

یک مدل استوکستیک خوردگی سازه های فولادی در معرض آب دریا

محمد رضا معرف زاده^{۱*}

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۵/۰۱ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۱۷	<p>به منظور آنالیز قابلیت اعتماد سازه های فولادی که در دریا بکار گرفته می شوند و بالتبع در معرض خوردگی ناشی از اثرات آب خورنده دریا هستند ضرورت دارد که یک مدل فیزیکی که نمایشگر رفتار عمومی خوردگی فولاد در معرض آب دریا باشد و نیز یک مدل استوکستیک که فرآیند خوردگی را به لحاظ رفتار احتمالاتی آن توصیف کند بکار گرفته شوند. در این مقاله از مدل خوردگی ملچرز به منظور توصیف رفتار فیزیکی خوردگی برای فولادهای دریایی استفاده می گردد. همچنین یک مدل احتمالاتی پیشنهاد می شود که در آن فرآیند خوردگی به صورت پلکانی مدل شده و هر پله آن یک پرش در مقدار خوردگی را نمایش می دهد. طول زمانی این پله ها ثابت و تعیینی گرفته می شوند اما پرش آنان متغیرهای تصادفی مستقلی مدل می شوند که از توزیع گاما پیروی می کنند. در این نوشتار برخلاف فرآیند معمول گاما، پارامترهای شکل و مقیاس توزیع های گاما در هر پله متفاوت گرفته شده و بنابراین خوردگی تجمعی در هر زمان دلخواه در طول عمر سازه جمع Π متغیر تصادفی با مشخصات احتمالاتی متفاوت خواهد شد. در این تحقیق پس از ارائه مدل احتمالاتی این فرآیند، شیوه ای جدید از کاربرد روش تخمین پارامترهای "احتمال حداکثر" با استفاده از داده های خوردگی در کانال پاناما ارائه می گردد و در پایان از این مدل برای آنالیز قابلیت اعتماد سازه های دریایی در معرض خوردگی در مناطقی شبیه وضعیت اقلیمی کانال پاناما استفاده می گردد. نتایج اعمال مدل پیشنهادی در خصوص داده های موجودی نشان می دهند که مدل انعطاف پذیری مناسبی را برای نمایش میانگین و واریانس فرآیند خوردگی دارا می باشد.</p>
<p>واژگان کلیدی: خوردگی دریایی، قابلیت اعتماد سازه، فولاد کربنی و کم آلیاژ، متغیر تصادفی گاما.</p>	

۱- مقدمه

تمهیدات لازم برای سازه به منظور ارائه سرویس در همه دوره عمر مفید آن به نحوی پیش بینی گشته است تا سطح حداقلی از ایمنی همیشه تضمین باشد. در خصوص سازه های موجود، این آنالیز می تواند اطلاعات مهمی از سطح ایمنی موجود سازه ارائه دهد و تصمیم سازان مربوطه را برای آینده این سازه در خصوص تعطیلی آن، تعمیر و نوسازی و یا قابل قبول بودن آن در وضعیت فعلی به تصمیم مناسب برساند.

در یک آنالیز قابلیت اعتماد سازه ای، اصولا بایستی تمامی عواملی که به نحوی سطوحی از ناطمینانی را در خود دارند دخالت داده شوند. این عوامل غالبا پارامترهای مربوط به بارگذاری و مقاومت سازه ای هستند اگرچه می توانند پارامترهای مربوط به هر عامل تهدیدزا برای سلامتی سازه ای

قابلیت اعتماد سازه های فولاد کربنی و فولادهای کم آلیاژ که در معرض آب دریا قرار داشته و خوردگی ناشی از این مجاورت می تواند بحرانزا باشد، از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. این سازه ها که معمولا تاسیسات ساحلی و فراساحلی و نیز سازه های شناور و لوله های کف دریا را در خود جای می دهند غالبا گران و خرابی آنان موجب صرف هزینه های بسیار و نیز آسیب به محیط زیست می گردد و در مواردی می تواند فاجعه آمیز و موجب تلفات انسانی باشد. آنالیز قابلیت اعتماد می تواند برای سازه های در حال طراحی انجام گیرد و نیز می تواند برای سازه های موجود که مدت ها از ارائه سرویس آنان می گذرد باشد. این آنالیز می تواند برای سازه های در حال طراحی این اطمینان را ایجاد نماید که

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mmrfzd@ihu.ac.ir

۱. استادیار، دانشکده پدافند غیرعامل، دانشگاه امام حسین (ع)

نااطمینانی‌های مربوط به خود می‌باشد. برای خوردگی منطقه غرقاب، فاکتورهای مؤثر بر خوردگی عبارتند از: در دسترس بودن اکسیژن، شوری آب دریا، میزان کربنات، pH، دمای آب، سرعت آب، گیاهان دریایی و باکتری‌ها، وضعیت سطح فولادی، آلودگی آب و نیز ترکیب آلیاژی فولاد [۱ و ۲]. از آنجا که هر یک از این فاکتورهای مؤثر دارای درجه‌ای از نااطمینانی ذاتی مربوط به خود می‌باشد، هرگونه پیش‌بینی درخصوص وضعیت سازه فولادی در آینده، خود حاوی نااطمینانی حاصل از تجمع این نااطمینانی‌ها خواهد بود. بعلاوه حتی اگر این فاکتورها ثابت فرض گردند، می‌توان انتظار داشت که مشاهدات خوردگی خود دارای درجه‌ای از نااطمینانی باشند زیرا که عموماً اندازه‌گیری‌ها درست و بی‌نقص نیستند. معمولاً آنچه در یک عملیات واقعی در نظر گرفته می‌شود انجام تعدادی آزمایش روی نمونه‌های منتخب فولادی تحت اثر آب دریای مورد نظر می‌باشد. نتایج این آزمایشات در تحلیل‌های آماری برای استنباط مدل‌های احتمالاتی، مورد استفاده قرار می‌گیرند. تمرکز اصلی این مقاله بر ارائه یک مدل احتمالاتی مناسب که بتواند نااطمینانی‌های داده‌های موجود را در سطح قابل قبولی نمایش داده و مقدار آنان را برای آینده نیز پیش‌بینی نماید می‌باشد. در سوابق تحقیقاتی، در سال‌های گذشته مدل‌های احتمالاتی مختلفی پیشنهاد گشته‌اند. این مدل‌ها معمولاً با توجه به طبیعت استهلاکی خوردگی ارائه شده‌اند. در ساده‌ترین مدل، رابطه تابعی استهلاک - زمان با لحاظ نرخ استهلاک به عنوان یک متغیر تصادفی مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل تلوینا وابستگی کامل مراحل خوردگی با زمان مفروض می‌باشد، بدین معنا که با دانستن یک مقدار از خوردگی سازه‌ای در طول زمان، می‌توان به شکل تعیینی، مقادیر خوردگی در زمان‌های بعد از آن را پیش‌بینی نمود. این نحوه نگرش به مسئله، متأسفانه نمی‌تواند تغییرپذیری‌های زمانی را لحاظ نماید [۸]. برای رفع این کاستی، در یک روش فراگیرتر، یک فرآیند استوکستیکی برای توصیف فرآیند خوردگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در سوابق تحقیقاتی، فرآیندهای متنوعی پیشنهاد گشته‌اند که در میان آنان فرآیندهای حرکت براون و گاما به علت داشتن بعضی خواص ویژه، توجهات بیشتری را به خود جلب کرده‌اند. برای مثال نموها (پرش‌ها) در فرآیند گاما می‌توانند گرایشی یک به یک و غیرمنفی داشته باشند که سازگاری مناسبی را با ویژگی‌های خوردگی

نیز باشند. در این پژوهش خوردگی فولاد در معرض آب دریا مورد مطالعه می‌باشد و فقط نااطمینانی‌های ناشی از این عامل مورد بررسی قرار می‌گیرد و برای سادگی از اثر نااطمینانی‌های دیگر صرف‌نظر می‌گردد. خوردگی عمدتاً به دو نوع تقسیم می‌گردد: خوردگی یکنواخت و خوردگی موضعی. خوردگی نوع اول که در آن فرض می‌گردد کاهش ضخامت فلز بدنه سازه بطور یکنواخت اتفاق می‌افتد، مستقیماً به مقاومت سازه‌ای اثرگذار بوده و سبب می‌گردد در طول زمان مقاومت سازه کاسته شود. در خوردگی نوع دوم که در آن به طور موضعی در بدنه فلزی حفره‌هایی ایجاد و در طول زمان تدریجاً تعمیق می‌شوند، هرچند مقاومت سازه‌ای ظاهراً در معرض تهدید مستقیم نیست، اما ادامه خوردگی و ایجاد سوراخ در بدنه سازه می‌تواند باعث صدمه‌های بزرگ زیست محیطی و نیز خرابی‌های متعاقب آن در سازه گردد.

در آنالیز قابلیت‌اعتماد سازه‌های در معرض آب دریا و خوردگی ناشی از آن، نیاز می‌باشد که: الف) یک مدل فیزیکی از خوردگی که رفتار خوردگی را در طول زمان مبتنی بر شواهد طبیعی نمایش دهد در دسترس باشد و ب) یک مدل احتمالاتی که رفتار احتمالاتی خوردگی و نااطمینانی‌های آن را در طول زمان مدل نماید نیز در اختیار باشد. در نوشتار حاضر، از مدل فیزیکی خوردگی ملچرز [۱ و ۲] استفاده می‌گردد. هرچند در سوابق تحقیقاتی مدل‌های متنوع دیگری نیز پیشنهاد گشته‌اند (برای مثال مدل پیشنهادی سورس و همکارانش [۳])، مع‌ذالک از آنجا که مدل ملچرز مبتنی بر داده‌های فراوانی است که به طور تجربی طی برنامه‌های آزمایشی بسیار استخراج گشته‌اند و نیز خوردگی دراز مدت را اجازه داده و بدین ترتیب با داده‌های موجود (که در این مقاله استفاده می‌گردند) تطابق بهتری را نشان می‌دهد، به‌نظر مدل مناسبی برای مطالعه فعلی ایجاد می‌نماید. این مدل در سال‌های اخیر برای توصیف خوردگی فولادهای دریایی در شرایط مختلف محیطی دریایی (مناطق اتمسفریک، جذر و مدی و نیز غرقاب) به شکل موفقیت‌آمیزی بکار گرفته شده است [۴، ۵ و ۶]. خواننده با این حال می‌تواند برای یک مرور سریع در خصوص مدل‌های متنوع موجود، مرجع [۷] را ملاحظه نماید.

