

## مدلسازی مدیریت منابع انرژی پراکنده در ریز شبکه با استفاده از روش توزیع شده

سید قاسم میربابایی رکنی<sup>۱</sup>، مسعود رادمهر<sup>۲\*</sup> و علیرضا ذکریازاده<sup>۳</sup>

چکیده	اطلاعات مقاله
سیستم مدیریت انرژی هوشمند به عنوان ابزاری قدرتمند برای مدیریت انرژی در سمت تقاضا و واحدهای تولید بکار برده می شود. مدیریت بهینه انرژی در ریز شبکه ها معمولاً به عنوان یک مساله بهینه سازی غیر خطی فرمول بندی می شود. به علت ماهیت غیر خطی و گسسته مساله، حل آن به شیوه متمرکز نیازمند حجم بالای محاسبات در کنترل کننده مرکزی ریز شبکه دارد. در این مقاله، استراتژی مدیریت انرژی توزیع شده در ریز شبکه با دو روش توزیع شده ADMM <sup>۴</sup> و PCPM <sup>۵</sup> پیشنهاد شده است بطوریکه کنترل کننده مرکزی و کنترل کننده های محلی بطور مشترک، برنامه واحدی را بهینه می کنند. الگوریتم های توزیع شده پیشنهادی بر روی ریز شبکه نمونه، مورد بررسی قرار گرفته است و عملکرد الگوریتم ها از طریق مطالعه موردی، مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد که روش های توزیع شده پیشنهادی، هزینه بهره برداری را کاهش می دهد. نتایج شبیه سازی کارایی بهتر و همگرایی سریع تر روش های توزیع شده نسبت به روش متمرکز را نشان داده است. همچنین روش ADMM با تعداد تکرار کمتر و با هزینه بهره برداری کمتری نسبت به روش PCPM مساله اصلی را بهینه نموده است.	دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۰۸ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۱۲/۱۴
	<b>واژگان کلیدی:</b> مدیریت بهینه انرژی، الگوریتم توزیع شده، بهینه سازی محدب، ریز شبکه، پخش بار بهینه.

غیر خطی مدلسازی می شود. حل آن به شیوه متمرکز نیاز به قابلیت های محاسباتی زیادی در کنترل کننده مرکزی (MGCC<sup>۸</sup>) ریز شبکه دارد. مرجع [۲] به کمک پخش بار DC و از طریق ارتباط شین های همجوار، بهینه سازی به روش KKT<sup>۹</sup> انجام داده است. روش های متمرکز گوناگون برای حل آن در مقالات مختلف پیشنهاد شده است که شامل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط [۳]، برنامه ریزی درجه دو [۴]، بهینه سازی تجمع ذرات [۵]، شبکه عصبی

### ۱- مقدمه

ریز شبکه ها سیستم های توزیع فشار ضعیفی هستند که از منابع انرژی پراکنده (DERs<sup>۶</sup>) و بارهای قابل کنترل تشکیل شده که می توانند بصورت متصل به شبکه و جدا از شبکه باشند. منابع انرژی پراکنده شامل واحدهای تولید پراکنده مانند توربین های بادی، سیستم های فتوولتائیک و واحدهای ذخیره ساز انرژی مانند باتری، هستند [۱]. مساله مدیریت انرژی در ریز شبکه به عنوان یک مساله بهینه سازی

\* نویسنده مسئول m\_radmehr@aliabadiu.ac.ir

۱. دانشجوی دکترا، گروه مهندسی برق، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران

۲. استادیار، گروه مهندسی برق، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران

۳. استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر، ایران

<sup>4</sup> Alternating Direction Method of multiplier

<sup>5</sup> Predictor Corrector Proximal Multiplier

<sup>7</sup> Distributed Energy Resource

<sup>8</sup> Micro Grid Central Controller

<sup>9</sup> Karush-Kuhn-Tucker

[۶] می‌باشد. استراتژی مدیریت انرژی<sup>۱</sup> (EMS) متمرکز، برای جمع‌آوری اطلاعات از DERs به عنوان ورودی و برای بهینه‌سازی هزینه‌های تولید و کنترل بارها دارای محدودیت‌هایی است. DERs ممکن است به اشخاص و نهادهای مختلفی تعلق داشته باشد که بخواهند اطلاعات خود را خصوصی نگه‌دارند [۷]. بنابراین در این تحقیق علاقه‌مند به توسعه EMS توزیع شده‌ای که کارآمد، مقیاس پذیر و حافظ حریم خصوصی باشد، هستیم. چندین الگوریتم توزیع شده برای بهره‌برداری از ریز شبکه‌ها در مقالات مطرح شده است. در مرجع [۹]، الگوریتم توزیع شده برای تخصیص منابع انرژی پراکنده مدلسازی شده است. یک مساله بهینه‌سازی محدب و با روش تجزیه دوگان، به منظور توسعه EMS توزیع شده برای حفظ تعادل عرضه و تقاضا در ریز شبکه در مرجع [۱۰] ارائه شده است. در مرجع [۸] الگوریتمی برای برنامه‌ریزی انرژی با حفظ حریم خصوصی در ریز شبکه پیشنهاد شده است که در آن محدودیت‌های حفظ حریم خصوصی با روش برنامه‌ریزی خطی و الگوریتم‌های توزیع شده، توسعه یافته‌اند. در مرجع [۱۱]، الگوریتم افزایشی/کاهشی، اتخاذ شده برای بهینه‌سازی بهره‌برداری DER در مد توزیع شده بیان شده است. ایرادی که با روش‌های توزیع شده موجود برای مدیریت انرژی ریزشبکه‌ها در مراجع [۷-۱۱] وجود دارد این است که به سادگی مقدار تقاضا با تولید برابر فرض شده است. همچنین فرض شده که منابع تولید و بارها به یک شین مشترک متصل هستند و مسائلی مانند اثر پخش بار و محدودیت‌های بهره‌برداری سیستم (افت ولتاژ) را نادیده گرفته‌اند. در نتیجه برنامه تولید شده توسط این الگوریتم‌ها ممکن است آن محدودیت را نقض و در عمل امکان‌پذیر نباشد. بنابراین ایده یکپارچه‌سازی شبکه‌های توزیع با مدیریت انرژی توزیع شده در ریزشبکه که در آن هر دو طرف تولید و مدیریت سمت تقاضا (DSM<sup>۲</sup>) مد نظر باشد، دیده نشده است. در مرجع [۱]، از الگوریتم توزیع شده PCPM برای مدیریت انرژی بهینه در یک ریز شبکه نمونه استفاده شده و در مرجع [۱۲]، روش مذکور برای پاسخگویی بار بهینه بکار برده شده است. مراجع [۱] و [۱۲] با استفاده از اثبات شرط محدب بودن مساله پخش بار در شبکه توزیع شعاعی [۱۳-۱۸] و به کمک الگوریتم پیشنهادی PCPM، مساله اصلی خود را بهینه‌سازی نموده‌اند. الگوریتم‌های توزیع شده مختلفی در

مرجع [۲۰] توضیح داده شده است. این روش‌ها اساس بسیاری از تحقیقات در برق و مخابرات بوده است [۲۱-۲۳]. در مرجع [۱۹]، از روش ADMM برای پخش بار اقتصادی در یک ریز شبکه استفاده شده است. مرجع [۲۱] نیز مساله غیرمحدب را به صورت چند زیر مساله محدب تقسیم کرده و با روش ADMM به حل آن پرداخته است. رویکرد محققان در مرجع [۲۵] یافتن هزینه حاشیه‌ای در سیستم‌های قدرت با در نظر گرفتن نیروگاه‌های بادی می‌باشد. در این پژوهش عدم قطعیت مربوط به مقدار پیش‌بینی شده توان بادی در مسئله توزیع اقتصادی توان در نظر گرفته شده و مسئله در قالب برنامه‌ریزی تصادفی حل می‌شود. تعداد بسیار زیادی سناریو جهت شبیه‌سازی میزان انرژی بادی تولید شده و تعدادی از آن‌ها با استفاده از روش‌های کاهش سناریو در نظر گرفته می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که روش معرفی شده ضمن برخورداری از کیفیت تخمین مطلوب، پایداری و سرعت مناسبی نیز دارد. به علت پیچیدگی‌های زیاد و بار محاسباتی، از منابع مختلف پاسخگویی بار و سایر انرژی‌های تجدیدپذیر صرف نظر شده است.

