

طراحی مسیر بهینه برای ربات کابلی معلق بوسیله میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار و الگوریتم مثلث بهینه‌گر

امین نیکوبین^۱، علی قدوسیان^۲، مجتبی ریاحی وزواری^{۳*}

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۹/۰۲	هدف این مقاله یافتن مسیر بهینه با کمترین تلاش، جهت جابجایی مجری نهایی ربات سه کابلی فضایی، در فضای کاریش می‌باشد. جهت این کار، ابتدا به مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی ربات سه کابلی فضایی پرداخته می‌شود. سپس شبیه سازی و استخراج نتایج با دو روش مستقیم و غیر مستقیم انجام می‌گیرد. روش حل غیرمستقیم بر اساس روش حساب تغییرات می‌باشد. شرایط لازم بهینگی به منظور حداقل شدن گشتاور بین دو نقطه داده شده و با استفاده از اصل مینیمم پونتریاگن استخراج می‌گردد. این شرایط بهینگی تشکیل یک مساله مقدار مرزی دو نقطه‌ای می‌دهد که با الگوریتم‌های عددی قابل حل می‌باشد. روش مستقیم، از ترکیب یک روش بهینه سازی فراابتکاری و یک میانیاپ چندجمله‌ای، به همراه معادلات ربات ایجاد می‌گردد و این مقاله از روش فراابتکاری الگوریتم مثلث بهینه‌گر و میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار استفاده کرده است. این ترکیب جدید ایجاد شده با چندجمله‌ای مرتبه چهار، بجای استفاده از مقادیر میانی مسیر به عنوان متغیرهای طراحی، ثابت‌های مشخصی از چندجمله‌ای را متغیر طراحی جهت بهینه سازی مسیر، قرار می‌دهد. روش غیرمستقیم پاسخ دقیق را می‌دهد، ولی استخراج شرایط بهینگی آن دارای محاسبات ریاضی، دشوار و زمانبر می‌باشد. در حالی که روش مستقیم پاسخ تقریبی مساله را بدون محاسبات جبری اولیه می‌دهد. در انتها دو مثال، با روش مستقیم و روش غیرمستقیم انجام می‌شود و مقایسه نتایج، کارایی مناسب روش مستقیم پیشنهادی را نشان می‌دهد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۱/۱۴	
واژگان کلیدی: طراحی مسیر، مسیر بهینه، ربات کابلی، میانیاپ چندجمله‌ای، الگوریتم مثلث بهینه‌گر.	

۱- مقدمه

بار به وزن زیاد، پایین بودن مصرف انرژی و... می‌باشند. این ربات‌ها کاربردهای زیادی از جمله جرقیل کابلی، ربات رنگ پاش، دوربین کابلی، انتقال اجسام با شتاب بالا، جابجا کردن بار روی کشتی و اسکله و... دارند. در زمینه تحلیل سینماتیک، دینامیک ربات‌های کابلی تاکنون تحقیقات گسترده‌ای صورت گرفته است. رابرتز و همکارانش در سال ۱۹۹۸ با روش حل بر مبنای سینماتیک معکوس، موقعیت‌ها و جهت‌هایی را که برای

بازوهای مکانیکی موازی با محرک‌های کابلی که ربات-هایی با محرک‌های کابلی یا ربات‌های کابلی نیز نامیده می‌شوند، دارای شکلی شبیه به ربات‌های موازی قدیمی هستند. ربات‌های کابلی دارای فضای کاری بزرگ، نسبت

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mrv@semnan.ac.ir

۱. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۳. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

بهینگی برای این روش بصورت مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل بیان می‌شود. این مساله مقدار مرزی بوسیله تکنیک‌های عددی خاص همانند روش‌های شوتینگ^۱ یا ریلکسیشن^۲ حل می‌شود. اگرچه این روش بطور موفقیت آمیز در بسیاری از کاربردها استفاده شده است، در سال‌های اخیر کمتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. دلیل اصلی این امر دامنه همگرایی نسبتاً کوچک و اینکه استخراج شرایط بهینگی و شرایط نامساوی در محدودیت‌های مسیر، سخت می‌باشد. این روش در مساله طراحی مسیر به صورت یک مساله کنترل بهینه تعریف می‌گردد. به این منظور با تعریف مناسب تابع هدف و استخراج معادلات در فرم فضای حالت، تابع همیلتونین سیستم تشکیل می‌شود و با استفاده از اصل پونتریاگن شرایط لازم بهینگی استخراج می‌گردد. در مقابل روش مستقیم بر اساس گسسته‌سازی متغیرهای دینامیکی (حالت‌ها و کنترل‌ها) که منجر به یک مساله بهینه‌سازی پارامتری می‌شود، می‌باشد. سپس بهینه‌سازی غیرخطی، (تکاملی یا تکنیک‌های تصادفی کلاسیک)، برای دستیابی به مقادیر بهینه پارامترها اعمال می‌گردد. یکی از ویژگی‌های بارز این روش سعی در حل مستقیم مساله با تنظیم پارامترها، جهت مینیمم کردن تابع هدف با محدودیت‌های وارده می‌باشد. در کل این روش، دستیابی به نقاطی از مسیر، جهت بهینه کردن تابع هدف می‌باشد. سپس با وارد کردن این نقاط به معادلات سینماتیکی و دینامیکی میتوان موقعیت، سرعت، شتاب، گشتاور و... را یافت. در ادامه به کارهای انجام گرفته در زمینه طراحی مسیر ربات‌ها از جمله ربات کابلی اشاره می‌گردد.

مقاله‌های کار شده در زمینه طراحی مسیر ربات‌های مختلف عبارتند از: ۱- با روش مستقیم: کیو و ازاکی یک الگوریتم بهینه‌سازی بمنظور بدست آوردن پاسخ بهینه بین دو نقطه مرزی، بدون محدودیت را ارائه دادند. پاسخ را بوسیله محاسبات تکرار شونده و مجموعه نقاط کنترلی

ربات‌های کابلی معلق قابل دسترسی هستند، بدست آوردند [۱]. در سال ۲۰۰۰ شیانگ، تحلیل سینماتیکی و دینامیک یک جرثقیل رباتیک که توسط چهار کابل کنترل می‌شود را با فرض جرم‌دار بودن کابل‌ها، مورد بررسی قرار داده است [۲]. ویلیام و گالینا در سال ۲۰۰۱ به تحلیل سینماتیکی، استاتیک، دینامیک و کنترل ربات کابلی پرداختند [۳ و ۴]. در سال ۲۰۰۵ سوریوک و همکارانش، مدل دینامیکی یک مکانیزم کابلی را با فرض ناچیز بودن جرم و اینرسی کابل‌ها مورد مطالعه قرار داده و کنترلر مقاوم را نیز با فرض حضور اغتشاشات در سیستم، طراحی و شبیه‌سازی کرده‌اند [۵]. در سال ۲۰۰۶ کوزاک و همکارانش، تحلیل استاتیکی ربات‌های کابلی با فرض جرم‌دار بودن کابل‌ها و عدم مستقیم بودن راستای کابل را مورد بررسی قرار داده‌اند [۶]. افشاری در سال ۲۰۰۷ روش‌های جدید و متغیرهای جدید حرکت برای مطالعه سینماتیکی و دینامیک ربات کابلی با شش درجه آزادی را معرفی کرده و سپس ماتریس ژاکوبین جدیدی معرفی می‌کند که ارتباطات سینماتیکی ربات را بوسیله‌ای یک یافته جدید تعریف می‌کند [۷]. در سال ۲۰۰۹ مرلت، تحلیل سینماتیکی یک ربات کابلی با چهار درجه آزادی فضایی را مورد مطالعه قرار داد [۸]. مساله برنامه ریزی مسیر ربات‌ها در طول دهه‌های اخیر به طور وسیع مورد بررسی قرار گرفته است. وظیفه اصلی ربات پیدا کردن مسیری است که دارای یک یا چند مورد از شرایط زیر باشد:

- ۱- نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر مورد نظر را در بر گیرد.
- ۲- در صورت وجود مانع، با تشخیص آن از برخورد با مانع جلوگیری شود.
- ۳- مسیری که در آن معیار ارزیابی (توان مصرف شده، زمان و ...) بهینه شود.

