

## بهبود رفتار همگرایی الگوریتم وفقی تصویر افاین در مدل سازی سیستم های خطی تنگ با سیگنال های ورودی همبسته

مهدی بکرانی<sup>۱\*</sup>

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>یکی از مهمترین چالشهای موجود در فیلترهای وفقی، سرعت پایین همگرایی الگوریتم وفقی در حضور سیگنال های ورودی با همبستگی زیاد می باشد. الگوریتم وفقی تصویر افاین، تعمیم یافته الگوریتم مشهور حداقل میانگین مربعات نرمالیزه خطا (NLMS) بوده و سبب بهبود سرعت همگرایی در برابر سیگنال های ورودی همبسته در ساختارهای تمام باند و زیرباندی می شود. در این مقاله، به منظور بهبود عملکرد همگرایی الگوریتم در برابر سیگنال های با همبستگی زیاد در کاربرد مدل سازی سیستم های خطی تنگ، یک الگوریتم وفقی تصویر افاین زیرباندی ارائه شده است که در آن تعداد بردارهای تصویر سازی از ورودی در هر زیرباند به صورت تابعی از خطای تخمینی زیرباندی تعیین می شود. همچنین طول گام به صورت تابعی از دامنه وزنه های فیلتر وفقی و خطای تخمینی زیرباندی در نظر گرفته شده است، به صورتی که در ابتدای همگرایی، نقش وزنه های بزرگتر در بهنگام سازی بیشتر بوده و به تدریج با کاهش خطا، نقش تمام وزنه ها در بهنگام سازی یکسان شود. این ایده علاوه بر افزایش سرعت همگرایی سبب کاهش خطای حالت دائم می شود. نتایج شبیه سازی برای مدل سازی سیستم خطی تنگ و همچنین در کاربرد حذف پژواک آکوستیکی، بهبود عملکرد همگرایی و دقت بالاتر الگوریتم در تخمین ضرایب مسیر آکوستیکی را در مقایسه با الگوریتم های وفقی همتا تایید می کند.</p>	<p>دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۹۰/۰۴            پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۱۸</p> <p><b>واژگان کلیدی:</b>            فیلتر وفقی،            سرعت همگرایی،            الگوریتم تصویر افاین،            ساختار زیرباندی،            سیستم تنگ،            پژواک آکوستیکی.</p>

### ۱- مقدمه

با بهنگام سازی وزنه های فیلتر و مقایسه خروجی فیلتر با خروجی سیستم مورد نظر، مقادیر وزنه را به طور متوالی اصلاح می کنند تا هنگامی که خروجی فیلتر به خروجی سیستم همگرا شده و تخمین مناسبی از پارامترهای سیستم به دست آید [۱].

از میان الگوریتم های وفقی، الگوریتم حداقل میانگین مربعات (LMS) و LMS نرمالیزه شده<sup>۳</sup> (NLMS) به دلیل سادگی پیاده سازی و پیچیدگی محاسباتی پایین، و همچنین خاصیت ره گیری<sup>۴</sup> مناسب، از پرکاربردترین الگوریتم های وفقی محسوب می شوند. اما این الگوریتم ها در

فیلترهای وفقی امروزه به طور گسترده در کاربردهای پردازش سیگنال مورد استفاده قرار می گیرند که از جمله می توان به مدل سازی سیستم به منظور حذف نویز، پژواک و اعوجاج کانال اشاره کرد [۱]. در کاربرد مدل سازی، هدف تخمین پارامترهای یک سیستم ناشناخته است و می توان از الگوریتم های کاوشی و فراکاوشی که برای حل مساله بهینه سازی به روش جستجو گسترش یافته اند، برای تخمین پارامترهای سیستم استفاده کرد [۲ و ۳]. از جمله این الگوریتم ها می توان به الگوریتم های وفقی اشاره کرد که

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: bekrani@qut.ac.ir

۱. استادیار، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی قم

<sup>2</sup> Least Mean Square

<sup>3</sup> Normalized LMS

<sup>4</sup> Tracking

برابر ورودی های با همبستگی زیاد می شود. به منظور کاهش این حساسیت و افزایش سرعت همگرایی الگوریتم، پیاده سازی زیرباندی الگوریتم APA (به اختصار SAPA)<sup>6</sup> در [۷ و ۱۵] پیشنهاد شده است. در ساختار زیرباندی، سیگنال ورودی و سیگنال مطلوب توسط بانک فیلتر به زیرباندهای مجزا تجزیه می شوند و سیگنال خطا در هر زیرباند، جداگانه محاسبه می شود. از آنجا که تغییرات طیف سیگنال در هر زیرباند کم می شود، از میزان همبستگی سیگنال زیرباندی کاسته و این باعث بهبود سرعت همگرایی می شود [۱]. بر این اساس، الگوریتم APA زیرباندی به دلیل کاهش گستره تغییرات طیفی در هر باند فرکانسی، منجر به همگرایی سریع تر و کاهش MSE ماندگار می شود [۱۵-۱۷].

اگرچه الگوریتم APA زیرباندی بهبود قابل توجهی در سرعت همگرایی به وجود می آورد، اما در کاربردهای مربوط به مدل سازی سیستم های تنک، نظیر حذف پژواک آکوستیکی و حذف انعکاس هیبرید<sup>۷</sup> در خطوط تلفن، عملکرد ضعیفی به لحاظ حجم محاسبات و سرعت همگرایی دارد [۱۸]. در یک سیستم تنک، بسیاری از ضرایب پاسخ ضربه سیستم، صفر و یا نزدیک به صفر هستند. برای نمونه، پاسخ ضربه یک مسیر آکوستیکی به طور متعارف خاصیت تنک بودن<sup>۸</sup> دارد [۱۹ و ۲۰]، که در کاربردهای بسیاری از جمله در حذف پژواک آکوستیکی [۲۱ و ۲۲]، حذف فیدبک صوتی [۲۳] و کنترل فعال نویز [۲۴] حائز اهمیت است. به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی و بهبود سرعت همگرایی الگوریتم های وفقی در کاربرد چنین سیستم هایی، روش تناسبی پیشنهاد شده است [۲۵-۲۸]. در روش تناسبی هر وزن فیلتر به طور مستقل با تنظیم طول گام مناسب به هنگام سازی می شود، بنابراین وزنه های بزرگ به سرعت همگرا می شوند و در مقابل وزنه های کوچک به آهستگی همگرا می شوند. این رویکرد سبب همگرایی بهتر و نیز بهبود قابلیت ره گیری می شود [۲۹ و ۳۰]. اما این الگوریتم ها نیز به دلیل وابستگی رفتار همگرایی به پراکندگی مقادیر ویژه، دارای سرعت همگرایی ضعیفی در برابر سیگنال های ورودی رنگی می باشند.

برابر سیگنال های ورودی همبسته عملکرد همگرایی ضعیفی دارند و رفتار همگرایی آنها به شدت تابعی از تغییرات طیف توان سیگنال ورودی می باشد. هرچه این تغییرات بیشتر باشد و اصطلاحاً سیگنال رنگی تر باشد، پراکندگی مقادیر ویژه ماتریس همبستگی ورودی بیشتر خواهد بود و در نتیجه سرعت همگرایی کاهش بیشتری می یابد [۱]. بنابراین استفاده از این روشها در مدل سازی به صورت برخط اغلب عملی نیست.

برای بهبود عملکرد همگرایی و کاهش حساسیت رفتار همگرایی الگوریتم وفقی به همبستگی سیگنال ورودی، الگوریتم تصویر افاین (APA)<sup>۱</sup> پیشنهاد شده است [۴-۸]. این الگوریتم تعمیمی از الگوریتم NLMS به شمار می آید [۱ و ۴]. از مزایای الگوریتم APA می توان به مقاوم بودن در برابر نویز و کاهش وابستگی به پراکندگی مقادیر ویژه اشاره کرد [۹]. مزایای ذکر شده به هزینه پیچیدگی محاسباتی بالا به دست می آید. به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی الگوریتم APA در کاربردهایی که طول فیلتر زیاد است؛ نظیر کنترل فعال نویز و حذف پژواک آکوستیکی، الگوریتم APA با ورودی برش یافته سه سطحی (به اختصار CAPA)<sup>۲</sup> معرفی شد که عملکردی نزدیک به الگوریتم APA دارد [۴]. همچنین الگوریتم APA سریع معرفی شد که از نظر خاصیت ره گیری و همگرایی، مشابه الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی (RLS)<sup>۳</sup> عمل می کند [۱۰ و ۱۱]. روش هایی نیز برای بهبود عملکرد الگوریتم APA ارائه شده است. در [۱۲] الگوریتم APA جبران کننده بایاس در حضور نویز ارائه شده است که منجر به کاهش خطای MSE<sup>۴</sup> حالت دائم می شود. در [۱۳] یک الگوریتم APA تناسبی ارائه شده است که با برقراری روابط ریاضی مناسب بین پارامتر رگولاسیون و خطای حالت ماندگار برای سیستم های خطی تنک<sup>۵</sup>، منجر به بهبود عملکرد همگرایی می شود. الگوریتم APA با طول گام متغیر نیز اخیراً برای بهبود عملکرد در برابر نویز ضربه پیشنهاد شده است [۶ و ۱۴]. با وجود همه این بهبودهای ارائه شده، عملکرد الگوریتم APA همچنان به تغییرات طیف حساس است و این باعث افت عملکرد الگوریتم در

<sup>6</sup> Subband Affine Projection Algorithm

<sup>7</sup> Hybrid

<sup>8</sup> Sparseness

<sup>1</sup> Affine Projection Algorithm

<sup>2</sup> Clipped Affine Projection Algorithm

<sup>3</sup> Recursive Least Squares

<sup>4</sup> Mean Square Error

<sup>5</sup> Sparse

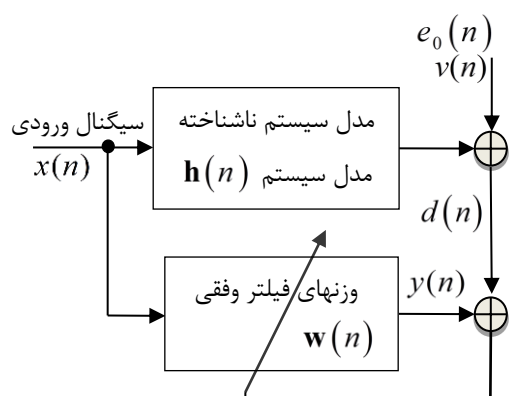
منظور حذف پژواک در سیستم‌های ارتباط گفتاری نظیر تلفنهای همراه، سیستمهای کنفرانس از راه دور، و فناوری VoIP<sup>۱</sup> است. ترتیب مطالب این مقاله به صورت زیر است. در بخش دوم به بررسی مساله مدل سازی سیستم و بررسی الگوریتم وفقی تصویر افاین در ساختار تمام باند و زیرباندی، در مدل سازی پرداخته می شود. بخش سوم به روش پیشنهادی اختصاص دارد. شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی و ارزیابی آن و مقایسه با روشهای همتا در بخش چهارم ارائه می شود. نهایتاً بخش پنجم به نتیجه گیری و جمع بندی اختصاص می یابد.