پژوهشگران در مرجع [۲۶] مسئله توزیع بار اقتصادی در سیستم‌های قدرت چند ناحیه‌ای را با در نظر گرفتن قیود مربوط به آلودگی و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی فاخته حل کرده‌اند. الگوریتم معرفی شده در حالات مختلف عملکرد تک ناحیه‌ای و دو ناحیه‌ای مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج در مقایسه با پژوهش‌های قبلی بهینه‌تر بوده است. در این پژوهش از عدم قطعیت‌های سیستم قدرت صرف نظر شده است. در مرجع [۲۷] یک روش جدید بر اساس تجزیه بندرز برای برنامه‌ریزی نیروگاه‌های آبی و حرارتی ارائه شده است. تابع هدف مورد استفاده مقید به پخش بار متناوب، محدودیت‌های ایمنی و همچنین پایداری ولتاژ می‌باشد. در مسئله اصلی، نحوه مشارکت واحدها و در زیر مسئله میزان توان تولیدی واحدها به دست خواهند آمد. نتایج عددی مقاله حاکی از آن است که روش تجزیه بندرز پاسخ‌های نهایی را با دقت بسیار مناسب و زمان حل پایین ارائه می‌دهد. با این وجود، نحوه مشارکت بارها و هم‌چنین عدم قطعیت آن در مسئله دیده نشده است.

در این مقاله بطور خاص یک ریز شبکه متشکل از DERs متعدد و بارهای قابل کنترل در نظر گرفته خواهد شد. تمرکز در این تحقیق بر روی طراحی یک استراتژی مدیریت انرژی توزیع شده برای بهره‌برداری بهینه از ریزشبکه همراه با در نظر گرفتن محدودیت‌های شبکه توزیع است. همچنین مدیریت منابع تولید

<sup>۱</sup> Energy Management System<sup>۲</sup> Demand Side Management

فاصله زمانی بر حسب ساعت است. توان خروجی دیزل ژنراتور یک متغیر با محدودیت‌های زیر است:

$$0 \leq p_g(t) \leq \bar{p}_g, \quad \forall t \in T \quad (1)$$

$$|p_g(t) - p_g(t-1)| \leq r_g \bar{p}_g, \quad \forall t \in T \quad (2)$$

$\bar{p}_g$ : بیشینه توان خروجی،  $r_g$ : نرخ شیب،  $s_g$ : توان مبدل

هزینه تولید برای هر واحد DG در زمان  $t \in T$  با استفاده از تابع مرتبه ۲ مدل شده است [۱].

$$C_{Gen}(p_{Gen}) = a_{Gen} \cdot p_{Gen}^2 + b_{Gen} \cdot p_{Gen} + c_{Gen} \quad (3)$$

$$C'_{Gen}(q_{Gen}) = a'_{Gen} \cdot q_{Gen}^2 + b'_{Gen} \cdot P_{Gen} + c'_{Gen} \quad (4)$$

$$p_{Gen}^{min} \leq p_{Gen} \leq p_{Gen}^{max} \quad (5)$$

$$q_{Gen}^{min} \leq q_{Gen} \leq q_{Gen}^{max} \quad (6)$$

$$p_{Gen}(t) - p_{Gen}(t-1) \leq p_{Gen}^{RU,max} \quad (7)$$

$$p_{Gen}(t-1) - p_{Gen}(t) \leq p_{Gen}^{RD,max} \quad (8)$$

## ۲-۲- مدل سازی باتری

در ریزشبهه توان مختلط برای هر باتری ( $ES^r$ ) از رابطه (۹) بدست می‌آید:

$$s_{ES}(t) = p_{ES}(t) + iq_{ES}(t) \quad (9)$$

که  $p_{ES}(t)$  توان اکتیو باتری،  $q_{ES}(t)$  توان راکتیو باتری و  $H_{ES}(t)$  انرژی ذخیره شده در باتری در زمان  $t$  است.

توان تولیدی و مصرفی هر باتری دارای محدودیت‌های زیر است:

$$p_{ES} \leq p_{ES}(t) \leq \bar{p}_{ES} \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$p_{ES}(t)^2 + q_{ES}(t)^2 \leq s_{ES}^2 \quad \forall t \in T \quad (11)$$

$$H_{ES}(t+1) = \eta_{ES} H_{ES}(t) + p_{ES}(t) \Delta t, \quad \forall t \in T \quad (12)$$

$$\underline{H}_{ES} \leq H_{ES}(t) \leq \bar{H}_{ES}, \quad \forall t \in T \quad (13)$$

$$H_{ES}(t) \geq H_{ES}^e \quad (14)$$

پراکنده در ریزشبهه به همراه مساله پخش بار بهینه به عنوان سیستم مدیریت انرژی توزیع شده پیشنهاد شده است بطوریکه کنترل‌کننده مرکزی و کنترل‌کننده‌های محلی بطور مشترک، برنامه‌ریزی واحدی را با حفظ اطلاعات خصوصی واحدها، بهینه کنند. نوآوری‌های و ویژگی‌های این مقاله در مقایسه با سایر مقالات در زیر ارائه شده است:

- استفاده از روش توزیع‌شده ADMM برای برنامه‌ریزی (مدیریت) بهینه انرژی در ریزشبهه
- توسعه برنامه پاسخگویی بار در روش توزیع شده با هدف کم شدن هزینه‌ها
- حفظ اطلاعات خصوصی مالکان واحدهای تولید پراکنده و بارهای پاسخگو

در ادامه، مدل‌سازی اجزاء ریزشبهه توضیح داده شده است؛ سپس با اضافه شدن روش‌های توزیع شده به مدل نمونه، برنامه‌ریزی بهینه ریزشبهه با الگوریتم‌های پیشنهادی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. الگوریتم‌ها به طور کامل در نرم‌افزار MATLAB پیاده سازی شده و برای محاسبه تلفات از نرم افزار Open DSS که با MATLAB تبادل دوطرفه اطلاعات دارد استفاده شده است. خروجی‌های شبیه‌سازی در ادامه مورد بحث قرار گرفته و جدول مقایسه-ای بین روش‌های مذکور در انتها ارائه شده است.

## ۲- روابط ریاضی مساله

سیستم توزیع فشارضعیف، معمولاً دارای ساختار شعاعی بوده و ریزشبهه متشکل از  $DG^1$  های تجدیدپذیر (مانند  $PV^2$ ) و  $DG$  های معمولی (مانند دیزل ژنراتور) و بارهای قابل کنترل می‌باشد.

## ۲-۱- منابع تجدیدپذیر

واحد  $DG$  تجدیدپذیر  $PV$  غیرقابل کنترل از لحاظ سیستم توزیع می‌باشد و با توجه به شرایط جوی (مانند تابش نور خورشید، باد) متغیر هستند بنابراین پیش‌بینی توان خروجی آنها، لازمه کار برای بهینه‌سازی مدیریت انرژی می‌باشد. در این مقاله هزینه‌ای برای تولید و نگهداری این منابع در نظر گرفته نشده است. هر واحد  $DG$  معمولی مانند دیزل ژنراتور، یک منبع قابل تنظیم و توزیع می‌باشد برای هر واحد  $DG$  توان مختلط  $s_g(t) = p_g(t) + iq_g(t)$  را در نظر می‌گیریم  $T \triangleq \{0, 1, \dots, t-1\}$  می‌باشد که  $T$

<sup>3</sup> Energy Storage

<sup>1</sup> Distributed Generation

<sup>2</sup> Photovoltaic

که در آن  $p_{RLD}^{forecast}$ ،  $q_{RLD}^{forecast}$  به ترتیب توان اکتیو و راکتیو پیش بینی شده،  $c'_{RLD}$ ،  $c_{RLD}$  و  $\alpha_{RLD}$  ضرایب ثابت هستند و  $n$  تعداد واحدهای بار قابل قطع در ریزشبکه می‌باشد.

