تعیین اندازه انباشته با درنظر گرفتن کالاهای معیوب تحت محدودیت و هزینه احداث فضا

امیرحسین نوبیل[۱]، عطاالله طالعی‌زاده[۲،*]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۹/۲۳

پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۲۰

واژگان کلیدی:

اندازه انباشته،

کالاهای دورریز،

برنامه‌ریزی غیرخطی،

رویکرد حل دقیق.

چکیده

مسئله مقدار سفارش اقتصادی یکی از رایج ترین مدل‌های استفاده شده برای مسائل کنترل موجودی و برنامه‌ریزی تولید است. در اکثر این مسائل، یک فرض رایج غیرواقعی، دریافت کالاها با کیفیت کاملاً مطلوب است. در این مطالعه، یک مدل چندمحصولی مقدار سفارش اقتصادی برای کالاهای با کیفیت نامطلوب ارائه شده است. در این سیستم، تمام کالاهای دریافت شده دارای کیفیت مطلوب نیستند و آنهایی که معیوب هستند، دورریز می‌شوند. همچنین، در این مدل، هزینه احداث انبارها جزء هزینه‌های سیستم لحاظ شده است. هدف این مطالعه به‌دست آوردن مقدار سفارش و نقطه سفارش بهینه هر کالا به‌منظور کمینه کردن کل هزینه‌های موجودی است. این مدل توسعه یافته یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است و بر این اساس، یک الگوریتم دقیق برای حل این مدل توسعه داده شده است. در نهایت، یک مثال عددی برای نشان دادن کاربرد و روش حل این مدل پیشنهادی ارائه شده است.

۱- مقدمه

تعیین مقدار سفارش اقتصادی در اوایل قرن بیستم ارائه شد که امروزه هنوز کاربرد زیادی در تحقیقات علمی و صنعت دارد. در سال ۱۹۱۳ میلادی، هریس [۱] برای اولین بار مدل EOQ را برای تعیین مقدار سفارش به-منظور حداقل کردن هزینه‌های موجودی ارائه کرد. ارلنکوتر [۲] یک بیوگرافی از زندگی هریس و تاریخچه اولیه از فرمول مقدار سفارش اقتصادی را بیان کرد. در سال ۱۹۱۸ میلادی، تفت [۳] مدل EOQ را برای سیستم‌های تولیدی توسعه داد و مدل مقدار تولید اقتصادی (EPQ) را معرفی نمود. هادلی و ویتین [۴] مدل اولیه هریس را با درنظرگیری کمبود توسعه دادند. عبود و سفیری [۵] مدل EOQ را تحت محدودیت اثرات زمان در سفارش‌های عقب افتاده توسعه داده و مهدی‌زاده و همکاران [۶] یک سیستم موجودی EOQ بازدید پیوسته چندمحصولی با محدودیت‌های فضای انبار، بودجه و سطح خدمت در حالت کمبود پس‌افت جزئی ارائه کردند. هدف آنها به‌دست آوردن مقدار سفارش بهینه و نقطه سفارش مجدد بود؛ به گونه‌ای که هزینه کل سالانه کمینه شود.

یک فرض غیرواقعی رایج در مدل‌های کلاسیک EOQ این است که تمام کالاها با کیفیت مطلوب در نظر گرفته می-شوند. ویتین [۷] اولین مدل EOQ با درنظر گرفتن کالاهای رو به خرابی یا زوال‌پذیر را ارائه کرد که در این مدل کالاها بعد از یک دوره مشخص قدیمی و کهنه می‌شدند. ویس [۸] یک سیستم موجودی با اقلام زوال‌پذیر را بررسی کرد. ژانگ و گرچاک [۹] تلفیقی از سیاست اندازه انباشته و سیاست بازرسی در مدل EOQ را مورد مطالعه قرار دادند که در آن یک نسبت تصادفی از کالاها خراب بودند. سلامه و جابر [۱۰] یک سیستم EPQ/EOQ را برای اقلام با کیفیت نامطلوب ارائه کردند که در آن درصد خرابی کالا یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت پیوسته بود. تسو [۱۱] مدل سنتی EOQ را توسعه داد و یک مدل EOQ

*. پست الکترونیک نویسنده مسئول: taleizadeh@ut.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

۲. استادیار گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

اصلاح شده با اقلام با کیفیت نامطلوب و هزینه تاگوچی برای کیفیت نازل ارائه کرد.

