

## زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات در محیط ماشین‌های موازی نامرتب

عابدحسام<sup>۱</sup>، سعید امامی<sup>۲\*</sup> و رمضان نعمتی کشتلی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۱۹ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۱۴	زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات از مسائل مهم دریک سیستم تولیدی است. در محیط کسب و کار حاضر، رقابت شرکت‌های تولیدی برپایه قابلیت آنها در پاسخگویی به تغییرات سریع در تقاضا، با کیفیت بالا و هزینه کم هست. در این مقاله، مسأله زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات در یک سیستم تولیدی با ماشین‌های موازی نامرتب مورد ملاحظه قرار گرفته است. با در نظر گرفتن زمان‌های پردازش قابل کنترل، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه برای کمینه نمودن مجموع هزینه‌های توسعه و فشرده‌سازی زمان‌های پردازش و نگهداری و تعمیرات، حداکثر زمان تکمیل، دیرکردها و زودکردها ارائه شده است. برای حل مدل چندهدفه پیشنهادی، از رویکرد کلاسیک برنامه‌ریزی آرمانی چند انتخابی (MCGP) استفاده شده است. همچنین، با توجه به اینکه مسأله زمانبندی مورد نظر جزء مسائل NP-hard می‌باشد، لذا الگوریتم NSGA-II برای حل نمونه مسائل در ابعاد متوسط و بزرگ توسعه داده شده است. نتایج به دست آمده از حل مدل توسط الگوریتم NSGA-II و مقایسه آن با جواب‌های بدست آمده با رویکرد MCGP، نشان داده است که الگوریتم پیشنهادی، جواب‌های نامغلوب مناسب و در زمان کوتاهی ارائه نموده است.
واژگان کلیدی: زمانبندی، ماشین‌های موازی نامرتب، زمان‌های پردازش قابل کنترل، MCGP NSGA-II	

### ۱- مقدمه

زمانبندی یک فرآیند تصمیم‌گیری و ابزاری است که استفاده از منابع در دسترس را بهینه می‌کند. زمان همواره یک محدودیت اساسی بوده و بنابراین زمانبندی فعالیت‌ها به منظور حداقل نمودن این منبع محدود یک الزام است. زمانبندی و توالی عملیات یکی از مهم‌ترین مسائل برنامه‌ریزی تولید بوده و کاربردهای زیادی در واحدهای تولیدی و غیرتولیدی دارد. عمل زمانبندی در یک سازمان از مدل‌ها و روش‌های ریاضی و یا روش‌های ابتکاری برای تخصیص منابع محدود به کارهای در جریان ساخت استفاده می‌کند. اهمیت توالی کارها، از آن جهت مورد توجه است که در محیط کسب و

کار حاضر، رقابت شرکت‌های تولیدی بر پایه قابلیت آنها در پاسخگویی به تغییرات سریع در زمینه تجارتي و تولید محصولات با کیفیت بالاتر و هزینه‌های کمتر تعیین می‌شود. مسأله بکارگیری ماشین‌های موازی از آنجا مورد توجه است که اگر زمانبندی روی یک ماشین منجر به هزینه زیادی شود، ممکن است در نظر گرفتن ماشین‌های بیشتر سبب کاهش هزینه شود. ضمن اینکه مقدار دیرکرد یا زودکرد نیز می‌تواند با افزایش تعداد ماشین‌ها کاهش یابد. در این شرایط، هزینه بکارگیری ماشین‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد، که با حل مسأله بهینه‌سازی می‌توان تعیین کرد چه ماشین‌هایی به کار گرفته شوند و کدام کارها و با چه توالی روی این ماشین‌ها پردازش گردند. از طرفی هزینه‌های

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: s\_emami@nit.ac.ir

۱. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، موسسه صنعتی مازندران  
۲. استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

یک ماشین می‌تواند به دلیل نگهداری و تعمیرات در دوره تولید، در دسترس نباشد.

توانا و همکاران [۴] یک مدل سه مرحله‌ای یکپارچه برای مسأله زمانبندی نگهداری و تعمیر ماشین‌های موازی نامرتب با در نظر گرفتن اثر پیری و زوال (استهلاک) ارائه نمودند. مسأله با چهار تابع هدف حداقل سازی هزینه‌های نگهداری و تعمیرات، حداقل سازی حداکثر زمان تکمیل، کمینه نمودن حداکثر زودکردها و کمینه نمودن حداکثر دیرکرد مورد بررسی قرار گرفته است. برای کاهش مسأله چند هدفه به مسأله دو هدفه کارآمد، از روش TOPSIS استفاده شده است. در نهایت، مسأله دو هدفه با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی (GP)<sup>۱</sup> حل گردیده است. افضل و رضائیان [۵] با ارائه مدلی دو هدفه، مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به‌توالی را مورد مطالعه قرار دادند. کمینه‌سازی همزمان مجموع وزنی زمان تکمیل و مجموع وزنی دیرکردها در مدل پیشنهادی مورد توجه قرار گرفت. با توجه به ویژگی پیچیدگی کامل این مسأله، از دو الگوریتم فراابتکاری، NSGA-II<sup>۲</sup> و چند هدفه مورچگان (MOACO)<sup>۳</sup> برای حل استفاده شده است. نتایج نشان داده است که الگوریتم MOACO عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم NSGA-II برای مسأله مورد نظر دارد. لاین و همکاران [۶] یک الگوریتم فراابتکاری برای کمینه‌سازی معیارهای عملکرد منظم در مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، عملکرد الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب مورد مقایسه قرار گرفت. چنگ و همکاران [۷] مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب با در نظر گرفتن فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات و با هدف کمینه کردن مجموع زمان‌های تکمیل کارها و مجموع حجم کاری روی هر ماشین را مورد مطالعه قرار دادند. آنها فرض کردند که فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات بر روی هر ماشین در طول افق زمانبندی تنها یک‌بار صورت می‌پذیرد و مدت زمان انجام این فعالیت‌ها با گذشت زمان و نزدیک شدن به انتهای افق زمانبندی، بصورت خطی افزایش می‌یابد. رامبد و رضائیان [۸] مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب با محدودیت واجد شرایط بودن ماشین و