خوردگی دریایی پدیده پیچیده‌ای بوده و معمولاً تحت اثر عوامل مختلفی ایجاد می‌گردد که هر یک دارای

خطی آن برای خوردگی‌های دراز مدت بهره‌گیری خواهد شد. بدین ترتیب تبعاً مدل احتمالاتی متخذه بایستی به نحوی باشد که این حالت خطی را برای میانگین خوردگی در طول زمان اجازه دهد. فرآیند استوکستیکی خوردگی مورد استفاده در این مقاله علی‌رغم فرض استقلال برای نمونه‌های خوردگی، تغییرات احتمالاتی آنان با توزیع‌های متفاوت گاما در طول زمان مدل می‌گردند که دارای پارامترهای شکل و مقیاس متفاوت می‌باشند. این تفاوت همان‌طور که ذیلاً شرح داده خواهد شد می‌تواند خطی بودن میانگین و نیز غیرخطی بودن واریانس فرآیند خوردگی را در دراز مدت تضمین نماید. همچنین در این مقاله پارامترهای مدلی که پیشنهاد می‌گردد با استفاده از یک "روش احتمال حداکثر" (Maximum Likelihood Method) جدید تخمین زده می‌شوند به گونه‌ای که مدل حاصله سازگاری بهتری را با داده‌های محیطی واقعی خواهد داشت. داده‌های خوردگی که در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرند برگرفته از یک برنامه آزمایشی در کانال پاناما در سال‌های ۱۹۴۷ تا ۱۹۶۳ (به مدت ۱۶ سال) می‌باشند [۱۶]. ضمناً این داده‌ها مربوط به فولادهای کربنی و فولادهای کم آلیاژ واقع شده در منطقه غرقاب بوده و فقط خوردگی یکنواخت را مورد مطالعه قرار خواهند داد (خوردگی موضعی در اینجا مورد توجه نخواهد بود).

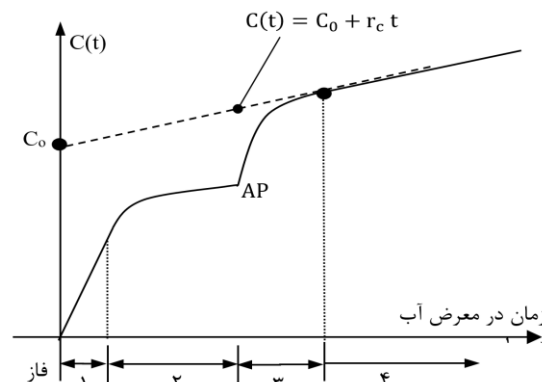
۲- مدل فیزیکی خوردگی ملچرز

همان‌طور که قبلاً ذکر گردید در پژوهش حاضر، مدل فیزیکی خوردگی پیشنهادی ملچرز مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل چهار فاز پی‌درپی را برای لحاظ خوردگی در طول زمان یعنی $C(t)$ در نظر می‌گیرد (شکل (۱) ملاحظه گردد). دو فاز اول آن که به اصطلاح فازهای "هوازی" خوانده می‌شوند عمدتاً تحت تأثیر وجود اکسیژن می‌باشند. نقطه AP نقطه شروع فازهای ۳ و ۴ که فازهای "غیرهوازی" اصطلاحاً خوانده می‌شوند می‌باشند. فاکتورهای متفاوتی در این فازهای جدید (فازهای غیرهوازی ۳ و ۴) مشارکت دارند که از جمله آنان می‌توان فعالیت‌های باکتریایی در آب دریا را ذکر کرد [۱، ۲، ۱۷]. شواهد قابل توجهی وجود دارند که نشان می‌دهند که فرآیند خوردگی نهایتاً نرخ یکنواختی در درازمدت به خود می‌گیرد. این رویداد در شکل (۱) در فاز ۴ به شکل یک خط نمایش داده شده است.

که فرآیندی غیرکاهشی است ایجاد می‌نماید. نیز تعداد پرش‌ها در فرآیند گاما می‌تواند به سمت بی‌نهایت میل کند که این خود مدل کردن فرآیندهای اساساً پیوسته مثل خوردگی را فراهم می‌آورد [۸، ۹ و ۱۰]. علی‌رغم وجود این مزایا، به کار بستن فرآیند گاما دارای محدودیت‌هایی است که ریشه در خطی بودن واریانس در این فرآیند در طول زمان دارد. خطی بودن واریانس فرآیند گاما نیز به علت فرض استقلال نمونه‌های آن (یعنی مقدار افزایش خوردگی) و نیز همسان بودن توزیع این نمونه‌ها در تمامی زمان می‌باشد. متأسفانه این محدودیت سبب می‌گردد که امکان داشتن وضعیتی با واریانس غیر خطی در طول زمان وجود نداشته باشد و بالتبع استفاده از این فرآیند موجب دست بالا و یا دست پایینی تخمین احتمال خرابی سازه خواهد شد. برای برخورد با این نقیصه نیز در سوابق تحقیقاتی تلاش‌هایی ملاحظه می‌گردد. برای مثال گیورگیو و همکارانش [۱۱]، یک مدل استهلاک ناشی از سایش را با استفاده از زنجیره مارکوف ارائه نمودند که در آن نمونه‌های سایش مستقل از هم لحاظ نشده و نوعی از وابستگی میان حالات مختلف سایش مدل شده‌اند. معرفزاده [۱۲] نیز زنجیره مارکوف را برای ایجاد وابستگی میان نمونه‌های خوردگی سازه‌های در معرض آب دریا بکار گرفته و نشان داد که استفاده از این زنجیره و نیز استفاده از مدل خوردگی فیزیکی ملچرز می‌تواند برای مدل‌سازی فرآیند خوردگی فولادهای در معرض آب دریا در شرایطی ویژه به کار گرفته شوند. نیز گایدا و همکارانش [۱۳] یک مدل فرآیند گاما تعمیم یافته را پیشنهاد دادند که در آن علی‌رغم استقلال نمونه‌های استهلاک، برخلاف فرآیند (خالص) گاما، که در آن نسبت واریانس به میانگین در تمامی طول زمان ثابت می‌باشد، این نسبت ثابت نبوده و متغیری از زمان می‌باشد و بدین شکل توانایی ایجاد مدلی که واریانس غیرخطی را اجازه دهد را فراهم آوردند. در تلاش‌های جدیدتر گیورگیو و همکارانش [۱۴ و ۱۵]، ایده استفاده از زنجیره مارکوف را که امکان ایجاد وابستگی میان نمونه‌های استهلاک را فراهم می‌آورد را گسترش داده و کلاس جدیدی از آن را تحت عنوان فرآیند گامای انتقال یافته را مطرح نمودند که در آن نمونه‌ها می‌توانند هم‌بستگی به سن جاری و هم‌بستگی به سطح استهلاک جاری سیستم تحت مطالعه را داشته باشند. در این مقاله همان‌طور که اشاره شد از مدل فیزیکی خوردگی ملچرز برای توصیف خوردگی به خصوص بخش

تحت اثر آب دریا مورد مطالعه قرار گرفته است. گزارش کاملی در سال ۱۹۷۰ در توصیف نتایج این تلاش منتشر شده است [۱۶]. در مقاله فعلی گزارش اخیرالذکر، یعنی گزارش داده‌های کانال پاناما، با لحاظ فولادهای کربنی و کم آلیاژ، مورد بررسی قرار می‌گیرد. تلاش می‌گردد این داده‌ها پردازش و تفسیر شده و بستری مناسب برای ارائه یک مدل احتمالاتی برای فرآیند خوردگی فراهم آید. قاعدتاً این مدل احتمالاتی که مبتنی بر داده‌های واقعی میدانی می‌باشد می‌تواند برای آنالیزهای احتمالاتی از جمله قابلیت اعتماد سازه‌های دریایی بکار گرفته شود. از آنجا که ترکیب شیمیایی فولادهای بکارگرفته شده در برنامه آزمایشی یاد شده از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد در جدول ۱، این ترکیب‌ها در فولادهای مختلف بر حسب درصد وزنی ارائه گشته‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد در مرجع مورد استفاده [۱۶]، ده نوع فولاد گزارش گشته‌اند که عیناً در جدول ۱ نقل شده‌اند. نیز در شکل (۲) مقدار خوردگی این فولادها در سال‌های ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ سال برای حالت منطقه غرقاب به تصویر کشیده شده‌اند.

کاملاً واضح است که به منظور ارائه یک مدل احتمالاتی مناسب، داده‌های مطمئن و بدون گرایش و به تعداد زیاد از یک جامعه آماری مطلوب می‌باشند. بر این اساس بایستی اصولاً از داده‌های فولادی با ترکیب شیمیایی یکسان استفاده شده تا تاثیر این ترکیب در مقدار خوردگی، جامعه آماری غیر همگنی خلق نکند. مع‌ذالک متأسفانه در برنامه آزمایشی یادشده از هر نمونه فولاد با ترکیب شیمیایی یکسان تنها دو نمونه استفاده گشته است که بدین ترتیب نمی‌تواند بستری مناسب برای یک آنالیز آماری / احتمالاتی را فراهم نماید. بنابراین در اینجا چاره‌ای جز استفاده از فولادهایی که رفتار خوردگی تقریباً نزدیک به هم داشته باشند دیده نشد. فولادهای گزارش شده در جدول ۱ و شکل (۲) حدوداً رفتاری یکسان از خوردگی نشان می‌دهند. تنها استثنایی که می‌توان ذکر نمود فولادهای J و L می‌باشند. خصیصه اصلی این فولادها نسبت به فولادهای دیگر مقدار درصد وزنی نسبتاً بالا از کروم در آنان می‌باشد. در مرجع [۱۶] به وضوح گزارش شده است که فولادهایی که در ترکیب خود کروم قابل توجهی دارند هرچند در کوتاه مدت مقاومت خوبی در مقابل خوردگی از خود نشان می‌دهند، در دراز مدت متأسفانه دچار خوردگی بیشتری حتی نسبت به فولادهای کربنی معمول می‌شوند (شکل (۲) نیز موید



شکل ۱: مدل فیزیکی خوردگی (۱ و ۲) ملاحظه گردند

پارامترهایی که چهار فاز یادشده را توصیف می‌نمایند توسط ملچرز و همکارانش با داده‌های موجود خوردگی کالیبره شده‌اند [۱۸]. فاز ۴ تماماً توسط مقدار اولیه C_0 و شیب r_c تعریف می‌گردد. در مطالبی که ذیلاً می‌آیند مدل خوردگی در درازمدت می‌تواند چنان تصور گردد که اتلاف خوردگی به صورت خیالی در زمان صفر شروع شده و بعداً در نقطه‌ای دیگر در زمان، شکل واقعی خود را می‌گیرد. بنابراین فاز ۴، به شکل ریاضیاتی با عبارت $C(t) = C_0 + r_c t$ نمایش داده می‌شود که در آن C_0 مقدار (خیالی) اولیه و r_c نرخ خوردگی درازمدت می‌باشند.