طراحی مسیر بهینه ربات‌ها با دو روش مستقیم و غیرمستقیم انجام می‌گیرد. در روش غیرمستقیم از مساله طراحی حرکت دینامیکی بهینه استفاده می‌گردد. شرایط

^۱ shooting method
^۲ relaxation method

نقطه پرداختند. مساله بهینه‌سازی مسیر را اساساً یک مساله غیر خطی مقید تعریف کردند. با حل مساله مقدار مرزی غیرخطی، حداکثر حمل بار برای فضای شش درجه آزادی ربات کابلی را مورد مطالعه قرار دادند [۱۹]، کورایم و همکارانش در سال ۲۰۱۱ به طراحی مسیر بهینه با ظرفیت حمل بار دینامیکی، ربات کابلی معلق پرداختند [۲۰] و فهام و همکاران طراحی مسیر ربات کابلی صفحه-ای معلق را تحت قیود نیروی کشش و سرعت انجام داده-اند. آنها محدودیت‌های کشش کابل و سرعت را به محدودیت‌های شتاب و سرعت تبدیل و از ترکیب ژنتیک الگوریتم و کنترل بنگ-بنگ برای محاسبه حداقل زمان، تحت قیود موجود استفاده کردند [۲۱]، اشاره کرد.

نوآوری‌های این مقاله: ۱- رایج‌ترین روش میانبایی برای طراحی مسیر در مقاله‌ها، استفاده از اسپیلاین مرتبه سه (چندجمله‌ای درجه سه) می‌باشد، ولی در این مقاله از میانبای چندجمله‌ای درجه چهار استفاده شده است. ۲- در کارهای انجام گرفته با روش مستقیم، مقادیر میانبایی مسیر به عنوان متغیرهای طراحی روش بهینه‌سازی قرار می‌گرفتند، ولی این مقاله ثابت‌های مشخصی از چند-جمله‌ای مرتبه چهار را، متغیر طراحی جهت بهینه‌سازی قرار داده است. ۳- مقاله ارائه شده جهت تخمین مسیر حرکت ربات، عکس مقاله‌های موجود در زمینه طراحی مسیر، عمل می‌کند، یعنی به جای استفاده از سه میانبایی در سه جهت Z, Y, X از یک میانبایی که طول مسیر می‌باشد، استفاده می‌کند. این عمل متغیرهای طراحی، در هر تقسیم‌بندی مسیر را یک‌سوم کاهش می‌دهد.

۲- مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی

ربات سه کابلی فضایی

در این بخش به تحلیل ربات سه کابلی فضایی پرداخته می‌شود. این ربات دارای سه درجه آزادی مجری نهایی، تعداد سه کابل محرک و وجود نیروی گرانش می‌باشد (شکل ۱).

منحنی بی‌اسپیلاین یکنواخت بدست آوردند [۹]. بزاز و تاندو در مقاله شان از روش سه-مکعب برای مسیر مفاصل ربات صنعتی استفاده کرده‌اند. روش اسپیلاین سه-مکعب بین دو نقطه، سه اسپیلاین مرتبه سه، برای مینیمم زمان حرکت ربات تحت قیود سرعت، شتاب و جرک قرار می‌دهد [۱۰]. چتیبی و همکارانش [۱۱] با اسپیلاین روشی برای طراحی مسیر بهینه برای ربات‌های حلقه بسته ارائه کردند. تیان و کولینس [۱۲] برنامه‌ریزی مسیر حرکت ربات با دو درجه آزادی را انجام دادند که در فضای کاری موانع نقطه‌ای وجود دارد. آن‌ها با استفاده از منحنی‌های مرتبه سه و الگوریتم ژنتیک نقاط میانی در جابه‌جایی ربات بین دو نقطه ابتدایی و انتهایی با شرط بهینه کردن تابع ارزیابی را تعیین کردند. ۲- با روش غیر مستقیم: طراحی مسیر بهینه را کورایم و نیکوبین [۱۳] برای تعیین ماکزیمم حمل بار یک منیپولاتور انعطاف‌پذیر بکار بردند. صالحی و نیکوبین طراحی مسیر بهینه برای ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر را انجام دادند [۱۴].

در زمینه ربات‌های کابلی میتوان به مقاله‌های، شیانگ و همکاران که با اعمال روش توزیع نیروی بهینه به معادلات روبروکرین^۱، نیروی کشش لازم جهت سیر مسیر را بدست آوردند و این کشش کابل‌ها را با مدل صلب ربات کرین مقایسه کردند [۱۵]، کورایم و بامداد در سال ۲۰۰۹، یک روش عددی به منظور محاسبه ماکزیمم بار دینامیکی برای ربات‌های کابلی ارائه کردند [۱۶]، سمیر و همکاران طراحی مسیر ربات کابلی را با یک الگوریتم دو حالتی انجام دادند. حالت اول موقعی که ربات دور از مانع می‌باشد، فعال می‌شود و حالت دوم موقعی که ربات در نزدیکی مانع می‌باشد، فعال می‌شود [۱۷]، ترویسانی یک روش جدید جهت اطمینان از مثبت و محدود بودن کشش کابل ارائه کرده است. این روش محدودیت دو جانبه کابل را به محدودیت سرعت و شتاب مجری نهایی تبدیل می‌کند [۱۸]، کورایم، بامداد و اکباره به بهینه‌سازی مسیر منیپولاتور موازی کابلی در حرکت نقطه به

^۱ robocrane

$$L_i = \sqrt{(x - P_{ix})^2 + (y - P_{iy})^2 + (z - P_{iz})^2} \quad (2)$$

$i = 1, 2, 3$

مشتق طول هر کابل نسبت به سه متغیر x, y, z ماتریس ژاکوبین می‌باشد و از رابطه ۳ بدست می‌آید.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial x} & \frac{\partial L_1}{\partial y} & \frac{\partial L_1}{\partial z} \\ \frac{\partial L_2}{\partial x} & \frac{\partial L_2}{\partial y} & \frac{\partial L_2}{\partial z} \\ \frac{\partial L_3}{\partial x} & \frac{\partial L_3}{\partial y} & \frac{\partial L_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

رابطه ۴ سرعت خطی تغییر طول کابل‌ها را بدست می‌آورد.

$$\dot{L}_i = \frac{\partial L_i}{\partial X} \frac{dX}{dt} = J\dot{X} \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

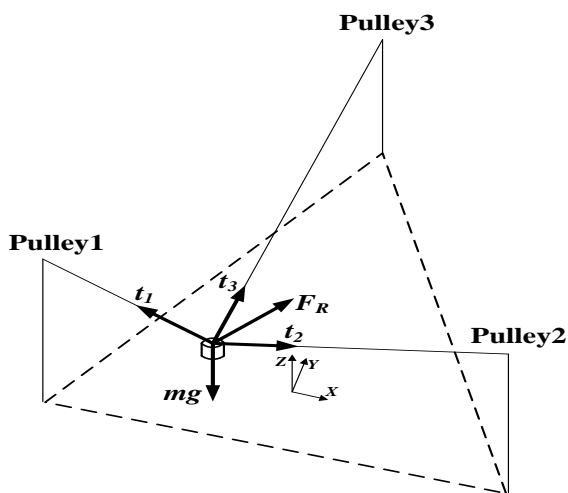
در رابطه ۴ $\dot{X} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ سرعت خطی مجری نهایی می‌باشد. با تغییر طول کابل، پولی مربوطه می‌چرخد پس تغییر زوایای پولی‌ها از رابطه ۵ حساب می‌گردد.

$$\beta_i = \left(\frac{1}{r}\right) (L_{.i} - L_i) \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

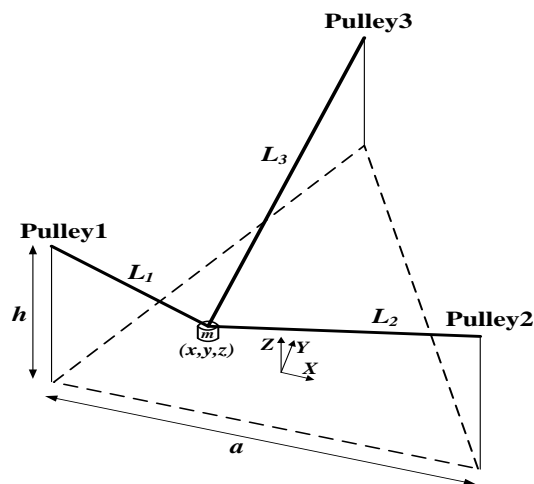
در رابطه ۵، r شعاع پولی و $L_{.i}$ طول اولیه کابل‌ها $\sqrt{P_{ix}^2 + P_{iy}^2 + P_{iz}^2}$; $i = 1, 2, 3$ می‌باشد. با مشتق گرفتن از رابطه ۵ نسبت به زمان، سرعت دورانی پولی‌ها بدست می‌آید (رابطه ۶).

$$\dot{\beta}_i = \frac{\partial \beta_i}{\partial X} \frac{dX}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{\partial L_i}{\partial X} \frac{dX}{dt} = -\frac{1}{r} J\dot{X} \quad (6)$$

شکل ۲ دیاگرام آزاد مجری نهایی ربات سه کابلی فضایی را نشان می‌دهد.