## ۲- بررسی الگوریتم وفقی تصویر افاین در مدل سازی سیستم خطی تنک

در این بخش ابتدا مساله مدل سازی سیستم مرور شده و سپس الگوریتمهای APA و SAPA شرح داده می شوند.

### ۲-۱- مدل سازی سیستم

در کاربرد مدل سازی سیستم به وسیله فیلتر وفقی، هدف تخمین پارامترهای یک مدل است. شکل (۱) ساختار مورد استفاده در مدل سازی سیستم خطی را نشان می دهد [۱].



شکل ۱- ساختار مورد استفاده برای مدل سازی سیستم خطی با فیلتر وفقی [۱]

در شکل (۱)،  $\mathbf{h}(n)$  بردار شامل ضرایب پاسخ ضربه سیستم ناشناخته با طول  $N$  به صورت

$$\mathbf{h}(n) = [h_0(n), h_1(n), \dots, h_{N-1}(n)]^T \quad (1)$$

است. علامت  $T$  در رابطه (۱) مشخص کننده ترانپوز بردار است. با فرض تنک بودن سیستم، بسیاری از ضرایب  $h_i(n)$  صفر یا نزدیک به صفر می باشند. همچنین بردار ورودی  $\mathbf{X}(n)$  با طول  $N$  به صورت رابطه (۲) در نظر گرفته می شود:

در [۳۱] از طول گام و درجه تصویر متغیر استفاده شده است. طول گام در هر تکرار به صورتی تغییر می کند که حداکثر تغییرات وزنها در هر تکرار رخ دهد. همچنین در هر تکرار با توجه به میزان مربع خطای هر عنصر بردار خطا، درجه تصویر را تغییر می دهد و مجدداً طول گام را اصلاح می کند. ضعف این روش، حجم محاسبات آن برای محاسبه درجه تصویر در هر تکرار است. علاوه بر این مشخصه تنک بودن در سیستم را در نظر نمی گیرد.

در [۳۲] رفتار همگرایی الگوریتمهای نوع تصویر افاین تحلیل شده و شرایط همگرایی آنها استخراج شده است. نشان داده شده است که سرعت همگرایی تابعی نمایی از درجه تصویر بوده و با افزایش تعداد بردارهای ورودی مورد استفاده در به هنگام سازی سرعت همگرایی بهبود می یابد، اما میزان خطای حالت دائم نیز افزایش می یابد.

در [۳۳] ترکیب الگوریتم افاین تناسبی و غیرتناسبی پیشنهاد شده است و به هنگام سازی با معیاری وابسته به میزان تنک بودن پاسخ ضربه تخمینی کنترل می شود. در الگوریتم ترکیبی برای سیستمهای تنک، وزن بزرگتری به بخش تناسبی الگوریتم وفقی اختصاص می یابد و از طرفی برای پاسخ ضربه غیر تنک، وزن بزرگتری به جمله غیرتناسبی الگوریتم وفقی اختصاص داده می شود. در این مقاله به منظور بهبود عملکرد الگوریتم وفقی در مدل سازی سیستمهای تنک در حضور سیگنالهای همبسته، الگوریتم APA زیرباندی جدیدی ارائه شده است که بردارهای تصویر سازی از ورودی در هر باند به طور مستقل به صورت تابعی از خطای زیرباندی در نظر گرفته می شود. همچنین طول گام در هر زیرباند به طور مستقل و به صورتی تنظیم می شود که در ابتدای همگرایی نقش وزنها بزرگتر در به هنگام سازی بیشتر بوده و در طول دوره همگرایی به تدریج تاثیر وزنها بزرگ کاسته شده و نهایتاً تمامی وزنها به یک میزان روی به هنگام سازی تاثیر خواهند داشت. الگوریتم پیشنهادی ضمن کاهش پراکندگی مقادیر ویژه ماتریس ورودی با استفاده از ساختار زیرباندی، با تنظیم طول گام مناسب در هر زیرباند، منجر به افزایش سرعت همگرایی و کاهش خطای MSE حالت دائم در کاربرد مدل سازی سیستمهای تنک می شود. از جمله کاربردهای الگوریتم پیشنهادی، مدل سازی مسیره های آکوستیکی به

<sup>1</sup> Voice over Internet Protocol

$$\mathbf{v}(n) = [v(n), v(n-1), \dots, v(n-N+1)]^T \quad (10)$$

بردار خطا نیز به صورت رابطه (۱۱) تعریف می شود.

$$\mathbf{e}(n) = [e(n), e(n-1), \dots, e(n-M+1)]^T \\ = \mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n) \mathbf{w}(n) \quad (11)$$

در نهایت به هنگام سازی ضرایب فیلتر وفقی با استفاده از رابطه (۱۲) صورت می گیرد:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) \\ + \mu \mathbf{X}(n) [\mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n) + \psi \mathbf{I}_M]^{-1} \mathbf{e}(n) \quad (12)$$

که در آن  $\mu$  طول گام الگوریتم است که باعث کنترل سرعت همگرایی می شود. همچنین  $\psi$  مقدار ثابت مثبت کوچکی است که از معکوس ناپذیری ماتریس  $\mathbf{X}^T(n) \mathbf{X}(n)$  جلوگیری می کند و  $\mathbf{I}_M$  ماتریس همانی با ابعاد  $M \times M$  است.

الگوریتم APA رشته ورودی را دریافت می کند و با توجه به رابطه (۷) ماتریس  $N \times M$  ورودی را می سازد. در حالت خاص  $M=1$ ، الگوریتم APA همان الگوریتم NLMS خواهد شد. هر چه  $M$  بزرگ تر باشد، از اطلاعات ورودی بیشتری در عمل به هنگام سازی استفاده می شود و در نتیجه سرعت همگرایی الگوریتم بیشتر است [۶].

### ۲-۳- الگوریتم APA در ساختار زیرباندی

در ساختار فیلتر وفقی زیرباندی، سیگنال ورودی و سیگنال مطلوب توسط بانک فیلتر تجزیه به زیرباندهای مجزا تقسیم می شوند. با این کار سیگنال خطا در هر زیرباند جداگانه محاسبه می شود. با تجزیه سیگنال ورودی به سیگنال های زیرباندی، تغییرات طیف در هر زیرباند کم می شود، در نتیجه پراکندگی مقادیر ویژه در هر زیرباند کاهش می یابد و این باعث بهبود سرعت همگرایی می شود [۳۴ و ۳۵]. شکل (۲) ساختار فیلتر وفقی زیرباندی را برای کاربرد مدل سازی سیستم نشان می دهد که در الگوریتم SAPA استفاده می شود. در الگوریتم SAPA مطابق شکل (۲) سیگنال مطلوب  $d(n)$  و سیگنال ورودی  $x(n)$  به  $D$  زیرباند تجزیه می شوند و به ترتیب سیگنال های زیرباندی  $x_i(n)$  و  $d_i(n)$  ساخته می شوند که  $i=0, L, D-1$  اندیس

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T \quad (2)$$

همچنین  $y(n)$  خروجی فیلتر وفقی بوده و از رابطه (۳) به دست می آید:

$$y(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{w}(n) \quad (3)$$

که در آن  $\mathbf{w}(n)$  بردار وزن های فیلتر وفقی به صورت

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T \quad (4)$$

می باشد. سیگنال  $d(n)$  اصطلاحاً سیگنال مطلوب نامیده می شود و طبق رابطه برداری (۵) ساخته می شود:

$$d(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{h}(n) + v(n) \quad (5)$$

طبق رابطه (۵) سیگنال مطلوب مجموع سیگنال خروجی سیستم و سیگنال نویز محیطی  $v(n)$  است. در این مساله سیگنال ورودی  $x(n)$  و سیگنال  $d(n)$  معلوم هستند و هدف، مدل سازی ضرایب سیستم  $\mathbf{h}(n)$  است. وزنهای فیلتر وفقی  $\mathbf{w}(n)$  به وسیله یک الگوریتم وفقی به هنگام سازی می شوند تا خطای میان  $y(n)$  و  $d(n)$  که با رابطه (۶) مشخص می شود، حداقل شود.

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (6)$$

در این صورت  $\mathbf{w}(n)$  تخمینی از ضرایب  $\mathbf{h}(n)$  خواهد بود.

### ۲-۲- الگوریتم وفقی APA

در الگوریتم APA که برای به هنگام سازی وزنهای فیلتر وفقی بکار می رود، ابتدا با استفاده از  $M$  بردار متوالی سیگنال ورودی، ماتریس ورودی به صورت رابطه

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n-1), \dots, \mathbf{x}(n-M+1)] \quad (7)$$

ساخته می شود، که در آن بردارهای  $\mathbf{x}(n-i)$  برای  $i=0, 1, K, M-1$  از رابطه (۲) به دست می آیند [۱] و [۴]. همچنین بردار سیگنال مطلوب به صورت رابطه (۸) است:

$$\mathbf{d}(n) = [d(n), d(n-1), \dots, d(n-M+1)]^T \quad (8)$$

این بردار را می توان از رابطه (۹) به دست آورد:

$$\mathbf{d}(n) = \mathbf{X}^T(n) \mathbf{h}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (9)$$

که در آن  $\mathbf{v}(n)$  بردار نویز خروجی به فرم (۱۰) است که به سیگنال مطلوب اضافه شده است:

برای به‌هنگام‌سازی وزن‌ها از رابطه (۱۸) استفاده می‌شود [۳۵].

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \sum_{i=0}^{D-1} \mathbf{X}_i(n) [\mathbf{X}_i^T(n) \mathbf{X}_i(n) + \psi \mathbf{I}_M]^{-1} \mathbf{e}_i(n) \quad (18)$$

هرچه تعداد زیرباندها ( $D$ ) بیشتر باشد، سرعت همگرایی بیشتر می‌شود. از آن‌جا که بین سرعت همگرایی و خطای حالت دائم مصالحه وجود دارد، با کاهش طول گام  $\mu$ ، از خطای حالت دائم الگوریتم تصویر افاین - به هزینه کاهش سرعت همگرایی - کاسته می‌شود.

