تحلیل پاسخ فرکانسی نانو تشدیدگر الکترومکانیکی بر اساس تئوری الاستیسیته غیر محلی

مهدی ملکی[۱، *]، حسن نحوی[۲]، مصطفی غیور[۳]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۳/۰۷
پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۱۸

واژگان کلیدی:
الاستیسیته غیرمحلی،
تشدیدکننده،
روش مقیاس‌های زمانی چندگانه.

چکیده

در سال‌های اخیر، بسیاری از مشاهدات تجربی نشان داده است که با کاهش ضخامت تیرهای میکروو نانو، اثر اندازه ظاهر شده در نتیجه تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته برای مدل‌سازی تیرهای نانو و میکرو قابل استفاده نیست. برای مدل‌سازی تیرهای نانو با دقت بیشتر تئوری‌های مکانیک محیط‌های پیوسته غیر کلاسیک می‌بایست استفاده شوند. در این مقاله تئوری الاستیسیته غیر محلی برای آنالیز پاسخ فرکانسی یک نانو تشدیدگراستفاده شده است. به این منظور، در ابتدا، معادله‌ی دیفرانسیل با مشتقات جزیی غیرخطی نانو تشدیدگر با استفاده از تئوری غیر محلی توسعه داده شده و با استفاده از روش گالرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده است. روش مقیاس‌های زمانی چندگانه برای پیدا کردن پاسخ فرکانسی نانو تشدیدگر به کار رفته و نتایج حاصل با نتایج شبیه‌سازی عددی مقایسه گردیده و اثر پارامترهای مختلف مانند دامنه تحریک، میرایی و نیروی محوری بر روی پاسخ فرکانسی بررسی شده است. کاهش دامنه تحریک، افزایش میرایی، و نیروی کششی محوری، موجب کاهش دامنه‌ی پاسخ فرکانسی می‌شود. با استفاده از تئوری‌های کلاسیک و غیرکلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته، پاسخ‌های فرکانسی برای ابعاد متفاوت نانوتیر، رسم شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج نشان داده است که با کاهش ضخامت نانوتیر، اثر اندازه ظاهر گردیده و در نتیجه دامنه ارتعاش پایین‌تری نسبت به تئوری کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته دارد.

۱- مقدمه

از کشف و توسعه‌ی سیستم‌های مکانیکی میکروالکتریک[۱] چندین دهه گذشته است. این تکنولوژی به درجه‌ای از بلوغ رسیده است که امروزه در زندگی روزمره ما چندین وسیله‌ی سیستم‌های میکرو الکترو مکانیکی استفاده می‌گردند. از جمله می‌توان به شتاب‌سنج‌ها و سنسورهای فشار در خودروها، آینه‌های میکرو در تلویزیون‌های پلاسما، سوئیچ های رادیوفرکانسی[۲] و میکروفون‌ها در تلفن‌های همراه و سنسورهای اینرسی در بازی‌های ویدئویی اشاره کرد [۱]. یک نوع مهم از سیستم‌های مکانیکی، میکروالکتریک تشدیدگر است که کاربردهای گوناگونی مانند وزن‌سنج[۳]، شتاب‌سنج، سنسورهای گاز، بیوسنسورها[۴] و ژیروسکوپ‌ها دارد [۲-۶]. با توجه به رفتار غیر خطی نانو تشدیدگر که ناشی از نیروهای الکتریکی غیرخطی است، میرایی سازه‌ای[۵]، کشیدگی صفحه میانی[۶] و دیگر عوامل غیر خطی شدن هندسی و بعضی از پدیده‌های پیچیده در رفتار دینامیکی تشدیدکننده‌ها دیده شده است. بسیاری از محققین، تحقیقاتی برای پدیده‌های مختلف دینامیکی غیرخطی مانند انحنای منحنی پاسخ فرکانسی و پدیده‌ی پرش در تشدیدکننده‌های سیستم‌های مکانیکی میکروالکتریک

*. پست الکترونیک نویسنده مسئول: Mehdi.maleki@me.iut.ac.ir
۱. دانشجو دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم وصنعت ایران
۲. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان
۳. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

1 Micro electro-mechanical systems (MEMS)
2 Radio frequency (RF)
3 Load cell
4 Biosensors
5 Squeezing film damping
6 Mid-plane stretching

انجام داده‌اند [۷-۹]. عوامل غیرخطی همچنین ممکن است منجر به رفتار آشوبناک[1] شوند [۱۰-۱۲]. حقیقی و همکاران از روش ملنیکوف[2] برای پیش‌بینی وکنترل آشوب در تشدیدگرهای سیستم‌های میکرو الکترومکانیکی استفاده کرده‌اند [۱۳]. آن‌ها یک معیار تحلیلی به فرم یک نابرابری با استفاده از پارامترهای سیستم ومدارهای هوموکلینیک[3] برای پیش‌بینی آشوب پیشنهاد کردند.

بنا به دلایل مختلف نظیر مصرف انرژی پایین، جرم و حجم کم و فرکانس تشدید بالا، بهره‌برداری از سیستم‌های میکرو و نانو با ابعاد کوچک افزایش پیدا کرده است. اما آزمایش های تجربی نشان داده است که رفتار دینامیکی و استاتیکی میکرو و نانوتیرها با استفاده از تئوری محیط پیوسته[4] کلاسیک که دارای پارامتری برای توجیه اثر اندازه در داخل روابط ساختاری نیست قابل پیش‌بینی نیست [۱۴-۱۸]. تئوری الاستیسیته غیر محلی یکی از تئوری‌های الاستیسیته غیر خطی است که برای توجیه اثر اندازه به منظور مدل‌سازی پاسخ استاتیکی و دینامیکی میکرو و نانوتیرها به کار می‌رود [۱۹-۲۱]. تحلیل دینامیکی میکرو و نانو تشدیدگرها به وسیله‌ی تئوری الاستیسیته غیر محلی در مقالات قبلی انجام نشده است.