نگهداری و تعمیرات، یکی از اصلی‌ترین هزینه‌های متعددی است که در محیط‌های تولیدی وجود دارد [۱]. اگر چه شرکت‌های تولیدی به دنبال تعامل تمام سطوح در یک سازمان برای به حداکثر رساندن اثربخشی کل تجهیزات تولید می‌باشند، اما هزینه‌های نگهداری و تعمیرات غیرقابل اجتناب هستند و نقش مهمی در قابلیت اطمینان یک ماشین و کیفیت محصول دارند. از طرفی، اگرچه تولیدکنندگان گام‌های بلندی برای کنترل هزینه‌های نگهداری برداشته‌اند؛ اما همچنان مسأله نگهداری و تعمیرات بعنوان یک موضوع مهم در اقتصاد، تولید و پژوهش مطرح است. از اینرو، یافتن توالی مناسب و زمانبندی فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات می‌تواند در کاهش این هزینه‌ها بسیار اثرگذار باشد.

شایان ذکر است که در عمده مسائل زمانبندی، زمان پردازش کارها ثابت و قطعی فرض شده است و مستقل از موقعیت و زمان شروع فرآیند برنامه‌ریزی هست. با این حال، در بسیاری از شرایط، زمان پردازش واقعی کارها با توجه به یادگیری، پیری و اثرات زوال متفاوت است [۲]. همچنین، در بسیاری از مواقع، می‌توان پردازش کارها را در زمان بیشتر یا کمتر از زمان نرمال آن انجام داد. این منجر به تحمیل هزینه‌های توسعه یا فشرده‌سازی به سیستم می‌شود. لذا مبحث زمان‌های پردازش قابل کنترل مورد توجه قرار می‌گیرد [۳].

ایده اصلی این مقاله، از فرآیند برش فلزات یا چوب اخذ شده است، که محصولات در ابعاد و شکل‌های مختلف و با ماشین‌های موازی نامرتب تولید می‌گردند. به دلیل فرسایش ابزارهای برش، زمان پردازش واقعی محصولات با افزایش تعداد قطعات تولید شده با ماشین، افزایش می‌یابد. عبارتی، زمان مورد نیاز برای پردازش یک محصول وابسته به کیفیت ابزار برش است. بنابراین، در شرایط نرمال، برای افزایش کارایی ابزار، آن با یک ابزار جدید تعویض و یا تعمیر می‌شود. در اکثر پژوهش‌های انجام شده در حوزه زمانبندی، فرض شده است که ماشین‌آلات به‌طور مداوم در دسترس می‌باشند. با این حال، ممکن است که این فرض در عمل نامعتبر باشد. در محیط واقعی، ممکن است ماشین‌آلات به دلیل نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اضطراری از جمله تعمیرات دوره‌ای، تغییرات ابزار و . در دسترس نباشند. لذا،

<sup>3</sup> Multi-objective ant colony optimization

<sup>1</sup> Goal programming

<sup>2</sup> Non-dominated sorting genetic algorithm-II

hard مورد نظر نمودند.

عابدی و همکاران [۱۴] یک مدل ریاضی با هدف حداقل نمودن کردن مجموع وزنی زمان‌های تأخیر کارها و هزینه‌های نگهداری و تعمیر برای مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب با در نظر گرفتن اثرات پیری و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات پیشنهاد نمودند. آنها نشان دادند که الگوریتم ژنتیک کارایی مناسبتری نسبت به الگوریتم رقابت استعماری برای حل مسأله مورد نظر دارد.

سو و همکاران [۱۵] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح باینری مختلط برای مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب در شرایطی که هر ماشین در دوره‌هایی برای عملیات نگهداری و تعمیرات خارج از دسترس است، ارائه نمودند. حداقل نمودن تعداد کارهای دیرکردار از اهداف مدل پیشنهادی بوده است و دو الگوریتم ابتکاری سه مرحله‌ای برای حل مسأله مورد نظر پیشنهاد گردید.

کینمینگ و همکاران [۱۶] یک مدل تصمیم یکپارچه برای هماهنگی تصمیمات نگهداری و تعمیر پیشگیرانه بر پایه اطلاعات مربوط به فرسایش ماشین و تصمیمات زمانبندی در یک محیط تک ماشین ارائه نمودند.

تیان و همکاران [۱۷] مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی مشابه و فعالیت‌های نگهداری و تعمیر جزئی در اثر فرسودگی ماشین را با هدف حداقل نمودن دوره تولید مورد مطالعه قرار دادند. یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح و یک الگوریتم تقریبی بر پایه آزادسازی فرموله‌بندی عدد صحیح برای حل آن ارائه گردید.