گویال و گیری [۱۲] یک طبقه‌بندی از مطالعات انجام شده تا سال ۱۹۹۰ میلادی روی مدل‌های EOQ با اقلام زوال‌پذیر انجام دادند. مرور دیگری از مطالعات انجام شده روی کالاهای زوال‌پذیر از سال ۲۰۰۱ تا ۲۰۱۲ توسط بیکر و همکاران [۱۳] انجام شد. فاطمی قمی [۱۴] یک مدل EOQ برای کالاهای فاسدشدنی که در آن نرخ تقاضا و کمبود به صورت خطی افزایش می‌یابد را توسعه داد. وی یک الگوریتم ژنتیک توسعه یافته برای حل این مدل برنامه¬ریزی غیرخطی پیشنهاد داد و یک مسئله‌ی واقعی را برای کاربرد نتایج مدل و شرح الگوریتم حل معرفی کرد. کنستانتاراس و همکاران [۱۵] یک مدل EOQ برای اقلام با کیفیت نامطلوب با کمبود و سیاست بازرسی ارائه داد. پسندیده و همکاران [۱۶] یک مدل چندمحصولی تک-ماشینه EPQ را برای یک سیستم تولیدی نامطلوب با در نظرگیری هزینه ساخت انبارها ارائه کردند. سنا [۱۷] یک مدل EOQ را تحت تقاضای تصادفی پیشنهاد کرد. در این مدل، ظرفیت انبار هر کالا محدود فرض شده است و اگر به ظرفیت بیشتر برای انبارش هر کالا نیاز باشد، تصمیم‌گیرنده می‌تواند انبار اجاره کند.

هسو و هسو [۱۸] یک مدل EOQ با اقلام با کیفیت نامطلوب و خطاهای بازرسی توسعه دادند. در این مدل، کمبود مجاز و به‌صورت پس‌افت در نظر گرفته شده است. آن‌ها در این مدل پیشنهادی فرایند بازرسی و فرایند برآورده کردن تقاضا را به‌طور همزمان با یکدیگر در نظر گرفته‌اند. رضایی و سلیمی [۱۹] یک مدل EOQ که قیمت خرید به نتیجه بازرسی بستگی دارد را ارائه کردند. آن‌ها فرض کردند که بازرسی به‌طور کامل انجام نمی‌شود.

طالعی زاده و همکاران [۲۰] مدل EOQ را با در نظرگیری کمبود به دو صورت از دست رفته و پس‌افت و با مجاز بودن تأخیر در پرداخت پول کالاهای خریداری شده توسعه دادند. طالعی‌زاده [۲۱] یک مدل EOQ را برای کالاهای تبخیر شدنی با مجاز بودن کمبود پیشنهاد کرد. او در این مدل فرض کرد که خریدار می‌تواند هزینه کالای خریداری شده را در چند قسط و به مقادیر یکسان به تأمین کننده پرداخت کند.

گلاک و همکاران [۲۲] یک طبقه‌بندی از مدل‌های EOQ و EPQ که تا سال ۲۰۱۳ میلادی انجام شدند را ارائه کردند. از سوی دیگر، آندریولو و همکاران [۲۳] به مناسبت سپری شدن یک قرن از پیدایش فرمول مقدار سفارش اقتصادی، ۲۱۹ مقاله در خصوص مدل‌های EOQ را پیدا و شرح دادند. همچنین، کاردناس- بارون و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۴ میلادی ۴۱ مقاله مرتبط به مدل‌های EOQ و EPQ را به منظور ۱۰۰ سالگی فرمول هریس بررسی کردند.

در این مقاله، مسئله کلاسیک اندازه اقتصادی سفارش به حالتی توسعه داده شده است که کیفیت کالاها نامطلوب بوده و موجب دورریز درصدی از کالاهای دریافتی می‌شود. در این سیستم، سازمان یا شرکت وظیفه دارد که کل کالاهای دریافتی را در ابتدا بازرسی و کالاهای سالم و معیوب را از هم جدا نماید. همچنین، در این مدل، انبار کالاها براساس مقدار فضای موجود طراحی می‌شود که این امر موجب می‌شود هزینه احداث انبارها نیز به هزینه‌های موجودی اضافه شود. هدف مدل ارائه شده، کمینه کردن مجموع کل هزینه‌های موجودی شامل هزینه‌های خرید، سفارش‌دهی، دورریز، ساخت، بازرسی و نگهداری، با تعیین مقدار سفارش بهینه از هر کالا است. نهایتاً یک الگوریتم حل دقیق برای مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده توسعه داده شده است.

ساختار مقاله حاضر نیز به صورت زیر معرفی می‌شود. شرح مدل ریاضی پیشنهادی در بخش دوم بیان شده است. در بخش سوم، روش حل پیشنهادی برای این مدل توسعه یافته ارائه می‌شود. در بخش چهارم، یک مثال عددی برای نشان دادن کاربرد مدل توسعه یافته و روش حل پیشنهادی آن ارائه شده است. در بخش پنجم و نهایی، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای مطالعات آتی بیان شده است.