۳- داده‌های مربوط به کانال پاناما

در دهه‌های اخیر هرچند تلاش‌های فراوانی برای جمع‌آوری داده‌های مربوط به خوردگی فولادهای در معرض آب دریا صورت گرفته است، مع‌ذالک عمدتاً این تلاش‌ها برای مدت طولانی نبوده و حداکثر به سال‌هایی چند محدود شده‌اند. براساس مدل ملچرز این داده‌ها می‌توانند در فازهای اولیه (فازهای نامربوط به خوردگی درازمدت) جای گرفته و بنابراین نمی‌توانند بستری برای شناسایی و مدل‌سازی خوردگی دراز مدت قرار گیرند. در این میان، از تلاش‌های ارزشمندی که در راستای جمع‌آوری داده‌های مفید و دراز مدت انجام گرفته است می‌توان به دو تلاش اشاره نمود. اول، مجموعه داده‌های جمع‌آوری شده خوردگی دریایی در مصالح سازه‌ای متفاوت در مناطق هالیفکس (کانادا)، پلایموت (انگلیس)، آکلند (نیوزلند) و کلمبو (سریلانکا) می‌باشد. نتایج این تلاش که در دهه‌های سوم و چهارم سده گذشته (به مدت ۱۵ سال) صورت گرفته است، نهایتاً به صورت گزارشی کامل در سال ۱۹۴۰ منتشر شده‌اند [۱۹]. دومین تلاش، همان‌طور که اشاره شد در منطقه کانال پاناما صورت گرفته و در آن نیز خوردگی مصالح مختلف سازه‌ای

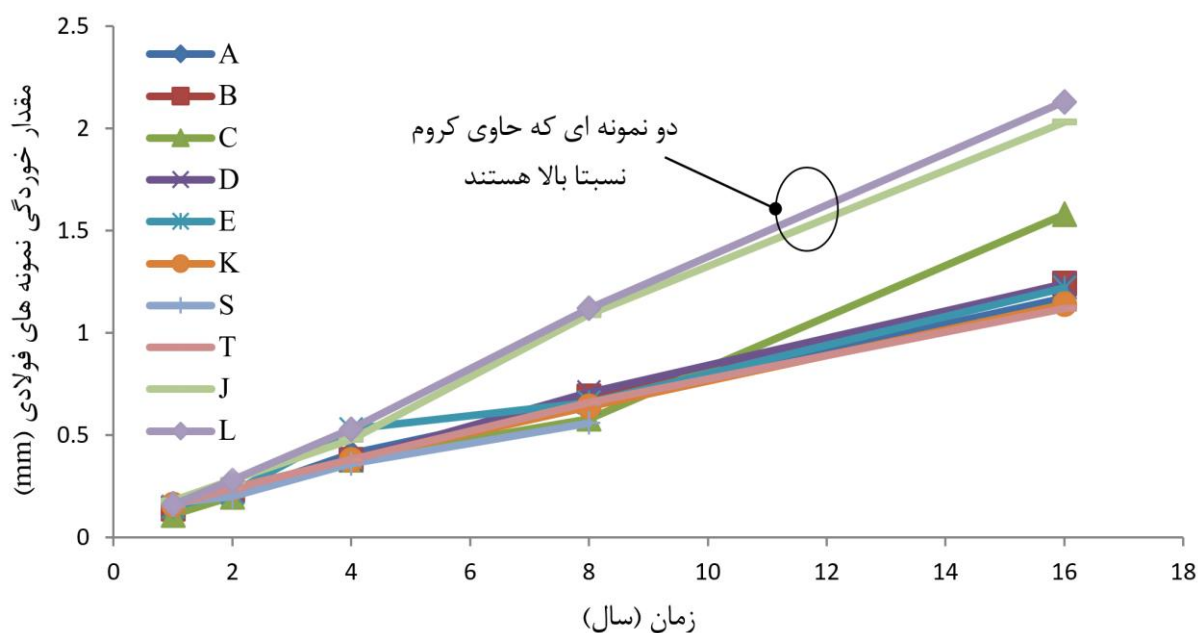
این موضوع می‌باشد). بنابراین در تحلیل‌های این مقاله از این دو نوع فولاد استفاده نمی‌شود و بدین ترتیب ترکیب مورد استفاده هشت فولاد باقیمانده خواهند بود (یعنی A, B, C, D, I, K, S, T). در شکل (۳) میانگین و واریانس خوردگی این فولادها در طول زمان به نمایش گذاشته شده اند.

این موضوع می‌باشد). بنابراین در تحلیل‌های این مقاله از این دو نوع فولاد استفاده نمی‌شود و بدین ترتیب ترکیب مورد استفاده هشت فولاد باقیمانده خواهند بود (یعنی A, B, C, D, I, K, S, T). در شکل (۳) میانگین و واریانس خوردگی این فولادها در طول زمان به نمایش گذاشته شده اند.

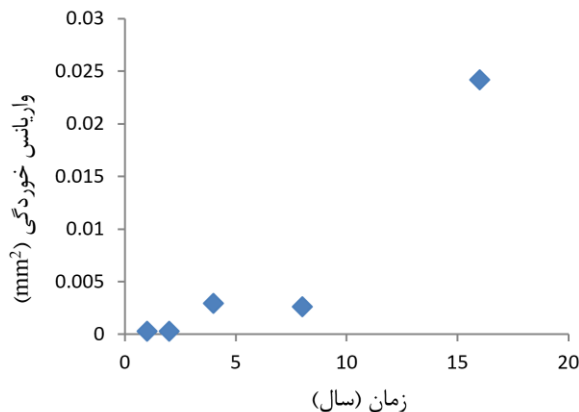
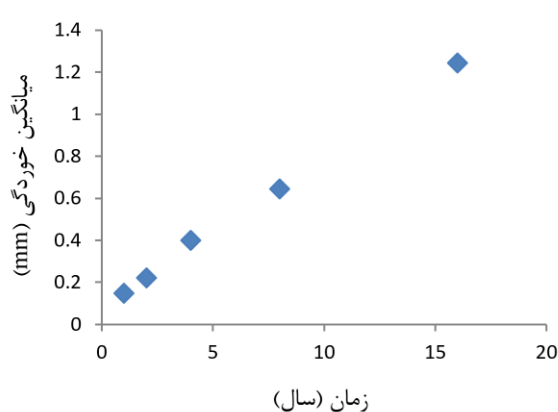
جدول ۱: ترکیب شیمیایی فولادهای نمونه به کارگرفته شده در برنامه آزمایشی کانال پاناما (بر حسب در صد وزنی) [۱۶]

Mo	Cu	Ni	Cr	Mn	P	S	Si	C	توصیف	نماد	
-	۰/۰۸	۰/۰۵۱	۰/۰۳	۰/۴۸	۰/۰۴	۰/۰۲۷	۰/۰۰۸	۰/۲۴	فولاد کربنی	A	فولاد کربنی
									فولاد کربنی*	B	
									فولاد کربنی*	C	
-	۰/۳۵	۰/۱۴	رگه‌ای	۰/۴۴	۰/۰۱۹	۰/۰۳۳	۰/۰۰۹	۰/۲۲	فولاد کربنی (۰/۰۳ cu)	D	
-	۰/۸۷	۱/۵۴	۰	۰/۴۷	۰/۰۰۷	۰/۰۲۶	۰/۰۶	۰/۰۸	فولاد کم آلیاژ	I	فولاد کم آلیاژ
-	۰/۴۲	۰/۴۹	۰/۶۸	۰/۴۵	۰/۱۱۳	۰/۰۲۶	۰/۴۷	۰/۱۵	فولاد کم آلیاژ*	J	
۰/۱۳	۰/۶۱	۰/۷۲	رگه‌ای	۰/۷۵	۰/۰۵۸	۰/۰۲۲	۰/۰۴	۰/۰۷۸	فولاد کم آلیاژ*	K	
۰/۰۵۹	۰/۶۱	۰/۳۰	۰/۵۵	۰/۶۰	۰/۰۸۹	۰/۰۲۱	۰/۱۵	۰/۱۳	فولاد کم آلیاژ*	L	
-	۰/۰۲	۰/۰۰۶	رگه ای	۰/۳۸	۰/۱۴۱	۰/۰۱۸	۰/۰۹۸	۰/۰۴	آهن‌های پرداخت شده	S	آهن‌های پرداخت شده
									آهن‌های پرداخت شده*	T	

* تذکر: نمونه های فولادی با "توصیف" مشابه ، فولادهای با "سطوح فولادی متفاوت" در مرجع داده‌ها، [۱۶] ، ذکر شده‌اند.

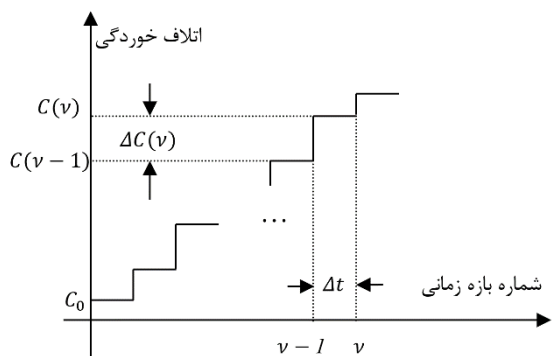


شکل ۲: مقدار خوردگی فولادهای نمونه بکارگرفته شده در برنامه آزمایشی کانال پاناما (اقتباس از [۱۶])



شکل ۳: میانگین و واریانس داده‌های خوردگی فولادهای نمونه در طول زمان

در $\Delta t = (v\Delta t) - [(v-1)\Delta t]$ نموی (پرش) در خوردگی به اندازه $\Delta C(v) = C(v) + \Delta C(v-1)$ اتفاق می‌افتد که در طول این بازه زمانی ثابت می‌ماند (شکل ۴) ملاحظه گردد. در روابط اخیرالذکر واضح است که شماره بازه زمانی v با مقدار زمان t از طریق رابطه $t = v \cdot \Delta t$ ارتباط پیدا می‌کند.



شکل ۴: فرآیند خوردگی به شکل یک فرآیند گسسته

اگر مقدار اولیه فرآیند در زمان صفر C_0 در نظر گرفته شود، مقدار تجمعی خوردگی در پایان گام v ام زمانی می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$C(v) = C(v-1) + \Delta C(v) \\ = C_0 + \sum_{i=1}^v \Delta C(i) \quad v = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

حال اگر مقادیر نموها فرض گردد که مستقل از یکدیگر بوده و ضمناً از توزیع گاما پیروی نمایند (یعنی: $\Delta C(i) \sim Ga[\alpha_i, \beta_i]$ که در آن α_i و β_i پارامترهای شکل و مقیاس در توزیع گاما در گام i ام می‌باشند) خواهیم داشت:

$$f_{\Delta C(i)}(\Delta c) = \frac{\Delta c^{\alpha_i - 1}}{[\beta_i]^{\alpha_i} \Gamma[\alpha_i]} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta c}{\beta_i}\right) \quad (2)$$

دو شکل مربوط به میانگین و واریانس مقادیر خوردگی در فولادهای کربنی و کم آلیاژ نشان می‌دهند که اولاً، گرایش مقادیر میانگین تقریباً خطی بوده و بنابراین مدل فیزیکی ارائه شده توسط ملچرز می‌تواند به طور کلی رفتار مناسبی از رفتار خوردگی در دراز مدت را نشان دهد. واریانس و یا پراکندگی مقادیر خوردگی از وضوح و شفافیت خیلی خوبی در طول زمان برخوردار نیست معذالک می‌توان در حالت کلی گرایش به افزایش تغییرات، آن هم نه لزوماً خطی را در دراز مدت استنباط نمود. بنابراین آنچه که در مدل احتمالاتی که متعاقباً ارائه می‌گردد به عنوان اصول و خطوط اصلی پذیرفته خواهند شد ارائه مدلی خواهد بود که رفتار خطی خوردگی را برای میانگین در درازمدت و نیز یک منحنی با تحدب رو به بالا (فزاینده) را برای واریانس ارائه نماید.