در این مقاله، مسأله زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات در محیط ماشین‌های موازی نامرتب مورد توجه قرار گرفته است. مسأله مورد نظر، توسعه مسأله مورد توجه توانا و همکاران [۴] می‌باشد که با لحاظ نمودن زمان‌های پردازش قابل کنترل، یک مدل ریاضی چندهدفه برای کمینه کردن هزینه‌های توسعه و فشردگی زمان، هزینه‌های نگهداری و تعمیرات، حداکثر زمان تکمیل، دیرکردها و زودکردها ارائه شده است.

دستیابی به تخصیص کارها به هر ماشین، توالی کارها بر روی هر ماشین، زمانبندی نگهداری و تعمیر هر ماشین و تخصیص این فعالیت به هر یک از تعمیرکاران و همچنین تعیین میزان فشردگی و یا توسعه زمان پردازش هر یک از کارها بر روی هر ماشین با در نظر گرفتن اهداف بیان شده، از کارکردهای مدل پیشنهادی است. مدل ریاضی

زمان راه‌اندازی وابسته به توالی و ماشین را مورد مطالعه قرار دادند و یک مدل ریاضی جدید برای بهینه‌سازی مسأله مورد نظر توسعه دادند. با توجه به پیچیدگی محاسباتی مسأله مورد نظر، از الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک و زنبور عسل برای دستیابی به جواب‌های مناسب استفاده گردیده است. بهشتی‌نیا و قاضی و کیلی [۹] مسأله زمانبندی کارها در محیط تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر را مورد بررسی قرار دادند.

آنها یک مدل ریاضی سه هدفه با هدف کمینه نمودن حداکثر زمان تکمیل آخرین کار، حداکثر بارکاری ماشین‌ها و مجموع بار کاری ماشین‌ها ارائه نمودند و از الگوریتم ژنتیک دو بخشی برای حل آن استفاده کردند. حسینی و حسنی [۱۰] مسأله زمانبندی سیستم تولید جریان کارگاهی مونتاژی دو مرحله‌ای را با هدف زمانبندی پردازش قطعات در مرحله اول و مونتاژ محصولات در مرحله دوم و کمینه کردن زمان تکمیل کل محصولات، مورد مطالعه قرار دادند. آنها یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مسأله مورد نظر در ابعاد کوچک و متوسط ارائه نمودند. حسنی [۱۱] مسأله زمانبندی استوار جریان مونتاژ کارگاهی انعطاف‌پذیر دو مرحله‌ای با خط مونتاژ اختصاصی تولیدکننده محصولات متنوع چند دوره‌ای را مورد مطالعه قرار داد و یک مدل ریاضی با هدف حداقل نمودن همزمان حداکثر زمان تکمیل آخرین کار و میانگین موزون کل تأخیرها ارائه نمود. به منظور حل مدل ریاضی از یک روش فراابتکاری ترکیبی مبتنی بر الگوریتم‌های نقاط قوت پارتو II و جستجوی همسایگی انطباق‌پذیر استفاده شده است.

فخرزاد و رجائی [۱۲] مسأله زمانبندی همزمان کارها و فعالیت‌های نگهداری پیشگیرانه در ماشین‌های موازی نامرتب با در نظر گرفتن اثر زوال را مورد مطالعه قرار دادند. آنها یک مدل ریاضی تک هدفه با هدف یافتن تعداد و زمان بهینه فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات و توالی بهینه کارها جهت حداقل نمودن مجموع زمان اتمام کارها ارائه نمودند و از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید برای حل مسأله مورد نظر استفاده نمودند.

تورز و همکاران [۱۳] مسأله حداقل نمودن دوره تولید در سیستم ماشین‌های موازی با در نظر گرفتن فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات را مورد ملاحظه قرار دادند و یک مدل ریاضی تک هدفه ارائه نمودند. آنها با ارائه چند اصل غلبه اقدام به ارائه الگوریتم‌های ابتکاری برای حل مسأله NP-

تحلیل هزینه‌های توسعه یا فشرده‌سازی به سیستم می‌شود. لذا مبحث زمان‌های پردازش قابل کنترل مورد توجه قرار گرفته است که برای زمان پردازش نرمال کار  $J$  بر روی ماشین  $m$ ، حداقل و حداکثر زمان پردازش مجاز، در نظر گرفته می‌شود.

## ۲-۱- فرضیات

- تعداد  $n$  کار مستقل  $J = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$  بر روی  $m$  ماشین موازی نامرتب پردازش می‌شوند.
- هر دستگاه فقط با یک تعمیرکار تعمیر می‌شود.
- تمام کارها بطور همزمان در زمان صفر در دسترس هستند.
- یک ماشین می‌تواند حداکثر یک کار در یک زمان را مورد پردازش قرار دهد و تا زمانی که حداقل یک کار تخصیص نیافته وجود داشته باشد، ماشین نمی‌تواند بیکار باشد.
- هر ماشین می‌تواند در طول افق برنامه‌ریزی چندین بار تحت فعالیت نگهداری و تعمیرات قرار گیرد و مدت زمان هر فعالیت نگهداری و تعمیر بر روی ماشین  $h$  توسط تعمیرکار  $s$  برابر یک مقدار ثابت است.
- هر دستگاه باید حداقل یک کار را پردازش نماید.
- یک فعالیت نگهداری و تعمیر می‌تواند بر روی هر ماشین بلافاصله بعد از اتمام پردازش حداقل یک کار آغاز گردد و پس از عملیات نگهداری و تعمیرات شرایط ماشین به حالت اولیه خود برمی‌گردد.
- زمان‌های پردازش قابل کنترل هستند.