تابع هزینه آن دارای محدودیت‌های زیر است:

$$p_{RLD}^{min}(t) \leq p_{RLD}(t) \leq p_{RLD}^{max}(t), \quad \forall t \quad (20)$$

$$q_{RLD}^{min}(t) \leq q_{RLD}(t) \leq q_{RLD}^{max}(t), \quad \forall t \quad (21)$$

توان راکتیو مصرفی بارها می‌باشد.  $p_{RLD}^{min}$ ،  $p_{RLD}^{max}$  به ترتیب بیشینه و کمینه توان اکتیو مصرفی بارها،  $q_{RLD}^{min}$ ،  $q_{RLD}^{max}$  به ترتیب بیشینه و کمینه توان راکتیو مصرفی بارها می‌باشد.

### ۲-۴- مدل شبکه توزیع

شبکه توزیع می‌تواند بعنوان گراف  $G = (N, \varepsilon)$  تعریف شود که  $i$  و  $j$  معرف شین،  $N$  معرف گره و  $\varepsilon$  معرف شاخه (مسیر) می‌باشد. شبکه توزیع معمولاً شعاعی و گراف  $G$  معرف یک شبکه سه فاز شعاعی می‌باشد. برای هر مسیر  $(i, j) \in \varepsilon$ ،  $Z_{ij} = r_{ij} + ix_{ij}$ ، جریان مختلط از شین  $i$  به  $j$   $I_{ij}(t)$ ، توان مختلط انتقالی از شین  $i$  به  $j$  برابر است با  $S_{ij}(t) = P_{ij}(t) + iQ_{ij}(t)$ ، ولتاژ متعلق به شین  $i$ ،  $S_i(t) = p_i(t) + iq_i(t)$ ، توان خالص در شین  $i$  است. هر شین  $i \in N \setminus \{0\}$ ، مجموعه واحدهای  $DG_i$ ،  $B_i$  مجموعه واحد  $ES$  و  $L_i$  مجموعه بارهای قابل قطع است. لذا توان خالص شبکه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_i(t) = S_{RLDi}(t) + S_{ESi}(t) - S_{DGi}(t), \quad \forall i \in N / \{0\}, \forall t \in T \quad (22)$$

$$S_{RLDi}(t) = \sum_{RLD \in L_i} S_{RLD}(t),$$

$$S_{DGi}(t) = \sum_{DG \in DG_i} S_{DG}(t)$$

$$S_{ESi}(t) = \sum_{ES \in B_i} S_{ES}(t)$$

با در نظر گرفتن شبکه توزیع شعاعی  $G$ ، ولتاژ فیدر  $V_0$ ، امپدانس  $\{Z_{ij}\}_{(i,j) \in \varepsilon}$  و سایر متغیرها شامل انتقال توان، ولتاژ، جریان‌ها و بارهای شین، محاسبه شوند. قوانین مداری برای همه شاخه‌ها  $(i, j) \in \varepsilon$  و همه زمان‌ها به صورت زیر است:

نرخ شارژ و دشارژ ماکزیمم،  $S_b$ : ظرفیت ذخیره انرژی،  $\eta_b \in (0, 1]$ : بازده باتری،  $H_{ES}$ ،  $\bar{H}_{ES}$ : ماکزیمم و مینیمم انرژی ذخیره شده در باتری،  $H_{ES}^e$ : مینیمم انرژی که باتری باید در پایان محدوده حفظ کند. مدل تابع هزینه برای هر واحد باتری [۱]:

$$C_{ES}(p_{ES}) = a_{ES} \sum_{t \in T} p_{ES}(t)^2 - b_{ES} \sum_{t=0}^{T-2} p_{ES}(t+1)p_{ES}(t) + c_{ES} \sum_{t \in T} (\min(H_{ES}(t) - d_{ES}\bar{H}_{ES}, 0))^2 \quad (15)$$

$$C'_{ES}(q_{ES}) = a'_{ES} \sum_{t \in T} q_{ES}(t)^2 - b'_{ES} \sum_{t=0}^{T-2} q_{ES}(t+1)q_{ES}(t) + c'_{ES} \sum_{t \in T} (\min(H'_{ES}(t) - d_{ES}\bar{H}'_{ES}, 0))^2 \quad (16)$$

$a_{ES}$ ،  $b_{ES}$ ،  $c_{ES}$ ،  $d_{ES}$  ضرایب ثابت هستند. برای مثال، وقتی  $d_{ES}$  برابر با ۰، ۲، انتخاب می‌شود یعنی انرژی ذخیره شده در باتری  $H_{ES}(t)$ ، کمتر از ۲۰٪ ظرفیت باتری است ( $\bar{H}_{ES}$ )، تابع هزینه جریمه می‌شود.

### ۲-۳- مدل سازی بار

در این ریزشبکه، بار قابل قطع (کنترل) در نظر گرفته شده است. برای هر بار  $l \in L$  توان مختلط به صورت زیر است:

$$S_{RLD}(t) = p_{RLD}(t) + iq_{RLD}(t) \quad (17)$$

برای بارهای قابل قطع تابع هزینه وابسته به ریزش بار است که می‌تواند به صورت زیر توصیف شود:

$$C_{RLD}(p_{RLD}) \triangleq \sum_{i=1}^n \alpha_{RLD} (p_{RLD}(t) - p_{RLD}^{forecast}(t))^2 + c_{RLD} \quad (18)$$

$$C'_{RLD}(q_{RLD}) \triangleq \sum_{i=1}^n \alpha_{RLD} (q_{RLD}(t) - q_{RLD}^{forecast}(t))^2 + c'_{RLD} \quad (19)$$

$$V_i(t) = |V_i(t)|^2 \quad (۳۲)$$

روابط ۲۶ تا ۳۲، تعریف یک سیستم از معادلات با متغیرهای  $l(t), v(t), Q(t), P(t), S(t)$  است. کنترل کننده مرکزی دارای دو بخش اصلی شامل بخش مدیریت انرژی و بخش هماهنگی حفاظتی ریزشکبه می-باشد. بخش مدیریت انرژی وظیفه فراهم کردن میزان معینی از توان اکتیو و راکتیو، ولتاژ و فرکانس هر  $LC$  را برعهده دارد. برای اعمال محدودیت‌های ولتاژ برای ریزشکبه داریم:

$$\underline{V}_i \leq |V_i(t)| \leq \bar{V}_i, \quad \forall i \in \mathcal{N} \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (۳۳)$$

تابع هزینه‌ی مربوط انرژی خریداری شده از شبکه اصلی به صورت زیر می‌باشد:

$$C_{Grid}(t, p_{Grid}) \triangleq \pi(t) p_{Grid}(t) \quad (۳۴)$$

$$C'_{Grid}(t, q_{Grid}) \triangleq \pi'(t) q_{Grid}(t) \quad (۳۵)$$

$q_{Grid}(t), p_{Grid}(t)$ : توان اکتیو و راکتیو مبادله شده بین ریزشکبه و شبکه توزیع در زمان  $t$  است. هرگاه مقدار آن منفی باشد به این معنی است که ریزشکبه انرژی مازاد خود را به شبکه اصلی می‌فروشد.  $\pi(t)$  و  $\pi'(t)$  به ترتیب قیمت توان اکتیو و راکتیو مبادله‌ای در زمان  $t$  است.

### ۳- بخش بار بهینه شبکه

شده برای حل مساله OPF بنام PCPM و ADMM استفاده شده است. همان‌طور که از شکل (۱) مشخص است ابتدا کنترل کننده‌های محلی برنامه‌ریزی اولیه خود را به MGCC ارسال می‌کنند، در عین حال MGCC نیز ابتدا بصورت تصادفی برنامه کنترلی خود را برای آنها ارسال می-کند که شامل  $S_i^k(t) \triangleq P_i^k(t) + iq_i^k(t)$  و دو سیگنال کنترل  $\{\mu_i^k(t)\}_{t \in T}, \{\lambda_i^k(t)\}_{t \in T}$  برای هر واحد محلی، می‌باشد.  $\lambda_i(t)$  و  $\mu_i(t)$  به ترتیب ضرایب بهینه‌سازی مرتبط با توان اکتیو و راکتیو می‌باشند.