۲- مدل ریاضی پیشنهادی

در این سیستم، موجودی n نوع کالای مختلف سفارش-دهی و نگهداری می‌شود که درصدی از هر نوع کالای وارد شده به سیستم معیوب هستند. بر همین اساس، در این مدل، کل کالای رسیده در مدت زمان مشخصی بازرسی، و کالاهای سالم از معیوب جدا می‌شوند. سپس، کالاهای سالم برای تأمین تقاضای مشتریان استفاده و کالاهای معیوب دورریز می‌شوند. نرخ بازرسی سالانه (x_i) بزرگتر از یا مساوی با نرخ تقاضای سالانه (d_i) است، به‌عبارت دیگر، $x_i - d_i \geq 0$ است. در این مدل، محدودیت حداکثر انبارش برای هر کالا وجود دارد. همچنین، در این مدل،

هزینه احداث انبارها از حداکثر فضای مورد نیاز کالاها به‌دست می‌آید. نمودار موجودی در دست این سیستم کنترل موجودی برای کالای i ام در شکل (۱) نشان داده شده است. مفروضات زیر نیز برای توسعه این مدل EOQ در نظر گرفته شده است:

- a_i درصد از کالاهای رسیده کیفیت نامطلوب دارند، که a_i یک متغیر تصادفی با توزیع احتمالی نرمال است.
- مدت زمان تحویل سفارش قطعی و معلوم است.
- تمام پارامترهای مدل، به‌جز درصد کالاهای معیوب، ثابت و معلوم هستند.
- کالا به‌صورت یک دسته دریافت می‌شود.
- قیمت خرید کالا ثابت و تخفیف برای مقادیر زیاد وجود ندارد.

پارامترهای این مدل پیشنهادی با در نظر گیری n کالا، $i=1,2,\cdots n$ به صورت زیر معرفی می‌شوند:

d_i : نرخ تقاضای سالانه کالای i ام

x_i : نرخ بازرسی سالانه کالای i ام ($x_i \geq d_i$)

k_i : هزینه هر بار سفارش کالای i ام

c_i : هزینه (قیمت) خرید هر واحد کالا i ام

h_i : هزینه نگهداری هر واحد کالا i ام در واحد زمان

a_i : متغیر تصادفی نرمال معرف درصد خرابی کالای i ام

$E(a_i)$: میانگین متغیر تصادفی a_i

y_i : هزینه بازرسی هر واحد کالای i ام

v_i : هزینه دورریز هر واحد کالای معیوب i ام

f_i : مساحت هر واحد کالای i ام

e_i : هزینه هر متر مربع احداث انبار برای کالای i ام

F_i: حداکثر فضای انبار کالای i ام

P_i: مقدار کالای معیوب i ام

q_i : مقدار هر بار سفارش کالای i ام (متغیر تصمیم)

t_i: مدت زمانی که کل کالاهای دریافتی بازرسی می‌شوند

T_i : طول دوره یا زمان بین دریافت دو سفارش متوالی کالای i ام

N_i : تعداد دوره‌های سفارش‌دهی کالای i ام در یک سال ($N_i = 1/T_i$)