پایه‌سازی زیرباندی الگوریتم، سبب جبران سرعت همگرایی و بهبود آن می‌گردد. بنابراین تلفیق الگوریتم‌های تصویرافاین و ساختار زیرباندی با تنظیم مناسب طول گام، موجب می‌شود که الگوریتم حاصل مزایای ساختار زیرباندی و الگوریتم افاین را به لحاظ عملکرد همگرایی داشته باشد، در نتیجه علاوه بر افزایش سرعت همگرایی، خطای حالت دائم هم نسبت به الگوریتم تمام‌باند کاهش می‌یابد [۳۵].

زیرباند است. سپس با استفاده از سیگنال‌های زیرباندی، ماتریس ورودی و بردار سیگنال مطلوب در زیرباند  $i$  ام، به ترتیب با روابط (۱۳) و (۱۴) ایجاد می‌شوند:

$$\mathbf{X}_i(n) = [\mathbf{x}_i(n), \mathbf{x}_i(n-1), \dots, \mathbf{x}_i(n-M+1)] \quad (13)$$

$$\mathbf{d}_i(n) = [d_i(n), d_i(n-1), \dots, d_i(n-M+1)]^T \quad (14)$$

در رابطه (۱۳)  $\mathbf{x}_i(n)$  از رابطه

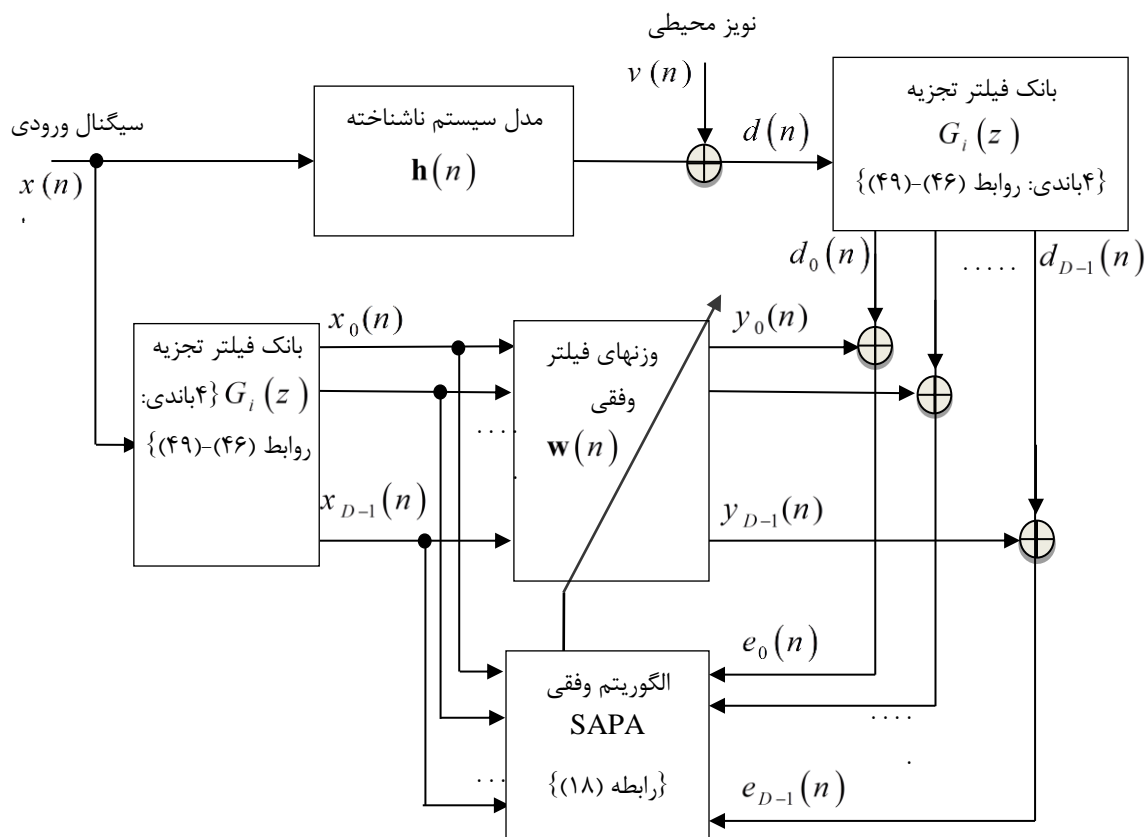
$$\mathbf{x}_i(n) = [x_i(n), x_i(n-1), \dots, x_i(n-N+1)]^T \quad (15)$$

حاصل می‌شود. همچنین بردار خروجی هر زیرباند با استفاده از رابطه (۱۶) ساخته می‌شود:

$$\mathbf{y}_i(n) = \mathbf{X}_i^T(n) \mathbf{w}(n) \quad (16)$$

بردار خطای زیرباند  $i$  ام نیز از رابطه (۱۷) به دست می‌آید.

$$\mathbf{e}_i(n) = \mathbf{d}_i(n) - \mathbf{y}_i(n) \quad (17)$$



شکل ۲ - ساختار مورد استفاده برای فیلتر و فقی زیرباندی در مدل‌سازی سیستم

## ۳- الگوریتم پیشنهادی تصویر افاین

به منظور توسعه الگوریتم SAPA و برای بهبود رفتار همگرایی آن، دو اصلاح در به هنگام سازی و زنها اعمال می گردد. اولاً پارامتر  $M$  برای هر زیرباند در ساختار شکل ۲، به طور مستقل و به صورت تابعی از مربع میانگین خطای (MSE) تخمینی آن زیرباند تعیین می گردد. به این منظور باید در هر زیرباند در گام های اولیه و با توجه به میزان MSE زیرباندی تخمینی مقدار  $M$  برای آن زیرباند بزرگ باشد تا سرعت همگرایی الگوریتم زیاد باشد و سپس در طول دوره همگرایی و با کاهش MSE خطای زیرباندی،  $M$  زیرباندی کاهش داده می شود تا خطا پیش از رسیدن به مقدار حالت دائم، کاهش بیشتری داشته باشد. در نهایت مقدار  $M$  به یک می رسد که معادل با الگوریتم NLMS زیرباندی خواهد شد.

مقدار اولیه MSE با توجه به روابط (۱۶) و (۱۷) با در نظر گرفتن وزنه های اولیه برابر با صفر به صورت رابطه زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} E\{e_i^2(0)\} &= E\left\{\left[\mathbf{d}_i(0) - \mathbf{X}_i^T(0)\mathbf{w}(0)\right]^2\right\} \\ &= E\{d_i^2(0)\} \end{aligned} \quad (19)$$

بنابراین به فرم اسکالر داریم:

$$\xi_{i,0} = E\{d_i^2(0)\} \quad (20)$$

از طرفی حداقل مقدار خطای MSE در صورتی حاصل می شود که وزنه های فیلتر وفقی برابر با ضرایب پاسخ ضربه شوند. از روابط (۱۶) می توان سیگنال خروجی فیلتر وفقی پس از رسیدن وزنه ها به مقدار بهینه را به فرم زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{i,o}(n) &= \mathbf{X}_i^T(n)\mathbf{w}_o(n) \\ &= \mathbf{X}_i^T(n)\mathbf{h}(n) \end{aligned} \quad (21)$$

همچنین از رابطه (۹) سیگنال مطلوب را در هر زیرباند به صورت رابطه زیر نوشت:

$$\mathbf{d}_i(n) = \mathbf{X}_i^T(n)\mathbf{h}(n) + \mathbf{v}_i(n) \quad (22)$$

بنابراین حداقل مقدار خطای MSE بصورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} E\{e_{i,o}^2(n)\} &= E\left\{\left[\mathbf{d}_i(n) - \mathbf{y}_{i,o}(n)\right]^2\right\} = E\{v_i^2(n)\} \end{aligned} \quad (23)$$

و در فرم اسکالر:

$$\xi_{i,\min} = E\{v_i^2(n)\} = \sigma_i^2(n) \quad (24)$$

بنابراین بازه تغییرات خطای MSE در طول همگرایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\xi_{i,\min} \leq \xi_i(n) \leq \xi_{i,0} \quad (25)$$

که مقادیر  $\xi_{i,0}$  و  $\xi_{i,\min}$  به ترتیب با روابط (۱) و (۲) بدست می آیند.

با توجه به این موضوع، مقدار  $M_i$  می تواند تابعی متناسب با خطای MSE باشد. به طوریکه به ازای خطای  $\xi_{i,\min}$  مقدار  $M_i = 1$  بوده و به همین ترتیب به ازای خطای  $\xi_{i,0}$  مقدار  $M_i$  برابر مقدار مفروض اولیه  $M_{i,0}$  باشد. مقدار  $M_{i,0}$  حداکثر مقدار مفروض برای  $M_i$  است که در شروع همگرایی در هر باند در نظر گرفته می شود. هر چه مقدار  $M_{i,0}$  بیشتر در نظر گرفته شود، سرعت همگرایی اولیه الگوریتم بیشتر بوده و از طرفی حجم محاسبات الگوریتم افزایش می یابد. بنابراین با توجه به امکانات سخت افزاری برای پیاده سازی مقدار آن تعیین می شود. با توجه به بحث فوق، رابطه بین  $M_i$  و  $\xi_i(n)$  بصورت رابطه زیر تعریف می شود:

$$M_i = \max\{1, \lceil \hat{M}_i \rceil\} \quad (26)$$

که در آن  $\lceil \cdot \rceil$  نماد جزء صحیح بوده و

$$\begin{aligned} \hat{M}_i &= \\ M_{i,0} + \frac{M_{i,0} - 1}{\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}} (\xi_i(n) - \xi_{i,0}) \end{aligned} \quad (27)$$

است. نمودار شکل (۳) تغییرات  $M_i$  را بر حسب  $\xi_i(n)$  نشان می دهد. در این شکل خط چین مورب نمودار  $\hat{M}_i$  می باشد.