### ۴-۱- الگوریتم توزیع شده PCPM

الگوریتم توزیع شده براساس اصلاح مقادیر پیش بینی بوده روش کار الگوریتم بطور کامل در مرجع [۱] توضیح داده شده است. مدیریت انرژی بهینه در کنترل کننده‌ها بصورت زیر خواهد بود:

(۱) کنترل کننده محلی مربوط به دیزل ژنراتور، مساله خود

$$V_i(t) - V_j(t) = z_{ij} I_{ij}(t) \quad (۲۳)$$

$$S_{ij}(t) = V_i(t) I_{ij}^*(t) \quad (۲۴)$$

$$S_{ij}(t) - z_{ij} |I_{ij}(t)|^2 - \sum_{k:(j,k) \in E} S_{jk}(t) = S_j(t) \quad (۲۵)$$

با استفاده از رابطه (۲۳) الی (۲۵) و در شرایط متغیر واقعی می‌توان حالت پایدار پخش توان در شبکه توزیع به دست آمده  $\mathcal{G}$ :

$$\forall (i, j) \in \forall t \in T \quad (۲۶)$$

$$p_j = P_{ij} - r_{ij} l_{ij} - \sum_{k:(j,k) \in E} P_{jk}, \quad j = 1, \dots, n \quad (۲۷)$$

$$q_j = Q_{ij} - x_{ij} l_{ij} - \sum_{k:(j,k) \in E} Q_{jk}, \quad j = 1, \dots, n \quad (۲۸)$$

$$v_j = v_i - 2(r_{ij} P_{ij} - x_{ij} Q_{ij}) + (r^2_{ij} - x^2_{ij}) l_{ij}, \quad (i, j) \in E \quad (۲۹)$$

$$l_{ij} = \frac{P^2_{ij} + Q^2_{ij}}{v_i}, \quad (i, j) \in E \quad (۳۰)$$

$$\ell_{ij}(t) = |I_{ij}(t)|^2 \quad (۳۱)$$

$$\begin{aligned} \text{OPF} \\ \min_{P, Q, l, v, p, q} & \sum_{i=1}^n C^{Gen}(p^{Gen}) + \sum_{i=1}^n C^{RLD}(p^{RLD}) \\ & + \sum_{(i,j) \in E} r_{ij} l_{ij} + \sum_{i=1}^n C^{ES}(p^{ES}) + \sum_{i=1}^n C^{Grid}(p^{Grid}) \\ & + \sum_{i=1}^n C'^{Gen}(q^{Gen}) + \sum_{i=1}^n C'^{RLD}(q^{RLD}) + \sum_{i=1}^n C'^{ES}(q^{ES}) \\ & + \sum_{i=1}^n C'^{Grid}(q^{Grid}) \end{aligned} \quad (۳۶)$$

طبق روابط (۲۰-۲۱)، (۲۱-۲۰)، (۱۴-۱۰)، (۸-۵) و (۳۲-۲۶) مساله (۳۶) یک مساله  $NP$ -hard<sup>۱</sup> است. برای حل مساله از شرط زیر برای بهینه‌سازی محذب استفاده شده است [۱۵]:

$$l_{ij} \geq \frac{P^2_{ij} + Q^2_{ij}}{v_i}, \quad (i, j) \in E \quad (۳۷)$$

### ۴- الگوریتم‌های توزیع شده

مساله OPF بالا یک مساله بهینه‌سازی متمرکز است. برای طراحی EMS مطلوب و کنترل پذیر، از روش‌های توزیع

<sup>۱</sup> Non-deterministic-Polynomial

را بصورت زیر حل می‌کند:

را بصورت زیر حل می‌کند:

$$EMS - LC (Load) \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \min_{S_{RLD}} \quad & C_{RLD}(\mathbf{p}_{RLD}) + (\boldsymbol{\mu}_i^k)^T \mathbf{p}_{RLD} \\ & + (\hat{\boldsymbol{\lambda}}_i^k)^T \mathbf{q}_{RLD} \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{p}_{RLD}\|^2 \\ & - \|\mathbf{p}_{RLD}^k\|^2 \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{q}_{RLD}\|^2 \\ & - \|\mathbf{q}_{RLD}^k\|^2 \end{aligned}$$

طبق روابط (۲۰-۲۱).

(۴) کنترل کننده مرکزی مساله خود را برای هر زمان  $t \in T$  به صورت زیر حل می‌کند:

$$EMS - MGCC \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \min_{P(t), Q(t), V(t), I(t), S(t)} \quad & C_{Grid}(t, \mathbf{p}_{Grid}(t)) \\ & + C'_{Grid}(t, \mathbf{q}_{Grid}(t)) \\ & + \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} r_{ij} \ell_{ij}(t) \\ & - (\hat{\boldsymbol{\mu}}^k)^T \mathbf{p}(t) - (\hat{\boldsymbol{\lambda}}^k)^T \mathbf{q}(t) \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{p}(t) - \mathbf{p}^k(t)\|^2 \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{q}(t) - \mathbf{q}^k(t)\|^2 \end{aligned}$$

طبق روابط (۲۰-۲۱)، (۱۴-۱۰)، (۸-۵)، (۱۰-۱۴)، (۲۰-۲۱) و (۳۷-۲۶).

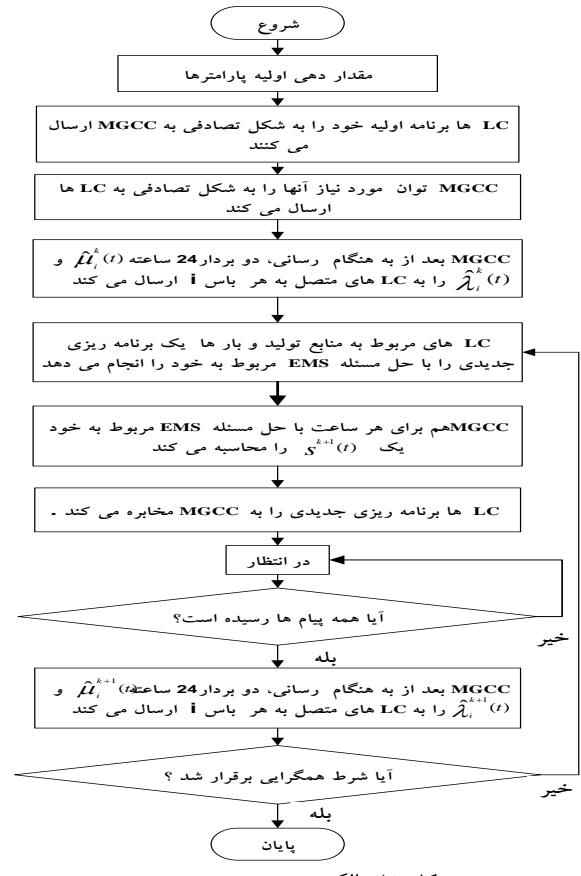
۲-۴- الگوریتم توزیع شده ADMM

الگوریتم قدرتمندی است که برای حل مسائل محدب بصورت غیرمتمرکز، مناسب است. این الگوریتم به جای حل مساله اصلی آن را به چندین مساله کوچک‌تر تبدیل کرده و با حل جداگانه‌ی آنها و همراه سازی نتایج، به جواب قابل قبول می‌رسد که در بخش ضمیمه به طور کامل توضیح داده شده است.