L_i : مدت زمان تحویل سفارش

r_i: نقطه سفارش مجدد

OC: هزینه سفارش‌دهی سالانه

HC: هزینه نگهداری سالانه

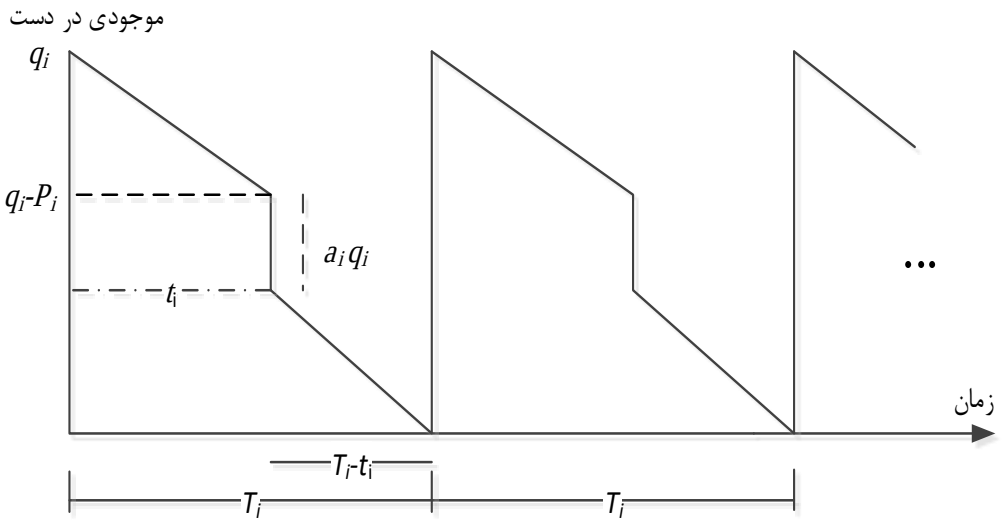
BC: هزینه خرید سالانه

IC: هزینه بازرسی سالانه

RC: هزینه دورریز سالانه

FC: هزینه احداث سالانه

TC: هزینه کل موجودی سالانه



شکل ۱: نمودار موجودی در دست کالای i ام

براساس شکل (۱)، روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$t_i = \frac{Q_i}{x_i} \quad (۱)$$

$$P_i = t_i d_i = \frac{d_i q_i}{x_i} \quad (۲)$$

$$T_i = \frac{\left(1-E\left(a_i\right)\right)q_i}{d_i} \quad (۳)$$

$$q_i = \frac{d_i T_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \quad (۴)$$

در مدل EOQ با کالاهای با کیفیت نامطلوب سعی می‌شود مجموع کل هزینه‌های سالانه که شامل هزینه سفارش‌دهی سالانه، هزینه نگهداری سالانه، هزینه خرید سالانه، هزینه بازرسی سالانه و هزینه دورریز سالانه و هزینه احداث انبار است، مطابق رابطه (۵) کمینه شود:

$$TC = OC + HC + BC + IC + RC + FC \quad (۵)$$

در زیربخش‌های زیر جزء به جزء هزینه‌های رابطه (۵) مدل‌سازی می‌شوند.

۲-۱- هزینه سفارش‌دهی سالانه

هزینه ثابت سفارش‌دهی هر کالا در هر دوره که مستقل از مقدار سفارش بوده برابر با k_i است. بر همین اساس، هزینه ثابت سفارش‌دهی سالانه از رابطه (۶) محاسبه می‌شود:

$$OC = \sum_{i=1}^{n} N_i k_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i}{T_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i k_i}{q_i\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \quad (۶)$$

۲-۲- هزینه خرید سالانه

قیمت خرید هر واحد کالای i ام برابر است. بر همین اساس، هزینه خرید سالانه از رابطه (۷) به‌دست می‌آید:

$$BC = \sum_{i=1}^{n} N_i c_i q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i c_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \quad (۷)$$

۲-۳- هزینه نگهداری سالانه

این هزینه براساس مساحت زیر نمودار، وقتی که سیستم موجودی دارد، تعیین و از رابطه (۸) محاسبه می‌شود:

$$HC = \sum_{i=1}^{n} N_i h_i \left[\begin{array}{l} \frac{\left(q_i + \left(q_i - P_i\right)\right)t_i}{2} \\ + \frac{\left(q_i - P_i - E\left(a_i\right)q_i\right)\left(T_i - t_i\right)}{2} \end{array} \right] \quad (۸)$$

که هزینه نگهداری سالانه براساس روابط (۱)، (۲) و (۳) به‌صورت زیر خواهد شد:

$$HC = \sum_{i=1}^{n} \frac{h_i q_i}{2} \left[\begin{array}{l} \frac{d_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)x_i} - \frac{d_i}{x_i} + 1 \\ -E\left(a_i\right) + \frac{E\left(a_i\right)d_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)x_i} \end{array} \right] \quad (۹)$$

۲-۴- هزینه بازرسی سالانه

هزینه بازرسی هر واحد کالای i ام برابر y_i است. بر همین اساس، هزینه بازرسی سالانه از رابطه (۱۰) به‌دست می‌آید:

$$IC = \sum_{i=1}^{n} N_i y_i q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i y_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \quad (۱۰)$$

۲-۵- هزینه دورریز سالانه

هزینه دورریز هر واحد کالای i ام برابر v_i است. بر همین اساس، هزینه دورریز سالانه از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$RC = \sum_{i=1}^{n} N_i v_i E\left(a_i\right) q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i v_i E\left(a_i\right)}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \quad (۱۱)$$

۲-۶- هزینه احداث انبار

هزینه احداث هر متر مربع برابر e و مساحت هر واحد کالای i ام برابر f_i است. بر همین اساس، هزینه احداث انبار از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود:

$$FC = \sum_{i=1}^{n} N_i e_i f_i q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{e_i d_i f_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \quad (۱۲)$$