۴- مدل احتمالاتی خوردگی

۴-۱- فرمول بندی مدل

فرآیند خوردگی در طول زمان اصولاً یک فرآیند پیوسته و البته فزاینده می‌باشد. در مدلی که در اینجا پیشنهاد می‌گردد معذالک این فرآیند به شکل گسسته به گونه‌ای خواهد بود که در بازه‌های بسیار کوتاه زمانی فرض می‌گردد مقدار خوردگی ثابت می‌باشد. به عبارت دیگر شکل پله‌ای فزاینده برای نمایش این فرآیند در نظر گرفته می‌شود. طول زمانی گام‌های این پلکان ثابت و برابر Δt در نظر گرفته می‌شود، اما مقدار خوردگی در طول این بازه زمانی متغیری تصادفی خواهد بود. در این مدل گسسته، فرض می‌گردد در ابتدای یک بازه زمانی v ام به طول

$$\beta_i = \frac{B[(t_i + \Delta t)^c - t_i^c]}{A \cdot \Delta t} \quad (5)$$

که در این روابط: $t_i = i \cdot \Delta t$. نیز در روابط بالا C_0 ، A ، B و C مقادیر ثابت بوده و "پارامترهای مدل" خوانده می شوند.

برای ارائه تابع چگالی احتمال مقدار تجمعی $C(v)$ از رابطه ای که توسط موسچوپولوس [۲۰] برای جمع v متغیر تصادفی مستقل گاما با پارامترهای α_i و β_i ارائه شده است استفاده می گردد. براساس این رابطه تابع چگالی احتمال $C(v)$ خواهد شد:

$$f_{C(v)}(c) = \quad (6)$$

$$\left[\prod_{i=1}^v \left(\frac{\beta_{min}}{\beta_i} \right)^{\alpha_i} \right] \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k \cdot c^{[\rho+k-1]} \cdot \exp\left(-\frac{c}{\beta_{min}}\right)}{\beta_{min}^{\rho+k} \cdot \Gamma[\rho+k]}$$

که در آن α_i و β_i پارامترهای شکل و مقیاس متغیر i ام، β_{min} کوچکترین پارامتر مقیاس، $\Gamma[\rho+k]$ تابع گاما و $\rho = \sum_{i=1}^v \alpha_i$ بوده و ضرائب δ_k از رابطه زیر با اخذ $\delta_0 = 1$ قابل محاسبه می باشند:

$$\delta_k = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k \left[\sum_{l=1}^v \alpha_l \left(1 - \frac{\beta_{min}}{\beta_l} \right)^s \right] \delta_{k-s} \quad (7)$$

$k = 1, 2, \dots$

در عمل در رابطه (۶) مقدار محدودی مثل K_{max} به جای ∞ در نظر گرفته می شود. در ضمیمه، برای مقدار K_{max} رابطه ای ارائه می گردد که خطای محاسبه $f_{C(v)}(c)$ را به مقدار مشخصی محدود نماید. ضمناً اضافه می گردد که تابع توزیع تجمعی $C(v)$ یعنی $F_{C(v)}(c)$ نیز در مرجع [۲۰] ارائه گشته است که با قدری عملیات ریاضی می تواند به شکل زیر نمایش داده شود:

$$F_{C(v)}(c) = \quad (8)$$

$$\left[\prod_{i=1}^v \left(\frac{\beta_{min}}{\beta_i} \right)^{\alpha_i} \right] \sum_{k=0}^{K_{max}} \frac{\delta_k \cdot \Gamma[\rho+k, c/\beta_{min}]}{\Gamma[\rho+k]}$$

که در آن $\Gamma[\rho+k, c/\beta_{min}]$ تابع گاما غیر کامل می باشد.

۴-۲- تخمین پارامترهای مدل با استفاده از داده های

موجود

همان طور که از روابط (۳) تا (۵) ملاحظه می گردد چهار پارامتر C_0 ، A ، B و C پارامترهای مدل پیشنهادی هستند که بایستی با استفاده از داده های موجود (داده های بخش پیشین در کانال پاناما) به شکل مناسبی تخمین زده شوند.

که در این عبارت $\Gamma[\rho+k, c/\beta_{min}]$ تابع گاما می باشد. بنابراین آنچه مطلوب خواهد بود ارائه تابع چگالی احتمال مقدار تجمعی $C(v)$ در پایان گام زمانی v ام به عنوان جمع v مقدار تصادفی مستقل می باشد که هر یک دارای توزیع گاما می باشند. لازم به ذکر است که اگر پارامتر مقیاس گام های مختلف خوردگی یعنی β_i ها ثابت β باشد، فرآیند حاصل، یک فرآیند خالص گاما خواهد بود که در آن توزیع مقدار تجمعی $C(v)$ نیز دارای توزیع گاما با مشخصات احتمالاتی $Ga[\sum_{i=1}^v \alpha_i, \beta]$ است.

این فرآیند که دارای میانگین $\mu_C(v) = (\sum_{i=1}^v \alpha_i) \cdot \beta$ و واریانس $\sigma_C^2(v) = (\sum_{i=1}^v \alpha_i) \cdot \beta^2$ می باشد همان طور که قبلاً نیز ذکر شد متأسفانه به علت ارائه یک مدل خطی برای واریانس خوردگی در طول زمان (با اخذ یک مقدار ثابت $\alpha_i = \Delta t$)، نمی تواند مدل مناسبی برای داده های خوردگی کانال پاناما (بخش پیشین ملاحظه گردد) ارائه نماید. بنابراین در مدل پیشنهادی بایستی پارامترهای α_i و β_i در هر بازه زمانی به گونه ای انتخاب گردند که بتوان میانگین خطی و واریانس غیرخطی فزاینده در راستای زمان را تضمین نمود. برای نیل به این مقصود الگوی تابع خطی برای میانگین و نیز الگوی تابع توانی برای واریانس مقدار تجمعی $C(v)$ به شکل زیر برگزیده می گردند:

$$\mu_C(v) = C_0 + At_v \quad (3)$$

$$\sigma_C^2(v) = Bt_v^c \quad (4)$$

حال از آنجا که میانگین و واریانس مقدار تجمعی $C(v)$ با استفاده از روابط:

$$\mu_C(v) = C_0 + \sum_{i=1}^v \mu_{\Delta C(i)} = C_0 + \sum_{i=1}^v \alpha_i \beta_i$$

$$\sigma_C^2(v) = \sum_{i=1}^v \sigma_{\Delta C(i)}^2 = \sum_{i=1}^v \alpha_i \beta_i^2$$

به مقادیر متناظر خود در نموها ارتباط می یابند و نیز از آنجا که برای هر نمو $\Delta C(i) = C(t_i + \Delta t) - C(t_i)$ ،

پارامترهای شکل و مقیاس از روابط: $\alpha_i = \frac{\mu_{\Delta C(i)}^2}{\sigma_{\Delta C(i)}^2}$ و

$$\beta_i = \frac{\sigma_{\Delta C(i)}^2}{\mu_{\Delta C(i)}} \quad \text{بدست می آیند خواهیم داشت:}$$

$$\alpha_i = \frac{\{[C_0 + A(t_i + \Delta t)] - [C_0 + A(t_i)]\}^2}{B(t_i + \Delta t)^c - Bt_i^c}$$

$$= \frac{[A \cdot \Delta t]^2}{B[(t_i + \Delta t)^c - t_i^c]}$$

که در آن θ بردار پارامترهای مدل یعنی بردار $\theta [C_0, A, B, C]$ خواهد بود. مطابق روش "احتمال حداکثر" پارامترهای مدل چنان یافت می‌گردند که تابع احتمال حداکثر $L(\theta)$ حداکثر مقدار خود را بیابد. آنچه عملاً صورت بایستی بگیرد آن است که با استفاده از یک برنامه بهینه‌سازی (در اینجا بهینه‌سازی)، پارامترهای مدل با این روش یافت گردند.

در کاربرد روش "احتمال حداکثر" یادشده در بالا، به‌وضوح فرض استقلال نمونه‌های $\Delta C_{i,j}$ در بازه‌های زمانی مختلف قرائت بکار گرفته شده است (رابطه (۱۱) ملاحظه گردد).

استفاده از تابع "احتمال حداکثر" می‌تواند به شکل دیگری نیز بکار گرفته شود که در آن نمونه فولادی i ام، به جای استفاده از نمونه‌های خوردگی (یعنی تفاضل قرائت‌های مختلف)، مستقیماً مقدار تجمعی خوردگی تا زمان تحت مطالعه $v_{i,j}$ یعنی $C(v_{i,j})$ استفاده خواهد شد. مع‌ذالک در این شکل از بیان تابع "احتمال حداکثر"، این تفاوت وجود دارد که مقادیر $C(v_{i,j})$ به‌ازاء مقادیر مختلف $v_{i,j}$ مستقل از یکدیگر نیستند و ناچاراً بایستی تابع توزیع احتمال مشترک مقادیر مختلف خوردگی یعنی $f_{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,n_i}}$ (که در آن به اختصار $C_{i,j} = C(v_{i,j})$ گرفته شده است) برای نمونه i ام محاسبه گردد. در این صورت تابع لگاریتمی "احتمال حداکثر" (۱۱) به شکل زیر تغییر خواهد نمود:

$$L(\theta | \text{data}) = \sum_{i=1}^m \text{Ln} [f_{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,n_i}}(c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,n_i})] \quad (12)$$

استخراج تابع چگالی احتمال مشترک $f_{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,n_i}}$ به‌طور دقیق در عمل کار آسانی نیست. در اینجا پیشنهاد می‌گردد که از روش تقریبی نتف [۲۱ و ۲۲] استفاده گردد که بر اساس آن تنها لازم است توابع چگالی احتمال حاشیه-ای $C_{i,j}$ ها و مقدار هم‌بستگی میان آنان در دسترس باشند. مطابق این روش خواهیم داشت:

$$f_{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,n_i}}(c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,n_i}) = \phi_{n_i}(Y, P') \frac{f_{C_{i,1}}(c_1) \cdot f_{C_{i,2}}(c_2) \dots f_{C_{i,n_i}}(c_{n_i})}{\phi(y_1) \cdot \phi(y_1) \dots \phi(y_{n_i})} \quad (13)$$

در رابطه بالا $\phi_{n_i}(Y, P')$ تابع چگالی احتمال مشترک مولفه‌های n_i گانه بردار Y بوده که متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد با میانگین‌های صفر و واریانس‌های واحد

برای تخمین پارامترهای مدل‌های احتمالاتی روش‌های مختلفی وجود دارد که از میان آنان روش "احتمال حداکثر" روش متداول‌تر و فراگیرتری می‌باشد. به منظور استفاده از این روش، به شیوه‌ای که ذیلاً توضیح داده می‌شود عمل خواهد شد.

