square cavity ventilated and partially heated from the below utilizing nanofluid". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 201-213.
- [12] Mahmoudi, A. H., Shahi, M., Talebi, F. (2010). "Effect of inlet and outlet location on the mixed convective cooling inside the ventilated cavity subjected to an external nanofluid". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1158-1173.
- [13] Sourtiji, E., Hosseinzadeh, S. F., Gorji-Bandpy, M., Ganji, D. D. (2011). "Effect of water-based Al₂O₃ nanofluids on heat transfer and pressure drop in periodic mixed convection inside a square ventilated cavity". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 1125-1134.
- [14] AboueiMehrizi, A., Farhadi, M., Hassanzade Afrooz, H., Sedighi, K., Rabienataj Darz, A. A. (2012). "Mixed convection heat transfer in a ventilated cavity with hot obstacle: Effect of nanofluid and outlet port location". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 1000-1008.
- [15] Rahman, M. M., Parvin, S., Rahim, N. A., Islam, M. R., Saidur, R., Hasanuzzaman, M. (2012). "Effects of Reynolds and Prandtl number on mixed convection in a ventilated cavity with a heat-generating solid circular block". *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, pp. 2056-2066.
- [16] Probst, R.F. (2003). *Physicochemical hydrodynamics*. Second edition, Wiley Interscience, Hoboken, New Jersey.
- [17] Tyndall, J. (1870). "On dust and disease". *Proc. R. Inst.*, Vol. 6, pp. 1-14.
- [18] Bird, R. B., Stewart, W. E. (1960). Lightfoot, E. N., second ed, *Transport Phenomena*, Wiley, New York.
- [19] Koo, J., Kleinstreuer, C. (2005). "Impact analysis of nanoparticle motion mechanisms on the thermal conductivity of nanofluids". *International Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1111-1118.

- [20] Buongiorno, J. (2006). "Convective transports in nanofluids". ASME Transactions Journal of Heat Transfer, Vol. 128, pp. 240-250.
- [21] Kuznetsov, A. V., Nield, D. A. (2010). "Natural convection boundary-layer of a nanofluid past a vertical plate". International Journal of Thermal Science, Vol. 49, pp. 243-247.
- [22] Mokmeli, A., Saffar-Avval, M. (2010). "Prediction of nanofluid convective heat transfer using the dispersion model". International Journal of Thermal Science, Vol. 49, pp. 471-478.
- [23] Pakravan, H. A., Yaghoubi, M. (2011). "Combined thermophoresis, Brownian motion and Dufour effects on natural convection of nanofluids". International Journal of Thermal Science, Vol. 50, pp. 394-402.
- [24] Aminfar, H., Haghgoo, M. R. (2012). "Brownian motion and thermophoresis effects on natural convection of alumina-water nanofluid". Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 6, pp. 1-11.
- [25] Haddad, Z., Abu-Nada, E., Oztop, H. F., Mataoui, A. (2012). "Natural convection in nanofluids: Are the thermophoresis and Brownian motion effects significant in nanofluid heat transfer enhancement?". International Journal of Thermal Science, Vol. 57, pp. 1-11.
- [26] Sheikhzadeh, G. A., Dastmalchi, M., Khorasanizadeh, H. (2012). "Effects of nanoparticles transport mechanisms on Al₂O₃-water nanofluid natural convection in a square enclosure". International Journal of Thermal Science, Vol. 66, pp. 51-62.
- [27] Khanafer, K., Vafai, K. (2011). "A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 54, pp. 4410-4428.
- [28] Ho, C. J., Liu, W. K., Chang, Y. S., Lin, C. C. (2010). "Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures, an experimental study". International Journal of Thermal Sciences, Vol. 49, pp. 1345-1353.
- [29] Einstein A. (1906). "Eine neue bestimmung der molekul-dimension (A new determination of the molecular dimensions)". Annals of Physics, Vol. 19, pp. 289-306.
- [30] Brinkman, H.C. (1952). "The viscosity of concentrated suspensions and solutions". Journal of Chemical Physics, Vol. 20, pp. 571.
- [31] Maxwell J.C. (1954). A treatise on electricity and magnetism. Third ed, Dover, New York.
- [32] Hamilton, R. L., Crosser, O. K. (1962). "Thermal conductivity of heterogeneous two component system". Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, Vol. 1, pp. 187-191.
- [33] Incropera, F. P., DeWitt, D. P. (1996). Introduction to Heat Transfer, third ed. John Wiley & Sons, Inc, New York.
- [34] Aitken, J. (1884). "On the formation of small clear spaces in dusty air". Royal Society of Edinburgh, Vol. 32, pp. 239-272.
- [35] Zheng, F. (2002). "Thermophoresis of spherical and non-spherical particles: a review of theories and experiments". Advances in Colloid and Interface Science, Vol. 97, pp. 255-278.
- [36] Bijan, A. (1984). Convection heat transfer. Third edition, Wiley, New York.
- [37] Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Second ed, Hemisphere, McGraw-Hill, Washington DC.

[۳۸] غفاری، س. پ. (۱۳۹۱)، مطالعه عددی اثر انتقال نانو ذرات در جریان جابه‌جایی ترکیبی نانو سیال در حفره دو بعدی با درپوش متحرک با خواص متغیر، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه کاشان، کاشان.