شکل ۲- دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر مجری نهایی



شکل ۱- شماتیک ربات سه کابلی فضایی

سطح مقطع کاری استاتیکی این ربات، یک مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a است. دستگاه مختصات ثابت و مرجع، در محل برخورد میانه‌های این مثلث متساوی الاضلاع قرار گرفته است، که مختصات محل قرارگیری پولی‌ها و همچنین موقعیت مجری نهایی، نسبت به این دستگاه سنجیده می‌شود. مجری نهایی این ربات که بصورت یک جرم نقطه‌ای و با جرم m مدل شده، دارای سه درجه آزادی انتقالی در راستای محورهای x, y, z می‌باشد که حرکت آن توسط سه کابل کنترل می‌شود. مختصات محل قرارگیری پولی‌ها در رابطه ۱ آمده است.

$$b = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} \rightarrow P_1 = \left[-\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{b}{\sqrt{3}} \ h\right]^T, P_2 = \left[\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{b}{\sqrt{3}} \ h\right]^T, P_3 = \left[0 \ \frac{2b}{\sqrt{3}} \ h\right]^T \quad (1)$$

که در آن b طول میانه مثلث متساوی الاضلاع، h ارتفاع ستون‌هایی که پولی‌ها بر روی آنها نصب شده اند و P_i مختصات محل قرارگیری پولی‌ها است.

برای استخراج روابط سینماتیک ربات، موقعیت مجری نهایی $X = [x \ y \ z]^T$ فرض می‌شود، بنابراین طول کابل مورد نظر از رابطه ۲ حساب می‌شود.

الگوریتم مثلث بهینه‌گر^۱ که از شکل مثلث الهام گرفته است، توسط قدوسیان، نیکوبین و ریاحی مطرح گردیده است [۲۲]. حرکت از قاعده مثلث به سمت راس آن به خوبی مفهوم بهینه‌سازی را می‌رساند. در این روش در هر تکرار یک مثلث بهینه ایجاد می‌شود. در این صورت دو مکانیزم بهینه‌گر یکی در هر مثلث و دیگری در هر تکرار وجود دارد که سرعت همگرایی را بالا می‌برد.

مراحل الگوریتم مثلث بهینه‌گر:

۱- مقدار دهی اولیه شامل: تعداد جمعیت اولیه (NP)، تعداد تکرارها، تعیین حد پایین (X_{lower}) و حد بالا (X_{upper}) هر متغیر طراحی و مشخص کردن پارامترهای β, α که $0 < \beta < NP, 1 < \alpha < 2$ می‌باشد. در ضمن α عددی صحیح و β عددی طبیعی می‌باشد. چگونگی انتخاب بازه دو پارامتر β, α در ادامه توضیح داده می‌شود.

۲- بردار اولیه متغیرهای طراحی (X^0) با توجه به بازه مینیمم و ماکسیمم، به صورت تصادفی به تعداد NP تشکیل می‌شود (رابطه ۱۳). این بردار قاعده مثلث بهینه اول را تشکیل می‌دهد. تابع هدف برای متغیرها محاسبه می‌گردد و سپس بهترین پاسخ ($FLbest$) و بدترین پاسخ ($FLworst$) مشخص می‌شوند. بدترین پاسخ به همراه بردار متغیرهایش از جمعیت اولیه حذف می‌شود و جمعیت باقیمانده با اعمال رابطه ۱۴ سطر دوم مثلث بهینه اول را تشکیل می‌دهند. این عملیات تا رسیدن به جواب بهینه ($FGbest$)، سطر آخر (راس مثلث) ادامه پیدا می‌کند. بدین ترتیب در تکرار اول مثلث بهینه اول ایجاد می‌گردد. دقت شود که هر متغیر طراحی یک مثلث دارد و تابع هدف هم تشکیل یک مثلث می‌دهد که راس مثلث بهینه تابع هدف، پاسخ بهینه نهایی می‌باشد. بردار متغیر بهینه از راس مثلث‌های هر متغیر طراحی تشکیل می‌گردد.

$$X0 = X_{lower} + rand \times (X_{upper} - X_{lower}) \quad (13)$$

برای استخراج معادلات دینامیک، از رابطه لاگرانژ استفاده می‌شود. پس معادله دینامیکی مجری نهایی و معادله دینامیکی شفت موتور و پولی بترتیب از روابط ۷ و ۸ بدست می‌آیند.

$$-J^T T - W = M \ddot{X} \quad (7)$$

$$\tau = rT + j\dot{\beta} + c\dot{\beta} \quad (8)$$

J ماتریس ژاکوبین سیستم - $T = [t_1 \ t_2 \ t_3]^T$ بردار نیروی کششی کابل‌ها - $W = [0 \ 0 \ mg]^T$ نیروی وزن مجری نهایی ربات - M ماتریس جرم مجری نهایی که بصورت یک ماتریس قطری 3×3 با المان‌های قطری m می‌باشد - $\dot{X} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ بردار شتاب مجری نهایی - $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ بردار گشتاوری که از جانب موتور تامین می‌شود - r شعاع پولی - j و c بترتیب ماتریس-های قطری 3×3 با المان‌های قطری ممان اینرسی پولی‌ها و ضریب دمپینگ اصطکاک ویسکوز شفت موتور می‌باشند - $\dot{\beta}$ سرعت دورانی پولی‌ها - $\ddot{\beta}$ شتاب دورانی پولی‌ها که از معادله ۹ محاسبه می‌گردد.

$$\ddot{\beta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \dot{X}} \right) \dot{X} + \frac{\partial \beta}{\partial X} \dot{X} \quad (9)$$

از دو معادله ۷ و ۸ در نهایت رابطه ۱۰ بدست می‌آید.

$$M_{eq}(X) \ddot{X} + N(X, \dot{X}) + rW = -J^T(X) \tau \quad (10)$$

که در رابطه ۱۰، $J(X)$ ماتریس ژاکوبین، $M_{eq}(X)$ ماتریس اینرسی سیستم و $N(X, \dot{X})$ برداری شامل ترم-های کریولیس و جانب مرکز، می‌باشند.

$$M_{eq} = rM - J^T(X)j \frac{\partial \beta}{\partial \dot{X}} \quad (11)$$

$$N(X, \dot{X}) = -J^T(X) \left(j \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \dot{X}} \right) + c \frac{\partial \beta}{\partial X} \right) \dot{X} \quad (12)$$

۳- روش بهینه‌سازی الگوریتم مثلث بهینه-

گر و روش میان‌یاب چندجمله‌ای درجه

چهار

۳-۱- شرح روش بهینه‌سازی الگوریتم مثلث

بهینه‌گر

^۱ TOA: Triangular Optimizer Algorithm

۳- در تکرار دوم متغیرهای اولیه طراحی ($X0_{new}$) توسط رابطه ۱۵ ایجاد می‌شوند. این بردار جدید قاعده مثلث بهینه دوم را تشکیل می‌دهد و سپس مراحل قسمت ۲ انجام می‌گردد تا به جواب بهینه مثلث بهینه دوم دست پیدا کند.