در این مقاله، پاسخ فرکانسی یک نانو تشدیدگر با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی، تحلیل و با تئوری کلاسیک مقایسه شده است. ابتدا با استفاده از شکل مود خطی شده و روش گالرکین[5] معادله دیفرانسیل با مشتقات جزیی به معادله دفرانسیل معمولی تبدیل می‌گردد. سپس روش مقیاس زمانی چندگانه برای پیدا کردن پاسخ فرکانسی تحلیلی ومقایسه ان با نتایج عددی وبررسی اثر پارامترهای مختلف نظیر دامنه تحریک، میرایی و نیروی محوری بر روی آن استفاده گردید. درنهایت پاسخ‌های فرکانسی نانو تشدیدگر برای ضخامت‌های مختلف نانوتیرها بر اساس هر دو روش کلاسیک و غیر کلاسیک رسم و نتایج آن با یکدیگر مقایسه می‌گردد.

۲- مدل‌سازی ریاضی

مدل ساده‌شده‌ی یک میکرو تشدیدگر در شکل (۱) نشان داده شده است. تشدیدگر از یک الکترود متحرک و دو عدد الکترود ثابت تشکیل شده است.

تئوری الاستیسیته غیر محلی برای مدل‌سازی نانو تشدیدگر استفاده خواهد شد. معادله‌ی رفتار دینامیکی نانو تشدیدگر بر اساس تئوری غیرمحلی می‌تواند به فرم معادله‌ی (۱) نوشته شود [۲۱].

$$-2EI(e_0a)^2\frac{\partial^6 W}{\partial X^6}+EI\frac{\partial^4 W}{\partial X^4}+ \rho A\left(\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}-(e_0a)^2\frac{\partial^4 W}{\partial t^2\partial X^2}\right)+C\frac{\partial W}{\partial t}= \frac{EA}{2L}\int_0^L\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2 dX]\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}+q(X,t) \quad (۱)$$

که در آن ω تغییر شکل تیر، g فاصله‌ی بین دو الکترود، ρ دانسیته‌ی ماده، A مساحت تیر، q نیروی خارجی (نیروی الکترواستاتیک)، C ضریب نیرویی ساختاری، e_0a پارامتر غیر محلی، I ممان اینرسی سطح مقطع و E مدول یانگ است.

معادله‌ی حرکت می‌تواند به فرم بی‌بعد به صورت معادله‌ی (۲) نوشته شود.

$$-2\lambda^2\frac{\partial^6\psi}{\partial\xi^6}+\frac{\partial^4\psi}{\partial\xi^4}+\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}-\lambda^2\frac{\partial^4\psi}{\partial\xi^2\partial\tau^2}+C\frac{\partial\psi}{\partial\tau}= (\frac{EAg^2}{2EI}\int_0^1\left(\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right)^2 d\xi)\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2}+\hat{q} \quad (۲)$$

که در آن

$$\xi=\frac{x}{L},\psi=\frac{w}{g}\ ,\lambda=\frac{e_0a}{L} \quad (۳)$$

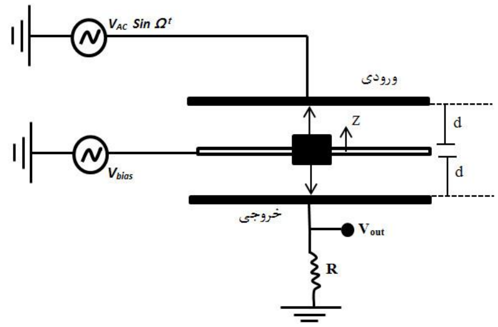
با استفاده از روش گالرکین، معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر وسط تیر $u(\tau)$ به صورت معادله‌ی (۴) نمایش داده می‌شود.

$$\int_0^1\varphi(\xi)T(W)dX=0$$

$$m\ddot{u}+k_1u+k_3u^3+\mu\dot{u}=f_e \quad (۴)$$

که $\varphi(\xi)$ شکل مود به کار رفته در معادله‌ی مزبور و شکل مود براساس تئوری الاستیسیته غیر محلی است و با استفاده از شکل مود کلاسیک برای روش گالرکین ممکن است منجر به خطا در مدل‌سازی ریاضی شود. برای دیدن جزئیات بیشتر در مورد روش غیر کلاسیک شکل مودهای میکرو تیر می‌توان به کار لیم و همکاران [۲۱] مراجعه کرد.

[1] Chaotic
[2] Melnikov
[3] Homoclinic
[4] Continuum
[5] Galerkin projection



شکل ۱: شماتیک نانو تشدیدگر تحت تحریک الکتریکی

این معادله اولین مود ارتعاشی میکرو تیر تحت نیروهای الکترواستاتیکی است. پارامترهای به کار رفته در معادله‌ی (۴) به صورت معادلات (۵) ارائه می‌گردند.