در شکل (۳) بازه های  $\xi_i(n)$  که مقدار  $M_i$  در آن بازه ثابت است، برابر است با

$$\Delta\xi_i = \frac{\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}}{M_{i,0} - 1} \quad (28)$$

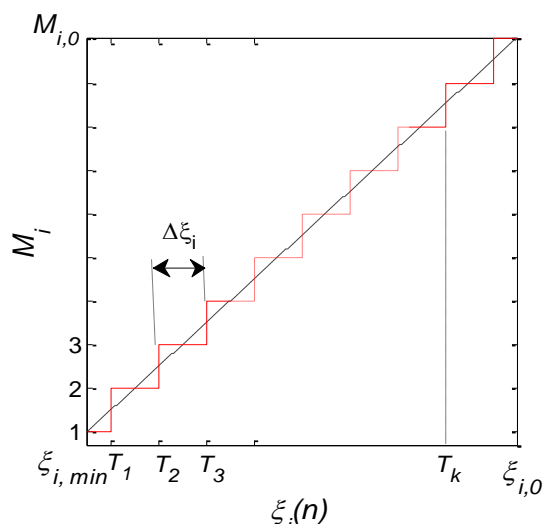
بنابراین آستانه  $k$  ام برای تغییر مقدار  $M_i$  برابر است با

$$T_k = \xi_{i,\min} + \frac{2k-1}{2} \Delta\xi_i \quad (29)$$

به منظور کاهش تعداد مقایسه کننده ها در سخت افزار و در نتیجه افزایش سرعت اجرای الگوریتم می توان تعداد آستانه ها را کمتر و برابر با دو یا سه آستانه در نظر گرفت.

$\xi_i(n)$  است که به صورت تجربی انتخاب می‌شود. همچنین با در نظر گرفتن دو سطح آستانه،  $M_i$  بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$M_i = \begin{cases} 1, & \xi_i(n) < T_a \\ M_a, & T_a \leq \xi_i(n) < T_c \\ M_c, & \xi_i(n) \geq T_c \end{cases} \quad (34)$$



شکل ۳- نمودار تغییرات  $M_i$  (پلکانی) در مقایسه با  $\hat{M}_i$  (خط چین مورب) برحسب مقدار  $\xi_i(n)$

در حالت دو سطحی مقادیر آستانه ها و درجه تصویر افاین به ترتیب با روابط (۳۵) و (۳۶) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} T_a &= \xi_{i,\min} + \frac{1}{3}(\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}) \\ &= \frac{1}{3}\xi_{i,0} + \frac{2}{3}\xi_{i,\min} \\ T_c &= \xi_{i,\min} + \frac{2}{3}(\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}) \\ &= \frac{2}{3}\xi_{i,0} + \frac{1}{3}\xi_{i,\min} \end{aligned} \quad (35)$$

و

$$\begin{aligned} M_a &= 1 + \frac{1}{2}(M_{i,0} - 1) = \frac{1}{2}M_{i,0} + \frac{1}{2} \\ M_c &= M_{i,0} \end{aligned} \quad (36)$$

بنابراین در هر تکرار هر چه خطای زیرباندی  $\xi_i(n)$  کوچکتر باشد،  $M_i$  به یک نزدیکتر بوده و هر چه  $\xi_i(n)$  بزرگتر باشد،  $M_i$  بزرگتر بوده و به  $M_c$  نزدیکتر است. بنابراین در طول همگرایی که به تدریج خطا کاهش می‌یابد، مقدار  $M_i$  کوچکتر شده و الگوریتم وفقی به الگوریتم NLMS زیرباندی نزدیکتر می‌شود. بنابراین میزان خطای MSE حالت دائم به حداقل خود خواهد رسید. شکل (۴)

در الگوریتم پیشنهادی، مقدار خطای MSE تخمینی  $\xi_i(n)$  برای کاربرد عملی به صورت میانگین تغییرات خطای هر زیرباند تعریف شده و به کمک رابطه بازگشتی (هموارسازی) (۳۰) حاصل می‌شود:

$$\xi_i(n) = \lambda \xi_i(n-1) + (1-\lambda)e_i^2(n) \quad (30)$$

که در آن  $0 < \lambda < 1$  ضریب هموارسازی مربع خطای زیرباند است که به طور تجربی انتخاب می‌شود. هر چه  $\lambda$  به یک نزدیکتر باشد، میزان هموارسازی خطا بیشتر می‌باشد. با توجه به خطای تخمینی در هر زیرباند، در الگوریتم وفقی پیشنهادی تغییرات  $M$  در زیرباند  $i$  ام (که به اختصار آنرا  $M_i$  می‌نامیم) با در نظر گرفتن سه سطح آستانه برای  $\xi_i(n)$  طبق رابطه (۳۱) صورت می‌گیرد:

$$M_i = \begin{cases} 1, & \xi_i(n) < T_a \\ M_a, & T_a \leq \xi_i(n) < T_b \\ M_b, & T_b \leq \xi_i(n) < T_c \\ M_c, & \xi_i(n) \geq T_c \end{cases} \quad (31)$$

که در آن مقادیر  $T_a$ ،  $T_b$ ، و  $T_c$  آستانه‌های خطا برای انتخاب مقدار  $M_i$  می‌باشند و مقادیر آنها با توجه به رابطه (۲۹)، به صورت رابطه (۳۲) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} T_a &= \xi_{i,\min} + \frac{1}{4}(\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}) \\ &= \frac{1}{4}\xi_{i,0} + \frac{3}{4}\xi_{i,\min} \\ T_b &= \xi_{i,\min} + \frac{1}{2}(\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}) \\ &= \frac{1}{2}\xi_{i,0} + \frac{1}{2}\xi_{i,\min} \\ T_c &= \xi_{i,\min} + \frac{3}{4}(\xi_{i,0} - \xi_{i,\min}) \\ &= \frac{3}{4}\xi_{i,0} + \frac{1}{4}\xi_{i,\min} \end{aligned} \quad (32)$$

با توجه به رابطه خطی که بین  $M_i$  و  $\xi_i(n)$  در نظر گرفته شد، مقادیر  $M_a$ ،  $M_b$ ، و  $M_c$  برابرند با:

$$\begin{aligned} M_a &= 1 + \frac{1}{3}(M_{i,0} - 1) = \frac{1}{3}M_{i,0} + \frac{2}{3} \\ M_b &= 1 + \frac{2}{3}(M_{i,0} - 1) = \frac{2}{3}M_{i,0} + \frac{1}{3} \\ M_c &= M_{i,0} \end{aligned} \quad (33)$$

همچنین مقدار  $M_c$  حداکثر مقدار  $M_i$  است که برای مقادیر زیاد خطای  $\xi_i(n)$  برای الگوریتم انتخاب می‌شود و  $M_a$  و  $M_b$  مقادیر  $M_i$  به‌ازای سطوح مختلف خطای

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{G}(n) \mathbf{X}(n) \quad (37)$$

$$\left[ \mathbf{X}^T(n) \mathbf{G}(n) \mathbf{X}(n) + \psi \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{e}(n)$$

که در آن

$$\mathbf{G}(n) = \text{diag} \{ g_0(n), \dots, g_{N-1}(n) \} \quad (38)$$

و عناصر قطری  $\mathbf{G}(n)$  به صورت رابطه (۳۹) تعریف می شود:

$$g_k(n) = \frac{\alpha}{2N} + (1-\alpha) \frac{|w_k(n)|}{2 \sum_{k=0}^{N-1} |w_k(n)| + \epsilon} \quad (39)$$

در رابطه (۳۹)  $0 < \alpha < 1$  درجه تناسب است و  $\epsilon$  ثابت مثبت کوچکی است که از تقسیم بر صفر جلوگیری می کند [۳۶].

در الگوریتم بهبود یافته تصویر افاین زیرباندی تناسبی (به اختصار IPSAPA<sup>۱</sup>) ماتریس ورودی و بردار سیگنال مطلوب در زیرباند  $i$  ام، به ترتیب با روابط (۴۰) و (۴۱) ایجاد می شوند:

$$\mathbf{X}_i(n) = \left[ \mathbf{x}_i(n), \mathbf{x}_i(n-1), \dots, \mathbf{x}_i(n-M_i+1) \right] \quad (40)$$

$$\mathbf{d}_i(n) = \left[ d_i(n), d_i(n-1), \dots, d_i(n-M_i+1) \right]^T \quad (41)$$

همچنین رابطه به هنگام سازی الگوریتم IPSAPA به صورت (۴۲) تعریف می شود:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \sum_{i=0}^{D-1} \mathbf{G}_i(n) \mathbf{X}_i(n) \quad (42)$$

$$\left[ \mathbf{X}_i^T(n) \mathbf{G}_i(n) \mathbf{X}_i(n) + \psi \mathbf{I}_{M_i} \right]^{-1} \mathbf{e}_i(n)$$

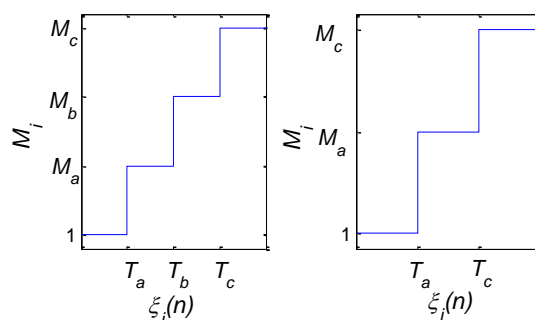
که در آن  $\mathbf{G}_i(n)$  یک ماتریس قطری است و به صورت رابطه (۴۳) تعریف می شود:

$$\mathbf{G}_i(n) = \text{diag} \{ g_{0,i}(n), g_{1,i}(n), \dots, g_{N-1,i}(n) \} \quad (43)$$

و در آن درایه  $g_{k,i}(n)$  به صورت زیر تعیین می شود:

$$g_{k,i}(n) = \frac{\alpha_i(n)}{2N} + (1-\alpha_i(n)) \frac{|w_k(n)|}{2 \sum_{k=0}^{N-1} |w_k(n)| + \epsilon} \quad (44)$$

نحوه تغییرات  $M_i$  را نسبت به خطای MSE زیرباندی تخمینی  $\xi_i(n)$  را با توجه به روابط (۳۱) و (۳۴) نشان می دهد.



شکل ۴- نمودار  $M_i$  بر حسب مقدار تخمینی میانگین مربع خطا

اصلاح دوم که به منظور عملکرد همگرایی الگوریتم پیشنهادی برای مدل سازی سیستم های تنک یا نسبتا تنک اعمال می شود، به این صورت است که طول گام الگوریتم در هر زیرباند به صورتی تنظیم می شود که در ابتدای همگرایی تاثیر ضرایب نزدیک به صفر در رابطه به هنگام سازی وزنه های فیلتر وقتی کاهش یابد و بالعکس تاثیر ضرایب بزرگ سیستم در همگرایی افزایش یابد. ایده فوق از نحوه به هنگام سازی وزن در الگوریتم های تناسبی نظیر [۲۵ و ۳۰] الهام گرفته شده است، با این تفاوت که در الگوریتم های تناسبی طول گام صرفا تابعی از وزنه های فیلتر وقتی در نظر گرفته می شود اما در الگوریتم پیشنهادی طول گام در هر زیرباند به طور مستقل و به صورتی تنظیم می شود که در ابتدای همگرایی نقش وزنه های بزرگتر در به هنگام سازی بیشتر بوده و در طول دوره همگرایی به تدریج نقش وزنه های بزرگتر کاسته می شود. نهایتا تمامی وزنه ها به یک میزان روی به هنگام سازی تاثیر خواهند داشت. به این ترتیب با ایده مذکور، نقطه ضعف موجود در روش تناسبی - که ایجاد خطای حالت دائم اضافی به دلیل حذف اثر وزنه های کوچکتر در به هنگام سازی است- جبران می شود و به روز رسانی ضرایب بهبود می یابد. بنابراین علاوه بر بهره گیری از مزایای زیرباندی در تنظیم طول گام، از میزان خطای حالت دائم نیز کاسته خواهد شد. به هنگام سازی وزن در یک الگوریتم APA تناسبی به صورت رابطه (۳۷) است [۳۶]:

<sup>1</sup> Improved Proportionate Subband Affine Projection Algorithm



سفید گوسی از یک فیلتر رنگی ساز با ضرایب [۰/۰،۳۵۷۴/۰،۹/۳۵۷۴] ساخته شده است [۲۱].