Part 1:

for β :

if ($X_{upper} - XGbest$)

$< (XGbest - X_{lower})$

$$X_{NewUpper} = XGbest + \frac{\beta}{NP} \times (X_{upper} - XGbest)$$

$$X_{NewLower} = XGbest - \frac{\beta}{NP} \times (X_{upper} - XGbest)$$

else

$$X_{NewUpper} = XGbest + \frac{\beta}{NP} \times (XGbest - X_{lower}) \quad (15)$$

$$X_{NewLower} = XGbest - \frac{\beta}{NP} \times (XGbest - X_{lower})$$

end

$$X0_{new} = X_{NewLower} + rand \times (X_{NewUpper} - X_{NewLower})$$

end

Part 2:

for $\beta + 1: NP$

$$X0_{new} = X_{lower} + rand \times (X_{upper} - X_{lower})$$

end

X_{lower} ← حد پایین اولیه متغیرها

X_{upper} ← حد بالای اولیه متغیرها

$XGbest$ ← متغیرهای طراحی پاسخ بهینه مثلث قبلی

$X_{NewLower}$ ← حد جدید پایین متغیرها

$X_{NewUpper}$ ← حد جدید بالای متغیرها

β عددی طبیعی با بازه $0 < \beta < NP$ می‌باشد. انتخاب

بازه β با توجه به قرارگیری بازه $0 < \frac{\beta}{NP} < 1$ صورت

گرفته است. ضریب $\frac{\beta}{NP}$ در رابطه ۱۵، همسایگی اطراف

$$X_{i+1} = X_i + (\alpha^{-i})(XLbest - X_i) + \frac{rand - 0.5}{3 + \ln(i + 1)} \quad (14)$$

i ← شمارنده مراحل از قاعده تا راس مثلث

X_{i+1} ← متغیرهای طراحی بازیابی شده سطر $i+1$

X_i ← متغیرهای طراحی سطر i ام

$XLbest$ ← متغیرهای طراحی پاسخ بهینه سطر i ام

$rand$ ← برداری با اعداد تصادفی بین صفر و یک

\ln ← لگاریتم طبیعی

رابطه ۱۳ یک رابطه رایج جهت تولید جمعیت اولیه (نقاط تصادفی) در شروع هر تکرار در روش‌های بهینه‌سازی می‌باشد که از حد پایین و حد بالای هر متغیر استفاده می‌کند. بطور مثال برای یک تابع سه متغیره $nd=3$ (تعداد متغیر طراحی) با تعداد جمعیت اولیه $NP=5$ ، ماتریس $X0$ دارای بعد 3×5 می‌شود. هر یک از ستون‌های ماتریس $X0$ بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$X0_{r \times 1} = X_{lower_{r \times 1}} + rand_{r \times 1} \times (X_{upper_{r \times 1}} - X_{lower_{r \times 1}})$$

رابطه ۱۴ ابتکاری می‌باشد و ضرایب آن به گونه‌ای انتخاب شده، که در حرکت به سمت راس مثلث، تاثیر آن‌ها بدلیل نزدیکی متغیرها کاهش یابد، یا بعبارت دیگر در سطر دوم بیشترین تغییرات و در سطر آخر کمترین تغییرات، در متغیرها انجام گیرد. رابطه ۱۴ برای مثال بالا در $i=1$ با حذف متغیرهای بدترین پاسخ، $X_{r \times 4}$ ایجاد می‌کند. هر یک از ستون‌های ماتریس X_r بصورت زیر بدست می‌آیند.

$$X_{r \times 1} = X_{1_{r \times 1}} + (\alpha^{-1})(XLbest_{r \times 1} - X_{1_{r \times 1}}) + \frac{rand_{r \times 1} - 0.5}{3 + \ln(1 + 1)}$$

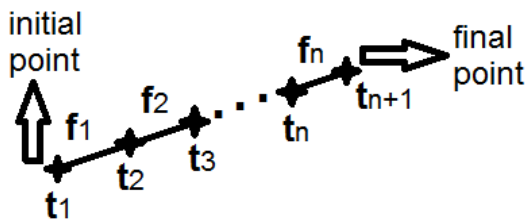
انتخاب بازه α با توجه به ضریب α^{-i} فرمول ۵ در $i=1$ انجام گرفته است. تعریف بازه $1 < \alpha < 2$ بخاطر قرارگیری بازه $0.5 < \alpha^{-1} < 1$ می‌باشد. بطور مثال تغییرات بازه $\alpha = 1.45$ برای یک مثلث با قاعده ۴ تایی به شرح زیر می‌باشد.

$$i = 1 \rightarrow \alpha^{-1} = 0.69, i = 2 \rightarrow \alpha^{-2} = 0.48, i = 3 \rightarrow \alpha^{-3} = 0.33$$

انتخاب $\alpha = 1,18$ مناسب می‌باشد. چون مقدار α^{-i} در $\alpha^{-i} = 0,85$ $i=1$ و در $\alpha^{-i} = 0,08$ $i=29$ می‌شود. درباره پارامتر β میتوان پیشنهاد داد، که β از $\frac{NP}{3}$ بزرگتر باشد، تا هم تعداد جمعیت مناسبی (β) تا پیرامون پاسخ بهینه، مثلث بهینه قبل (تکرار قبل) ایجاد شود و هم طول بازه مناسبی جهت تولید، تعداد β تا جمعیت فراهم شود. نقطه قوت بارز الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر روش‌ها، داشتن فقط دو پارامتر تنظیم کننده (α, β) است.

۳-۲- میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار

داده‌های عددی دنیای واقعی معمولا از نظر تجزیه و تحلیل دشوار می‌باشند. با میانیاپ‌ها مجموعه‌ای از چند-جمله‌ای بین نقاط برازش می‌شود تا تحلیل داده‌ها براحتی انجام گیرد. در این بخش میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار بین دو نقطه شروع و پایان، با توجه به تقسیم‌بندی مسیر مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل ۴).



شکل ۴- میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار

چندجمله‌ای مرتبه چهار بصورت رابطه ۱۶ تعریف می‌گردد. همچنین مشتق اول و مشتق دوم آن در روابط ۱۷ و ۱۸ به نمایش گذاشته شده‌اند.

$$f_i(t) = a_i(t - t_i)^4 + b_i(t - t_i)^3 + c_i(t - t_i)^2 + d_i(t - t_i) + e_i \quad (16)$$

$$f_i'(t) = 4a_i(t - t_i)^3 + 3b_i(t - t_i)^2 + 2c_i(t - t_i) + d_i \quad (17)$$

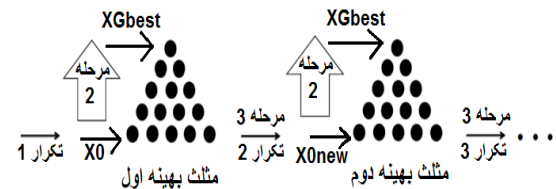
$$f_i''(t) = 12a_i(t - t_i)^2 + 6b_i(t - t_i) + 2c_i \quad (18)$$

در روابط ۱۶، ۱۷ و ۱۸، i شمارنده تعداد بازه می‌باشد که $i = 1, 2, \dots, n$ و n تعداد بازه می‌باشد. بدین صورت تعداد کل نقاط $n+1$ می‌شود.

پاسخ بهینه مثلث تکرار قبل را، برای تولید تعداد مشخصی از جمعیت اولیه، در تکرار بعد مشخص می‌کند. مثلا با $NP = 20$ و $\beta = 8$ ضریب $\frac{\beta}{NP} = 0,4$ می‌شود. رابطه ۱۵ شامل دو قسمت می‌باشد. قسمت اول، عمل همگرایی را با تولید تعداد β تا جمعیت تصادفی، برای هر متغیر طراحی، در بازه جدید ایجاد شده، حول جواب بهینه مثلث قبلی، انجام می‌دهد. قسمت دوم، با تولید تعداد، $NP - \beta$ تا جمعیت تصادفی، برای هر متغیر طراحی، در بازه اولیه تعریف شده برای هر متغیر، امکان ظهور نقاط بهینه جدید را فراهم می‌کند. در حقیقت قسمت دوم عمل گریز از بهینه‌های محلی را انجام می‌دهد.

۴- مراحل قسمت‌های ۲ و ۳ تا اتمام تکرارها ادامه می‌یابد. یا این که با برآورده شدن شرط همگرایی مورد نظر از حلقه تکرار خارج شود. در نهایت جواب بهینه نهایی بدست می‌آید.

شکل ۳ نحوه انجام مراحل، با تعداد جمعیت اولیه ۵ را نشان می‌دهد.