## ۲-۲- علائم و نمادها

### اندریس‌ها

$j$	کار
$r$	موقعیت کار
$g$	نگهداری و تعمیر
$h$	ماشین
$s$	تعمیرکار
$k$	تعداد تابع هدف

چندهدفه پیشنهادی با رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی چند انتخابی (MCGP)<sup>۱</sup> پیشنهادی توسط جدیدی و همکاران [۱۸] در محیط نرم افزار GAMS حل شده است. مسائل زمانبندی، جزء مسائل سخت از نظر محاسباتی هستند [۱۹].

مسئله مورد توجه در این مقاله نیز از نظر محاسباتی بسیار سخت بوده و حل مدل ریاضی با رویکرد MCGP، فقط برای نمونه مسائل کوچک امکانپذیر بوده است. از اینرو، الگوریتم فراابتکاری NSGA-II پیشنهادی توسط دب و همکاران [۲۰] برای حل مسئله مورد نظر در ابعاد متوسط و بزرگ توسعه داده شده است. مقایسه نتایج حاصل از رویکرد MCGP و الگوریتم NSGA-II نشان می‌دهد که الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی، عملکرد مناسبی در ارائه مجموعه جواب‌های نامغلوب در زمان کوتاهی دارد.

ساختار مقاله حاضر به شرح زیر است: در بخش دوم، مدل ریاضی چندهدفه پیشنهادی ارائه می‌گردد. در بخش سوم، متدولوژی حل شامل روش MCGP و الگوریتم NSGA-II تشریح می‌گردد. در بخش چهارم، نتایج محاسباتی ارائه می‌شود و نهایتاً در بخش پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهاد مطالعات آتی مطرح می‌گردند.

## ۲- تعریف و مدل‌سازی ریاضی مسئله

فرض کنید در یک محیط تولیدی،  $m$  ماشین،  $n$  کار،  $S$  تعمیرکار،  $g$  نگهداری و تعمیر و  $r$  موقعیت کار بعد از یک فعالیت نگهداری و تعمیر، مورد نظر می‌باشد. تعداد کارهای مستقل بر روی ماشین‌های موازی نامرتب پردازش می‌شوند. یک ماشین می‌تواند حداکثر یک کار در یک زمان را مورد پردازش قرار دهد و حداقل یک کار را پردازش کند. همچنین تا زمانی که حداقل یک کار تخصیص نیافته وجود داشته باشد، ماشین نمی‌تواند بیکار باشد. یک فعالیت نگهداری و تعمیر می‌تواند بر روی هر ماشین بلافاصله بعد از اتمام پردازش حداقل یک کار آغاز گردد و پس از عملیات نگهداری و تعمیرات شرایط ماشین به حالت اولیه خود بر می‌گردد.

در بسیاری از شرایط، زمان پردازش واقعی کارها با توجه به یادگیری، پیری و اثرات زوال متفاوت است. همچنین، در بسیاری از مواقع می‌توان پردازش کارها را در زمان بیشتر یا کمتر از زمان پردازش نرمال آن انجام داد. این منجر به

<sup>۱</sup>- Multi-choice goal programming

$T_j$	میزان دیرکرد کار $j$	<b>پارامترها</b>	
$C_{max}$	حداکثر زمان تکمیل	$n$	تعداد کارها
$E_{max}$	حداکثر میزان زودکردها	$m$	تعداد ماشینها
$T_{max}$	حداکثر میزان دیر کردها	$S$	تعداد تعمیرکار
		$u_{gh}$	حداکثر موقعیت بعد از $g$ امین نگهداری و تعمیر بر روی ماشین $h$

۲-۳- مدل ریاضی

با در نظر گرفتن مسأله تعریف شده، علائم و نمادهای معرفی شده، مدل برنامه ریزی چندهدفه عدد صحیح مختلط پیشنهادی به شرح زیر است.

$$\text{Min } z_1 = \sum_{h=1}^m \sum_{s=1}^S \sum_{g=1}^{k_h} Q_{gsh} \times i_{sh} + \quad (1)$$

$$\sum_{h=1}^m \sum_{j=1}^n co_{hj} \times o_{hj} + coo_{hj} \times oo_{hj}$$

$$\text{Min } z_2 = C_{max} \quad (2)$$

$$\text{Min } z_3 = T_{max} \quad (3)$$

$$\text{Min } z_4 = E_{max} \quad (4)$$

s. t.

$$z_{gh} \leq \sum_{s=1}^S Y_{sh} \quad \forall h, g \quad (5)$$

$$Y_{sh} + z_{gh} \leq Q_{gsh} \quad \forall h, s, g \quad (6)$$

$$2 * Q_{gsh} \leq Y_{sh} + z_{gh} \quad \forall h, s, g \quad (7)$$

$$\sum_{h=1}^m \sum_{g=0}^{k_h} \sum_{r=1}^{u_{gh}} x_{jrgh} = 1 \quad \forall j \quad (8)$$

$$\sum_{h=1}^m \sum_{g=0}^{k_h} \sum_{r=1}^{u_{gh}} x_{jrgh} \geq 1 \quad \forall j \quad (9)$$

$$\sum_{s=1}^S Y_{sh} \leq 1 \quad \forall h \quad (10)$$

$$z_{gh} \geq z_{g+1h} \quad \forall g, h \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jrgh} \geq \sum_{j=1}^n x_{jr+1gh} \quad \forall r, g, h \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jrgh} \leq z_{gh} \quad \forall r, h, g \quad (13)$$