جدول ۱- حجم محاسبات الگوریتم پیشنهادی

تعداد عملیات ضرب	تعداد عملیات جمع	
$\sum_{i=0}^{D-1} \{NM_i [N + 2M_i + 1 + O(M_i^3)]\}$	$N + \sum_{i=0}^{D-1} \{NM_i [N + 2M_i + 1 + 4M_i + O(M_i^3)]\}$	رابطه به‌هنگام‌سازی وزنها $\mathbf{w}(n+1)$
$4N$	$N(N+3)$	محاسبه $\mathbf{G}_i(n)$
$NM_i$	$NM_i$	محاسبه $\mathbf{e}_i(n)$

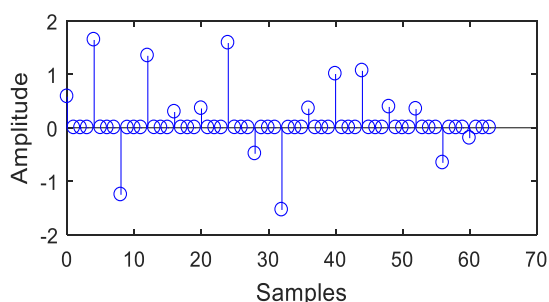
سیستم مورد نظر یک سیستم تنک به طول  $N = 64$  با پاسخ ضربه مطابق شکل (۵) است که در آن تعداد ۱۶ نمونه غیر صفر در نظر گرفته شده و بقیه نمونه‌ها صفر و یا بسیار نزدیک به صفر هستند. الگوریتم‌های زیرباندی به‌صورت چهارباندی پیاده‌سازی شده و برای زیرباندی کردن سیگنال‌ها از فیلترهای تجزیه با ضرایب تبدیل هادامارد به‌صورت روابط (۴۶-۴۹) استفاده می‌شود [۳۵]:

$$G_0(z) = [1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}] \quad (46)$$

$$G_1(z) = [1 - z^{-1} + z^{-2} - z^{-3}] \quad (47)$$

$$G_2(z) = [1 + z^{-1} - z^{-2} - z^{-3}] \quad (48)$$

$$G_3(z) = [1 - z^{-1} - z^{-2} + z^{-3}] \quad (49)$$



شکل ۵- پاسخ ضربه سیستم تنک

در کلیه شبیه‌سازی‌ها الگوریتم برای ۵۰ بار به‌طور مستقل اجرا شده و از نتیجه‌های به‌دست آمده، میانگین گرفته شده است. همچنین  $v(n)$  سیگنال نویز سفید گوسی با نسبت

در رابطه (۴۴)،  $0 < \alpha_i(n) < 1$  درجه تناسب زیرباند  $i$  ام است. به ازای دو مقدار حدی  $\alpha_i(n) = 0$  و  $\alpha_i(n) = 1$  برای  $i = 0, 1, K, D-1$ ، به ترتیب الگوریتم‌های تناسبی زیرباندی و متعارف (غیر تناسبی) زیرباندی حاصل می‌شود. در ابتدای همگرایی مقدار  $\alpha_i(n) = 0$  در نظر گرفته می‌شود و به تدریج در طول همگرایی  $\alpha_i(n)$  به مقدار یک میل می‌کند. مقدار  $\alpha_i(n)$  تابعی از تخمین میانگین مربع خطا بوده و با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha_i(n) = 1 - \frac{\xi_i(n)}{\xi_{i,\max}} \quad (45)$$

در رابطه فوق  $\xi_{i,\max} = \max \{\xi_i(0), \dots, \xi_i(n)\}$  ماکزیمم مقدار  $\xi_i(n)$  در طول همگرایی بوده و بنابراین در شروع همگرایی  $\xi_{i,\max} = \xi_i(0)$  و در نتیجه  $\alpha_i(n) = 0$  است. در طول همگرایی مقدار  $\xi_i(n)/\xi_{i,\max}$  به سمت صفر کاهش می‌یابد و بنابراین  $\alpha_i(n)$  به مقدار یک میل می‌کند.

باتوجه به رابطه (۴۴) و تاثیر آن در به‌هنگام‌سازی رابطه (۴۲) می‌توان دید در ابتدای دوره همگرایی ضرایب کوچک‌تر سیستم تاثیر کمتری در به‌هنگام‌سازی وزنها فیلتر دارند و در طول همگرایی تاثیر آنها بیشتر می‌شود و نهایتاً با کاهش بیشتر  $\xi_i(n)$  و میل کردن  $\alpha_i(n)$  به یک، تاثیر تمامی ضرایب در به‌هنگام‌سازی وزنها یکسان می‌شود. در شبیه‌سازی‌ها نشان داده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی IPSAPA منجر به بهبود رفتار همگرایی الگوریتم SAPA و SAPA تناسبی می‌شود.

جدول ۱ میزان پیچیدگی محاسباتی الگوریتم را بر حسب تعداد عملیات ضرب و جمع در هر تکرار نشان می‌دهد. عبارت  $O(M_i^3)$  در جدول مذکور، مرتبه محاسبات را برای محاسبه معکوس ماتریس با روش حذفی گوس-جردن [۳۷] نشان می‌دهد. چنانچه از جدول ۱ مشاهده می‌شود، کاهش مقدار  $M_i$  تاثیر قابل توجهی در کاهش حجم محاسبات در هر تکرار خواهد داشت.

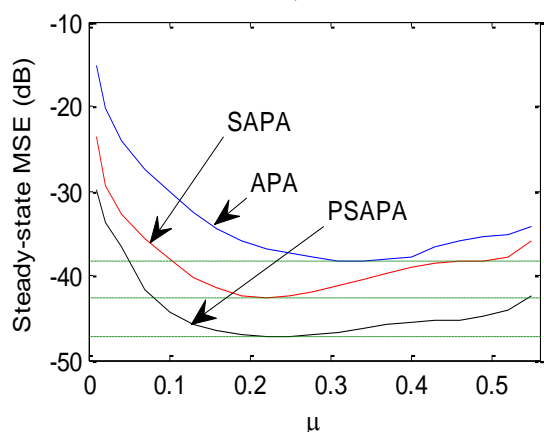
#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی، سیگنال ورودی یک سیگنال رنگی با طیف شبه-گفتار در نظر گرفته می‌شود که با عبور سیگنال

<sup>1</sup> Gauss-Jordan elimination method

شکل (۷) برای سیستم با پاسخ ضربه شکل ۵، نمودار MSE ماندگار بر حسب  $\mu$  برای الگوریتم های APA، SAPA و PSAPA رسم شده است.

همان طور که مشاهده می شود، خطای MSE حالت دائم در هر سه الگوریتم با افزایش  $\mu$  ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد. به عبارت دیگر همواره یک  $\mu$  بهینه برای رسیدن به حداقل خطای حالت دائم وجود دارد.



شکل ۷- مقایسه MSE حالت دائم بر حسب مقدار  $\mu$  برای الگوریتم پیشنهادی PSAPA با الگوریتم SAPA و APA از مقایسه الگوریتم ها با طول گام بهینه می توان مشاهده کرد که سطح این خطا در الگوریتم های APA، SAPA و الگوریتم پیشنهادی PSAPA به ترتیب برابر با  $-38/4$  dB،  $-42$  dB و  $-48/2$  dB می باشد. به عبارت دیگر، در الگوریتم PSAPA سطح خطای دائم حدود ۶ dB نسبت به الگوریتم SAPA بهبود نشان می دهد.

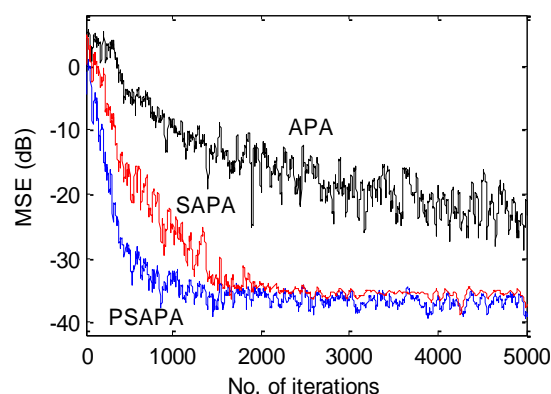
در اینجا اثر نویز بر روی رفتار همگرایی الگوریتم ها بررسی می گردد. شرایط مدل سازی مانند شرایط قبل است. شکل (۸) تاثیر نویز بر روی عملکرد الگوریتم های مورد بررسی را با سطوح SNR برابر  $10$  dB،  $20$  dB،  $30$  dB و  $40$  dB به ازای  $\mu = 0.25$  نشان می دهد.

همان طور که در شکل (۸) مشاهده می شود با افزایش سطح SNR، MSE حالت دائم برای تمام الگوریتم ها کاهش می یابد، به طوری که برای الگوریتم APA از  $-6$  dB به  $-40$  dB، برای الگوریتم SAPA از  $-10$  dB به  $-45$  dB و برای الگوریتم PSAPA از  $-14$  dB به  $-52$  dB می رسد. از طرفی بررسی های بیشتر نشان می دهد سطح SNR تاثیری روی سرعت همگرایی الگوریتم ها ندارد. بنابراین مقدار نویز تنها روی میزان خطای حالت دائم تاثیر مستقیم دارد.

سیگنال به نویزهای (SNR)<sup>۱</sup> معینی است که به سیگنال مطلوب اضافه شده است.

در ابتدا الگوریتم پیشنهادی به ازای  $M_i = M = 4$  (یعنی در حالت خاص  $T_a = T_b = T_c = 0$ ) ارزیابی می شود. برای این حالت خاص، الگوریتم پیشنهادی را اصطلاحاً PSAPA<sup>۲</sup> می نامیم.