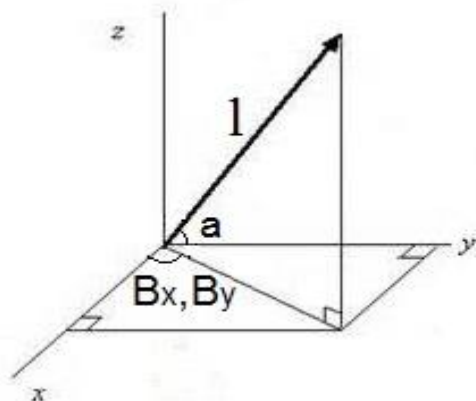
شکل ۳- نحوه انجام الگوریتم مثلث بهینه‌گر با تعداد جمعیت اولیه ۵

اصلی‌ترین عامل جهت انتخاب صحیح، پارامترهای β, α شرایط مساله می‌باشد و راهنمایی‌های زیر می‌تواند کمک کننده باشد.

پارامتر α بیشتر وابسته به تعداد جمعیت اولیه NP می‌باشد، تا مقدار ضریب α^{-i} یک روند مناسبی، از قاعده تا راس مثلث داشته باشد. مثلا برای $NP=6$ انتخاب $\alpha = 1,7$ مناسب می‌باشد. چون مقدار α^{-i} در $i=1$ $\alpha^{-i} = 0,59$ و در $i=6$ $\alpha^{-i} = 0,07$ می‌شود. یا، برای $NP=30$

۴- الگوریتم بهینه‌گر مسیر

همانطور که می‌دانید جهت جابجایی در هر فضایی به دو نقطه شروع و پایان نیاز است و سرعت در این دو نقطه صفر می‌باشد. برای ربات سه کابلی فضایی مجری نهایی مکان $(x., y., z., x', y', z')$ تا مکان $(x_f, y_f, z_f, x'_f, y'_f, z'_f)$ را در زمان $[0, t_f]$ می‌پیماید. روش پیشنهادی بجای استفاده از سه میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار در جهات x, y, z از یک میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار جهت تخمین طول مسیر، استفاده می‌کند. بنابراین طول مسیر همان f می‌باشد، که تصویر f روی محورهای مختصات، موقعیت مجری نهایی در سه جهت x, y, z را می‌دهد و این عمل با تصویر کردن f', f'' روی محورهای مختصات، برای سرعت و شتاب مجری نهایی هم انجام می‌گیرد. روابط زیر چگونگی تصویر کردن را بیان می‌کنند.



شکل ۵- تصویر بردار روی محورهای مختصات

با توجه به شکل ۵ زوایای α, β_x, β_y با استفاده از روابط ۲۷ بدست می‌آیند.

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{z_f - z.}{l} \right) \quad (27)$$

$$\beta_x = \cos^{-1} \left(\frac{x_f - x.}{l \cos \alpha} \right),$$

$$\beta_y = \sin^{-1} \left(\frac{y_f - y.}{l \cos(\alpha)} \right)$$

l در رابطه ۲۷ توسط معادله ۲۸ بدست می‌آید.

$$l = \sqrt{(x_f - x.)^2 + (y_f - y.)^2 + (z_f - z.)^2} \quad (28)$$

در نقاط مشترک هر دو بازه باید شرایط پیوستگی مقدار، شیب و انحنا برقرار باشد. این شرایط بترتیب در روابط ۱۹، ۲۰ و ۲۱ آورده شده‌اند. طول بازه‌ها برابر و مقدار آن $h = t_{i+1} - t_i$ در نظر گرفته شده است.

$$f_i(t_i) = f_{i-1}(t_i) \rightarrow \quad (19)$$

$$e_i = a_{i-1}h^4 + b_{i-1}h^3 + c_{i-1}h^2 + d_{i-1}h + e_{i-1}$$

$$f'_i(t_i) = f'_{i-1}(t_i) \rightarrow \quad (20)$$

$$d_i = 4a_{i-1}h^3 + 3b_{i-1}h^2 + 2c_{i-1}h + d_{i-1}$$

$$f''_i(t_i) = f''_{i-1}(t_i) \rightarrow \quad (21)$$

$$c_i = 6a_{i-1}h^2 + 3b_{i-1}h + c_{i-1}$$

همچنین مقدار تابع و سرعت تابع در نقطه شروع و نقطه پایان مشخص می‌باشند و با f, f_f, f', f'_f شناخته می‌شوند. با اعمال این شرایط به معادلات ۱۶ و ۱۷ روابط زیر بدست می‌آیند.

$$f_1(t_1) = f. \rightarrow e_1 = f. \quad (22)$$

$$f_n(t_{n+1}) = f_f \rightarrow a_n h^4 + b_n h^3 + c_n h^2 + d_n h + e_n = f_f \quad (23)$$

$$f'_1(t_1) = f'_f \rightarrow d_1 = f'_f \quad (24)$$

$$f''_n(t_{n+1}) = f''_f \rightarrow 4a_n h^3 + 3b_n h^2 + 2c_n h + d_n = f''_f \quad (25)$$

از روابط ۲۲ و ۲۴ مقادیر ثوابت d_1, e_1 مشخص شده‌اند و مقادیر دو ثابت a_n, b_n با استفاده از معادلات ۲۳ و ۲۵ توسط رابطه ۲۶ بدست می‌آیند.

$$\begin{bmatrix} h^4 & h^3 \\ 4h^3 & 3h^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_f - c_n h^2 - d_n h - e_n \\ f'_f - 2c_n h - d_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

اکنون به تشریح مجهول‌های مساله یا متغیرهای طراحی جهت بهینه‌سازی پرداخته می‌شود. در تعداد بازه $n=1$ فقط یک مجهول یعنی ثابت c_1 وجود دارد. با افزایش تعداد بازه‌ها به ازای هر بازه دو مجهول اضافه می‌گردد و این دو مجهول a_i, b_i می‌باشند. بطور مثال در تعداد بازه $n=2$ ثوابت c_1, a_1, b_1 مجهول می‌باشند و بقیه ثوابت توسط روابط ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۴ و ۲۶ بدست می‌آیند. همین‌طور در تعداد بازه $n=3$ ثوابت c_1, a_1, b_1, a_2, b_2 مجهول می‌باشند.

در معادله ۳۲ t, t_f زمان‌های اولیه و نهایی می‌باشند و L یک تابع مشتق‌پذیر است. شرایط مرزی در ابتدا و انتهای مسیر بصورت رابطه ۳۳ در نظر گرفته می‌شود.

$$X_1(0) = X_{10}, X_2(0) = X_{20}, X_1(t_f) = X_{1f}, X_2(t_f) = X_{2f} \quad (33)$$

بنابراین با استفاده از معادله ۱۰، شتاب مجری نهایی، رابطه ۳۴ بدست می‌آید و متغیرهای حالت، فضای حالت، متغیرهای شبه حالت و عبارت لاگرانژ تابع همیلتونین بصورت روابط ۳۵ و ۳۶ تعریف می‌شوند.

$$\ddot{X} = M_{eq}^{-1}(-J^T(X)\tau - N(X, \dot{X}) - rW) \quad (34)$$

$$X = [X_1, X_2]^T = [x, \dot{x}]^T, \dot{X} = [\dot{X}_1, \dot{X}_2]^T = [X_2, M_{eq}^{-1}(-J^T(X)\tau - N(X, \dot{X}) - rW)] \quad (35)$$

$$\psi = [\psi_1^T, \psi_2^T]^T, L = \tau_1^T + \tau_2^T + \tau_3^T \quad (36)$$

در نتیجه تابع همیلتونین از رابطه ۳۷ بدست می‌آید.

$$H = L + \psi^T X_2 + \psi_1^T [M_{eq}^{-1}(-J^T(X)\tau - N(X, \dot{X}) - rW)] \quad (37)$$

بنابر اصل پونتریاگن برای مسیر بهینه باید شرایط بهینگی که با مشتق تابع همیلتونین نسبت به داده‌های حالت، شبه حالت و کنترلی بدست می‌آیند (رابطه ۳۸)، برآورده شوند.

$$\dot{X} = \frac{\partial H}{\partial \psi}, \dot{\psi} = -\frac{\partial H}{\partial X}, \text{control input} = \frac{\partial H}{\partial \tau} = 0 \quad (38)$$

برای ربات سه کابلی فضایی دوازده معادله دیفرانسیل حاصل می‌گردد و برای حل به دوازده شرایط مرزی (شش شرط برای زمان t و شش شرط برای زمان t_f) نیاز می‌باشد. حل معادلات بالا توسط دستور `bvp4c` نرم‌افزار متلب انجام می‌گیرد و مقادیر بهینه گشتاورها بدست می‌آیند.