$$m = \int_0^1 \left[\varphi(\xi)^2 - \lambda^2 \varphi(\xi) \frac{d^2\varphi(\xi)}{\partial \xi^2}\right] d\xi,$$

$$k_1 = \int_0^1 \varphi(\xi)(-2\lambda^2 \frac{d^6\varphi(\xi)}{\partial \xi^6} + \frac{d^4\varphi(\xi)}{\partial \xi^4}) d\xi,$$

$$k_3 = -\frac{EAg^2}{2EI}\int_0^1 \varphi(\xi)\frac{d^2\varphi(\xi)}{\partial \xi^2}(\int_0^1 \left(\frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi}\right)^2 d\xi) d\xi,$$

$$\mu = C\int_0^1 \varphi(\xi)^2\, d\xi \qquad (۵)$$

همانطور که از این معادله مشخص است، معادله یک درجه آزادی حاکم بر نانو تشدیدگر دارای ضریب فنریت خطی از مرتبه اول و همچنین ضریب فنریت غیرخطی مرتبه ۳ می باشد. برای این که تأثیر اندازه بر روی این پارامترهای یک درجه آزادی نشان داده شود، تغییرات نسبت مقادیر غیرکلاسیک این پارامترها به مقادیر کلاسیک آن‌ها را با تغییرات پارامتر غیرموضعی در شکل (۲) نشان داده‌ایم. همانطور که از این شکل مشخص است، تقریبا همه پارامترهای مدل یک درجه آزادی با در نظر گرفتن تأثیر اندازه، کمتر از مقادیر کلاسیک می‌باشد و نکته مهم اینکه با کاهش مقدار پارامتر غیرموضعی، مقادیر کلاسیک و غیرکلاسیک به همدیگر همگرا شده و تأثیر اندازه حذف می‌گردد.

در معادله‌ی (۴)، f_e نیروی الکترواستاتیک، ترکیبی از ولتاژ های DC و AC و می‌تواند به فرم زیر باشد. در حالی که γ و A به ترتیب مربوط به ولتاژهای DC و AC هستند. برای جزئیات بیشتر در مورد نیروهای الکترواستاتیکی به مرجع [۱۳] مراجعه شود.

$$f_e = \frac{\gamma}{(1-u)^2} - \frac{\gamma}{(1+u)^2} + \frac{A\cos(\Omega\tau)}{(1-u)^2} \qquad (۶)$$

که در آن

$$\gamma = \frac{\varepsilon b l^4 {V_b}^2}{2EIg^3}\int_0^1 \varphi(\xi)\, d\xi\,,\ A = 2\gamma\frac{V_{AC}}{V_b} \qquad (۷)$$

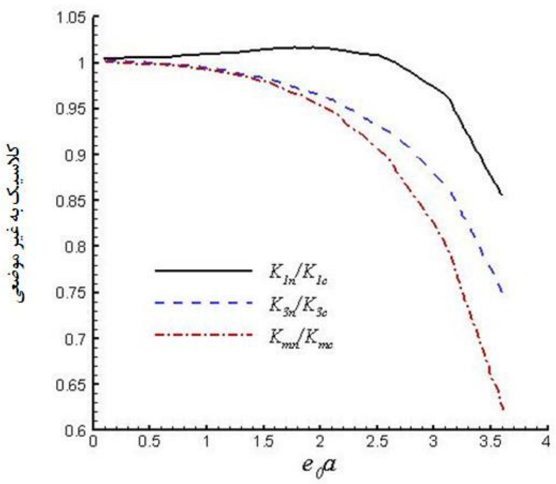
با استفاده از بسط سری تیلور، معادله‌ی (۶)، معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر نقطه‌ی وسط تیر به صورت معادله‌ی (۸) گزارش می‌شود.

$$m\ddot{u} + (k_1 - 4\gamma)u + (k_3 - 8\gamma)u^3 + \mu\dot{u} = A\cos(\Omega\hat{t})(1 + 2u + 3u^2) \qquad (۸)$$

با تعریف $\tau = \sqrt{\frac{k_1 - 4\gamma}{m}}\,\hat{t}$ ، معادله (۸) به معادله (۹) تبدیل می‌گردد.

$$\ddot{u} + {\omega_0}^2 u + \frac{(k_3 - 8\gamma)}{k_1 - 4\gamma}u^3 + \frac{\mu}{k_1 - 4\gamma}\dot{u} = \frac{A}{k_1 - 4\gamma}\cos(\Omega\hat{t})\,(1 + 2u + 3u^2) \qquad (۹)$$

در آن $\omega_0 = 1$ و علامت دات نشان‌دهنده‌ی مشتق‌گیری نسبت به τ است.



شکل ۲: اثر پارامتر غیر محلی بر سختی خطی و غیر خطی و جرم فشرده

۲-۱- پاسخ فرکانسی

متغیر جدید u مطابق فرمول زیر معرفی می‌شود.

$$u = \varepsilon^\eta v \qquad (۱۰)$$

با جایگزینی معادله‌ی (۱۰) در معادله‌ی (۹) معادله‌ی (۱۱) به دست می‌آید.

$$\ddot{v} + {\omega_0}^2 v + \alpha\varepsilon^{2\eta}v^3 + \bar{\mu}\dot{v} = \frac{K}{\varepsilon^\eta}\cos(\Omega\hat{t})(1 + 2v\varepsilon^\eta + 3v^2\varepsilon^{2\eta}) \qquad (۱۱)$$

$$\omega_0 = 1; \alpha = \frac{(k_3 - 8\gamma)}{k_1 - 4\gamma}; k = \frac{A}{k_1 - 4\gamma};$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{k_1 - 4\gamma} \quad (۱۲)$$

دامنه تحریک و نسبت میرایی به ترتیب از مرتبه $\varepsilon^{2\eta}$ و ε^{η} در نظر گرفته می‌شود و معادله (۱۳) بدست می‌آید.

$$K = \widehat{K}\varepsilon^{\varepsilon\eta} \,,\ \widehat{\mu} = \bar{\mu}\varepsilon^{2\eta} \quad (۱۳)$$

با جایگزینی معادله‌ی (۱۳) در معادله‌ی (۱۱) معادله‌ی زیر حاصل می شود.