شکل (۶) سرعت همگرایی الگوریتم پیشنهادی PSAPA را با الگوریتم های APA و SAPA مقایسه می کند. در این شبیه سازی ها  $SNR = 30$  dB در نظر گرفته شده است، همچنین مقدار  $\mu$  به صورتی در نظر گرفته شده است که تمام الگوریتم ها به یک سطح دائم MSE همگرا شوند. بر این اساس برای APA، SAPA و PSAPA مقدار  $\mu$  به ترتیب برابر با  $0.19$ ،  $0.08$  و  $0.04$  در نظر گرفته شده است. این مقادیر به صورت تجربی به دست آمده اند.



شکل ۶- مقایسه الگوریتم پیشنهادی PSAPA با الگوریتم APA و SAPA

همان طور که در شکل (۶) مشاهده می شود، الگوریتم APA پس از ۵۰۰۰ تکرار هنوز به مقدار نهایی همگرا نشده و خطای MSE آن در این نقطه حدود  $-20$  dB است. الگوریتم SAPA پس از حدود ۱۸۰۰ تکرار همگرا شده و MSE دائم آن حدود  $-35$  dB است. ولی الگوریتم پیشنهادی پس از حدود ۱۰۰۰ تکرار به این سطح دائم MSE همگرا شده است. بنابراین سرعت همگرایی الگوریتم PSAPA از الگوریتم SAPA و به طور قابل توجهی از الگوریتم APA بیشتر است.

به منظور مقایسه الگوریتم ها بر اساس مقدار خطای MSE حالت دائم، هر یک از الگوریتم ها با شرایط آزمایشی قبل، به ازای مقادیر  $\mu$  مختلف از  $0.1$  تا  $0.55$  اجرا می شود. در

<sup>2</sup> Proportionate Subband Affine Projection Algorithm

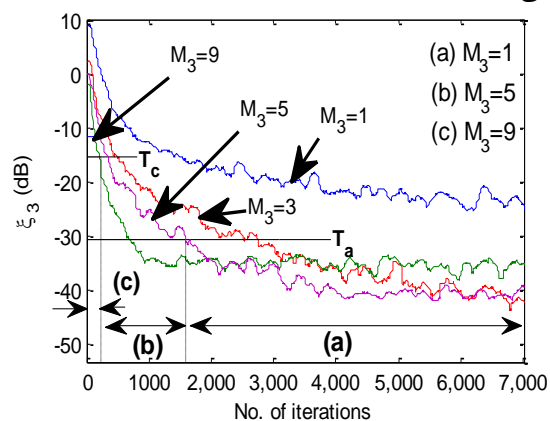
<sup>1</sup> Signal to noise ratio

مقادیر  $M_i$  مطابق رابطه (۳۶) با فرض  $M_{i,0} = 9$  برابر با ۱، ۵، و ۹ در نظر گرفته شده است. با توجه به آستانه ها، در شروع همگرایی در ناحیه (c) مقدار  $M_i$  در الگوریتم پیشنهادی برابر با ۹ و در ادامه در نواحی (b) و (a) مقدار  $M_i$  به ترتیب برابر با ۵ و ۱ در نظر گرفته می شود.

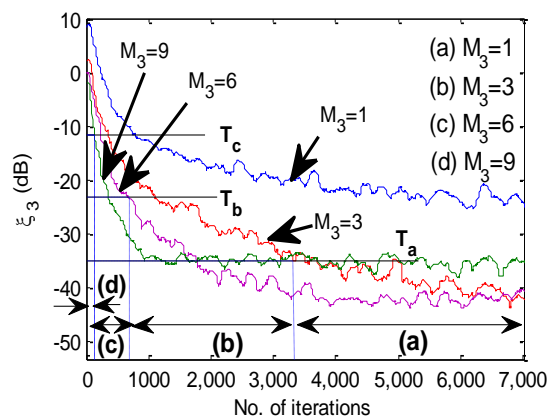
همچنین شکل (۱۱) تغییرات  $M_i$  را با سه سطح آستانه نشان می دهد. مقادیر  $M$  مطابق رابطه (۳۳) برابر با ۱، ۳، ۶ و ۹ در نظر گرفته شده است. در این شکل با توجه به مقادیر آستانه، در نواحی (a)، (b)، (c)، (d) مقدار  $M_i$  به ترتیب برابر با ۹، ۶، ۳ و ۱ در نظر گرفته می شود.

با مقایسه شکلها می توان دید در حالت دوسطحی مقدار  $M_i$  در بازه زمانی بزرگتری ۹ است، اما در ادامه مقدار آن به ۵ می رسد که کمتر از حالت سه سطحی - که برابر با ۶ است - می باشد.

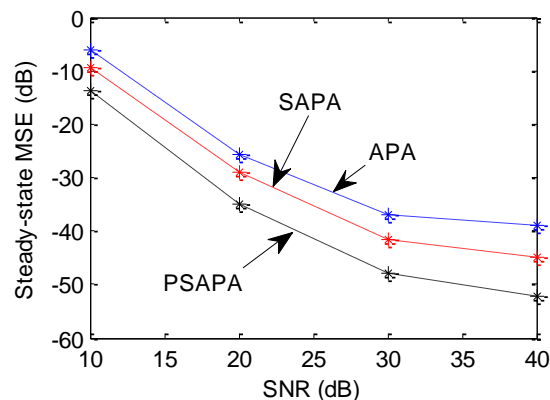
در نهایت  $M_i$  در هر دو الگوریتم به یک می رسد. شکل (۱۲) تغییرات  $\xi_3$  را در هر دو حالت فوق با هم مقایسه می کند.



شکل ۱۰- تغییرات خطای MSE الگوریتم PSAPA در باند سوم فرکانسی در حالت دو سطحی



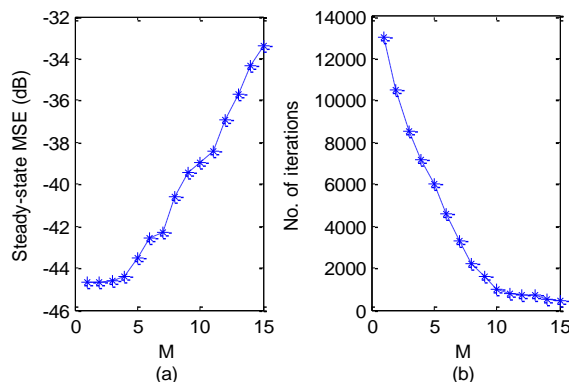
شکل ۱۱- تغییرات خطای MSE الگوریتم PSAPA در باند سوم فرکانسی در حالت سه سطحی



شکل ۸- تأثیر نویز بر روی عملکرد الگوریتم پیشنهادی PSAPA در مقایسه با الگوریتم های APA و SAPA

نهایتاً شکل (۹) تاثیر تعداد بردارهای تصویرسازی از ورودی ( $M$ ) را بر روی سرعت همگرایی و سطح خطای MSE دائم الگوریتم PSAPA، به ازای  $\mu = 0.1$  نشان می دهد. برای ارزیابی سرعت همگرایی، تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به MSE حالت دائم ملاک قرار گرفته است. از شکل (۹) مشاهده می شود که با افزایش  $M$  سرعت همگرایی افزایش می یابد، در حالی که خطای حالت ماندگار نیز بیشتر می گردد.

با توجه به شکل (۹) ملاحظه شد که افزایش مقدار  $M$  اگر چه باعث بهبود سرعت همگرایی می شود، اما خطای MSE ماندگار نیز افزایش می یابد. در الگوریتم IPSAPA چنانچه گفته شد، مقدار  $M$  تابعی از خطای MSE زیرباندی در نظر گرفته می شود.

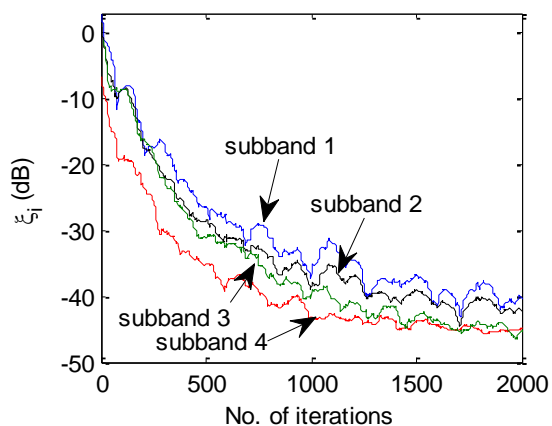


شکل ۹- الف) تأثیر  $M$  بر خطای حالت دائم الگوریتم PSAPA، ب) تأثیر  $M$  بر سرعت همگرایی الگوریتم PSAPA با توجه به تعداد تکرارها

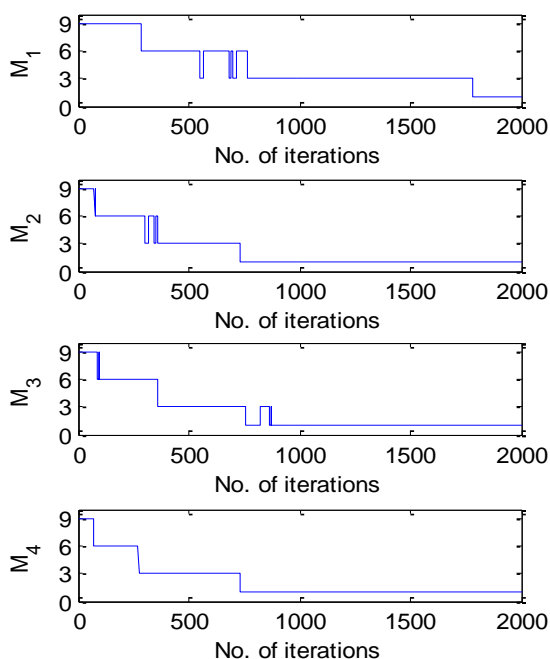
شکلهای (۱۰) و (۱۱) تغییرات MSE تخمینی را برای باند سوم فرکانسی در الگوریتم PSAPA به ازای مقادیر مختلف  $M_i$  در آن باند نشان می دهد. در شکل (۱۰) دو سطح آستانه مطابق با رابطه (۳۵) در نظر گرفته شده است و

مانند الگوریتم NLMS عمل می کند و در نتیجه کمترین خطای حالت دائم را خواهد داشت.