۶- مثال‌ها

برای مساله ربات کابلی متغیر میانیاپ چندجمله‌ای درجه چهار، زمان می‌باشد و همچنین طول بازه‌ها ثابت و از رابطه $h = \frac{t_f}{n}$ بدست می‌آید. در این بخش با اطلاعات

بنابراین با استفاده از، میانیاپ طول f_i که دارای شرایط مرزی $f = 0, f_f = l, f' = 0, f'_f = 0$ می‌باشد، و زوایای α, β_x, β_y موقعیت مجری نهایی برحسب مختصات کارترین توسط رابطه ۲۹ بدست می‌آید.

$$x = x_0 + f_i \cos(\alpha) \cos(\beta_x) \quad (29)$$

$$y = y_0 + f_i \cos(\alpha) \sin(\beta_y)$$

$$z = z_0 + f_i \sin(\alpha)$$

روابط سرعت و شتاب مجری نهایی نیز مانند رابطه ۲۹ می‌باشند و در رابطه ۳۰ به نمایش گذاشته شده‌اند.

$$x' = f_i' \cos(\alpha) \cos(\beta_x), x'' = f_i'' \cos(\alpha) \cos(\beta_x) \quad (30)$$

$$y' = f_i' \cos(\alpha) \sin(\beta_y), y'' = f_i'' \cos(\alpha) \sin(\beta_y)$$

$$z' = f_i' \sin(\alpha), z'' = f_i'' \sin(\alpha)$$

با وجود پارامترهای سیستم و داشتن موقعیت $X = [x, y, z]$ ، سرعت $\dot{X} = [x', y', z']$ و شتاب $\ddot{X} = [x'', y'', z'']$ مجری نهایی، میتوان بوسیله معادلات دینامیکی، گشتاور و نیروی کشش ربات کابلی را بدست آورد.

در ضمن تابع هدف به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\text{objective function} = F = \sum_{i=1}^3 \int \tau_i^T dt \quad (31)$$

دقت کنید فرایند بهینه‌سازی همواره با قید مثبت بودن کشش کابل‌ها انجام می‌گیرد.

۵- روش کنترل بهینه ربات سه کابلی فضایی

همیلتونی در تئوری کنترل بهینه به وسیله‌ی پنتریاگین ابداع شد. این تئوری از قضیه مکانیک همیلتونی الهام گرفته است. معادلات این بخش از مرجع [۲۳] استخراج شده است.

در مساله کنترل بهینه، هدف تعیین تابع حالت و کنترل بطوریکه تابع هدف تعریف شده‌ای را بهینه کند. تابع هدف برای این سیستم، به صورت رابطه ۳۲ تعریف می‌شود.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L dt = \int_{t_0}^{t_f} (\tau_1^T + \tau_2^T + \tau_3^T) dt \quad (32)$$

داده شده در جدول ۱ شبیه‌سازی توسط روش پیشنهادی و تابع همیلتونین توسط نرم افزار متلب انجام می‌گیرد.

با توجه به جدول ۲ مشاهده می‌گردد که با افزایش تعداد بازه‌ها، پاسخ روش مستقیم به جواب روش غیرمستقیم نزدیک‌تر می‌شود.

جدول ۱- پارامترهای سیستم

$a(m)$	۲
$h(m)$	۱/۵
$m(kg)$	۳
$r(m)$	۰/۰۳
$j(kg \cdot m^2)$	۰/۰۰۱
$c(N \cdot m \cdot s)$	۰/۰۱
$g(m/s^2)$	۹/۸۱

جدول ۳- درصد خطای نسبی روش پیشنهادی نسبت به روش کنترل بهینه

درصد خطای نسبی	n
۱۶/۱۷۴۸	۱
۴/۷۲۷۹	۲
۳/۳۱۸۷	۳
۱/۵۶۲۳	۴
۰/۸۹۸۶	۵
۰/۷۵۵۶	۶

۱-۶- مثال ۱

زمان شروع $t = 0$ و زمان پایان $t_f = 2s$ برای شبیه‌سازی مساله مقدار مرزی در نظر گرفته شده است. نقطه ابتدایی مسیر $X_1 = [0 \ 0 \ 1 \ 3]^T$ و نقطه انتهایی $X_{1f} = [0 \ 0 \ 0 \ 4]^T$ و همچنین مقادیر حالت X_{2f} ، X_{2i} صفر می‌باشند.

همانطور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود درصد خطای نسبی در تعداد بازه ۵ و ۶ به کمتر از یک درصد می‌رسد و این دو بازه پاسخی مناسب جهت رسم نمودارها می‌باشد. مقادیر ثوابت مجهول، چندجمله‌ای‌های درجه چهار یا همان متغیرهای طراحی بهینه‌سازی در تعداد بازه ۶، در جدول ۴ به نمایش گذاشته شده‌اند.

ابتدا مقادیر تابع هدف در قسمت بندی‌های مختلف (n) با مقدار تابع هدف روش کنترل بهینه مقایسه می‌شود و آن تعداد بازه‌ای که دارای پاسخ بهتر می‌باشد جهت رسم نمودارهای موقعیت، سرعت، گشتاور و نیروی کشش انتخاب می‌گردد.

جدول ۴- مقادیر متغیرهای طراحی روش پیشنهادی

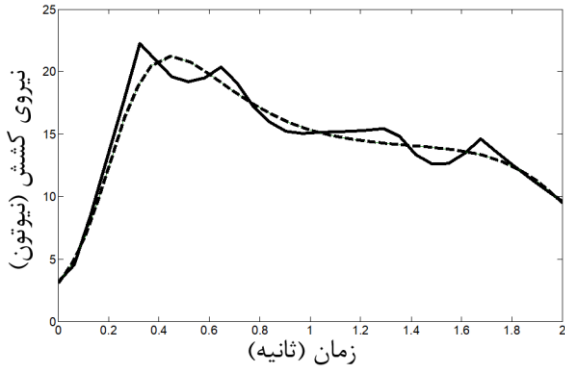
c_1	4.6311	b_3	3.9672
a_1	-8.2197	a_ξ	0.0623
b_1	0.2753	b_ξ	-0.1544
a_2	-2.4067	a_o	-5.8041
b_2	-0.3122	b_o	4.4170
a_3	-3.5429		

جدول ۲- مقایسه مقدارهای تابع هدف روش پیشنهادی و

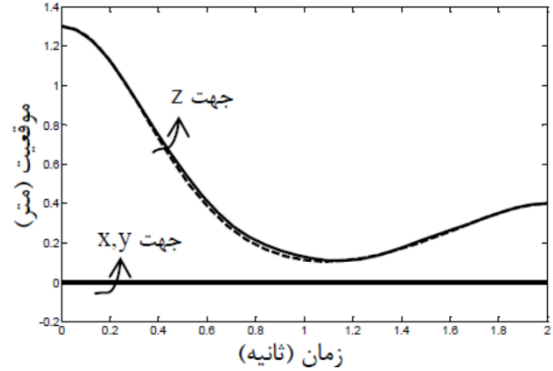
کنترل بهینه

کنترل بهینه	الگوریتم پیشنهادی	n
۰/۹۷۹۳	۱	۱/۱۳۷۷
	۲	۱/۰۲۵۶
تابع هدف	۳	۱/۰۱۱۸
	۴	۰/۹۹۴۶
	۵	۰/۹۸۸۱
	۶	۰/۹۸۶۷

در ادامه به بررسی نمودارهای بدست آمده با تعداد بازه $n=6$ پرداخته می‌شود. جمعیت اولیه، ماکسیمم تکرار و α, β بترتیب ۶۰، ۱۲۵۰، ۱/۰۶ و ۳۸ می‌باشند. شکل ۶ و شکل ۷ به ترتیب نمودارهای موقعیت مجری نهایی و سرعت مجری نهایی، برحسب زمان، می‌باشند. این دو شکل، تطابق مناسب روش مستقیم بر روش غیرمستقیم را نشان می‌دهند.