$p_{nj}$	زمان پردازش کار $j$ با ماشین $h$
$pp_{nj}$	حداقل زمان پردازش مجاز کار $j$ با ماشین $h$
$ppp_{nj}$	حداکثر زمان پردازش مجاز کار $j$ با ماشین $h$
$\alpha_{hj}$	فاکتور مستهلک شدن کار $j$ با ماشین $h$
$d_j$	موعد تحویل کار $j$
$t_{sh}$	زمان نگهداری و تعمیر ماشین $h$ با تعمیرکار $s$
$co_{hj}$	هزینه فشرده سازی کار $j$ بر روی ماشین $h$
$coo_{hj}$	هزینه توسعه کار $j$ بر روی ماشین $h$
$i_{sh}$	هزینه نگهداری و تعمیر ماشین $h$ با تعمیرکار $s$
$M$	یک عدد مثبت بزرگ

متغیرهای تصمیم

$Z_{gh}$  اگر نگهداری و تعمیر  $g$  بر روی ماشین  $h$  انجام شود برابر ۱؛ در غیراینصورت برابر صفر

$Q_{gsh}$  اگر نگهداری و تعمیر  $g$  بر روی ماشین  $h$  توسط تعمیرکار  $s$  انجام شود برابر ۱؛ در غیراینصورت برابر صفر

$w_{jrgh}$  اگر کار  $j$  در  $r$  امین موقعیت بعد از نگهداری و تعمیر  $g$  انجام شده توسط تعمیرکار  $s$  روی ماشین  $h$  انجام شود برابر ۱؛ در غیراینصورت برابر صفر

$x_{jrgh}$  اگر کار  $j$  در  $r$  امین موقعیت بعد از نگهداری و تعمیر  $g$  روی ماشین  $h$  انجام شود برابر ۱؛ در غیراینصورت برابر صفر

$Y_{sh}$  اگر ماشین  $h$  با تعمیرکار  $s$  نگهداری و تعمیر شود برابر ۱؛ در غیر اینصورت برابر صفر

$o_{hj}$  مقدار فشرده سازی زمان پردازش کار  $j$  بر روی ماشین  $h$

$oo_{hj}$  مقدار توسعه زمان پردازش کار  $j$  بر روی ماشین  $h$

$C_j$  زمان تکمیل کار  $j$

$E_j$  میزان زودکرد کار  $j$

عبارات (۱)، (۲)، (۳) و (۴) توابع هدف مدل ریاضی پیشنهادی را نشان می‌دهند. عبارت (۱) مجموع هزینه‌های نگهداری و تعمیرات و هزینه‌های تحمیلی در اثر فشرده‌سازی یا توسعه زمان‌های پردازش کارها را حداقل می‌نماید. عبارت (۲) کمینه کردن حداکثر زمان تکمیل، عبارت (۳) کمینه نمودن حداکثر دیرکردها و عبارت (۴) کمینه نمودن حداکثر زودکردها را مورد توجه قرار داده‌اند. مجموعه محدودیت (۵) تضمین می‌کند که هر یک از فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات توسط یک تعمیرکار انجام شود. مجموعه محدودیت‌های (۶) و (۷) برای خطی‌سازی عبارات غیرخطی لحاظ گردیده است. هر کار باید فقط به یک موقعیت از یکی از ماشین‌ها تخصیص یابد؛ لذا مجموعه محدودیت (۸) در مدل لحاظ گردیده است. مجموعه محدودیت (۹) تضمین می‌کند که به هر ماشین حداقل یک کار تخصیص یابد. در مسأله مورد نظر فرض شده است که هر دستگاه باید حداکثر به یک تعمیرکار اختصاص داده شود. از اینرو، مجموعه محدودیت (۱۰) در مدل لحاظ گردیده است. مجموعه محدودیت (۱۱) نشان می‌دهد که  $g + 1$  امین فعالیت نگهداری و تعمیر بر روی یک ماشین پس از  $g$  امین فعالیت نگهداری و تعمیر، انجام می‌شود. مجموعه محدودیت (۱۲) تضمین می‌کند که موقعیت‌ها باید بعد از هر فعالیت نگهداری و تعمیرات به کارها اختصاص داده شوند. مجموعه محدودیت (۱۳) روابط بین دو متغیر باینری  $X$  و  $Z$  را نشان می‌دهد. از آنجائی که باید بلافاصله پس از هر فعالیت نگهداری و تعمیر بر روی یک ماشین، حداقل یک کار به آن اختصاص داده شود، لذا مجموعه محدودیت (۱۴) در مدل لحاظ شده است. مجموعه محدودیت‌های (۱۵) و (۱۶) برای زمان تکمیل هر یک از کارها را براساس توالی کارها محاسبه می‌نمایند.

مجموعه محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) به منظور خطی‌سازی عبارات غیرخطی در روابط (۱۵) و (۱۶) استفاده شده است. مجموعه محدودیت (۱۹) میزان دیرکرد و زودکرد هر یک از کارها را براساس موعد تحویل و زمان تکمیل هر کار محاسبه می‌نماید. مجموعه محدودیت‌های (۲۰)–(۲۲) حداکثر زمان تکمیل، حداکثر دیرکردها و حداکثر زودکردها را محاسبه می‌کنند. مجموعه محدودیت‌های (۲۳) و (۲۴) به ترتیب مقدار فشرده‌سازی و توسعه زمان پردازش هر کار بر روی هر ماشین را محاسبه می‌نمایند. مجموعه

$$\sum_{j=1}^n x_{j1gh} = z_{gh} \quad \forall h, g \quad (14)$$

$$C_j - g \times t_{sh} + o_{hj} - oo_{hj} - \sum_{j' \neq j}^n \sum_{g'}^{g-1} \sum_{r'}^{u_{g'h}} x_{j'r'g'h} (p_{hj'} + \alpha_{hj'r'}) \quad (15)$$