(۱) کنترل کننده محلی واحد دیزل ژنراتور، مساله خود را به صورت زیر حل می‌کند:

$$\begin{aligned} EMS - LC (DG) \\ \min_{\mathbf{p}_{Gen}^{k+1}} \quad & \text{argmin}_{\mathbf{p}_{Gen}} \mathcal{L}_\rho(C_{Gen}(\mathbf{p}_{Gen}), C'_{Gen}(\mathbf{q}_{Gen}^k), \hat{\boldsymbol{\mu}}_i^k) \\ \min_{\mathbf{q}_{Gen}^{k+1}} \quad & \text{argmin}_{\mathbf{q}_{Gen}} \mathcal{L}_\rho(C_{Gen}(\mathbf{p}_{Gen}^{k+1}), C'_{Gen}(\mathbf{q}_{Gen}), \hat{\boldsymbol{\lambda}}_i^k) \end{aligned} \quad (42)$$

که طبق روابط (۲۰-۲۱)، (۸-۵)، مقدار بهینه  $\mathbf{S}_{Gen}^*$  به عنوان



شکل (۱): الگوریتم توزیع شده

$$EMS - LC (DG) \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \min_{S_{Gen}} \quad & C_{Gen}(\mathbf{p}_{Gen}) + (\hat{\boldsymbol{\mu}}_i^k)^T \mathbf{p}_{Gen} \\ & + (\hat{\boldsymbol{\lambda}}_i^k)^T \mathbf{q}_{Gen} \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{p}_{Gen} - \mathbf{p}_{Gen}^k\|^2 \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{q}_{Gen} - \mathbf{q}_{Gen}^k\|^2 \end{aligned}$$

طبق روابط (۲۰-۲۱)، (۸-۵).

(۲) کنترل کننده محلی مربوط به باتری، مساله خود را به صورت زیر حل می‌کند:

$$EMS - LC (ES) \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \min_{S_{ES}} \quad & C_{ES}(\mathbf{p}_{ES}) + (\boldsymbol{\mu}_i^k)^T \mathbf{p}_{ES} \\ & + (\hat{\boldsymbol{\lambda}}_i^k)^T \mathbf{q}_{ES} \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{p}_{ES} - \mathbf{p}_{ES}^k\|^2 \\ & + \frac{1}{2\gamma} \|\mathbf{q}_{ES} - \mathbf{q}_{ES}^k\|^2 \end{aligned}$$

طبق روابط (۱۴-۱۰).

(۳) کنترل کننده محلی مربوط به بار قابل قطع، مساله خود

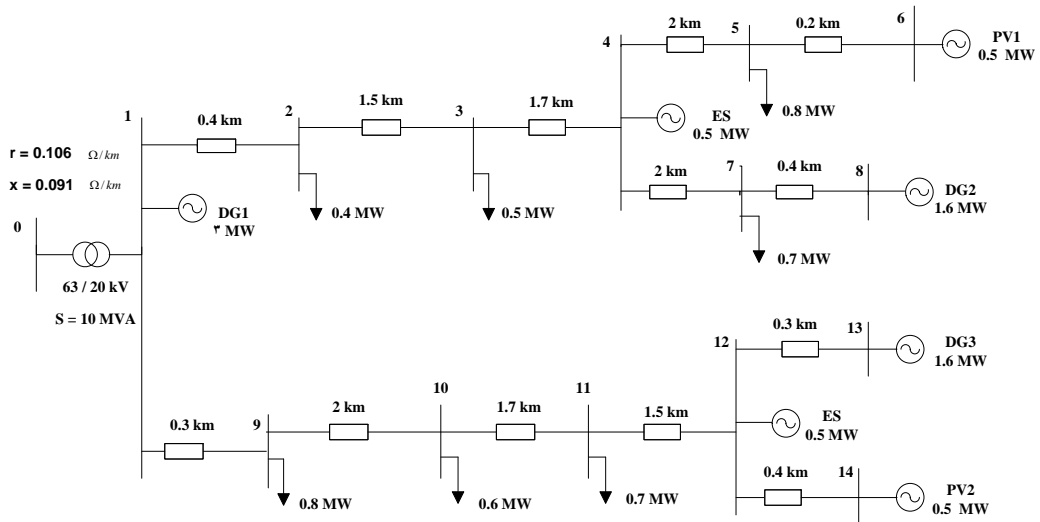
$$\begin{aligned}
 & -(\hat{\mu}^k)^T (p(t) - p(t)^k) \\
 & + (\hat{\lambda}^k)^T (q(t) - q(t)^k) \\
 & + \frac{\rho}{2} \|p(t) - p(t)^k\|^2 \\
 & + \frac{\rho}{2} \|q(t) - q(t)^k\|^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\mu}_i^{k+1}(t) & \triangleq \hat{\mu}_i^k(t) + \gamma(p_{RLDi}^{k+1}(t) \\
 & + p_{ESi}^{k+1}(t) - p_{Geni}^{k+1}(t) - p_i^{k+1}(t)) \\
 \hat{\lambda}_i^{k+1}(t) & \triangleq \hat{\lambda}_i^k(t) + \gamma(q_{RLDi}^{k+1}(t) \\
 & + q_{ESi}^{k+1}(t) - q_{Geni}^{k+1}(t) - q_i^{k+1}(t))
 \end{aligned}$$

طبق روابط (۲۰-۲۱)، (۱۰-۱۴)، (۵-۸)، (۲۰-۲۱) و (۳۷-۳۶) مقدار بهینه  $s^*(t)$  به عنوان پارامتر  $s^{k+1}(t)$  تعیین می‌شود.

### ۵- مطالعه موردی

برای حل مسئله از نرم افزارهای MATLAB - CVX و OpenDss استفاده شده است. الگوریتم‌های توزیع شده پیشنهادی بر روی ریزشبکه نمونه در شکل (۲) پیاده‌سازی شده است. همانگونه که مشخص است دیزل ژنراتورها در شین‌های ۱، ۸ و ۱۳ قرار دارند که پارامترهای تابع هزینه آن‌ها مطابق جدول ۱ تعیین شده است. دو واحد مشابه باتری در باس‌های ۴ و ۱۲ قرارداد شده است. مقادیر ضرایب تابع هزینه آن‌ها در جدول ۲ آمده است. تمام بارها قابل کنترل بوده و  $\alpha_{RLD}$  برابر با ۰,۰۰۱ در نظر گرفته شده است. مقادیر پیش‌بینی برای بارهای قابل کنترل و PVs بطور ایده‌آل فرض شده است.



پارامتر  $s_{Gen}^{k+1}$  تعیین می‌شود.

(۲) کنترل کننده محلی واحد باتری، مسئله خود را به صورت زیر حل می‌کند:

$$\begin{aligned}
 & \text{EMS - LC (ES)} \\
 & \mathbf{p}_{ES}^{k+1} \\
 & := \underset{\mathbf{p}_{ES}}{\text{argmin}} \mathcal{L}_{\rho}(C_{ES}(\mathbf{p}_{ES}), C'_{ES}(\mathbf{q}_{ES}^k), \hat{\mu}_i^k) \\
 & \mathbf{q}_{ES}^{k+1} \\
 & := \underset{\mathbf{q}_{ES}}{\text{argmin}} \mathcal{L}_{\rho}(C_{ES}(\mathbf{p}_{ES}^{k+1}), C'_{ES}(\mathbf{q}_{ES}), \hat{\lambda}_i^k)
 \end{aligned} \tag{۴۳}$$

طبق روابط (۱۰-۱۴) مقدار بهینه  $s_{ES}^*$  به عنوان پارامتر  $s_{ES}^{k+1}$  تعیین می‌شود.

(۳) کنترل کننده محلی واحد بار قابل قطع، مسئله خود را به صورت زیر حل می‌کند:

$$\begin{aligned}
 & \text{EMS - LC (RLD)} \\
 & \mathbf{p}_{RLD}^{k+1} \\
 & := \underset{\mathbf{p}_{RLD}}{\text{argmin}} \mathcal{L}_{\rho}(C_{RLD}(\mathbf{p}_{RLD}), C'_{RLD}(\mathbf{q}_{RLD}^k)) \\
 & \mathbf{q}_{RLD}^{k+1} \\
 & := \underset{\mathbf{q}_{RLD}}{\text{argmin}} \mathcal{L}_{\rho}(C_{RLD}(\mathbf{p}_{RLD}^{k+1}), C'_{RLD}(\mathbf{q}_{RLD}))
 \end{aligned} \tag{۴۴}$$

طبق روابط (۲۰-۲۱) مقدار بهینه  $s_{RLD}^*$  به عنوان پارامتر  $s_{RLD}^{k+1}$  تعیین می‌شود.