$$\ddot{v} + {\omega_0}^2 v + \alpha\varepsilon^{2\eta} v^3 + \bar{\mu}\varepsilon^{2\eta}\dot{v} = K\varepsilon^{2\eta}\cos(\Omega\hat{t})(1 + 2v\varepsilon^{\eta} + 3v^2\varepsilon^{2\eta}) \quad (۱۴)$$

اگر $\eta = 0.5$ در نظر گرفته شود، معادله زیر به دست می‌آید.

$$\ddot{v} + {\omega_0}^2 v + \alpha\varepsilon v^3 + \widehat{\mu}\varepsilon\dot{v} = \widehat{K}\varepsilon\, cos(\Omega\hat{t})(1 + 2v\varepsilon^{0.5} + 3v^2\varepsilon) \quad (۱۵)$$

معادله‌ی (۱۵) با استفاده از روش مقیاس‌های زمانی چندگانه می‌تواند حل شود. در این روش، مقیاس‌های زمانی به صورت معادله‌ی (۱۶) تعریف می‌شوند.

$$T_0 = \hat{t}\,, T_1 = \varepsilon\hat{t} \quad (۱۶)$$

پاسخ با توجه به مقیاس‌های زمانی مختلف به صورت معادله‌ی (۱۷) نمایش داده می‌شود.

$$v = v_0(T_0,T_1) + \varepsilon v_1(T_0,T_1) + 0(\varepsilon^2) \quad (۱۷)$$

با جایگزینی (۱۷) در (۱۵) و محاسبه‌ی همان توان‌های ε معادله‌ی (۱۸) به صورت زیر بدست می‌آید.

$${D_0}^2 v_0 + {\omega_0}^2 v_0 = 0 \quad (\text{۱۸ - الف})$$

$${D_0}^2 v_1 + {\omega_0}^2 v_1 = -2D_0 D_1 v_0 - \widehat{\mu} D_0 v_0 - \alpha {v_0}^3 + \widehat{K} cos(\Omega\hat{t}) \quad (\text{۱۸- ب})$$

با حل معادله‌ی (۱۸-الف) و جایگزینی v_0 در معادله‌ی (۱۸-ب) و قرار دادن صفر در جملات سکولار معادله‌ی زیر برای بدست آوردن پاسخ فرکانسی میکرو تشدیدگر بدست می‌آید.

$$[\frac{\bar{\mu}^2}{4} + \left(\Omega - \omega_0 \frac{3}{8}\frac{\alpha}{\omega_0} a^2\right)^2] a^2 = \frac{K^2}{4{\omega_0}^2} \quad (۱۹)$$

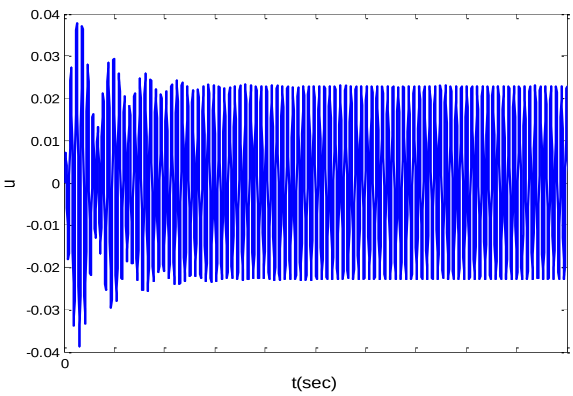
۳- شبیه‌سازی عددی

در این بخش، پاسخ فرکانسی تحلیلی تشدیدگر در نظر گرفته شده و با نتایج عددی شبیه‌سازی مقایسه خواهد شد. پارامترهای میکرو تشدیدکننده در جدول ۱ فهرست شده‌اند.

جدول ۱: پارامترهای میکرو تیر

پارامتر	مقدار
مدول یانگ	E=210 Gpa
چگالی	$\rho = 2332$ kg/m^3
نسبت پواسون	$\nu = 0.24$
طول	$L = 50$ µm
عرض	$b = 5\ \mu m$
ضخامت	$h = 1\ \mu m$
فاصله‌اولیه	$g = 3\ \mu m$

پاسخ فرکانسی معادله‌ی (۸) با استفاده از انتگرال‌گیری رانگ-کوتا برای $k = 0.01$، $u = 0.05$ و $\Omega = 1.2\omega_0$ در شکل (۳) به تصویر کشیده شده است. با استفاده از معادله‌ی (۱۹) دامنه سیستم $a = 0.025$ بدست می‌آید که همان گونه که در شکل (۳) مشاهده می‌گردد مقدار دامنه در حالت پایدار با تقریب مناسب برابر با همین مقدار می‌باشد که نشان‌دهنده دقت مناسب روش فوق می‌باشد. پاسخ فرکانسی نانو تشدیدگر براساس تئوری غیر محلی با تئوری کلاسیک برای خواص نانو تشدیدگر نشان داده شده، در جدول ۱ مقایسه شده است.



شکل ۳: پاسخ زمانی سیستم برای $\mu = 0.05, K = 0.01$

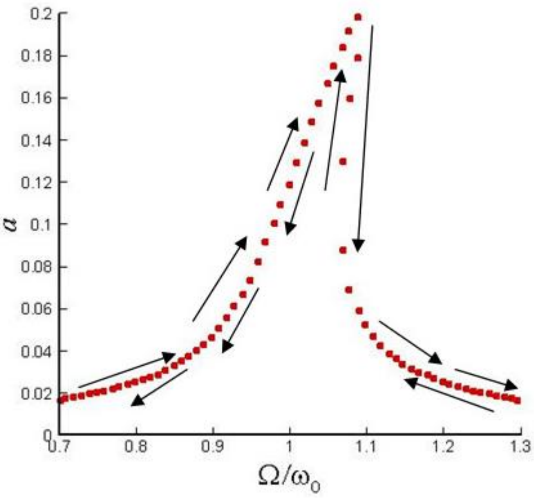
۴- بررسی پارامترهای مختلف در پاسخ فرکانسی تشدیدگر

شکل (۴) پاسخ فرکانسی تشدیدگر را به ازای میرایی 0.05 و دامنه تحریک $k = 0.01$ نشان می‌دهد.