$$- \sum_{j''}^n \sum_{r''}^r x_{j''r''gh} (p_{hj''} + \alpha_{hj''r''}) \leq (1 - w_{jrgsh})M \quad \forall r, g, h, j, s$$

$$C_j - g \times t_{sh} + o_{hj} - oo_{hj} - \sum_{j' \neq j}^n \sum_{g'}^{g-1} \sum_{r'}^{u_{g'h}} x_{j'r'g'h} (p_{hj'} + \alpha_{hj'r'}) - \sum_{j''}^n \sum_{r''}^r x_{j''r''gh} (p_{hj''} + \alpha_{hj''r''}) + (1 - w_{jrgsh})M \geq 0 \quad \forall r, g, h, j, s \quad (16)$$

$$Y_{sh} + x_{jrgsh} \leq w_{jrgsh} + 1 \quad \forall r, g, h, j, s \quad (17)$$

$$2 * w_{jrgsh} \leq Y_{sh} + x_{jrgsh} \quad \forall r, g, h, j, s \quad (18)$$

$$C_j + E_j - T_j = d_j \quad \forall j \quad (19)$$

$$C_{max} \geq C_j \quad \forall j \quad (20)$$

$$T_{max} \geq T_j \quad \forall j \quad (21)$$

$$E_{max} \geq E_j \quad \forall j \quad (22)$$

$$\sum_{g=0}^{k_h} \sum_{r=1}^{u_{gh}} x_{jrgsh} (p_{hj} - pp_{hj}) \geq o_{hj} \quad \forall h, j \quad (23)$$

$$\sum_{g=0}^{k_h} \sum_{r=1}^{u_{gh}} x_{jrgsh} (ppp_{hj} - p_{hj}) \geq oo_{hj} \quad \forall h, j \quad (24)$$

$$x_{jrgsh}, Y_{sh}, z_{gh}, Q_{gsh}, w_{jrgsh} \in \{0,1\} \quad \forall r, g, s, h, j \quad (25)$$

$$C_j, T_j, E_j, o_{hj}, oo_{hj} \geq 0 \quad \forall h, j \quad (26)$$

$$\max \sum_{k=1}^4 (w_k^\alpha \alpha_k - w_k^\beta \beta_k) \quad (26)$$

s. t.

$$Z_k(x) = \alpha_k f_{k, \min} + (1 - \alpha_k) f_{k, \max} + \beta_k (f_k^- - f_{k, \max}) \quad \forall k \quad (27)$$

$$\alpha_k \leq \gamma_k \leq 1 + \alpha_k \quad \forall k \quad (28)$$

$$\beta_k + \gamma_k \leq 1 \quad \forall k \quad (29)$$

$$\gamma_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \quad (30)$$

$$0 \leq \alpha_k \leq 1 \quad \forall k \quad (31)$$

$$0 \leq \beta_k \leq 1 \quad \forall k \quad (32)$$

پارامترهای مدل آرمانی بصورت زیر تعریف شده‌اند.

$f_{k, \max}$  حداکثر مقداری که تابع هدف  $k$  ام اختیار می‌نماید.

$f_{k, \min}$  حداقل مقداری که تابع هدف  $k$  ام اختیار می‌نماید.

$\alpha_k$  فاصله نرمالیزه شده تابع هدف  $k$  ام از  $f_{k, \max}$  است که بصورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\alpha_k = \frac{f_{k, \max} - Z_k(x)}{f_{k, \max} - f_{k, \min}} \quad \forall k$$

$\beta_k$  فاصله نرمالیزه شده تابع هدف  $k$  ام از  $f_{k, \max}$  وقتی که مقدار بدست آمده بزرگ‌تر از  $f_{k, \max}$  باشد و به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\beta_k = \frac{Z_k(x) - f_{k, \max}}{f_k^- - f_{k, \max}} \quad \forall k$$

$\gamma_k$  متغیر باینری که برای کنترل  $\alpha_k$  و  $\beta_k$  بکار می‌رود؛ چراکه فقط یکی از متغیرها مقداری غیر از صفر اختیار می‌نماید.

$w_k^\alpha$  میزان تمایل تصمیم‌گیرنده به نزدیک کردن مقدار تابع هدف به کمترین مقدار

$w_k^\beta$  میزان تمایل تصمیم‌گیرنده به دور نمودن مقدار تابع هدف از  $f_k^-$  به سمت  $f_{k, \max}$

$f_k^-$  مقداری کوچک‌تر مساوی  $f_{k, \max}$

$f_k^+$  مقداری برابر  $f_{k, \min}$

شکل (۱) ارتباط بین پارامترها را در رویکرد MCGP مورد نظر نشان می‌دهد.

محدودیت‌های (۲۵) و (۲۶) بازه مقادیر متغیرهای مدل را نشان می‌دهند.

### ۳- متدولوژی حل مدل

در این مقاله، از رویکرد MCGP پیشنهادی توسط جدیدی و همکاران [۱۸] برای حل مدل ریاضی با نمونه مسائل کوچک استفاده شده است. همچنین، با توجه به سخت بودن مسأله مورد نظر از نظر محاسباتی، از الگوریتم فراابتکاری چندهدفه NSGA-II برای حل نمونه مسائل در ابعاد متوسط و بزرگ استفاده گردیده است. با بکارگیری نمایش جواب و عملگرهای تقاطع و جهش مناسب، مشاهده شده است که الگوریتم توسعه داده شده NSGA-II، کارایی مطلوبی برای مسأله مورد نظر دارد.