فرض کنید در برنامه آزمایشی برداشت مقدار خوردگی، m نمونه فولادی مورد استفاده قرار گرفته‌اند که هر یک n_i بار ($i=1, 2, \dots, m$) در زمان‌های مختلف $t_{i,j}$ ، ($j=1, 2, \dots, n_i$)، خوردگی آنان قرائت شده است (شکل (۲) ملاحظه گردد). روشن است که مقدار نموی که در مقدار خوردگی میان دو قرائت متوالی $t_{i,j}$ و $t_{i,j-1}$ اتفاق می‌افتد عبارتست از $\Delta C_{i,j} = C(t_{i,j}) - C(t_{i,j-1})$ متناظر این عبارت، در سیستم گسسته نمو $\Delta C_{i,j} = C(v_{i,j}) - C(v_{i,j-1})$ وجود خواهد داشت که در آن $v_{i,j} = \frac{t_{i,j}}{\Delta t}$ به شکل یک عدد صحیح نوشته می‌شود و سن نمونه فولادی را بیان خواهد داشت. بنابراین عطف به رابطه (۶) می‌توان تابع چگالی احتمال مقدار نمو خوردگی در فاصله دو قرائت متوالی را به شکل زیر نوشت:

$$f_{\Delta C_{i,j}}(\Delta C_{i,j}) = \left[\prod_{l=1}^{v_{i,j}-v_{i,j-1}} \left(\frac{\beta_{\min}}{\beta_l} \right)^{\alpha_l} \right] \sum_{k=0}^{K_{\max}} \frac{\delta_k \cdot \Delta C_{i,j}^{[\rho+k-1]}}{\beta_{\min}^{\rho+k} \cdot \Gamma[\rho+k]} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta C_{i,j}}{\beta_{\min}}\right) \quad (9)$$

که در آن:

$$\beta_l = B(t_l)^c = B(l, \Delta t)^c$$

$$\alpha_l = \frac{A \cdot \Delta t}{\beta_l}$$

$$\delta_k = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k \left[\sum_{l=1}^{v_{i,j}-v_{i,j-1}} \alpha_l \left(1 - \frac{\beta_{\min}}{\beta_l}\right)^s \right] \delta_{k-s}$$

$$k = 1, 2, \dots \quad (10)$$

در این عبارت β_{\min} کوچکترین مقدار β ها بوده و $\rho = \sum_{l=1}^{v_{i,j}-v_{i,j-1}} \alpha_l$ و $\delta_0 = 1$ می‌باشد. در این حالت تابع لگاریتمی "احتمال حداکثر" با احتساب تمامی قرائت‌های خوردگی در نمونه‌های m گانه خواهد شد (لطفاً برای ملاحظه تئوری تابع "احتمال حداکثر" در شکل ساده و نیز لگاریتمی آن، به کتب مرجع احتمالات مراجعه گردد):

$$L(\theta | \text{data}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \text{Ln} [f_{\Delta C_{i,j}}(\Delta C_{i,j})] \quad (11)$$

$$= cov\left(\sum_{s=1}^k \Delta C_{i,s}, \sum_{q=1}^l \Delta C_{i,q}\right)$$

$$= \sum_{r=1}^{\min(k,l)} var(\Delta C_{i,r})$$

$$(l = 1, 2, \dots, n_i) \quad (16)$$

رابطه (۱۶) با توجه به استقلال $\Delta C_{i,j}$ ها از یکدیگر و در نتیجه $cov(C_{i,k}, C_{i,l}) = 0$; ($k \neq l$) بدست آمده است.

۵- محاسبات نمونه عددی

در این بخش با استفاده از داده‌های بخش ۳ در خصوص خوردگی فولاد در کانال پاناما و نیز مدل احتمالاتی ارائه شده در بخش ۴، مقادیر میانگین و واریانس خوردگی در زمان‌های مختلف بدست آمده و با هم مقایسه می‌شوند. در این فرآیند لازم است پارامترهای مدل یعنی C_0 ، A ، B و C با استفاده از داده‌های موجود تخمین زده شوند که این کار با استفاده از منطق ارائه شده در بخش ۴-۲ با استفاده از مقادیر تجمعی $C(v_{i,j})$ انجام می‌گردد. ضمناً همین پارامترها با استفاده از مقادیر نمونه‌های $\Delta C_{i,j}$ نیز بدست می‌آیند و نتایج منحنی‌های میانگین و واریانس با هم مقایسه می‌گردند.

۵-۱- تخمین پارامترهای مدل

پارامترهای مدل ارائه‌شده در بخش ۴ عبارتند از چهار کمیت C_0 ، A ، B و C . این مقادیر از روش "احتمال حداکثر" و استفاده از یک برنامه بهینه‌سازی (در اینجا بهینه‌سازی) تخمین زده می‌شوند. در این پژوهش از یک برنامه بهینه‌سازی متعلق به کتابخانه فرتن استفاده می‌گردد. این برنامه کاربر را ملزم به وارد کردن مقادیر اولیه تخمینی برای پارامترهای یاد شده می‌نماید. به منظور استخراج مناسب این مقادیر به این ترتیب عمل می‌شود که: الف) مقدار تخمین اولیه C_0 (که ذیلاً C_0^* خوانده می‌شود) با استفاده از رگرسیون خطی با احتساب تمامی داده‌های مربوط به نمونه‌های فولادی ۸ گانه تخمین زده می‌شود، ب) با استفاده از میانگین و واریانس مقادیر خوردگی در زمان $t = 1$ و زمان انتهایی برداشت داده‌ها (در اینجا $t = 16$ سال) که به ترتیب μ_1 ، σ_1^2 و μ_{16} و σ_{16}^2 خوانده می‌شوند و استفاده از روابط (۳) و (۴)، مقادیر اولیه به شکل $A^* = \frac{\mu_{16} - C_0^*}{16}$ ، $B^* = \frac{\sigma_1^2}{A^* \Delta t}$ و $C^* = \frac{\sigma_{16}^2 + Ln(B^*)}{Ln(16)}$

می‌باشند. در این تابع البته متغیرها مستقل نبوده و هم-بستگی آنان توسط ماتریس P' توصیف می‌گردد. مولفه‌های این ماتریس یعنی ρ'_{kl} ها ضرایب هم‌بستگی میان مولفه‌های k و l ام ($k, l = 1, 2, \dots, n_i$) را بیان می‌دارند. همچنین بردار $Y = Y[y_1, y_1, \dots, y_{n_i}]$ برداری است که مولفه‌های آن از رابطه:

$$y_j = \Phi^{-1} [F_{C_{i,j}}(c_{i,j})] \quad (14)$$

بدست می‌آیند که در آن $F_{C_{i,j}}(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی خوردگی $C_{i,j}$ می‌باشد.

مولفه‌های ماتریس P' با استفاده از مولفه‌های ماتریس P که بیان‌کننده هم‌بستگی مولفه‌های خوردگی $C_{i,j}$ می‌باشد بدست می‌آیند. اگر این مولفه‌ها با $\rho_{kl} (= k, l = 1, 2, \dots, n_i)$ نمایش داده شوند، این ارتباط توسط رابطه زیر در سوابق تحقیقاتی موجود است [۲۱]:

$$\rho_{kl} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{x - \mu_{C_{i,k}}}{\sigma_{C_{i,k}}}\right) \left(\frac{y - \mu_{C_{i,l}}}{\sigma_{C_{i,l}}}\right) f_{C_{i,k}}(x) \cdot f_{C_{i,l}}(y) \frac{\phi_2(y_k, y_l, \rho'_{kl})}{\phi(y_k) \cdot \phi(y_l)} dx dy \quad (15)$$

که در آن $\mu_{C_{i,j}}$ و $\sigma_{C_{i,j}}$ میانگین و انحراف معیار مقدار تجمعی خوردگی $C_{i,j}$ و $f_{C_{i,j}}(\cdot)$ تابع چگالی احتمال آن است. همچنین، $\phi_2(\cdot)$ تابع چگالی احتمال مشترک دو متغیر تصادفی نرمال استاندارد با یک ضریب هم‌بستگی معلوم می‌باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد از آنجا که ρ'_{kl} در درون انتگرال دوگانه است، یافتن آن با داشتن ρ_{kl} تنها می‌تواند به صورت عددی و با محاسبات پرحجمی صورت گیرد. هر چند لیو و کیورقیان [۲۱] برای توابع چگالی شناخته شده موجود، یک روش تقریبی را برای ارتباط ρ_{kl} و ρ'_{kl} پیشنهاد داده‌اند، معذالک از آنجا که در مقاله حاضر $f_{C_{i,j}}(\cdot)$ جزء توابع چگالی یاد شده نمی‌باشد متأسفانه یافتن ρ'_{kl} تنها با انجام محاسبات پر حجم گفته شده با استفاده از رابطه (۱۵) امکان‌پذیر است.