هزینه کل موجودی سالانه براساس شش رابطه (۶)، (۷)، (۹)، (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) به‌صورت رابطه (۱۳) فرموله می شود:

$$TC = \sum_{i=1}^{n} \frac{d_i k_i}{q_i\left(1-E\left(a_i\right)\right)}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\frac{h_i q_i}{2}\left[\begin{array}{l}\dfrac{d_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)x_i}\\ -\dfrac{d_i}{x_i}+1-E\left(a_i\right)\\ +\dfrac{E\left(a_i\right)d_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)x_i}\end{array}\right]$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\frac{D_i\left(c_i+y_i+E\left(a_i\right)v_i+e_i f_i\right)}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \qquad (۱۳)$$

۲-۷- محدودیت حداکثر فضای انبار

در این مدل، برای فضای انبارش هر کالا در هر دوره یک محدودیت حداکثر انبارش وجود دارد که این محدودیت به‌صورت رابطه (۱۴) است:

$$f_i q_i \le F_i \quad i=1,2,\cdots n \qquad (۱۴)$$

۲-۸- مدل نهایی

مدل نهایی با استفاده از رابطه (۱۳) و محدودیت رابطه (۱۴) به‌صورت رابطه زیر است:

$$\begin{array}{l} Min\ TC \\ s.t.\ \ f_i q_i \le F_i;\ i=1,2,...,n \\ \quad\ q_i \ge 0;\quad i=1,2,...,n \end{array} \qquad (۱۵)$$

۲-۹- نقطه سفارش مجدد

در این مدل، دو حالت مختلف برای تعیین نقطه سفارش مجدد به‌صورت زیر به‌وجود می‌آید:

حالت اول- اگر $L_i - m_i T_i \le T_i - t_i$ باشد:

این حالت نیز به دو حالت $L_i \le T_i$ و $L_i > T_i$ تقسیم می‌شود که در هر دو حالت، نقطه سفارش مجدد از روابط زیر به‌دست می‌آید. در این روابط، m جزء صحیح است. همچنین، نمودار این حالت را می‌توان در شکل (۲) ملاحظه نمود:

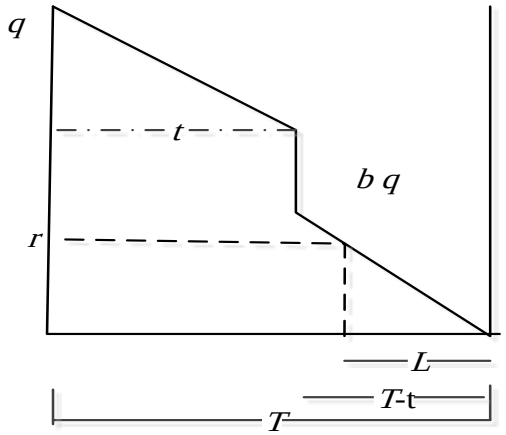
$$m_i = \left[\frac{L_i}{T_i}\right] \qquad (۱۶)$$

$$r_i = D_i L_i - m_i\left(1-E\left(a_i\right)\right)q_i^* \qquad (۱۷)$$

حالت دوم- اگر $L_i \ge T_i$ و $L_i - m_i T_i < T_i - t_i$ باشد:

نقطه سفارش در این حالت مانند حالت دوم EOQ ساده است و روابط زیر برای تعیین نقطه سفارش مجدد استفاده می‌شوند. این حالت نیز به دو حالت $L_i \le T_i$ و $L_i > T_i$ تقسیم می‌شود که نقطه سفارش مجدد در هر دو حالت از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$r_i = d_i L_i + E\left(a_i\right)q_i^* - m_i\left(1-E\left(a_i\right)\right)q_i^* \qquad (۱۸)$$



شکل ۲: نمودار موجودی در دست حالت اول

۳- روش حل

ماتریس هیشین تابع (۱۳) به‌صورت رابطه (۲۲) از روابط (۱۹) الی (۲۱) به‌دست می‌آید. این تابع هدف محدب است و از آنجایی که ماتریس هیشین تابع، براساس رابطه (۲۲) مثبت است، مدل پیشنهادی براساس رابطه (۲۱) شامل n مدل تک‌محصولی می‌شود. در این مدل کلاسیک چون محدودیت ارائه شده خطی است و خود تابع هدف نیز محدب است، پس این مدل غیرخطی را می‌توان یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی محدب نامید. در برنامه‌ریزی محدب، جواب بهینه محلی (بهتر از همسایه‌های مجاور) همان جواب بهینه کلی است. و از آنجایی که این مدل EOQ با کالاهای با کیفیت نامطلوب یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است پس می‌توان با مشتق‌گیری از تابع هدف نسبت به مقدار سفارش و مساوی صفر قرار دادن آن‌ها، جواب بهینه را از رابطه (۲۳) به‌دست آورد:

$$\frac{\partial TC}{\partial q_i} = \left\{\begin{array}{l}\dfrac{-d_i k_i}{\left(q_i\right)^2\left(1-E\left(a_i\right)\right)}\\ +\dfrac{h_i}{2}\left[\begin{array}{l}\dfrac{d_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)x_i}\\ -\dfrac{d_i}{x_i}+1-E\left(a_i\right)\\ +\dfrac{E\left(a_i\right)d_i}{\left(1-E\left(a_i\right)\right)x_i}\end{array}\right]\end{array}\right\} \qquad (۱۹)$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial^2 q_i} = \frac{2d_i k_i}{\left(q_i\right)^3\left(1-E\left(a_i\right)\right)} \qquad (۲۰)$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial q_i \partial q_j} = \frac{2d_i k_i}{(q_i)^3 (1-E(a_i))} \quad (۲۱)$$

$$Hessian = [q_1, q_2, \cdots, q_n] \times \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 TC}{\partial^2 q_1} & \frac{\partial^2 TC}{\partial q_1 \partial q_2} & \cdots & \frac{\partial^2 TC}{\partial q_1 \partial q_n} \\ \frac{\partial^2 TC}{\partial q_2 \partial q_1} & \frac{\partial^2 TC}{\partial^2 q_2} & \cdots & \frac{\partial^2 TC}{\partial q_2 \partial q_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 TC}{\partial q_n \partial q_1} & \frac{\partial^2 TC}{\partial q_n \partial q_2} & \cdots & \frac{\partial^2 TC}{\partial^2 q_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{2d_i k_i}{(q_i)^3 (1-E(a_i))} \geq 0;\ P.S.D \quad (۲۲)$$

$$\frac{\partial TC}{\partial q_i} = 0$$
$$\frac{-d_i k_i}{(q_i)^2 (1-E(a_i))} + \frac{h_i}{2} \left[\begin{array}{l} \frac{d_i}{(1-E(a_i))x_i} \\ +1-E(a_i) - \frac{d_i}{x_i} \\ + \frac{E(a_i) d_i}{(1-E(a_i))x_i} \end{array} \right] = 0$$
$$q_i^* = \sqrt{\frac{2d_i k_i}{h_i (1-E(a_i)) \left(\begin{array}{l} \frac{d_i}{(1-E(a_i))x_i} \\ -\frac{d_i}{x_i} + 1 - E(a_i) \\ + \frac{E(a_i) d_i}{(1-E(a_i))x_i} \end{array} \right)}} \quad (۲۳)$$

رویه‌ی حل این الگوریتم پیشنهادی دقیق به‌صورت زیر است:

۱) محاسبه مقدار سفارش برای هر کالا براساس رابطه (۲۳)

۲) محاسبه حد بالای مقدار سفارش برای هر کالا به‌صورت رابطه (۲۴)

$$U_i = \frac{F_i}{f_i} \quad (۲۴)$$

۳) بررسی محدوده بهینه برای هر کالا:

- اگر $Q_i \leq U_i \rightarrow Q_i^* = Q_i$
- اگر $Q_i > U_i \rightarrow Q_i^* = U_i$

۴) محاسبه مجموع هزینه بهینه براساس مقدار سفارش بهینه و رابطه (۱۳).

۴- مثال عددی

در این بخش، یک مثال عددی برای یک نوع کالای خدماتی خاص ارائه شده است. در این سیستم، کالاهایی که از تأمین‌کننده دریافت می‌شوند احتمال خرابی دارند. بر همین اساس، شرکت وظیفه دارد که کل کالاهای دریافتی را بازرسی نماید و سپس به مشتریان تحویل دهد. همچنین اطلاعات زیر برای این محصول خاص در دست است:

- نرخ تقاضای سالانه محصول برابر ۱۰،۰۰۰ واحد
- نرخ بازرسی سالانه محصول ۲۰،۰۰۰ واحد
- هزینه ثابت سفارش‌دهی برابر ۱۰۰ واحد پولی
- هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان برابر ۱۰
- هزینه خرید هر واحد کالا برابر ۵۰ واحد پولی
- هزینه بازرسی هر واحد کالا برابر ۵ واحد پولی
- نسبت کالای با کیفیت نامطلوب دارای توزیع یکنواخت پیوسته با میانگین ۰/۲
- هزینه دورریز هر واحد کالای معیوب برابر واحد پولی ۱۲
- مساحت هر واحد کالا برابر ۱۰ متر مربع و حداکثر فضای در دسترس برابر ۵۰۰۰
- هزینه احداث هر متر مربع کالا برابر ۱۰۰ واحد پولی

جواب بهینه این مسئله براساس رویکرد حل ارائه شده به صورت زیر است:

۱. در ابتدا براساس رابطه (۲۳) جواب بهینه $q = 487.95$ است.