همانطور که از شکل (۴) مشخص است، با افزایش فرکانس تحریک یک پرش رو به پایین در پاسخ فرکانسی تشدیگر دیده می‌شود. زمانی که فرکانس به حد بالای خود می‌رسد و مجددا شروع به کاهش می‌کند، در یک فرکانس مشخص یک پرش روبه بالا دیده می‌شود. مسیر افزایش فرکانس با

بردارهایی کوتاه و مسیر کاهش فرکانس با بردارهایی بلند نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود به خاطر ماهیت غیرخطی تشدیدگر باعث شده است که پاسخ فرکانسی آن کاملا شکل غیرخطی داشته باشد و اوج ارتعاشات در نقطه‌ای بالاتر از فرکانس طبیعی رخ می‌دهد. به همین خاطر در این حالت میکروتیر رفتاری سخت شوندگی نشان می‌دهد و پاسخ فرکانسی آن به سمت راست متمایل می‌گردد.

قبل از بررسی تأثیر اندازه و ضخامت بر رفتار دینامیکی تشدیدگر، تأثیر دامنه تحریک، میرایی و نیروی محوری بر رفتار دینامیکی آن تحلیل می‌شود و در انتها تأثیر اندازه (با تغییر ضخامت میکروتیر) بر نتایج مورد بررسی قرار می‌گیرد.



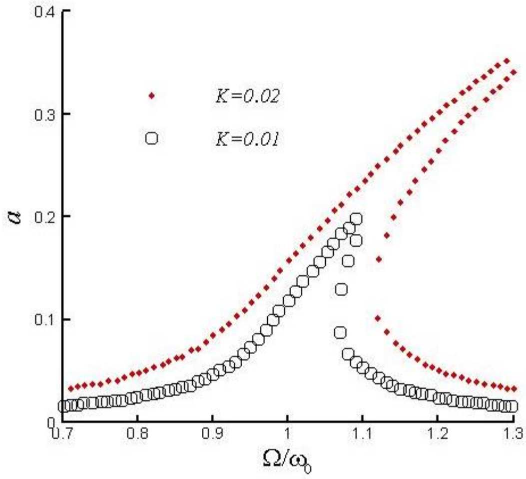
شکل۴: پاسخ فرکانسی تشدیدگر

۴-۱- تأثیر دامنه تحریک بر پاسخ فرکانسی تشدیدگر

در این بخش تأثیر دامنه تحریک را بر پاسخ فرکانس تشدیدگر مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای این منظور پاسخ فرکانسی تشدیدگر به ازای دو دامنه $k = 0.01$ و $k = 0.02$ در شکل (۵) نشان داده شده است.

از شکل (۵) مشخص است همانطور که انتظار می‌رفت، افزایش دامنه تحریک باعث افزایش دامنه ارتعاشات شده است. نکته دیگر اینکه با افزایش دامنه تحریک، فرکانس غیرخطی سیستم بیشتر افزایش یافته و میزان خمیدگی منحنی پاسخ فرکانسی به شدت افزایش یافته است.

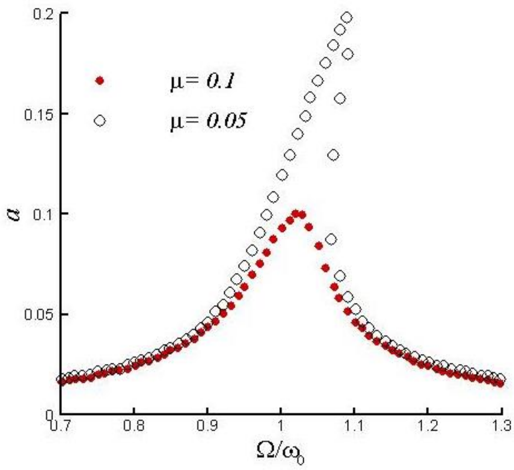
با دقت در پاسخ فرکانسی سیستم به ازای دامنه تحریک 0.01 مشخص است که پدیده پرش به بالا هنگام کاهش فرکانس مشاهده نمی‌گردد و رفتار سیستم به سیستم خطی نزدیک‌تر شده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با کاهش دامنه تحریک، رفتار غیرخطی تشدیدگر کاهش یافته و به سیستم خطی نزدیک می‌شود.



شکل۵: تأثیر دامنه تحریک بر رفتار دینامیکی تشدیدگر

۴-۲- تأثیر میرایی بر پاسخ فرکانسی تشدیدگر

برای بررسی رفتار دینامیکی تشدیدگر تحت تأثیر میرایی، پاسخ فرکانسی تشدیدگر به ازای دو میرایی $\mu = 0.05$ و $\mu = 0.1$ در شکل (۶) نمایش داده شده است. در رسم این نمودار دامنه تحریک برابر 0.01 در نظر گرفته شده است.