شکل ۹- نیروی کشش بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی



شکل ۶- موقعیت مجری نهایی بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی

نمودارهای موقعیت مجری نهایی، سرعت مجری نهایی، گشتاور و کشش کابل، کارایی مناسب روش مستقیم در مقایسه با روش غیرمستقیم، را نشان می‌دهند.

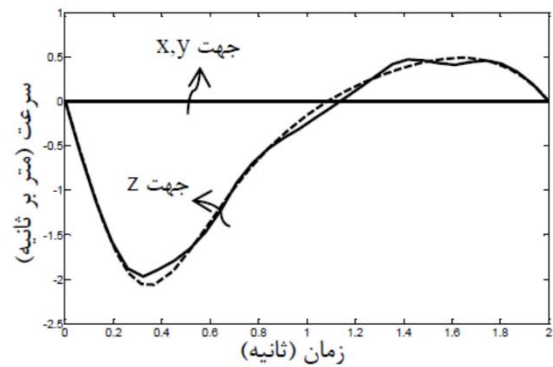
۲-۶- مثال ۲

زمان شروع $t = 0$ و زمان پایان $t_f = 1.5$ برای شبیه سازی مساله مقدار مرزی در نظر گرفته شده است. نقطه ابتدایی مسیر $X_{10} = [0, 1, 0, 2, 0, 25]$ و نقطه انتهایی $X_{1f} = [0, 1, 1, 1]$ و همچنین مقادیر حالت X_{20}, X_{2f} صفر می‌باشند.

ابتدا مقادیر تابع هدف در قسمت بندی‌های مختلف (n) با مقدار تابع هدف روش کنترل بهینه مقایسه می‌شود و آن تعداد بازه‌ای که دارای پاسخ بهتر می‌باشد جهت رسم نمودارهای موقعیت، سرعت، گشتاور و نیروی کشش انتخاب می‌گردد.

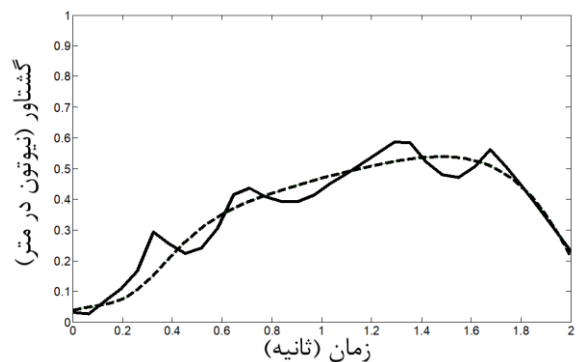
جدول ۵- مقایسه مقدارهای تابع هدف روش پیشنهادی و کنترل بهینه

کنترل بهینه		کنترل بهینه
الگوریتم پیشنهادی	n	
۱/۳۸۴۰	۱	۱/۳۷۸۸
۱/۳۸۱۶	۲	تابع هدف
۱/۳۸۱۵	۳	
۱/۳۸۰۹	۴	

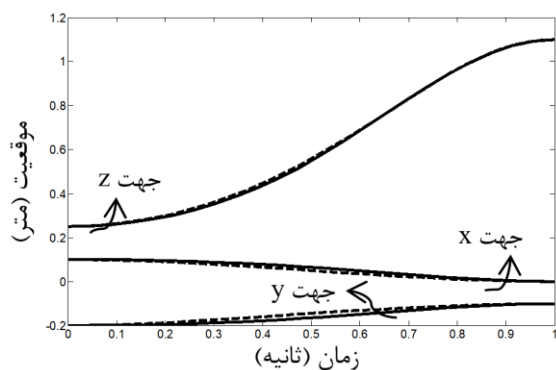


شکل ۷- سرعت مجری نهایی بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی

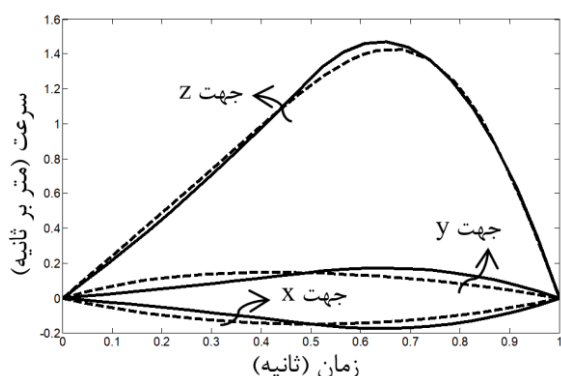
نمودارهای گشتاور و نیروی کشش، بر حسب زمان، در شکل‌های ۸ و ۹ به نمایش گذاشته شده‌اند. مثبت بودن کشش کابل‌ها در شکل ۹ مشخص می‌باشد.



شکل ۸- گشتاور بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی

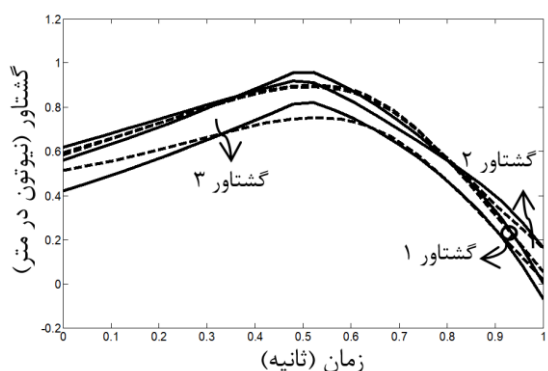


شکل ۱۰- موقعیت مجری نهایی بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی



شکل ۱۱ سرعت مجری نهایی بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی

نمودارهای گشتاور و نیروی کشش، بر حسب زمان، در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ به نمایش گذاشته شده‌اند. مثبت بودن کشش کابل‌ها در شکل ۱۳ مشخص می‌باشد.



شکل ۱۲- گشتاور بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی

با توجه به جدول ۵ مشاهده می‌گردد که با افزایش تعداد بازه‌ها، پاسخ روش مستقیم به جواب روش غیرمستقیم نزدیک‌تر می‌شود.

جدول ۶- درصد خطای نسبی روش پیشنهادی نسبت به روش کنترل بهینه

درصد خطای نسبی	n
۰/۳۷۷۱	۱
۰/۲۰۳۱	۲
۰/۱۹۵۸	۳
۰/۱۵۲۳	۴

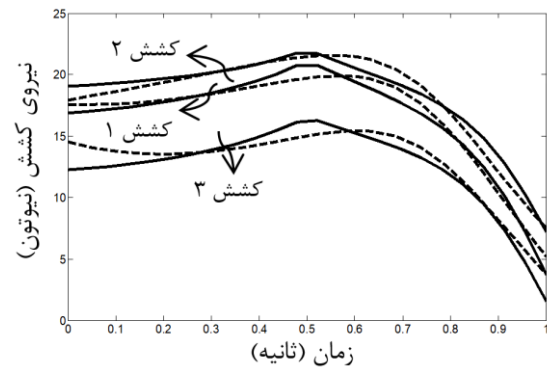
همانطور که در جداول ۶ مشاهده می‌شود درصد خطای نسبی در تعداد بازه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ کمتر از یک درصد می‌باشد، بنابراین نیاز به قسمت‌بندی‌های بالا نیست، چون افزایش تقسیم‌بندی مسیر منجر به افزایش متغیرهای طراحی می‌گردد. برای این مسیر ذکر شده تعداد بازه دو، جهت رسم نمودارها انتخاب شده است. مقادیر ثابت مجهول، چندجمله‌ای‌های درجه چهار یا همان متغیرهای طراحی بهینه‌سازی در جدول ۷ به نمایش گذاشته شده‌اند.

جدول ۷- مقادیر متغیرهای طراحی روش پیشنهادی

c_1	a_1	b_1
۱.۰۵۲۰	-۰.۰۳۲۹	۰.۳۲۶۴

در ادامه به بررسی نمودارهای بدست آمده با تعداد بازه $n=2$ پرداخته می‌شود. جمعیت اولیه، ماکسیمم تکرار و β, α بترتیب ۴۰، ۱۴۰۰، ۱/۱ و ۲۴ می‌باشند. شکل ۱۰ و شکل ۱۱ به ترتیب نمودارهای موقعیت مجری نهایی و سرعت مجری نهایی، بر حسب زمان، می‌باشند. این دو شکل، تطابق مناسب روش مستقیم بر روش غیرمستقیم را نشان می‌دهند.