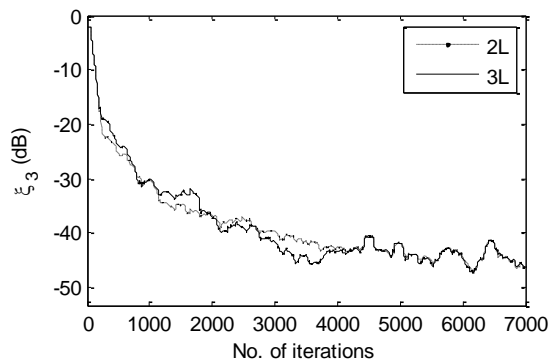
شکل (۱۵) عملکرد همگرایی الگوریتم IPSAPA سه سطحی را در مقایسه با الگوریتم SAPA برای dB SNR=۳۰ نشان می دهد. در این شکل مقدار  $\mu$  به گونه ای در نظر گرفته شده است که هر دو الگوریتم به یک مقدار MSE حالت دائم همگرا شوند که برابر با  $\mu = 0.25$  برای PSAPA و برابر  $\mu = 0.22$  برای IPSAPA است. چنانچه از شکل ۱۵ مشاهده می شود الگوریتم IPSAPA پس از ۱۰۰۰ تکرار به سطح حالت دائم خود رسیده است، در حالی که الگوریتم PSAPA نیاز به حدود ۳۰۰۰ تکرار برای رسیدن به همان سطح MSE دارد.



شکل ۱۳- تغییرات خطای  $\hat{\xi}_i$  در باندهای مختلف در الگوریتم PSAPA



شکل ۱۴- تغییرات  $M_i$  با تعداد تکرار



شکل ۱۲- تغییرات خطای MSE الگوریتم IPSAPA در باند سوم فرکانسی در حالت دو سطحی (خط چین) و سه سطحی

چنانچه انتظار می رود به لحاظ سرعت همگرایی، دو الگوریتم تفاوت قابل توجهی نسبت به هم ندارند، اما رفتار همگرایی الگوریتم در حالت سه سطحی از تکرار شماره ۲۰۰۰ تا پایان همگرایی کمی بهتر از حالت دو سطحی است. ذکر این نکته حائز اهمیت است که چنانچه در [۱] نشان داده شده است، همگرایی الگوریتم تصویر افاین مستقل از درجه تصویر  $M$  بوده و برای  $M \geq 1$ ، الگوریتم به نقطه بهینه همگرا می شود. بنابراین کاهش مقدار  $M$  در طول دوره همگرایی نمی تواند سبب واگرایی الگوریتم شود و تنها از سرعت همگرایی کاسته می شود.

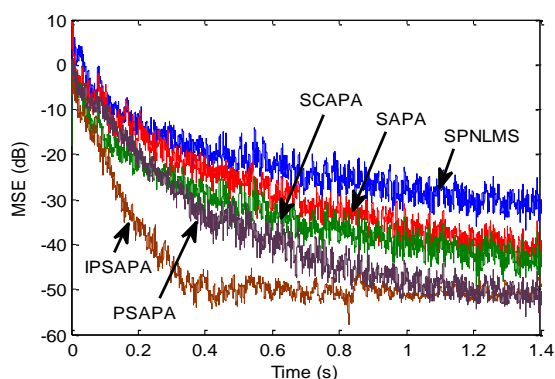
در شبیه سازی حالت دو سطحی و سه سطحی در شکل (۱۲) نیز مشاهده می شود که در زیرباند سوم با کاهش مقدار  $M_i$  در طول همگرایی، سرعت همگرایی الگوریتم تغییر می کند و الگوریتم کندتر می شود، لیکن همگرایی به سمت مقادیر کمتر خطای حالت دائم میل می کند.

شکل (۱۳) تغییرات MSE زیرباندی تخمینی ( $\hat{\xi}_i$ ) را برای چهار باند فرکانسی الگوریتم PSAPA نشان می دهد. ملاحظه می شود که مقدار خطا در هر تکرار، برای باندهای فرکانسی مختلف متفاوت است. بنابراین باندهای مختلف سطوح آستانه متفاوتی نسبت به هم خواهند داشت و تغییرات  $M_i$  بصورت مستقل در هر زیرباند، با توجه به مقدار  $\hat{\xi}_i(n)$  و با رابطه (۳۱) حاصل می شود.

شکل (۱۴) تغییرات  $M_i, i=1, \dots, 4$  را بر حسب تعداد تکرار نشان می دهد. در این آزمایش  $\mu = 0.2$  در نظر گرفته شده است و سایر شرایط آزمایش مانند قبل است. ملاحظه می شود که مقدار  $M_i$  در شروع همگرایی بزرگ بوده و به تدریج با کاهش خطا مقدار آن کاهش می یابد و نهایتاً در اواخر دوره همگرایی مقدار آن برابر با یک می شود؛ یعنی در این دوره همگرایی، الگوریتم APA در هر زیرباند

شکل (۱۷) رفتار همگرایی الگوریتم‌های پیشنهادی PSAPA و IPSAPA سه سطحی را با الگوریتم SAPA، الگوریتم CAPA زیرباندی (SCAPA) [۴] و الگوریتم PNLMS بهبودیافته [۲۸] در ساختار زیرباندی (SPNLMS) مقایسه کرده است.

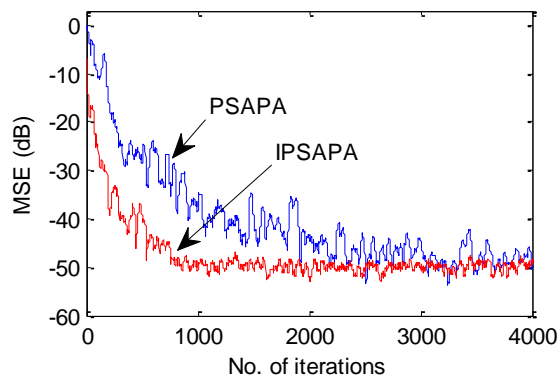
در این شبیه‌سازی‌ها  $\mu = 0.2$ ،  $M = 4$ ،  $D = 4$  و  $\lambda = 8$  در نظر گرفته شده است. همچنین برای الگوریتم SCAPA آستانه برش در هر زیرباند برابر واریانس سیگنال ورودی زیرباندی می‌باشد.



شکل ۱۷- مقایسه عملکرد همگرایی الگوریتم‌های پیشنهادی PSAPA و IPSAPA در شبیه‌سازی مسیر آکوستیکی نسبت به الگوریتم‌های SAPA، SCAPA و SPNLMS.

با توجه به شکل مشاهده می‌شود که الگوریتم IPSAPA پس از گذشت حدود  $0.3$  ثانیه به مقدار نهایی خود که حدود  $-50$  dB است، همگرا می‌شود، در حالی که الگوریتم PSAPA و SAPA پس از گذشت این زمان به ترتیب به سطح  $-30$  dB و  $-20$  dB رسیده‌اند، که با مقدار نهایی به ترتیب به میزان  $20$  و  $30$  دسی‌بل فاصله دارد. همچنین الگوریتم‌های SCAPA و SPNLMS پس از گذشت این زمان به سطح MSE به ترتیب  $-18$  dB و  $-27$  dB رسیده‌اند. بنابراین عملکرد همگرایی الگوریتم IPSAPA در کاربرد حذف پژواک آکوستیکی بهتر از الگوریتم‌های SAPA و PSAPA می‌باشد.

چنانچه مورد انتظار است، عملکرد همگرایی الگوریتم‌های تصویر افین بهتر از الگوریتم SPNLMS است، زیرا از تعداد بیشتری از بردارهای ورودی و نمونه‌های سیگنال مطلوب در عمل به‌هنگام‌سازی وزنها در هر تکرار استفاده می‌کند. این بهبود در عملکرد به هزینه افزایش پیچیدگی محاسباتی

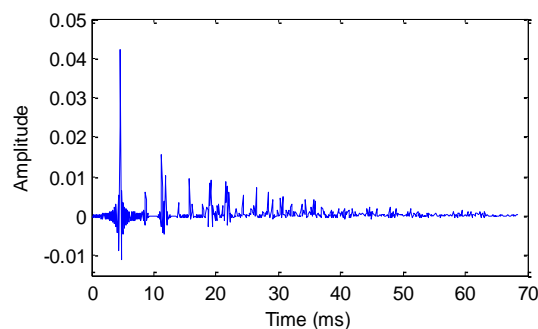


شکل ۱۵- مقایسه عملکرد همگرایی الگوریتم‌های پیشنهادی PSAPA و IPSAPA

در این قسمت کاربرد الگوریتم پیشنهادی برای تخمین پاسخ ضربه محیط آکوستیکی و به‌منظور حذف پژواک آکوستیکی بررسی می‌شود. سرعت صوت برابر با  $342$  متر بر ثانیه در نظر گرفته می‌شود. ابعاد اتاق  $3m \times 6m \times 5m$  است. مختصات فرستنده به صورت  $[3/2m \ 4m \ 1/2m]$  و مختصات گیرنده برابر  $[3m \ 2/5m \ 1/3m]$  می‌باشند.

به منظور شبیه‌سازی آکوستیکی محیط مذکور، روشهای مختلفی وجود دارد که به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند، که عبارتند از روشهای هندسی و روشهای مبتنی بر حل معادله موج [۳۸]. در اینجا از روش "چشمه مجازی" [۳۹] استفاده می‌شود که جزء روشهای هندسی بسیار رایج در شبیه‌سازی پاسخ ضربه آکوستیکی می‌باشد و از مزایای آن تخمین دقیق مسیر انعکاس صدا در برخورد با مرزهای محیط بسته است [۳۸].

نرخ نمونه‌برداری برابر  $8$  kHz در نظر گرفته شده و پاسخ ضربه محیط آکوستیکی با طول  $68$  ms در شکل (۱۶) نشان داده شده است. سیگنال ورودی یک سیگنال رنگی ایستان با طیف شبه-گفتار می‌باشد و نویز محیطی یک نویز سفید گوسی با  $SNR = 30$  dB در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱۶- پاسخ ضربه مسیر آکوستیکی

<sup>2</sup> Subband Proportionate NLMS

<sup>1</sup> Subband Clipped Affine Projection Algorithm

SPNLMS به ترتیب برابر با ۴٫۵ dB، ۵٫۸ dB و ۷ dB می باشد.