۲. حد بالای مقدار سفارش براساس رابطه (۲۴) برابر $U = 500$ می‌شود.

۳. بررسی محدوده بهینه برای هر کالا:

$$q = 487.95 < U = 500 \rightarrow q^* = 487.95 \approx 488$$

هزینه کل موجودی براساس مقدار سفارش بهینه و رابطه (۱۳) برابر با $TC^* = 13312623.48$ واحد پولی است.

۵- تحلیل حساسیت

در این بخش، اثراتی که نسبت خرابی روی جواب بهینه دارند بررسی می‌شود.

- در این مدل، اگر $\alpha_i = 0$ باشد، این مدل به مدل EOQ ساده تبدیل می‌شود. با این تفاوت که یک

هزینه اضافی بازرسی و احداث به مدل EOQ اضافه شده است. در این حالت، جواب بهینه از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$q_i^* = q_{EOQ} = \sqrt{\frac{2d_i k_i}{h_i}} \quad (۲۵)$$

$$TC^* = TC_{EOQ} + \sum_{i=1}^{n} d_i \left(y_i + e_i f_i \right) \quad (۲۶)$$

- در این مدل، اگر $a_i = 1$ باشد، سیستم موجودی برای این مدل وجود نخواهد داشت و هیچ تقاضایی پاسخ داده نمی‌شود. بنابراین، در این حالت کالاها فقط بازرسی و دورریز می‌شوند.
- اگر سرعت بازرسی کل کالاها بسیار زیاد فرض شود ($x_i \sim \infty$)، در این‌صورت مدل به مدل EOQ ساده تبدیل می‌شود. با این تفاوت که مقداری از سفارش‌ها دورریز می‌شوند. در این حالت، جواب بهینه از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$q_i^* = \frac{q_{EOQ}}{\left(1 - E\left(a_i\right)\right)} = \sqrt{\frac{2d_i k_i}{h_i \left(1 - E\left(a_i\right)\right)^2}} \quad (۲۷)$$

$$TC^* = TC_{EOQ} + \sum_{i=1}^{n} d_i \begin{pmatrix} y_i + e_i f_i \\ + E\left(a_i\right) v_i \end{pmatrix} \quad (۲۸)$$

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مطالعه، یک سیستم موجودی چندمحصولی EOQ برای اقلام با کیفیت نامطلوب ارائه شد. در این سیستم، موجودی کل کالاهای دریافتی با نرخ مشخصی بازرسی، و کالاهای سالم از ناسالم تفکیک شدند. کالاهای سالم به مشتریان تحویل داده می‌شود و کالاهای معیوب با یک هزینه اضافی دورریز می‌شوند. همچنین، در این مدل، برای هر کالا یک انبار جداگانه در نظر گرفته شد و با توجه به حداکثر کالای دریافتی برای آن‌ها، انباری احداث شد. هدف این مطالعه، پیدا کردن جواب بهینه مقدار سفارش برای تمام کالاها به‌منظور کمینه کردن مجموع هزینه‌های موجودی شامل احداث، سفارش‌دهی، خرید، نگهداری، بازرسی و دورریز بود. ثابت شد که مدل پیشنهادی یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است. بر همین اساس، یک رویکرد حل دقیق با توجه به روش مشتق‌گیری برای این مدل پیشنهاد شد. این مدل موجودی کلاسیک پیشنهاد شده می‌تواند بستری را برای مدیران ارشد و برنامه‌ریزان تولیدی فراهم نماید که با در نظرگیری احتمال خرابی و سرعت بازرسی از کالاهای دریافت شده بتوانند مقدار سفارش بهینه و زمان بهینه سفارش هر کالا را با هدف کمیته کردن تمام هزینه‌های موجودی سیستم پیش‌بینی نمایند. در نهایت، می‌توان موارد زیر را برای مطالعات آتی در نظر گرفت:

۱. در نظر گرفتن محدودیت بودجه و تعداد سفارش‌ها
۲. در نظر گرفتن تخفیف خرید براساس مقدار خرید
۳. در نظر گرفتن کمبود پس‌افت
۴. در نظرگیری سیاست‌های بازاریابی

۶- مراجع

[1] F. W. Harris, "How many parts to make at once", Factory, The Magazine of Management, Vol. 10, 1913, pp. 135-136, 152.