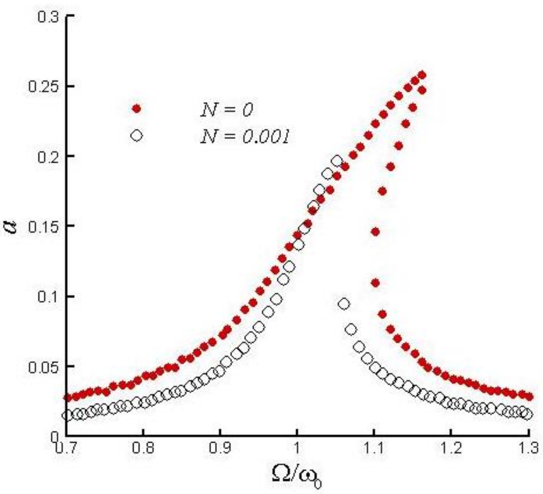
شکل۶: تأثیر میرایی بر رفتار دینامیکی تشدیدگر

برخلاف تأثیر دامنه تحریک که کاهش آن باعث کاهش دامنه ارتعاش در همه فرکانس‌های تحریک می‌شد، همانطور که از شکل (۶) مشخص است، کاهش میرایی در فرکانس‌های دور از فرکانس طبیعی تأثیر گذار نیست ولی در اطراف فرکانس طبیعی سیستم باعث افزایش دامنه ارتعاشات سیستم می‌گردد. نکته دیگر آنکه همانند نقشی

که کاهش دامنه تحریک داشت، در اینجا نیز با افزایش میرایی سیستم، رفتار سیستم به سیستم خطی نزدیک می شود و دیگر پدیده های پرش به سمت بالا و پایین در پاسخ فرکانسی آن دیده نمی‌شوند. ولی سیستم همچنان دارای رفتار سخت شوندگی بوده و منحنی پاسخ فرکانسی به سمت راست متمایل می‌باشد.

۴-۳- تأثیر نیروی محوری بر پاسخ فرکانسی تشدیدگر

معمولا به خاطر پسماند حرارتی در سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیکی، نیروی محوری در این سیستم‌ها بوجود می‌آید. این نیروی محوری ممکن است روی دینامیک سیستم تأثیر بگذارد. شکل (۷) تأثیر نیروی محوری کششی را بر روی پاسخ فرکانس تشدیدگر نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رفت، اعمال نیروی کششی بر سیستم باعث افزایش سختی آن شده و دامنه ارتعاشات آن به شدت کاهش یافته است.

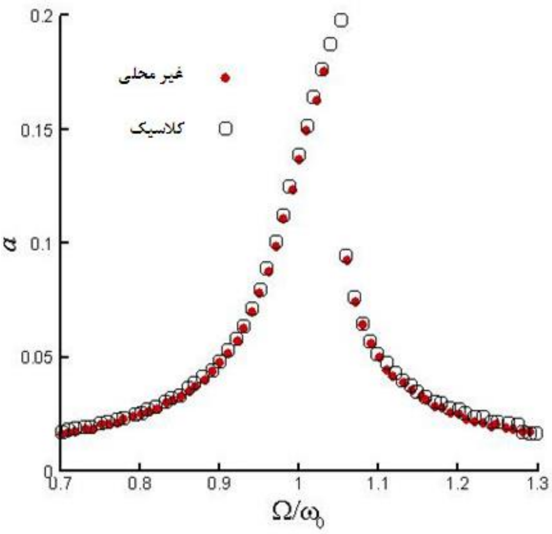


شکل ۷: تأثیر نیروی محوری کششی بر رفتار دینامیکی تشدیدگر

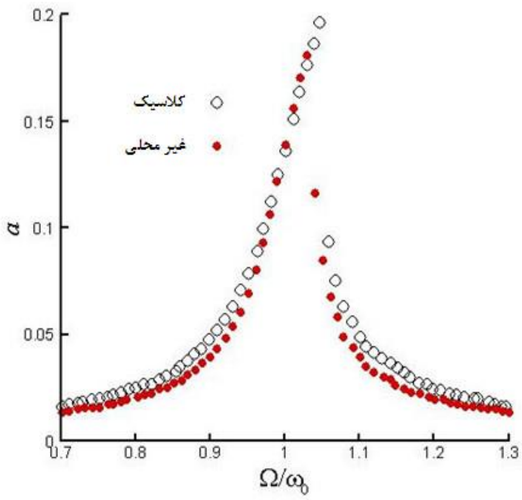
۴-۴- تأثیر اندازه در رفتار دینامیکی تشدیدگر

در همه مطالعات قبلی تا کنون از تئوری کانتینیوم کلاسیک برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف استفاده شد. همانطور که قبلا نیز بیان شده است، با کاهش ضخامت میکروتیر، تئوری کانتینیوم کلاسیک دیگر قابلیت مدل‌سازی رفتار مکانیکی سازه‌ها را نداشته و باید از تئوری‌های غیرکلاسیک استفاده شود. در مطالعات مربوط به تأثیر اندازه، برای اینکه تأثیر اندازه به خوبی مشخص شود، معمولا همه ابعاد سازه را به یک اندازه بزرگ یا کوچک می‌کنند. در این حالت پاسخ بی‌بعد بر اساس تئوری کلاسیک به این علت که یک تئوری مستقل از اندازه می‌باشد هیچ تغییری نمی‌کند در حالیکه رفتار سازه بر اساس تئوری غیرکلاسیک به ابعاد وابسته بوده و با تغییر ابعاد تغییر می‌کند.