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله راهکاری برای بهبود عملکرد همگرایی الگوریتم وفقی APA زیرباندی در کاربرد مدل سازی سیستم تنک با ورودی های دارای همبستگی زیاد ارائه شد. در روش پیشنهادی تعداد بردارهای تصویرسازی از ورودی به صورت تابعی از سیگنال خطای زیرباندی توسعه یافت و همچنین طول گام فیلتر، به صورت تابعی از دامنه وزن های فیلتر و خطای زیرباندی طراحی شد. هر دوی این اصلاحات باعث بهبود رفتار همگرایی الگوریتم زیرباندی در مدل سازی سیستم های تنک یا نسبتا تنک گردید. نتایج شبیه سازی ها موید بهبود عملکرد همگرایی الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم های همتا است. همچنین در کاربرد حذف پژواک آکوستیکی، الگوریتم پیشنهادی خطای کمتری در مدل سازی مسیر آکوستیکی نسبت به الگوریتم های همتا نشان داد.

برای توسعه آتی الگوریتم، پیشنهاد می شود میزان همبستگی سیگنال ورودی زیرباندی در تنظیم طول گام هر زیرباند در نظر گرفته شود، به طوری که رفتار همگرایی الگوریتم در شرایط تغییرات آمارگان ورودی نیز بهبود یابد.

الگوریتم های تصویر افاین، در مقایسه با الگوریتم SPNLMS حاصل شده است. از طرفی عملکرد همگرایی الگوریتم SCAPA اندکی بهتر از الگوریتم SAPA است، زیرا با برش سیگنال های ورودی زیرباندی در هر تکرار، از میزان خودهمبستگی سیگنال های زیرباندی کاسته شده و در نتیجه عملکرد بهتری در بهنگام سازی حاصل می شود. جدول ۱ مقایسه دقت مدل سازی الگوریتم ها را برای پاسخ ضربه مسیر آکوستیکی شکل (۱۶)، با معیار خطای  $MSD^1$  نشان می دهد. این معیار به صورت  $20 \log_{10} \left\{ \frac{\|\mathbf{w}(n) - \mathbf{h}(n)\|}{\|\mathbf{h}(n)\|} \right\}$  تعریف می شود. [۱]

جدول ۱- مقایسه دقت مدل سازی الگوریتم ها

الگوریتم	SPNLMS	SAPA	SCAPA	PSAPA	IPSAPA
خطای $MSD$ (dB)	-۱۰٫۵	-۱۱٫۷	-۱۳٫۰	-۱۳٫۹	-۱۷٫۵

مقدار  $MSD$  پس از همگرایی الگوریتم IPSAPA به حالت دائم محاسبه شده است. با توجه به جدول ۱ مشاهده می شود دقت مدل سازی روش پیشنهادی IPSAPA حدود ۳٫۶ dB بهتر از روش پیشنهادی PSAPA بوده و میزان بهبود آن در مقایسه با الگوریتم های SAPA، SCAPA، و

### مراجع

- [1] B. Farhang-Boroujeny, Adaptive Filters: Theory and Applications, 2nd ed., John Wiley & Sons, USA, 2013.
- [۲] حسین شریف زاده و نیما امجدی، "مروری بر انواع الگوریتم های فراکوشی در بهینه سازی"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۲، شماره ۸۳، پاییز ۱۳۹۳، صفحه ۲۸-۴۳.
- [۳] مجید محمدپور و حمید پروین، "الگوریتم کلونی زنبور مصنوعی آشوب گونه مبتنی بر حافظه برای حل مسائل بهینه سازی پویا"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۵۱، زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۱۰۲-۱۱۳.
- [4] M. Bekrani, R. Bibak, and M. Lotfizad, "Improved clipped affine projection adaptive algorithm", IET Signal Processing, Vol. 13, No. 1, Feb. 2019, pp. 103-111.
- [5] K. Ozeki, and T. Umeda, "An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties", Electronics and Communications in Japan., Vol. 67, No. 5, May 1984, pp 19-27.
- [6] F. Huang, J. Zhang, and S. Zhang, "Combined-step-size affine projection sign algorithm for robust adaptive filtering in impulsive interference environments", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 63, No. 5, May 2016, pp 493-497.
- [7] Z. Wang, and H. Zhao, "An improved affine projection subband adaptive filter", 35th Chinese Control Conference, China, July 2016, pp. 3162-3165.

<sup>1</sup> Mean Square Deviation

- [8] K. Lee, Y. Baek, and Y. Park, "Nonlinear acoustic echo cancellation using a nonlinear postprocessor with a linearly constrained affine projection algorithm", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 62, No. 9, September 2015, pp. 881-885.
- [9] V. A. Niță, R. A. Dobre, S. Ciochina, and C. Paleologu, "Improved convergence model of the affine projection algorithm for system identification", *International Symposium on Signals, Circuits and Systems*, Romania, July 2017.
- [10] S. L. Gay, "A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm", *IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics*, USA, October 1993.
- [11] S. Douglas, "The fast affine projection algorithm for active noise control", *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, USA, October 1995, pp. 1245-1249.
- [12] H. Zhao, and Z. Zheng, "Bias-compensated affine-projection-like algorithms with noisy input", *Electronic Letters*, Vol. 52, No. 9, April 2016, pp. 712-71.
- [13] T. Zhang, H. Q. Jiao, and Z. C. Lei, "Individual-Activation-Factor Memory Proportionate Affine Projection Algorithm With Evolving Regularization", *IEEE Access*, Vol. 5, March 2017, pp. 4939-4946.
- [14] S. I. Koike, "Analysis of Affine Projection Normalized Correlation Algorithm", *International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems*, Thailand, October 2016.
- [15] M. R. Petraglia, D. B. Haddad, and E. L. Marques, "Affine projection subband adaptive filter with low computational complexity", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 63, No. 10, October 2016, pp. 989-993.
- [16] G. Pathak, B. Singh, and B. K. Panigrahi, "Control of wind-diesel microgrid using affine projection-like algorithm", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, Vol. 12, No. 2, April 2016, pp. 524-531.
- [17] J. H. Husøy, and M. S. E. Abadi, "On the convergence speed of the Normalized Subband Adaptive Filter: Some new insights and interpretations", *International Symposium on Signals, Circuits and Systems*, Romania, July 2017.
- [18] J. Benesty, T. Gansler, D. R. Morgan, M. M. Sondhi, and S. L. Gay, *Advances in Network and Acoustic Echo Cancellation*, eBook, Springer Science & Business Media, 2001.
- [19] Y. Huang, J. Benesty, and J. Chen, *Acoustic MIMO Signal Processing*, Springer-Verlag New York, Inc., NJ, USA, 2006.
- [20] J. Maheshwari, and N. V. George, "Robust modeling of acoustic paths using a sparse adaptive algorithm", *Applied Acoustics*, Vol. 101, January 2016, pp. 122-126.
- [21] M. Bekrani, A. W. H. Khong, and M. Lotfizad, "A Linear Neural Network based Approach to Stereophonic Acoustic Echo Cancellation", *IEEE Transaction on Audio, Speech, and Language Processing*, Vol. 19, No. 6, August 2011, pp. 1743- 1753.
- [22] M. Bekrani, A. W. H. Khong, and M. Lotfizad, "A Clipping-based Selective-Tap Adaptive Filtering Approach for Stereophonic Acoustic Echo Cancellation", *IEEE Transaction on Audio, Speech, and Language Processing*, Vol. 19, No. 6, August 2011, pp. 1826- 1836.
- [23] S. Pradhan, V. Patel, K. Patel, J. Maheshwari, and N. V. George, "Acoustic feedback cancellation in digital hearing aids: A sparse adaptive filtering approach", *Applied Acoustics*, Vol. 122, July 2017, pp. 138-145.
- [24] Y. R. Chen, Ch. Yuan, and M. S. Kuo, "Active Noise Control and Secondary Path Modeling Algorithms for Earphones", *American Control Conference*, USA, May 2017, pp. 246-251.
- [25] M. Bekrani, and H. Zayyani, "A Weighted Soft-Max PNLMS Algorithm for Sparse System Identification", *International Journal of Information & Communication Technology Research*, Vol. 8, No. 3, Summer 2016, pp. 7-14.
- [26] S. H. Yim, S. Lee, and W. J. Song, "A proportionate diffusion LMS algorithm for sparse distributed estimation", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 62, No. 10, October 2015, pp. 992-996.
- [27] H. Deng, and M. Doroslovacki, "Proportionate adaptive algorithms for network echo cancellation", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 54, No. 5, May 2006, pp. 1794-1803.
- [28] C. Paleologu, J. Benesty, and S. Ciochină, "An improved proportionate NLMS algorithm based on the  $l_0$  norm", *International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, USA, March 2010, pp. 309-312.

- [29] F. Albu, J. Liu, and S. L. Grant, "A fast filtering block-sparse proportionate affine projection sign algorithm", International Conference on Communications, Romania, June 2016, pp. 29-32.
- [30] J. Liu, and S. L. Grant, "Proportionate adaptive filtering for block-sparse system identification", IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, Vol. 24, No. 4, April 2016, pp. 623-630.
- [31] A. Gonzalez, M. Ferrer, F. Albu, and M. Diego, "Affine projection algorithms: Evolution to smart and fast algorithms and applications", Proc. 20th European Signal Processing Conference, Romania, Aug. 2012, pp. 1965-1969.
- [32] S. G. Sankaran, and A. A. Beex, "Convergence Behavior of Affine Projection Algorithms", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 48, No.4, April 2000, pp. 1086-1096.
- [33] L. Liao, and A. W. H. Khong, "Sparseness-Controlled Affine Projection Algorithm for Echo Cancelation", Proceedings of APSIPA Annual Summit and Conference, Biopolis, 2010, pp. 355-361.
- [34] V. Kılıç, M. Bamard, W. Wang, and J. Kittler, "Audio assisted robust visual tracking with adaptive particle filtering", IEEE Transactions on Multimedia, Vol. 17, No. 2, Feb. 2015, pp. 186-200.
- [35] K. Nishikawa, and H. Kiya, "New structure of affine projection algorithm using a novel subband adaptive system", Third Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, China, March 2001, pp. 364-367.
- [36] Z. Zheng, Zh. Liu, and Y. Dong, "Steady-State and Tracking Analyses of Improved Proportionate Affine Projection Algorithm", IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, Vol. 65, No. 11, Nov. 2018, pp. 1793 – 1797.
- [37] D. DasGupta, "In-Place Matrix Inversion by Modified Gauss-Jordan Algorithm", Applied Mathematics, Vol. 4, No. 10, Oct. 2013, pp. 1392-1396.
- [۳۸] مهدی نیلی احمدآبادی، عباس افشاری و احمد شرفی، "شبیه سازی آکوستیکی محیط بسته با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حوزه زمان"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۲، شماره ۳۹، زمستان ۱۳۹۳، صفحه ۸۹-۹۸.
- [39] J. Allen, D. Berkley, "Image Method for Efficiently Simulating Small-Room Acoustics", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 65, No. 4, April 1979, pp. 943-950.