(۴) کنترل کننده مرکزی (MGCC) مساله خود را برای هر زمان  $t \in \mathcal{T}$  به صورت زیر حل می‌کند:

$$\begin{aligned}
 & \min \\
 & P(t), Q(t) \quad C_{Grid}(t, p_{Grid}(t)) \\
 & V(t), I(t), S(t) \\
 & + C'_{Grid}(t, q_{Grid}(t)) \\
 & + \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}} r_{ij} \ell_{ij}(t)
 \end{aligned} \tag{۴۵}$$

جدول (۱): مقادیر پارامترهای تابع هزینه دیزل ژنراتور

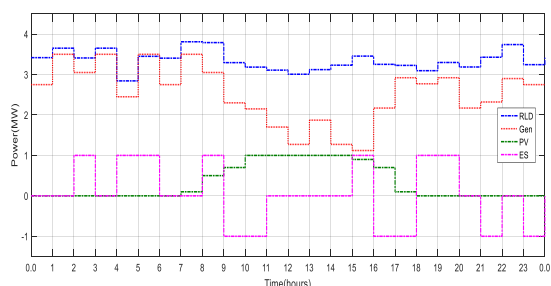
واحد تولید	$a_{Gen i}$ (\$/KWh <sup>2</sup> )	$b_{Gen i}$ (\$/KWh)	$c_{Gen i}$ (\$)	$a'_{Gen i}$ (\$/KWh <sup>2</sup> )	$b'_{Gen i}$ (\$/KWh)	$c'_{Gen i}$ (\$/KWh)
DG1	۰,۰۰۰۰۰۹	۵,۴۹	۳,۴۸	۰,۰۰۰۰۰۰۸۸	۰,۵۴	۰,۳۴
DG2,3	۰,۰۰۰۰۰۸	۵,۴۱	۳,۴۱	۰,۰۰۰۰۰۰۷۹	۰,۵۳	۰,۳۱

جدول (۱): مقادیر پارامترهای تابع هزینه دیزل ژنراتور

واحد تولید	$a_{Gen i}$ (\$/KWh <sup>2</sup> )	$b_{Gen i}$ (\$/KWh)	$c_{Gen i}$ (\$)	$a'_{Gen i}$ (\$/KWh <sup>2</sup> )	$b'_{Gen i}$ (\$/KWh)	$c'_{Gen i}$ (\$/KWh)
DG1	۰,۰۰۰۰۰۹	۵,۴۹	۳,۴۸	۰,۰۰۰۰۰۰۸۸	۰,۵۴	۰,۳۴
DG2,3	۰,۰۰۰۰۰۸	۵,۴۱	۳,۴۱	۰,۰۰۰۰۰۰۷۹	۰,۵۳	۰,۳۱

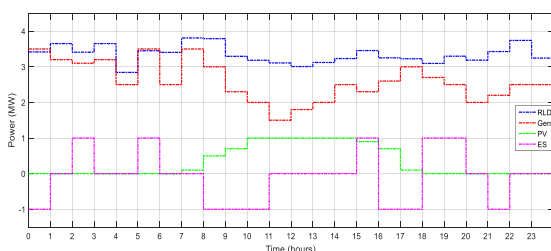
جدول (۲): مقادیر پارامترهای تابع هزینه باتری

$\eta_{ES}$	$H_{ES}^e$ (MWh)	$H_{ES}(0)$ (MWh)	$\underline{H}_{ES}$ (MWh)	$\bar{H}_{ES}$ (MWh)	$d_{ES}$	$c_{ES}$	$b_{ES}$	$a_{ES}$
۰,۹۵	۱	۱,۲	۰,۱۵	۲,۵	۰,۲	۰,۵	۰,۷۵	۱
	$H'_{ES}^e$ (MWh)	$H'_{ES}(0)$ (MWh)	$\underline{H}'_{ES}$ (MWh)	$\bar{H}'_{ES}$ (MWh)	$d'_{ES}$	$c'_{ES}$	$b'_{ES}$	$a'_{ES}$
	۰,۱	۰,۱۲	۰,۰۱	۰,۲۵	۰,۰۲	۰,۰۵	۰,۰۷	۰,۱

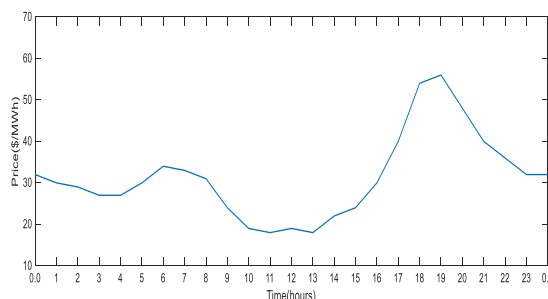


شکل (۴): برنامه‌ریزی روزانه تولید شده با الگوریتم PCPM در حالت متصل به شبکه

شکل (۶) نمودار همگرایی با روش PCPM در کنترل کننده مرکزی و در ساعت ۱۴ را نشان می‌دهد. با این روش الگوریتم در ۴۵ تکرار به جواب بهینه رسیده است. همگرایی الگوریتم با روش ADMM در شکل (۷) آمده است. الگوریتم با ۴۰ تکرار به جواب بهینه رسیده است.



شکل (۵): برنامه‌ریزی روزانه تولید شده با الگوریتم ADMM در حالت متصل به شبکه

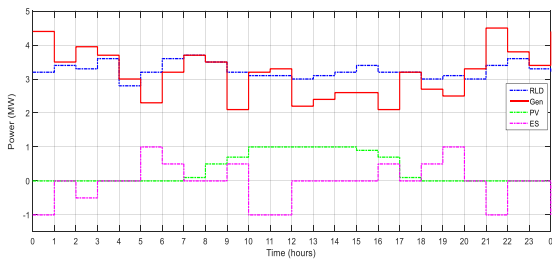


شکل (۳): قیمت روزانه انرژی

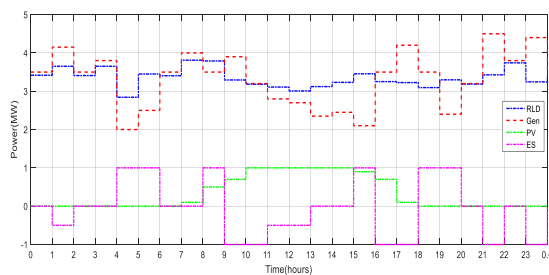
قیمت روزانه انرژی در شکل (۳) نشان داده شده است که از بازار برق کالیفرنیا (CAISO) استخراج شده است [۲۴]. اطلاعات مربوط به بازه‌های زمانی ساعتی به‌عنوان ورودی به الگوریتم در نظر گرفته شده است. ریزشبکه در حالت اتصال به شبکه سراسری بوده است. برنامه‌ریزی روزانه تولید شده با الگوریتم‌های PCPM و ADMM بترتیب در شکل-های (۴) و (۵) نشان داده شده است. در هر دو روش، مجموع توان تولیدی دیزل ژنراتورها نقش بیشتری در تغذیه بار کلی ریزشبکه داشته و باتری‌ها هم در ساعت‌هایی که سیستم‌های فتوولتائیک نقش موثری در تولید دارند؛ در حال شارژ شدن می‌باشند. در نتیجه تغذیه باتری‌ها که خود در این زمان به‌عنوان مصرف کننده بوده با هزینه کمتری انجام شده است.



ADMM و PCPM را نشان می‌دهند. نتایج حاکی از افزایش ده درصدی هزینه بهره‌برداری ریزشبه در مقایسه با حالت متصل به شبکه، بوده است.