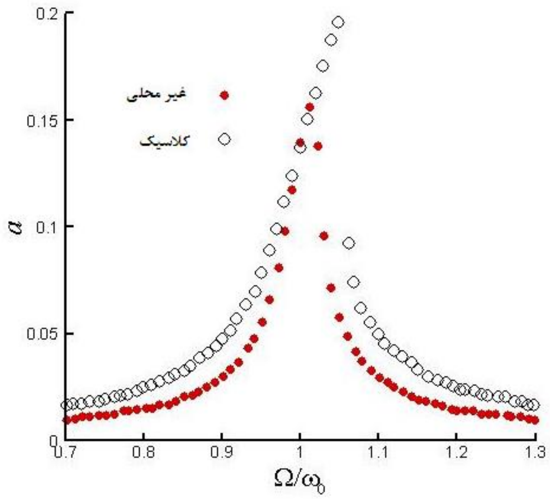
در ابتدا ابعاد میکروتیر معرفی شده در جدول، ۱ تا ۱۰ برابر افزایش داده و پاسخ فرکانسی آن، بر اساس دو تئوری به ازای $\mu = 0.05$ و $A = 0.02$ در شکل (۸) رسم می‌شود. همانطور که مشخص است، به ازای ضخامت $h = 10\ \mu m$، تأثیر اندازه اصلا ظاهر نشده و هر دو تئوری کاملا جواب یکسان را پیش‌بینی می‌کنند.



شکل ۸: پاسخ فرکانسی تشدیدگر بر اساس تئوری کلاسیک و غیرکلاسیک به ازای
$h = 10\mu m\ ,\ A = 0.01\ ,\ \mu = 0.05$

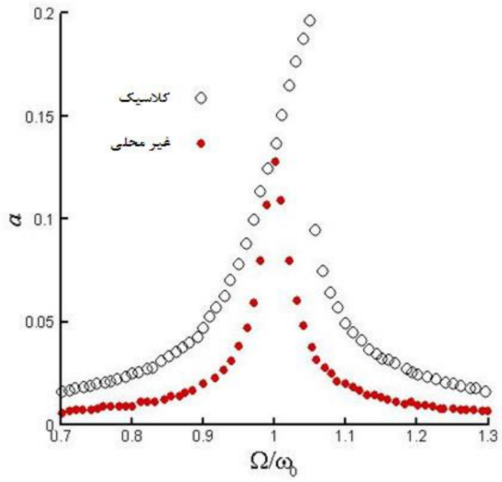


شکل ۹: پاسخ فرکانسی تشدیدگر بر اساس تئوری کلاسیک و غیرکلاسیک به ازای
$h = 1\mu m\ ,\ A = 0.01\ ,\ \mu = 0.05$



شکل ۱۰: پاسخ فرکانسی تشدیدگر بر اساس تئوری کلاسیک و غیرکلاسیک به ازای

$h = 0.5\mu m\ ,A = 0.01\ ,\mu = 0.05$



شکل ۱۱: پاسخ فرکانسی تشدیدگر بر اساس تئوری کلاسیک و غیرکلاسیک به ازای

$h = 0.1\mu m\ ,A = 0.01\ ,\mu = 0.05$

حال ضخامت میکروتیر را به $h = 1\mu m$ کاهش داده و پاسخ فرکانس تشدیدگر را بر اساس دو تئوری در شکل (۹) مقایسه می‌کنیم. مشخص است که با کاهش ضخامت میکروتیر، دامنه ارتعاشات بر اساس تئوری غیرموضعی مقدار کمتری می‌باشد. رسم نمودار پاسخ فرکانسی به ازای ضخامت‌های کمتر در شکل‌های (۹) تا (۱۱) نشان می‌دهد که با کاهش ضخامت، دامنه ارتعاش تشدیدگر بر اساس تئوری کلاسیک تغییری نمی‌کند. به این دلیل که اولا همه ابعاد تشدیدگر تغییر داده می‌شود و ثانیا اینکه فرمول‌بندی انجام شده در این تحقیق بی‌بعد بوده است. بررسی بیشتر شکل‌های (۹) تا (۱۱) نشان می‌دهد که با کاهش هر چه بیشتر ضخامت، دامنه ارتعاشات بیشتر کاهش پیدا می‌کند.

با دقت در شکل‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) مشخص است که با کاهش ضخامت میکروتیر، رفتاری که تئوری غیرکلاسیک غیرموضعی پیش‌بینی می‌کند رفتار غیرخطی و خمیدگی کمتری از خود نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه به مدل‌سازی یک نانو تشدیدگر با استفاده از تئوری غیرکلاسیک غیرموضعی پرداخته شد.

پس از استخراج معادله دیفرانسیل حاکم بر میکروتیر، پاسخ فرکانسی آن با استفاده از روش چند مقیاسی استخراج گردید و درستی آن با مقایسه با نتایج عددی مورد تایید قرار گرفت. این فرم تحلیلی پاسخ فرکانسی، نه تنها در این معادله بلکه در همه مسائل مهندسی که منجر به سختی مرتبه سوم می شود، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

تأثیر پارامترهای مختلف مانند میرایی، دامنه تحریک، نیروی محوری و ضخامت میکروتیر بر پاسخ دینامیکی میکروتیر آنالیز شده و نتایج جدیدی به دست آمد که به صورت موردی در زیر آورده شده است :