#### ۳-۱- رویکرد MCGP

روش برنامه‌ریزی آرمانی، بعنوان یکی از کارآمدترین رویکردهای حل مدل‌های برنامه‌ریزی چندهدفه مطرح می‌باشد. در رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی کلاسیک، یک مقدار آرمانی برای هر تابع هدف توسط تصمیم‌گیرنده مورد توجه قرار می‌گیرد. نتیجه نهایی این رویکرد، بستگی زیادی به مقادیر آرمانی دارد. از طرفی، تعیین مقدار مناسب برای مقادیر آرمانی در بسیاری از مواقع سخت هست [۱۸]. از اینرو، رویکردهای MCGP، که امکان انتخاب آرمان در بازه‌ای از مقادیر را برای تصمیم‌گیرنده فراهم نموده‌اند، ارائه شده است. در این راستا جدیدی و همکاران [۱۸] رویکرد جدیدی برای MCGP ارائه داده‌اند. در رویکرد پیشنهاد شده، تصمیم‌گیرنده با دو بازه سروکار دارد. بازه‌ای که اشتیاق بیشتر برای تصمیم‌گیرنده دارد (MDR)<sup>۱</sup> تا هدف در آن بازه قرار بگیرد و بازه‌ای که از اشتیاق خیلی کمی برخوردار است (LDR)<sup>۲</sup> و تصمیم‌گیرنده مایل به قرار گرفتن مقدار تابع هدف در این بازه نیست. این رویکرد شرایط کنترلی مناسبتری را برای ترجیحات تصمیم‌گیرنده نسبت به سایر رویکردهای پیشنهادی MCGP فراهم می‌نماید [۱۸].

با در نظر گرفتن چهار  $(k = 1, \dots, 4)$  تابع هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها  $(Z_1)$ ، کمینه‌سازی حداکثر زمان تکمیل  $(Z_2)$ ، کمینه‌سازی حداکثر دیرکردها  $(Z_3)$ ، کمینه‌سازی حداکثر زودکردها  $(Z_4)$  و رویکرد MCGP فوق، مدل یکپارچه زیر مورد توجه قرار می‌گیرد.

<sup>2</sup> Less desirable range

<sup>1</sup> More desirable range

جمعیت‌های قبلی و جاری در  $R_t$  قرار دارند، لذا مرتب-سازي فوق منجر به بررسی ناچیرگی جهانی میان جواب‌های فرزند و والد می‌شود.

پس از اتمام مرتب‌سازی جواب‌های نامغلوب، جمعیت جدید با جواب‌های موجود در مرزهای مختلف نامغلوب تشکیل می‌شود. عمل تشکیل جمعیت جدید، با بهترین مرز نامغلوب شروع می‌شود و تا زمان تکمیل جمعیت جدید به اندازه  $N$  با مرزهای نامغلوب دوم، سوم و ... ادامه پیدا می‌کند. از آنجائی که اندازه جمعیت  $R_t$ ، برابر  $2N$  است؛ لذا همه مرزهای نامغلوب در جمعیت جدید قرار نمی‌گیرند. تمام مرزهای نامغلوبی که در جمعیت جدید قرار نگرفته‌اند، از بین می‌روند [۲۰].

### ۳-۲-۱- توسعه الگوریتم NSGA-II برای مسأله پیشنهادی

استراتژی انتخاب والدین به معنی چگونگی انتخاب کروموزوم‌ها از جمعیت فعلی به منظور تولید نسل بعدی هست. در این مقاله، از رویکرد چرخ رولت برای انتخاب والدین استفاده شده است. در واقع به نسبت مقدار برآزش برای هر عنصر، یک احتمال تجمعی نسبت داده می‌شود و با این احتمال است که شانس انتخاب هر عنصر تعیین می‌شود.

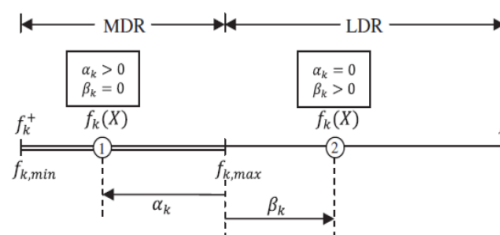
#### نمایش جواب

با در نظر گرفتن ۶ کار ( $n = 6$ )، ۲ ماشین ( $m = 2$ ) و ۲ تعمیرکار ( $S = 2$ )، نمونه‌ای از کروموزوم برای نمایش جواب در شکل (۲) آمده است.

۳	۱	۵	*	۴	۲	۶
۰	۱	۱	-	۰	۱	۰
۱	۱	۱	-	۲	۲	۲

شکل ۲: ساختار کروموزوم

شکل (۲) یک ماتریس به ابعاد  $3 \times (n + m - 1)$  می‌باشد. سطر اول تخصیص کارها به ماشین‌ها را نشان می‌دهد. علامت جداکننده \*، نشان‌دهنده تغییر ماشین هست. در شکل (۲) بترتیب کارهای ۳، ۱، ۵ با ماشین ۱ و کارهای ۴، ۲، ۶ با ماشین ۲ پردازش می‌شوند. در سطر دوم تعیین می‌شود که برای انجام کدام کارها به



شکل ۱: ارتباط بین پارامترها در رویکرد MCGP [۱۸]

با در نظر داشتن بازه  $[f_{k,min}, f_{k,max}]$  که با نظر تصمیم‌گیرنده ارائه می‌شود، جدیدی و همکاران [۱۸] بیان نمودند که آرمان تابع هدف  $k$ ام در بازه  $[f_{k,min}, f_{k,max}]$  مقدار می‌گیرد. حد پائین این بازه که  $f_{k,min}$  است و برای تصمیم‌گیرنده در مسائل حداقل‌سازی ارجحیت دارد و مقدار آن برابر  $f_k^+$  است. حد بالا که با  $f_{k,max}$  نشان داده شده است برابر با مقداری کمتر از  $f_k^-$  است. با این رویکرد، دو زیر فاصله بدست می‌آید که به آن‌ها MDR و LDR گفته می‌شود.