شکل (۱۰): برنامه‌ریزی روزانه تولید شده با الگوریتم PCPM در حالت مستقل از شبکه



شکل (۱۱): برنامه‌ریزی روزانه تولید شده با الگوریتم ADMM در حالت مستقل از شبکه

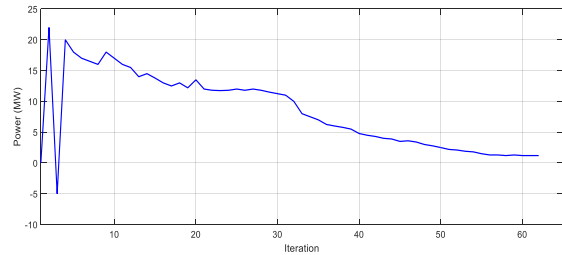
مقایسه کلی دو روش، در جدول ۳ نشان داده شده است.

### ۶- نتیجه گیری

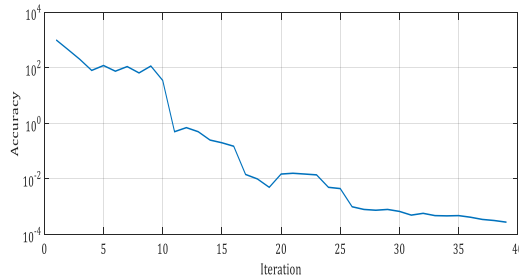
در این مقاله، استراتژی مدیریت انرژی توزیع شده با دو روش PCPM و ADMM پیشنهاد شده است. در این روش‌ها کنترل کننده مرکزی و کنترل کننده‌های محلی بطور مشترک، برنامه واحدی را بهینه می‌کنند. روش‌های مذکور بر روی ریزشبه نمونه و در حالت‌های متصل به شبکه و مستقل از شبکه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج شبیه سازی کارایی بهتر و همگرایی سریع تر روش‌های توزیع شده نسبت به روش متمرکز را نشان داده است. همچنین روش ADMM با تعداد تکرار کمتر و با هزینه بهره برداری کمتری نسبت به روش PCPM مساله اصلی را بهینه نموده است.

جدول (۳): مقایسه کلی روش‌های PCPM و ADMM

تعداد تکرار در همگرایی	هزینه بهره برداری (دلار)	روش حل مساله	حالت اتصال ریزشبه به شبکه اصلی
۴۰	۴۰۲۵	ADMM	متصل به شبکه اصلی
۶۳	۴۲۲۵	PCPM	متصل به شبکه اصلی
۴۲	۴۲۱۳	ADMM	جدا از شبکه اصلی
۶۵	۴۵۱۳	PCPM	جدا از شبکه اصلی

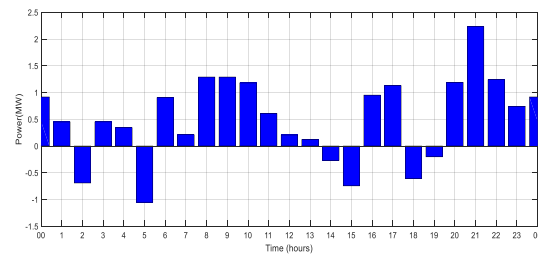


شکل (۶): همگرایی با روش PCPM در کنترل کننده مرکزی و در ساعت ۱۴

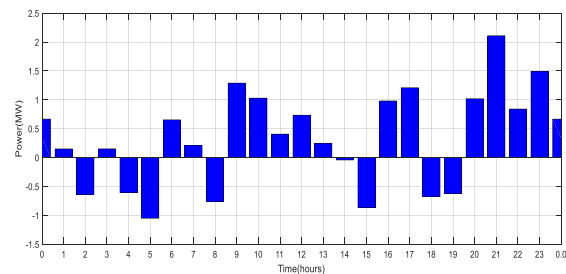


شکل (۷): همگرایی الگوریتم با روش ADMM

انرژی مبادله شده بین شبکه سراسری و ریزشبه با روش‌های PCPM و ADMM بترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) نشان داده شده است. ریزشبه در ساعت‌هایی که قیمت انرژی پایین است، از شبکه اصلی انرژی را وارد می‌کند و در ساعت‌هایی که قیمت انرژی بالا است، با تولید بیشتر سعی در صادر نمودن انرژی به شبکه سراسری داشته است.



شکل (۸): انرژی مبادله شده بین شبکه سراسری و ریزشبه با روش PCPM



شکل (۹): انرژی مبادله شده بین شبکه سراسری و ریزشبه با روش ADMM

الگوریتم‌های توزیع شده پیشنهادی در حالت مستقل از شبکه نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند. شکل‌های (۱۰) و (۱۱) بترتیب برنامه‌ریزی روزانه ریزشبه با روش‌های

## - ضمیمه‌ها

## ۱-۷- روش ADMM

فرض می‌کنیم تابع  $f(x)$  قابلیت تجزیه شدن به توابع  $f_i(x_i)$  را دارد. در این صورت می‌توان تابع  $f(x)$  را بصورت  $\sum f_i(x_i)$  نوشت. لذا لاگرانژ مدل (۱) بصورت زیر خواهد بود:

$$L(x, \lambda) = \sum_{i=1}^N \left[ f_i(x_i) + \lambda^T (A_i x_i - \frac{b}{N}) \right] \quad (10)$$

و برای حل، معادله‌ی زیر جایگزین معادله اول می‌شود:

$$x_i^{(k+1)} := \operatorname{argmin}_{x_i} L(x_i, \lambda^k) \quad (11)$$

بدین صورت در حل هر معادله فقط به بخشی خاص از متغیرها احتیاج داریم و بدین صورت مدل بزرگ ابتدایی به چندین مدل کوچک تبدیل می‌گردد. این الگوریتم را تجزیه دوگان می‌نامند. تفاوت augmented Lagrangian با Lagrangian در اضافه شدن یک جمله می‌باشد.

$$L_\rho(x, \lambda) = f(x) + \lambda^T (Ax - b) + (\rho/2) \|Ax - b\|_2^2 \quad (12)$$

پارامتر  $\rho$  در عبارت بالا یک فاکتور جریمه می‌باشد که می‌توان در ابتدا هر مقداری بزرگتر از صفر داشته باشد. اگر در الگوریتم فراز رفتن دوگان بجای استفاده از augmented Lagrangian، از Lagrangian استفاده شود، حل معادلات زیر بصورت تکراری منجر به همگرایی به جواب بهینه می‌شود. روش ADMM با ترکیب قابلیت تجزیه‌ی روش دوگان و قدرت میل کردن روش augmented Lagrangian بعنوان ابزاری قدرتمند شناسایی می‌شود.

$$\min f(x) + g(z) \quad (13)$$

$$x^{(k+1)} := \operatorname{argmin}_x L_\rho(x, z^k, \lambda^k) \quad (14)$$

$$z^{(k+1)} := \operatorname{argmin}_z L_\rho(x^{(k+1)}, z, \lambda^k) \quad (15)$$

$$\lambda^{(k+1)} := \lambda^k + \rho(Ax^{(k+1)} + Bz^{(k+1)} - c) \quad (16)$$

در این الگوریتم بر خلاف روش‌های دیگر تجزیه در صورت انتخاب هر مقدار بزرگتر از صفر برای فاکتور پینالتی ( $\rho$ ) به جواب بهینه همگرا خواهد شد.

الگوریتم قدرتمندی است که برای حل مسائل محدب بصورت غیر متمرکز، مناسب است. این الگوریتم به جای حل مساله اصلی آن را به چندین مسئله کوچک تر تبدیل کرده و با حل جداگانه‌ی آنها و همراه سازی نتایج، به جوابی قابل قبول می‌رسد.