توانسته در حد مطلوب و قابل قبولی به پاسخ دقیق برسد. روش کنترل بهینه نیاز به، تشکیل تابع همیلتونین، محاسبه متغیرهای حالت و شبه حالت و محاسبه ورودی-های کنترلی مسیر، دارد و استخراج این شرایط بهیمنگی از نظر محاسبات ریاضی دشوار و زمانبر می‌باشند. این محاسبات ریاضی شامل ضرب ماتریس‌ها، محاسبه معکوس ماتریس، مشتق‌های طولانی و... می‌باشند. در حالی که الگوریتم پیشنهادی این مقاله برای روش مستقیم نیازی به محاسبات جبری ندارد و بطور مستقیم و تنها با استفاده از، روش بهینه‌سازی فراابتکاری الگوریتم مثلث بهینه‌گر، میاناب چندجمله‌ای درجه چهار و معادلات ربات سه کابلی فضایی، به طراحی مسیر می‌پردازد. همچنین یکی از موضوعات مهم در ربات‌های کابلی مثبت‌سازی کشش کابل‌ها می‌باشد، که این امر بسادگی با تعریف محدودیت $T_i \geq 0; i = 1, 2, 3$ در روش بهینه‌سازی الگوریتم مثلث بهینه‌گر انجام می‌گیرد و نیازی به استفاده از روابط مثبت‌سازی کشش کابل‌ها نیست. در نهایت می‌توان ادعا نمود که روش مستقیم می‌تواند به نحو بسیار مؤثرتری نسبت به روش غیرمستقیم در تعیین مسیر بهینه ربات‌ها مورد استفاده قرار گیرد.



شکل ۱۳- نیروی کشش بر حسب زمان - خط چین روش کنترل بهینه و خط ممتد الگوریتم پیشنهادی

نمودارهای موقعیت مجری نهایی، سرعت مجری نهایی، گشتاور و کشش کابل، کارایی مناسب روش مستقیم در مقایسه با روش غیرمستقیم، را نشان می‌دهند.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله چگونگی بهینه‌سازی مسیر حرکت ربات سه کابلی فضایی، برای کمینه‌سازی گشتاور، ارائه گردید. پاسخ بهینه دقیق مسیر را، می‌توان از طریق روش غیر مستقیم استخراج کرد و این پاسخ را ملاک، برای عملکرد روش مستقیم قرار داد. همانطور که از نتایج و نمودارها مشخص است الگوریتم پیشنهادی برای روش مستقیم

۸- مراجع

- [1] R.G. Roberts, T. Graham, T. Lippitt. (1998). "On the Inverse Kinematics, Statics, and Fault Tolerance of Cable-Suspended Robots". Journal of Robotic Systems, Vol. 15, No. 1, pp. 581-597.
- [2] W.J. Shiang, D. Cannon. (2000). "Optimal Force Distribution Applied to a robotic crane with Flexible Cables". International Conference on Robotics&Automation, Sanfrancisco, CA, Proceedings of the 2000 IEEE, PP.1948-1954.
- [3] R.L. Williams, P. Gallina. (2001). "Planar Cable-Direct-Driven Robots, Part I: Kinematics and Statics". Proc. 27th Design Automation Conf. of the ASME, Sep. 2001, pp. 1-9.
- [4] R.L. Williams, P. Gallina. (2001). "Planar CableDirect-Driven Robots, Part II: Dynamics and Control". Proc. 27th Design Automation Conf. of the ASME, pp. 1-8.
- [5] S.R. Oh, K.K. Mankala, S.K. Agrawal, J. Albus. (2005). "Dynamic Modeling and Robust Controller Design of a two Stage Parallel Cable Robot". J. Multibody System Dynamics, Vol. 13, pp. 385-399.
- [6] K. Kozak, Q. Zhou, J. Wang. (2006). "Static Analysis of Cable-Driven Manipulators with Non-Negligible Cable mass". IEEE Transactions on Robotics, Vol. 22, No. 3, pp. 425-433.
- [7] A. Afshari, A. Meghdari. (2007). "New Jacobian Matrix and Equations of Motion for a 6 d.o.f Cable-driven Robot". International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 4, pp. 63-68.

- [8] J.P. Merlet. (2009). "Kinematic analysis of a Spatial four-wire driven parallel crane without constraining mechanism". Proceedings of computational kinematics, Duisburg, pp. 1-8.
- [9] H. Qiu, H. Ozaki. (1995). "Expression and Optimization of Joint Trajectory of Manipulator Using Uniform B-Spline". 0-7803-2559-1/95, IEEE.
- [10] S.A. Bazaz, B. Tondu. (1999). "Minimum time on-line joint trajectory generator based on low order spline method for industrial manipulators". Robotics and Autonomous Systems 29, pp. 257-268.
- [11] T. Chettibi, H.E. Lehtihet, M. Haddad, S. Hanchi. (2004). "Size optimization of space trusses using Big Bang-Big Crunch algorithm". European Journal of Mechanics A/Solids 23, pp. 703-715.
- [۱۲] T. Lianfang, C. Collins. (۲۰۰۴). "An Effective Robot Trajectory Planning Method Using Genetic Algorithm". Mechatronics, Vol. 14, No. 5, pp. 455-470.
- [13] M.H. Korayem, A. Nikoobin. (2007). "Maximum payload for flexible joint manipulators in point-to-point task using optimal control approach". Int. J. Adv. Manuf. Technol., 38(9/10), pp. 1045-1060.
- [۱۴] مارال صالحی و امین نیکوبین. (۱۳۹۲). "طراحی مسیر بهینه برای ربات با مفاصل انعطاف پذیر: ظرفیت حمل بار بیشینه - دامنه ارتعاشات کمینه". مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس، فوق العاده، دوره ۱۳ شماره ۱۴، ص ص ۶۸-۸۰.
- [۱۵] W.J Shiang, D. Cannon, J. Gorman. (۲۰۰۰). "Optimal Force Distribution Applied to a Robotic Crane with Flexible Cables". Proceedings of the 2000 IEEE, International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, CA.
- [16] M.H. Korayem, M. Bamdad. (2009). "Dynamic load-carrying capacity of cable-suspended parallel manipulators". Int.J. Adv. Manuf. Technol. Vol. 44, pp. 829-840.
- [17] S. Lahouar, E. Ottaviano, S. Zeghouel, L. Romdhane, M. Ceccarelli. (2009). "Collision free path-planning for cable-driven parallel robots". Robotics and Autonomous Systems 57, pp. 1083-1093.
- [18] A. Trevisani. (2010). "Underconstrained planar cable-driven robots: A trajectory planning method ensuring positive and bounded cable tensions". Mechatronics 20, pp. 113-127.
- [19] M.H. Korayem, M. Bamdad, A. Akbaraha. (2010). "Trajectory Optimization of Cable Parallel Manipulators in Point-to-Point Motion". Journal of Industrial Engineering, pp. 29-34.
- [20] M.H. Korayem, M. Bamdad, H. Tourajizadeh, A.H. Korayem, S. Bayat. (2011). "Analytical design of optimal trajectory with dynamic load-carrying capacity for cable-suspended manipulator". Int. J. Adv. Manuf. Technol. DOI 10.1007/s00170-011-3579-9.
- [21] H.R. Fahham, M. Farid, M. Khooran. (2011). "Time Optimal Trajectory Tracking of Redundant Planar Cable-Suspended Robots Considering Both Tension and Velocity Constraints". Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 133.
- [۲۲] علی قدوسیان، امین نیکوبین، مجتبی ریاحی وزواری. (۱۳۹۵). "بهینه سازی اندازه و شکل سازه‌های خرپا با روش بهینه‌سازی الگوریتم مثلث بهینه‌گر". مجله علمی پژوهشی مدلسازی در مهندسی، دوره ۱۴ شماره ۴۶، ص ص ۵۱-۶۰.
- [23] D. E.Kirk. (1970). "Optimal Control Theory an introduction". Dover Publications, Inc., Mineola, New York.