مولفه‌های ماتریس P یعنی ضرایب هم‌بستگی میان مقادیر مختلف خوردگی تجمعی در زمان‌های مختلف برای فولاد نمونه i ام به شکل زیر قابل محاسبه است:

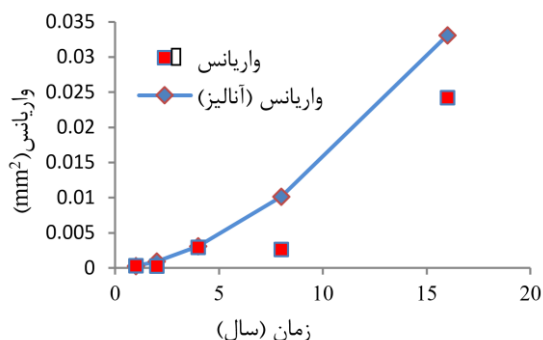
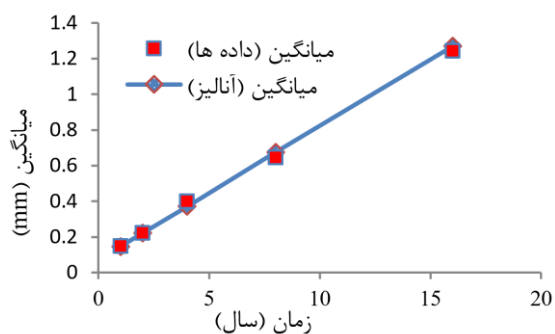
$$cov(C_{i,k}, C_{i,l}) = cov(\Delta C_{i,1} + \dots + \Delta C_{i,k}, \Delta C_{i,1} + \dots + \Delta C_{i,l})$$

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد و نیز قابل پیش‌بینی می‌باشد مولفه‌های ρ'_{kl} بسیار نزدیک به مقادیر ρ_{kl} می‌باشند و تفاوت آنان حداکثر در حد ۰/۱۶٪ می‌باشد. بنابراین برای احتراز از از عملیات سنگین محاسبات مولفه‌های \mathbf{P}' می‌توان به‌طور تقریب در رابطه نتف (رابطه (۱۳))، از ماتریس \mathbf{P} استفاده کرد. نتایج نشان می‌دهند که این جایگزینی اثر قابل ملاحظه‌ای در مقدار تخمینی پارامترهای مدل ندارد. نتیجه محاسبات بالا یعنی کاربرد روش "حداکثر احتمال" ، مقادیر زیر را به عنوان مقادیر پارامترهای مدل ارائه می‌دهد:

$$C_0 = 0.07175, A=0.07485, B=0.0002938, C=1.7093$$

استفاده از این پارامترها در مدل پیشنهادی، منحنی‌های میانگین و واریانس را به گونه‌ای که در شکل (۵) آمده‌اند پیش‌بینی می‌کند.

تذکر داده می‌شود که محاسبات بالا با استفاده از تقریب ماتریس \mathbf{P} به جای ماتریس \mathbf{P}' تکرار گشت که پارامترهای مدل با اختلاف بسیار ناچیزی همان مقادیر بالا بدست آمدند و بالتبع نتایج شکل (۵) نیز تفاوت محسوسی نداشتند.



شکل ۵: میانگین و واریانس داده‌ها و آنالیز با استفاده از مقادیر

$$C(v_{i,j})$$

تجمعی نیز اضافه می‌گردد که عملیات تخمین پارامترها با استفاده

تخمین زده می‌شوند. در محاسبات فعلی این مقادیر $C_0^* = 0.083310$ ، $A^* = 0.07257$ ، $B^* = 0.00033$ و $C^* = 1.5491$ خواهند شد.

برای استفاده از رابطه (۱۵) برای استخراج مولفه‌های ماتریس هم‌بستگی \mathbf{P}' یعنی ρ'_{kl} ها به مقادیر مولفه‌های ماتریس هم‌بستگی \mathbf{P} یعنی ρ_{kl} ها و نیز مقادیر میانگین و واریانس خوردگی تجمعی در زمان‌های برداشت داده‌ها نیاز می‌باشد. مولفه‌های ماتریس \mathbf{P} که با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه شده‌اند ذیلاً ارائه می‌گردند و نیز میانگین و واریانس داده‌ها در زمان‌های برداشت داده‌ها نیز در جدول ۲ ارائه می‌گردند.

جدول ۲: میانگین و واریانس داده‌ها در زمان‌های برداشت

زمان (سال)	$\mu_C(t)$ میانگین داده‌ها	$\sigma_C^2(t)$ واریانس داده‌ها
۱	۰/۱۴۸۸	۰/۰۰۰۳۳
۲	۰/۲۲۱۳	۰/۰۰۰۲۷
۴	۰/۴۰۰۰	۰/۰۰۲۹۴
۸	۰/۶۴۵۰	۰/۰۰۲۶۳
۱۶	۱/۲۴۴۳	۰/۰۲۴۲۰

$\mathbf{P} =$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.4839 & 0.2585 & 0.1415 & 0.0780 \\ & 1.0000 & 0.5342 & 0.2974 & 0.1612 \\ & & 1.0000 & 0.5474 & 0.3018 \\ & & & 1.0000 & 0.5513 \\ متقارن & & & & 1.0000 \end{bmatrix}$$

محاسبات مربوط به مولفه‌های ماتریس هم‌بستگی \mathbf{P}' یعنی ρ'_{kl} ها با استفاده از یک برنامه بهینه‌سازی و انتگرال‌گیری عددی صورت خواهد گرفت. نتایج این محاسبات ذیلاً ارائه شده‌اند. همچنین ماتریس \mathbf{R} (با مولفه‌های دو ماتریس \mathbf{P}' و \mathbf{P} ارائه گشته است.

$\mathbf{P}' =$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 0.4894 & 0.2622 & 0.1435 & 0.0793 \\ & 1.0000 & 0.5394 & 0.2959 & 0.1633 \\ & & 1.0000 & 0.5522 & 0.3052 \\ & & & 1.0000 & 0.5556 \\ متقارن & & & & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{R} =$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & 1.01126 & 1.01428 & 1.01428 & 1.01672 \\ & 1.0000 & 1.00976 & 1.01184 & 1.01277 \\ & & 1.0000 & 1.00883 & 1.01126 \\ & & & 1.0000 & 1.00789 \\ متقارن & & & & 1.0000 \end{bmatrix}$$

در آن بردار پارامترهای تخمین زده شده مدل و یا $(\hat{C}_0, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ می‌باشد. مولفه‌های این ماتریس با استفاده از منفی مشتق دوم تابع لگاریتمی "احتمال حداکثر" (رابطه (۱۲) ملاحظه گردد) بدست می‌آیند. از خواص ماتریس یاد شده این است که عکس آن یعنی $[J(\hat{V})]^{-1}$ ماتریس کوواریانس پارامترهای تخمینی را بدست می‌دهد و بدین ترتیب می‌توان واریانس پارامترهای تخمین زده شده یعنی $\hat{\sigma}_{v_i}$ را با استفاده از عناصر قطری و هم‌بستگی میان آنان یعنی $cov(\hat{v}_i, \hat{v}_j)$ را از عناصر غیر قطری بدست آورد. با داشتن واریانس هر پارامتر تخمینی، بازه اطمینان آن را می‌توان از رابطه $\hat{v}_i \pm Z_{\gamma/2} \cdot \hat{\sigma}_{v_i}$ بدست آورد که در آن فرض شده است پارامتر \hat{v}_i در حد از توزیع نرمال پیروی می‌کند. در این رابطه $Z_{\gamma/2}$ صدک توزیع نرمال استاندارد می‌باشد (برای مثال این مقدار برای بازه ۹۰٪ اطمینان ۱/۶۴۰۵ می‌باشد). در حالاتی که پارامترها در تمامی بازه مقادیر ممکنه خود مثبت باشند مرسوم آن است که از توزیع لوگ نرمال به جای نرمال استفاده گردد. می‌توان در این حالت نشان داد که بازه اطمینان با رابطه $\hat{v}_i \exp \left[\pm Z_{\gamma/2} \cdot \frac{\hat{\sigma}_{v_i}}{\hat{v}_i} \right]$ نشان داده می‌شود.

در دسترس بودن ماتریس کوواریانس $[J(\hat{V})]^{-1}$ این امکان را ایجاد می‌کند که مقادیر میانگین و واریانس تخمینی خوردگی در طول زمان یعنی $\hat{\mu}_C(t)$ و $\hat{\sigma}_C(t)$ ، با استفاده از روابط تابعی آنان، به طور تقریبی از روابط زیر یافت گردند (برای مثال [۲۲، ضمیمه A] ملاحظه گردد).

$$\hat{\sigma}_{\mu_C(t)}^2 = \left(\frac{\partial \hat{\mu}_C(t)}{\partial C_0} \right)_{\hat{C}_0, \hat{A}}^2 \sigma_{C_0}^2 + \left(\frac{\partial \hat{\mu}_C(t)}{\partial A} \right)_{\hat{C}_0, \hat{A}}^2 \sigma_A^2 + 2 \left(\frac{\partial \hat{\mu}_C(t)}{\partial C_0} \right)_{\hat{C}_0, \hat{A}} \left(\frac{\partial \hat{\mu}_C(t)}{\partial A} \right)_{\hat{C}_0, \hat{A}} cov(C_0, A) \quad (17)$$

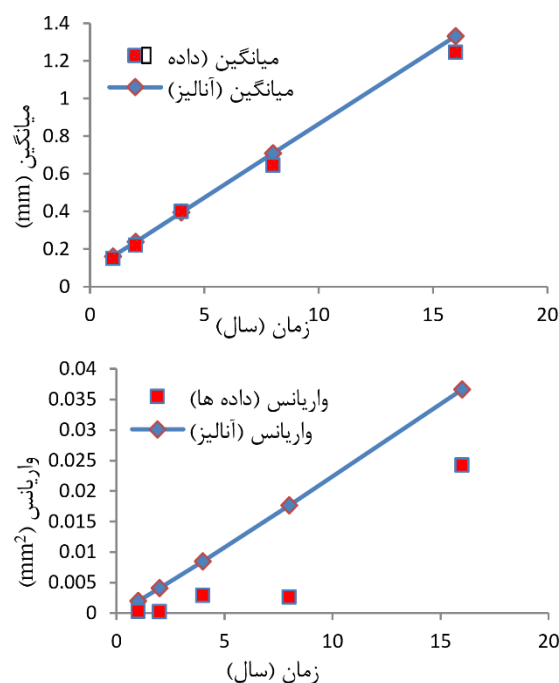
$$\hat{\sigma}_{\sigma_C(t)}^2 = \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_C(t)}{\partial B} \right)_{\hat{B}, \hat{C}}^2 \sigma_B^2 + \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_C(t)}{\partial C} \right)_{\hat{B}, \hat{C}}^2 \sigma_C^2 + 2 \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_C(t)}{\partial B} \right)_{\hat{B}, \hat{C}} \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_C(t)}{\partial C} \right)_{\hat{B}, \hat{C}} cov(B, C) \quad (18)$$

در روابط بالا $()_{\hat{C}_0, \hat{A}}$ و $()_{\hat{B}, \hat{C}}$ به معنای محاسبه محتوای داخل () ها بازای \hat{C}_0, \hat{A} و \hat{B}, \hat{C} به ترتیب می‌باشند. همان‌طور که قبلا اشاره شد واریانس‌های تخمینی $\sigma_{C_0}^2$ ، σ_A^2 ، σ_B^2 و σ_C^2 و نیز مقادیر کوواریانس $cov(C_0, A)$

از روش "حداکثر احتمال" با استفاده از نمونه‌های مستقل، با استفاده از رابطه (۱۱) به جای رابطه (۱۲) تکرار گردید. در این عملیات قاعدتا مقدار اولیه C_0 وارد نمی‌شود. این مقدار با استفاده از عملیات رگرسیون خطی (شبه روش قبلی برای تخمین مقدار اولیه این پارامتر)، $C_0 = 0.0831$ تخمین زده شد. مقادیر A، B و C نیز با استفاده از برنامه بهینه‌سازی با همان مقادیر اولیه‌ای که قبلا گزارش گردید به شکل زیر تخمین زده شدند:

$$A=0.07810, B=0.00198, C=1.05316$$

که نتایجی مطابق شکل (۶) را برای میانگین و واریانس خوردگی در طول زمان ارائه می‌کند.