[2] D. Erlenkotter, "Ford Whitman Harris and the economic order quantity model", Operations Research, Vol. 38, 1990, pp. 937-946.

[3] E. W. Taft, "The most economical production lot", Iron Age, Vol. 101, 1918, pp. 1410-1412.

[4] G. Hadley and T. M. Whitin, "Analysis of inventory systems", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1963.

[5] N. E. Abboud and R. G. Sfairy, "Time-limited free back-orders EOQ model", Applied Mathematical Modelling, Vol. 21, 1997, pp. 21-25.

[6] E. Mehdizadeh, S. Valizadeh and H. R. Pasandideh, "A multi-product inventory model with capacity warehouse constraints, budget and minimum service level in partial backlogging shortage", Sharif Journal of Industrial Engineering and Management, Vol. 29, 2013, pp. 101-111.

[7] T. M. Whitin, "The theory of inventory management", Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 1953.

[8] H. J. Weiss, "Economic order quantity models with nonlinear holding costs", European Journal of Operational Research, Vol. 9, 1982, pp. 56-60.

[9] X. Zhang and Y. Gerchak, "Joint lot sizing and inspection policy in an EOQ model with random yield", IIE Transactions, Vol. 22, 1990, pp. 41-47.

[10] M. K. Salameh and M. Y. Jaber, "Economic production quantity model for items with imperfect quality", International Journal of Production Economics, Vol. 64, 2000, pp. 59-64.

[11] J. C. Tsou, "Economic order quantity model and Taguchi's cost of poor quality", Applied Mathematical Modelling, Vol. 31, 2007, pp. 283-291.

[12] S. K. Goyal and B. C. Giri, "Recent trends in modeling of deteriorating inventory", European Journal of Operational Research, Vol. 134, 2001, pp. 1-16.

[13] M. Bakker, J. Riezebos and R. H. Teunter, "Review of inventory systems with deterioration since 2001", European Journal of Operational Research, Vol. 221, 2012, pp. 275-284.

[14] S. M. T. Fatemi Ghomi, "An EOQ model for deteriorating items: Genetic algorithm approach", Sharif Journal of Industrial Engineering and Management, Vol. 26, 2010, 83-90.

[15] I. Konstantaras, K. Skouri and M. Y. Jaber, "Inventory models for imperfect quality items with shortages and learning in inspection", Applied Mathematical Modelling, Vol. 36, 2012, pp. 5334-5343.

[16] S. H. R. Pasandideh, S. T. A. Niaki, A. H. Nobil and L. E. Cárdenas-Barrón, "A multiproduct single machine economic production quantity model for an imperfect production system under warehouse construction cost", International Journal of Production Economics, Vol. 169, 2015, pp. 203-214.

[17] S. S. Sana, "An EOQ model for stochastic demand for limited capacity of own warehouse", Annals of Operations Research, Vol. 233, 2013, pp. 383-399.

[18] J. T. Hsu and L. F. Hsu, "An EOQ model with imperfect quality items, inspection errors, shortage backordering, and sales returns", International Journal of Production Economics, Vol. 143, 2013, pp. 162-170.

[19] J. Rezaei and N. Salimi, "Economic order quantity and purchasing price for items with imperfect quality when inspection shifts from buyer to supplier", International Journal of Production Economics, Vol. 137, 2012, pp. 11-18.

[20] A. A. Taleizadeh, D. W. Pentico, M. S. Jabalameli and M. Aryanezhad, "An EOQ model with partial delayed payment and partial backordering", Omega, Vol. 41, 2013, pp. 354-368.

[21] A. A. Taleizadeh, "An EOQ model with partial backordering and advance payments for an evaporating item", International Journal of Production Economics, Vol. 155, 2014, pp. 185-193.

[22] C. H. Glock, E. H. Grosse and J. M. Ries, "The lot sizing problem: A tertiary study", International Journal of Production Economics, Vol. 155, 2014, pp. 39-51.

[23] A. Andriolo, D. Battini, R. W. Grubbström, A. Persona and F. Sgarbossa, "A century of evolution from Harris′ s basic lot size model: Survey and research agenda", International Journal of Production Economics, Vol. 155, 2014, pp. 16-38.

[24] L. E. Cárdenas-Barrón, K. J. Chung and G. Treviño-Garza, "Celebrating a century of the economic order quantity model in honor of Ford Whitman Harris", International Journal of Production Economics, Vol. 155, 2014, pp. 1-7.