## 7-1-1. Dual Ascent

مدلی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\min f(x) \quad (1)$$

$$Ax = b$$

مدل بالا تفاوتی با مدل تعریف شده در زیر ندارد:

$$\min_x \max_\lambda f(x) + \lambda^T (Ax - b) \quad (2)$$

$$Ax = b$$

به دلیل اینکه هم ارز است با:

$$\begin{cases} f(x) & Ax = b \\ \infty & Ax \neq b \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) + \lambda^T (Ax - b) = L(x, \lambda)$$

پس می‌توان مدل (۱) را بصورت زیر نوشت:

$$\min_x \max_\lambda L(x, \lambda) \quad (4)$$

$$Ax = b$$

که دوگان آن بصورت زیر خواهد بود:

$$\max_\lambda \min_x L(x, \lambda) \quad (5)$$

$$Ax = b$$

پس جواب مساله اصلی و مساله دوگان عبارت است از:

$$x^* = \operatorname{argmin}_x \max_\lambda L(x, \lambda) \quad (6)$$

$$\lambda^* = \operatorname{argmax}_\lambda \min_x L(x, \lambda) \quad (7)$$

و در نتیجه در صورت برقراری خاصیت دوگانی قوی خواهیم داشت:

$$x^{(k+1)} := \operatorname{argmin}_x L(x, \lambda^k) \quad (8)$$

$$\lambda^{(k+1)} := \lambda^k + a^k (Ax^{(k+1)} - b) \quad (9)$$

با حل تکراری روابط (۸) و (۹)، پاسخ دریافتی به جواب بهینه میل خواهد کرد. الگوریتم توضیح داده شده دارای خاصیت مهمی بنام قابلیت تجزیه، می‌باشد که در زیر به توضیح آن می‌پردازیم.

## 7-1-2- Dual Decomposition

## مراجع

[1] W. Shi, X. Xie, C.-C. Chu, and R. Gadh, "A distributed optimal energy management strategy for microgrids", IEEE Trans. Smart Grid, vol. 6, no. 3, 2015, pp. 1810–1820.

- [2] Y. Zhang, N. Rahbari-Asr, J. Duan, and M. Y. Chow, "Day-Ahead Smart Grid Cooperative Distributed Energy Scheduling With Renewable and Storage Integration", *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, Vol. 7, No. 4, 2016, pp. 1739-1748.
- [3] S. Choi, S. Park, D.-J. Kang, S.-J. Han, and H.-M. Kim, "A microgrid energy management system for inducing optimal demand response", *Proc. IEEE Int. Conf. Smart Grid Commun. (SmartGridComm)*, Brussels, Belgium, 2011, pp. 19–24.
- [4] C. Cecati, C. Citro, and P. Siano, "Combined operations of renewable energy systems and responsive demand in a smart grid", *IEEE Trans. Sustain. Energy*, Vol. 2, No. 4, 2011, pp. 468–476.
- [5] S. Pourmousavi, M. Nehrir, C. Colson, and C. Wang, "Real-time energy management of a stand-alone hybrid wind-microturbine energy system using particle swarm optimization", *IEEE Trans. Sustain. Energy*, Vol. 1, No. 3, 2010pp. 193–201.
- [6] P. Siano, C. Cecati, H. Yu, and J. Kolbusz, "Real time operation of smart grids via FCN networks and optimal power flow", *IEEE Trans. Ind. Informat.*, Vol. 8, No. 4, 2012, pp. 944–952.
- [7] A. Dimeas and N. Hatziargyriou, "Operation of a multiagent system for microgrid control", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 20, No. 3, 2005, pp. 1447–1455.
- [8] Z. Wang, K. Yang, and X. Wang, "Privacy-preserving energy scheduling in microgrid systems", *IEEE Trans. Smart Grid*, Vol. 4, No. 4, 2013, pp. 1810–1820.
- [9] A. Dominguez-Garcia and C. Hadjicostis, "Distributed algorithms for control of demand response and distributed energy resources", *Proc. IEEE Conf. Decis. Control Eur. Control (CDC)*, Orlando, FL, USA, 2011, pp. 27–32.
- [10] Y. Zhang, N. Gatsis, and G. Giannakis, "Robust energy management for microgrids with high-penetration renewables", *IEEE Trans. Sustain. Energy*, Vol. 4, No. 4, 2013, pp. 944–953.
- [11] E. Crisostomi, M. Liu, M. Raugi, and R. Shorten, "Plug-and-play distributed algorithms for optimized power generation in a microgrid", *IEEE Trans. Smart Grid*, Vol. 5, No. 4, 2014, pp. 2145–2154.
- [12] W. Shi, N. Li, X. Xie, C.-C. Chu, and R. Gadh, "Optimal residential demand response in distribution networks", *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, Vol. 32, No. 7, 2014, pp. 1441–1450.
- [13] S. H. Low, "Convex relaxation of optimal power flow—Part I: Formulations and equivalence", *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, Vol. 1, No. 1, 2014, pp. 15–27.
- [14] S. H. Low, "Convex relaxation of optimal power flow—Part II: Exactness", *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, Vol. 1, No. 2, 2014, pp. 177–189.
- [15] N. Li, L. Chen, and S. H. Low, "Exact convex relaxation of OPF for radial networks using branch flow model", in *Proc. IEEE Int. Conf Smart Grid Commun. (SmartGridComm)*, Tainan, Taiwan, 2012, pp. 7–12.
- [16] L. Gan, N. Li, U. Topcu, and S. H. Low, "On the exactness of convex relaxation for optimal power flow in tree networks", *Proc. IEEE Conf. Decis. Control Eur. Control (CDC)*, Maui, HI, USA, 2012, pp. 465–471.
- [17] L. Gan, N. Li, U. Topcu, and S. H. Low, "Optimal power flow in tree networks", *Proc. IEEE Conf. Decis. Control Eur.*, 2014.

- [18] L. Gan, N. Li, U. Topcu, and S. H. Low "Exact convex relaxation of optimal power flow in radial networks", IEEE Trans. Autom. Control. [Online], 2015.
- [19] Y. Zhang and G. B. Giannakis, "Efficient Decentralized Economic Dispatch for Microgrids with Wind Power Integration," 2014 Sixth Annual IEEE Green Technologies Conference, Corpus Christi, TX, 2014, pp. 7-12.
- [20] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, "Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers", Found. Trends Mach. Learning, Vol. 3, No. 1, 2010, pp. 1–122.
- [21] X. Shen, L. Chen, Y. Gu and H. C. So, "Square-Root Lasso with Non convex Regularization: An ADMM Approach", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 23, No. 7, 2016, pp. 934-938.
- [22] T. H. Chang, "A Proximal Dual Consensus ADMM Method for Multi-Agent Constrained Optimization," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 64, No. 14, 2016, pp. 3719-3734.
- [23] J. Cai, J. E. Braun, D. Kim and J. Hu, "A multi-agent control based demand response strategy for multi-zone buildings", 2016 American Control Conference (ACC), Boston, MA, 2016, pp. 2365-2372.
- [24] [http://www.energyonline.com/Data/Generic, Data.aspx? Data ID=22&CAISO\\_Day-Ahead\\_Price](http://www.energyonline.com/Data/Generic, Data.aspx? Data ID=22&CAISO_Day-Ahead_Price), 2016.

[ ۲۵ ] غلامی فرد، م.، امجدی، ن.، شریف زاده، ح. (۱۳۹۶)، پخش بار بهینه احتمالاتی به منظور تعیین قیمت‌های حاشیه‌ای محلی در حضور تولید بادی، مجله علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، سال ۱۶، شماره ۴۸.

[ ۲۶ ] [ارمغانی، ص.، امجدی، ن. (۱۳۹۳)، توزیع بار اقتصادی با در نظر گرفتن آلودگی در سیستم های قدرت چندناحیه ای با استفاده از الگوریتم بهینه سازی فاخته، مجله علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، سال ۱۲، شماره ۳۷.

[ ۲۷ ] [امجدی، ن.، انصاری، م.ر. (۱۳۹۱)، برنامه ریزی کوتاه مدت نیروگاه های آبی و حرارتی در سیستم قدرت با در نظر گرفتن محدودیت های ایمنی سیستم و مسئله پایداری ولتاژ، مجله علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، سال ۱۰، شماره ۲۸.