شکل ۶: میانگین و واریانس داده‌ها و آنالیز با استفاده از مقادیر نمونه‌های $\Delta C_{i,j}$

با مقایسه اشکال (۵) و (۶) ملاحظه می‌گردد که استفاده از مقادیر جمع‌ی $C(v_{i,j})$ در عملیات تخمین پارامترها، مقادیر منطقی‌تری را برای میانگین‌ها و واریانس‌های خوردگی در طول زمان بدست می‌دهد.

۵-۲- بازه اطمینان تقریبی نتایج حاصله

از آنجا که نتایج دقیق مربوط به پارامترهای مدل پیشنهادی در اختیار نمی‌باشند بازه اطمینان تقریبی برای این پارامترها می‌تواند کمک‌کننده باشد. یک راه تقریب واریانس تخمین پارامترهای بدست آمده از روش "احتمال حداکثر" استفاده از ماتریس اطلاعات فیشر یا $[J(\hat{V})]$ می‌باشد که

همان‌طور که در این اشکال ملاحظه می‌گردد همه مقادیر میانگین داده‌ها در بازه اطمینان قرار می‌گیرند و از ۵ مقدار واریانس داده‌ها تنها یک نقطه مربوط به واریانس سال هشتم ($t = 8$) خارج از بازه ارائه شده اطمینان جای می‌گیرد. می‌توان اظهار نظر نمود که با توجه به آنکه مدل ارائه شده مقدار $\hat{\sigma}_C^2(t)$ را مقداری دست بالا تخمین می‌زند نتایج قابل قبول می‌باشند و انتظار می‌رود که محاسبه احتمال خرابی p_f نیز به این ترتیب در جهت محافظه‌کاری یعنی دست بالا خواهد بود.

۵-۳- آنالیز قابلیت اعتماد یک سازه فولادی دریایی

اولین گام در یک آنالیز قابلیت اعتماد یک سیستم سازه‌ای تحت اثر خوردگی تعریف چگونگی خرابی آن و یا به عبارت دیگر تعریف تابع تابع (توابع) حالت حدی می‌باشد. در اینجا فرض می‌گردد زمانی خرابی اتفاق می‌افتد که ضخامت خوردگی عضو سازه‌ای از یک حد قابل قبول مثل C_{allow} بیشتر گردد. بدین ترتیب تابع حالت حدی مسئله به شکل $G[C(t)] = C_{allow} - C(t)$ نوشته می‌شود که در آن $C(t)$ فرآیند خوردگی می‌باشد. بدین ترتیب $G[C(t)] \leq 0$ خرابی سیستم سازه‌ای و $G[C(t)] > 0$ سلامت آن را نشان می‌دهد. مسئله قابلیت اعتماد سازه‌ای در این حالت متشکل از یک مقدار تعیینی C_{allow} و یک فرآیند استوکستیک $C(t)$ می‌باشد. در مدل گسسته زمانی پیشنهادی این نوشتار $C(t)$ به شکل $C(v)$ نمایش داده می‌شود (شکل ۴) ملاحظه گردد. با توجه به تعاریف بالا احتمال خرابی در پله زمانی v ام خواهد شد:

$$p_f(v) = Pr[C_{allow} - C(v) \leq 0] \\ = 1 - F_{C(v)}(C_{allow}) \quad (19)$$

در این رابطه $F_{C(v)}(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی مقدار خوردگی در پله زمانی v ام می‌باشد که با استفاده از رابطه (۸) قابل محاسبه است. لازم به ذکر می‌باشد که از آنجا که فرآیند $C(t)$ یک فرآیند غیرکاهشی می‌باشد (مقدار خوردگی در طول زمان هیچگاه کاهش نمی‌یابد) بنابراین مقدار ماکزیمم $C(t)$ یعنی C_{max} همیشه مقدار خوردگی در زمان انتهایی یعنی زمان تحت مطالعه می‌باشد. بنابراین در رابطه بالا $F_{C(v)}(\cdot) = F_{C_{max}}(\cdot)$ در زمان تحت مطالعه پله v ام می‌باشد.

برای مثال اگر سازه‌ای در یک منطقه دریایی که طبیعت آن با کانال پاناما سازگاری داشته باشد قرار داشته باشد و برای

$cov(B, C)$ با استفاده از ماتریس $[J(\hat{v})]^{-1}$ قابل حصول می‌باشند.

ذکر این نکته ضرورت دارد که در روابط (۱۷) و (۱۸) تلویحا رابطه تابعی $\hat{\mu}_C(t)$ بر حسب تنها پارامترهای C_0 و A و نیز رابطه تابعی $\hat{\sigma}_C^2(t)$ بر حسب تنها C و B آمده‌اند. حال با استفاده از مطالب بالا بازه اطمینان ۹۰٪ کمیت‌های $\hat{\mu}_C(t)$ و $\hat{\sigma}_C^2(t)$ محاسبه می‌گردند. در این فرآیند عکس ماتریس اطلاعات فیشر به شکل زیر با محاسبه عددی مشتق‌های تابع لگاریتمی "احتمال حداکثر" نسبت به پارامترهای مدل بدست می‌آید:

$$[J(\hat{v})]^{-1} = \begin{bmatrix} 3.9680 \times 10^{-5} & -1.1776 \times 10^{-5} & 7.5274 \times 10^{-8} & -8.2658 \times 10^{-5} \\ & 1.4512 \times 10^{-5} & 3.9482 \times 10^{-8} & 7.8753 \times 10^{-5} \\ & & 5.5052 \times 10^{-9} & -8.9444 \times 10^{-7} \\ مقارن & & & 2.7612 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

و بدین ترتیب بازه اطمینان پارامترهای مدل خواهند شد:

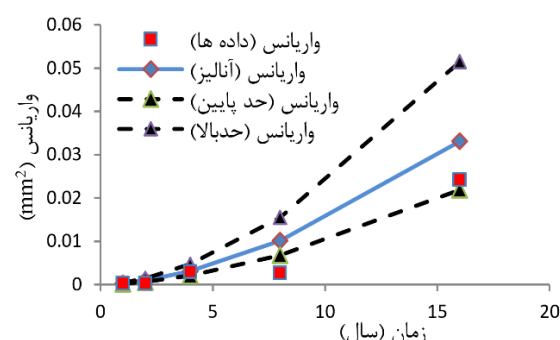
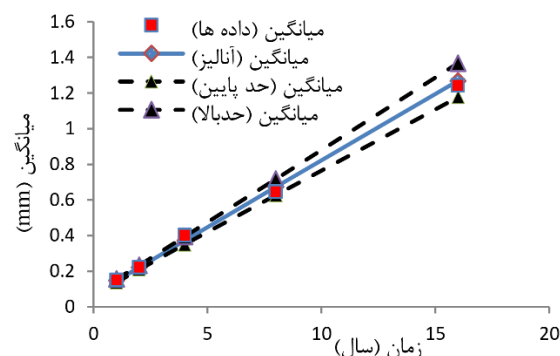
$$0.06207 \leq C_0 \leq 0.08294$$

$$0.06882 \leq A \leq 0.0814$$

$$1.9361 \times 10^{-4} \leq B \leq 4.4570 \times 10^{-4}$$

$$1.6247 \leq C \leq 1.7983$$

در شکل (۷) بازه اطمینان ۹۰٪ مقادیر میانگین و واریانس $\hat{\mu}_C(t)$ و $\hat{\sigma}_C^2(t)$ ارائه گشته‌اند.



شکل ۷: نمایش بازه اطمینان ۹۰٪ مقادیر تخمینی میانگین و واریانس خوردگی در طول زمان

می‌کند چیزی که در حالت اول نادیده گرفته می‌شود. آنالیز بازه اطمینان تقریبی نتایج که در بخش ۵-۲ انجام شد نشان داد که مطابق نمودارهای بازه اطمینان ۹۰٪ (شکل ۷)) خوشبختانه غیر از یک نقطه همگی نقاط واریانس داده‌های موجود در بازه یاد شده قرار می‌گیرند. این مطلب می‌تواند قابل قبول بودن مدل پیشنهادی باشد.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل استوکستیک به منظور توصیف رفتار احتمالاتی فرآیند خوردگی در سازه‌های فولادی، ناشی از مجاورت با آب دریا ارائه گردید. در این مدل، پیشرفت خوردگی بصورت پلکانی در نظر گرفته می‌شود که در آن هرچند طول زمانی پله‌ها ثابت می‌باشد اما مقدار پرش‌ها متغیری تصادفی لحاظ گشته است که از توزیع گاما تبعیت می‌کند. در این مدل برخلاف فرآیند معمول گاما که در آن خواص احتمالاتی پرش‌ها در طول زمان تغییر نمی‌کنند و ثابت می‌مانند، پرش‌های مقادیر خوردگی، خواص احتمالاتی متفاوتی در طول زمان خواهند داشت. به عبارت دیگر پارامترهای شکل و مقیاس در توزیع گاما از پله‌ای به پله دیگر تغییر می‌نمایند و تابعی از زمان خواهند بود. کاربرد مدل بالا نتایج زیر را در پژوهش حاضر بدست داد: الف) استفاده از این مدل این امکان را ایجاد نمود که بتوان همزمان خطی بودن میانگین روند خوردگی را به تبعیت از مدل فیزیکی خوردگی ملجرز اقتناع کرد و در عین حال وضعیت غیرخطی و تابعی از زمان مقدار واریانس را تأمین نمود.

ب) در مطالعه حاضر نشان داده شد که تخمین پارامترهای مدل و شیوه انجام آن در یک برنامه بهینه‌سازی با استفاده از روش احتمال حداکثر از اهمیت برخوردار می‌باشد. بر خلاف روش سنتی که در سوابق تحقیقاتی با مستقل دانستن پرش‌ها و فرمول‌بندی کردن مسئله بر این اساس، در پژوهش جاری از مقادیر تجمعی خوردگی در زمان‌های متوالی که وابسته به یکدیگر هستند برای فرمول‌بندی کردن مسئله و تخمین پارامترها استفاده گردید. نشان داده شد که این نحوه نگرش، نتایج بهتری را ایجاد می‌کند.