- افزایش دامنه تحریک، دامنه ارتعاشات میکروتیر را افزایش داده و یافته جدید اینکه رفتار غیرخطی و انحنای نمودار پاسخ فرکانسی را کاهش می-دهد. این اثر در همه فرکانس های تحریک رخ می‌دهد و نمودار پاسخ فرکانسی بادامنه تحریک بالاتر در همه فرکانس‌ها بالاتر از نمودار با دامنه تحریک پایین‌تر قرار می‌گیرد.
- با افزایش میرایی، دامنه ارتعاشات سیستم کاهش یافته و رفتار غیرخطی سیستم نیز کاهش می‌یابد و سیستم رفتاری شبیه رفتار خطی پیدا می‌کند. نکته مهم اینکه، تغییرات میرایی تنها در فرکانس‌های اطراف فرکانس طبیعی ظاهر می-شود و در فرکانس‌های خیلی بیشتر یا خیلی کمتر از فرکانس طبیعی، اثر میرایی قابل اغماض است.
- اعمال نیروی محوری کششی باعث سخت تر شدن میکروتیر و در نتیجه کاهش داامنه ارتعاشات می‌شود در حالیکه اعمال نیروی فشاری باعث نرم شدن میکروتیر و افزایش دامنه ارتعاشات می‌گردد. شبیه‌سازی‌های متعدد در این حالت نشان داد که اعمال نیروی محوری تنها در

فرکانس‌های دورتر از فرکانس طبیعی اثر گذاشته و در اطراف فرکانس طبیعی بی تأثیر است.

- نشان داده شد که با کاهش ضخامت میکروتیر، تئوری غیرموضعی از تئوری کلاسیک فاصله گرفته و دامنه ارتعاشات بسیار کمتری را پیش-بینی می‌کند. همچنین نشان داده شد که با افزایش ضخامت میکروتیر، دو تئوری کاملا به همدیگر همگرا می‌شوند.
- در ضخامت‌های بسیار کوچک، تئوری غیرکلاسیک رفتار غیرخطی کمتری نسبت به تئوری کلاسیک نشان می‌دهد.

۶- مراجع

[1] Younis, M. I. (2010). "Microsystems: Mems Linear and Nonlinear Statics and Dynamics". vol. 20.

[2] Hajjam, A., Pourkamali, S. (2012). "Fabrication and characterization of MEMS-based resonant organic gas sensors". Sensors Journal, IEEE, vol. 12, pp. 1958-1964.

[3] Sharma, M., Sarraf, E. H., Baskaran, R., Cretu, E. (2012). "Parametric resonance: Amplification and damping in MEMS gyroscopes". Sensors and Actuators A: Physical, vol. 177, pp. 79-86.

[4] Timurdogan, E., Alaca, B. E., Kavakli, I. H., Urey, H. (2011). "MEMS biosensor for detection of Hepatitis A and C viruses in serum". Biosensors and Bioelectronics, vol. 28, pp. 189-194.

[5] Tocchio, A., Caspani, A., Langfelder, G. (2012). "Mechanical and electronic amplitude-limiting techniques in a MEMS resonant accelerometer". Sensors Journal, IEEE, vol. 12, pp. 1719-1725.

[6] Torrents, A., Azgin, K., Godfrey, S., Topalli, E., Akin, T., Valdevit, L. (2010). "MEMS resonant load cells for micro-mechanical test frames: feasibility study and optimal design". Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 20, p. 125004.

[7] Braghin, F., Resta, F., Leo, E., Spinola, G. (2007). "Nonlinear dynamics of vibrating MEMS". Sensors and Actuators A: Physical, vol. 134, pp. 98-108.

[8] Mestrom, R., Fey, R., Van Beek, J., Phan, K., Nijmeijer, H. (2008). "Modelling the dynamics of a MEMS resonator: Simulations and experiments". Sensors and Actuators A: Physical, vol. 142, pp. 306-315.

[9] Younis, M., Nayfeh, A. (2003). "A study of the nonlinear response of a resonant microbeam to an electric actuation". Nonlinear Dynamics, vol. 31, pp. 91-117.

[10] De, S. K., Aluru, N., (2006). "Complex nonlinear oscillations in electrostatically actuated microstructures". Microelectromechanical Systems, Journal of, vol. 15, pp. 355-369.

[11] Luo, A. C., Wang, F. Y. (2002). "Chaotic motion in a micro-electro–mechanical system with non-linearity from capacitors". Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 7, pp. 31-49.

[12] Wang, Y. C., Adams, S. G., Thorp, J. S., MacDonald, N. C., Hartwell, P., Bertsch, F. (1998). "Chaos in MEMS, parameter estimation and its potential application". Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on, vol. 45, pp. 1013-1020.

[13] Haghighi, H. S., Markazi, A. H. (2010). "Chaos prediction and control in MEMS resonators". Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 15, pp. 3091-3099.

[14] Collard, D., Takeuchi, S., Fujita, H. (2008). "MEMS technology for nanobio research". Drug discovery today, vol. 13, pp. 989-996.

[15] Fleck, N., Muller, G., Ashby, M., Hutchinson, J. (1994). "Strain gradient plasticity: theory and experiment". Acta Metallurgica et Materialia, vol. 42, pp. 475-487.

[16] Namazu, T., Isono, Y., Tanaka, T. (2000). "Evaluation of size effect on mechanical properties of single crystal silicon by nanoscale bending test using AFM". Microelectromechanical Systems, Journal of, vol. 9, pp. 450-459.

[17] Stölken, J., Evans, A. (1998). "A microbend test method for measuring the plasticity length scale" Acta Materialia, vol. 46, pp. 5109-5115.

[18] Tang, C., Alici,G. (2011). "Evaluation of length-scale effects for mechanical behaviour of micro-and nanocantilevers: I. Experimental determination of length-scale factors". Journal of Physics D: Applied Physics, vol. 44, p. 335501.

[19] Eringen, A. C. (1972). "Linear theory of non-local elasticity and dispersion of plane waves". International Journal of Engineering Science, vol. 10, pp. 425-435.

[20] Eringen, A. C. (2002). "Non-local continuum field theories".

[21] Lim, C., Li, C., Yu, J. L. (2010). "Dynamic behavior of axially moving nanobeams based on non-local elasticity approach". Acta Mechanica Sinica, vol. 26, pp. 755-765.