ج) از مدل استوکستیک ارائه شده برای ارزیابی ایمنی یک سازه فولادی در معرض آب دریا استفاده گردید. این ارزیابی می‌تواند در تصمیم‌گیری برای آینده سازه‌های موجود و نیز حصول اطمینان از سطح ایمنی مطلوب سازه‌های در حال

آن ۲ میلیمتر ذخیره خوردگی در نظر گرفته باشند و از طرفی اگر از بین رفتن این ذخیره به معنای خرابی سازه تلقی گردد احتمال خرابی سیستم سازه‌ای در پایان سال شانزدهم ($t = 16$) خواهد شد:

$$p_f(t = 16) = 1 - F_{C(t)}(C_{allow} = 2mm) \\ = 3.8945 \times 10^{-4}$$

نیز اگر عمر مفید سازه ۲۵ سال لحاظ گشته باشد احتمال خرابی سازه در پایان عمر خود خواهد شد:

$$p_f(t = 25) = 1 - F_{C(t)}(C_{allow} = 2mm) \\ = 3.9307 \times 10^{-1}$$

۶- بحث در خصوص نتایج

همان‌طور که در بخش ۴ ذکر شد به منظور تخمین پارامترهای مدل با استفاده از روش "احتمال حداکثر"، هم می‌توان از نمونه‌های $\Delta C_{i,j} = C(v_{i,j}) - C(v_{i,j-1})$ استفاده کرد و هم از مقادیر تجمعی خالص $C(v_{i,j})$ که در هر حالت $v_{i,j}$ زمان قرائت Z ام در نمونه i ام فولادی در سیستم گسسته یادشده تعریف گردید. در حالت اول مقادیر نمونه‌ها مستقل از یکدیگر فرض می‌گردند در حالی که در حالت دوم مقادیر تجمعی خوردگی مستقل نیستند و وابستگی آنان توسط رابطه (۱۶) محاسبه می‌گردد. مقایسه اشکال (۵) و (۶) نشان داد که استفاده از حالت دوم مقادیر بهتری را برای پارامترهای مدل و بالتبع برای تخمین میانگین‌ها و واریانس‌های مدل نسبت به حالت اول بدست می‌دهد. علت این اختلاف را می‌توان به فرض استقلال کامل نمونه‌ها در قرائت‌های متوالی و عدم لحاظ هیچ‌گونه ساختار وابستگی به پیشینه خوردگی نمونه فولادی تا قرائت‌های یاد شده دانست. همان‌طور که در شکل (۶) دیده می‌شود منحنی واریانس‌های ارائه شده توسط مدل تقریباً خطی است و این چیزی نیست مگر مدل خالص فرآیند گاما که سابقاً در خصوص کاستی‌های آن بحث گردیده است.

واریانس داده‌ها حدوداً نشان می‌دهد که تغییرات آن در طول زمان خطی نبوده و منطقی است که ساختاری غیرخطی / افزایشی برای آن در نظر گرفت. لازمه تحقق این امر وابسته کردن مقدار واریانس به زمان (و یا حالت) جاری مقدار خوردگی می‌باشد. در حالت دوم استفاده از روش "احتمال حداکثر" تا حدودی این امر لازم عملی گشته و همه خوردگی‌ها نسبت به زمان صفر سنجیده می‌گردند که این خود زمان محاسبه خوردگی را در محاسبات دخیل

طراحی در همه برهه‌های عمر آنان بهره‌برداری نمود.

۸- ضمیمه: مقدار K_{max} در رابطه (۶)

همان‌طور که قبلاً ذکر شد استفاده از معادله (۶) برای محاسبه تابع چگالی احتمال مقدار تجمعی خوردگی $C(v)$ محاسبه $(\sum_{k=0}^{\infty})$ را می‌طلبد. در عمل واضح است که مقدار محدودی را مثل K_{max} به جای ∞ بایستی در نظر گرفت. این کار خطایی را وارد محاسبات می‌کند که بایستی از یک مقدار دلخواه کوچکی فراتر نرود. در سوابق تحقیقاتی پیشنهاد شده است که این مقدار خطا به شکل زیر محاسبه گردد [۲۳]:

$$Error(K_{max}) = \int_0^{\infty} f_{C(v)}(x) dx - \int_0^{\infty} f_{C(v)}(x, K_{max}) dx \quad (\text{الف} - ۱)$$

در این عبارت $f_{C(v)}(x, K_{max})$ و $f_{C(v)}(x)$ به ترتیب مقادیر تابع چگالی احتمال $C(v)$ به شرط استفاده از بی‌نهایت جمله و تعداد محدود K_{max} در رابطه (۶) می‌باشند. قاعدتاً جمله اول بالا مقدار واحد خواهد داشت مع‌ذالك مقدار جمله دوم بستگی به تعداد جملات یعنی K_{max} خواهد داشت. برای محاسبه جمله دوم، با استفاده از رابطه (۶) و نیز این واقعیت که (\sum) با انتگرال قابل جابجایی

می‌باشد خواهیم داشت:

$$\int_0^{\infty} f_{C(v)}(x, K_{max}) dx = \left[\prod_{i=1}^v \left(\frac{\beta_{min}}{\beta_i} \right)^{\alpha_i} \right] \sum_{k=0}^{K_{max}} \frac{\delta_k \cdot \Gamma[\rho + k]}{\beta_{min}^{\rho+k}} \int_0^{\infty} x^{\rho+k-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta_{min}}\right) dx \quad (\text{الف} - ۲)$$

با تغییر متغیر $\frac{x}{\beta_i} = S$ و با استفاده از تعریف تابع گاما می‌توان مقدار انتگرال بالا را به مقدار $\beta_{min}^{\rho+k} \cdot \Gamma[\rho + k]$ محاسبه نمود که بدین ترتیب نتیجه گرفت که:

$$Error(K_{max}) = 1 - \left[\prod_{i=1}^v \left(\frac{\beta_{min}}{\beta_i} \right)^{\alpha_i} \right] \sum_{k=0}^{K_{max}} \delta_k \quad (\text{الف} - ۳)$$

۹- تقدیر و تشکر

مؤلف مایل است مراتب تقدیر و تشکر خود را از پروفسور Gianpaolo Pulcini (انجمن تحقیقات ملی Istitute Motori کشور ایتالیا) و آقای دکتر عبدالرسول میرقدری (دانشگاه امام حسین (ع)) به خاطر کمک‌های فکری و نقطه نظرات ارزنده آنان در این پژوهش ابراز دارد.

۶- مراجع

- [1] R. E. Melchers, "Modeling of marine immersion corrosion for mild and low-alloy steels—Part 1: Phenomenological model", Corrosion, Vol. 59, NO. 4, April 2003, pp. 363 – 367.
- [2] R. E. Melchers, "Modeling of Marine Immersion Corrosion for Mild and Low-Alloy Steels—Part 2: Uncertainty Estimation", Corrosion, Vol. 59, NO. 4, April 2003, pp. 335-344.
- [3] C. G. Soares, and Y. Garbatov, "Reliability of maintained, corrosion protected plates subjected to non-linear corrosion and compressive loads", Marine Structures, Vol. 12, NO. 6, July 1999, pp. 425-445.
- [4] R. E. Melchers, "Long-term corrosion of cast irons and steel in marine and atmospheric environments", Corrosion Science, Vol. 68, March 2013, pp. 186-194.
- [5] R. E. Melchers, "Microbiological and abiotic in modelling longer-term Marine corrosion", Bioelectrochemistry, Vol. 97, June 2014, pp. 89-96.
- [6] R. E. Melchers, "Long-term immersion corrosion of steels in seawaters with nutrient concentration", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 81, April 2014, pp. 110-116.
- [7] S. Qin, and W. Cui, "Effect of corrosion models on the time-dependent reliability of steel plated elements", Marine Structures, Vol. 16, NO. 1, January 2003, pp. 15-34.
- [8] M. D. Pandey, X. X. Yuan, and J. M. V. Noortwijk, "The influence of temporal uncertainty of deterioration on life-cycle management of structures", Structure and Infrastructure Engineering, Vol. 5, NO. 2, April 2009, pp. 145-156.
- [9] J. M. Van Noortwijk, "A survey of the application of gamma processes in maintenance", Reliability Engineering & System Safety, Vol. 94, NO. 1, January 2009, pp. 2 – 21.
- [10] M. Mahmoodian, and A. Alani, "Modeling deterioration in concrete pipes as a stochastic gamma process for

- time-dependent reliability analysis", *Journal of pipeline systems engineering and practice*, Vol. 5, NO. 1, March 2013, pp. 1-5.
- [11] M. Giorgio, M. Guida, and G. Pulcini, "A state-dependent wear model with an application to marine engine cylinder liners", *Technometrics*, Vol. 52, NO. 2, May 2010, pp. 172-187.
- [12] M. R. Moarefzadeh, "Reliability of Marine Steel Structures Against Corrosion", *Modares civil Engineering Journal*, Vol. 16, NO. 3, 2016, pp. 203-215, (in Farsi).
- [13] M. Guida, F. Postiglione, and G. Pulcini, "A time-discrete extended gamma process for time-dependent degradation phenomena", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 105, September 2012, pp. 73-79.
- [14] M. Giorgio, M. Guida, and G. Pulcini, "A new class of Markovian processes for deteriorating units with state dependent increments and covariates", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 64, NO. 2, June 2015, pp. 562-578.
- [15] M. Giorgio, M. Guida, and G. Pulcini, "Modeling a degradation process with dependent increments in presence of random heterogeneity", *InProceedings 6th International Conference on Accelerated Life Testing and Degradation Models-ALT'2016* 2016, pp. 51-60.
- [16] C. R. Southwell, and A. L. Alexander, "Corrosion of metals in tropical waters, structural ferrous metals", *Materials Protection*, Vol. 9, NO. 1, January 1970, pp. 14 - 23.
- [17] R. E. Melchers, and R. Jeffrey, "The critical involvement of anaerobic bacterial activity in modeling the corrosion behavior of mild steel in marine environments", *Electrochimica Acta*, Vol. 54, NO. 1, December 2008, pp. 80-85.
- [18] R. E. Melchers, and T. Wells, "Models for the anaerobic phases of marine immersion corrosion", *Corrosion Science*, Vol. 48, NO. 7, July 2006, pp. 1791-1811.
- [19] J. N. Friend, "Deterioration of structures of timber, metal, and concrete exposed to the action of sea-water", *eighteen report of the committee of the institution of civil engineers*, ICE.
- [20] P. G. Moschopoulos, "The distribution of the sum of independent gamma random variables", *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol. 37, NO. 1, December 1985, pp. 541-544.
- [21] P. L. Liu, and A. Der Kiureghian, "Multivariate distribution models with prescribed marginal and covariances", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 1, NO. 2, June 1986, pp. 105-112.
- [22] R. E. Melchers, "Structural reliability; analysis and prediction", *John Wiley & Sons*, 1999.
- [23] T. A. Tran, and A. B. Sesay, "Sum of arbitrarily correlated Gamma variates and performance of wireless communication systems over Nakagami-m fading channels", *IET communications*, Vol. 1, NO. 6, December 2007, pp. 1133-1137.