مدل چندهدفه پیشنهادی برای مسأله زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات، در قالب فرمول‌بندی کلی فوق حل شده و جواب‌های نامغلوب (پارتو) با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای  $W_k^\alpha$  و  $W_k^\beta$  بدست می‌آید.

### ۳-۲- الگوریتم NSGA-II

دب و همکاران [۲۰] الگوریتم ژنتیکی بنام NSGA-II را جهت طبقه‌بندی جواب‌های نامغلوب ممتاز<sup>۱</sup> ارائه کرده‌اند. این الگوریتم در دسته‌ی روش‌های حل فراابتکاری جمعیت محور قرار دارد که سرعت همگرایی مناسبی را دارا می‌باشند و همچنین دارای تعداد پارامترهای قابل تنظیم کمی می‌باشد. از اینرو، در این مقاله از آن برای حل مسأله مورد نظر استفاده شده است.

برای تشریح گام‌های اجرایی الگوریتم NSGA-II، فرض کنید که الگوریتم در نسل  $t$  قرار دارد. جمعیت فرزندان  $Q_t$  به اندازه  $N$  با استفاده از جمعیت والد  $P_t$  خلق می‌شود. دو جمعیت والد و فرزند با هم ترکیب می‌شوند و جمعیت ترکیبی  $R_t = P_t + Q_t$  به اندازه  $2N$  را تشکیل می‌دهند. سپس با استفاده از مرتب‌سازی نامغلوب<sup>۲</sup>، تمام عناصر موجود در جمعیت  $R_t$  در دسته‌هایی بنام مرزهای نامغلوب<sup>۳</sup> طبقه‌بندی می‌شوند. با توجه به اینکه همه اعضای

<sup>3</sup> Non-dominated front

<sup>1</sup> Elitist non-dominated sorting

<sup>2</sup> Non-dominated sorting



دونقطه معکوس می‌شود. رویه بیان شده در شکل (۵) نشان داده شده است.

نقطه برش	نقطه برش
$\begin{array}{ccccccc} 2 & 1 & 5 & * & 4 & 2 & 6 \\ \cdot & 1 & 1 & - & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & - & 2 & 2 & 2 \end{array}$ والد ۱	$\begin{array}{ccccccc} 6 & 5 & 1 & * & 2 & 3 & 4 \\ \cdot & 1 & 0 & - & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & - & 2 & 2 & 2 \end{array}$ والد ۲

(الف)

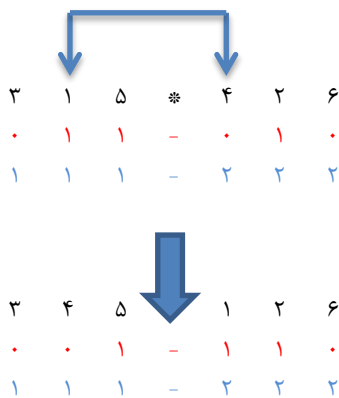
$\begin{array}{ccccccc} 2 & 1 & 5 & * & 2 & 3 & 4 \\ \cdot & 1 & 1 & - & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & - & 2 & 2 & 2 \end{array}$ فرزند ۱ اولیه	$\begin{array}{ccccccc} 6 & 5 & 1 & * & 4 & 2 & 6 \\ \cdot & 1 & 0 & - & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & - & 2 & 2 & 2 \end{array}$ فرزند ۲ اولیه
--	--

(ب)

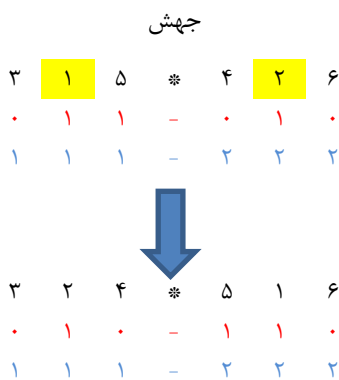
$\begin{array}{ccccccc} 3 & 1 & 5 & * & 2 & 6 & 4 \\ \cdot & 1 & 1 & - & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & - & 2 & 2 & 2 \end{array}$ فرزند ۱ نهایی	$\begin{array}{ccccccc} 6 & 5 & 1 & * & 2 & 3 & 4 \\ \cdot & 1 & 0 & - & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & - & 2 & 2 & 2 \end{array}$ فرزند ۲ نهایی
--	--

(ج)

شکل ۳: عملگر تقاطع، (الف) والدها (ب) فرزندان اولیه (ج) فرزندان نهایی



شکل ۴: نمایش والد و فرزند براساس رویکرد انتقال عملگر



شکل ۵: نمایش والد و فرزند براساس رویه معکوس سازی عملگر جهش

عملیات نگهداری و تعمیر روی ماشین نیاز است. اگر مقدار آن برابر ۱ باشد، نیاز به نگهداری و تعمیر است و اگر برابر ۰ باشد نیاز به نگهداری و تعمیر نیست. سطر ۳ نشان می‌دهد که نگهداری و تعمیر هر ماشین توسط کدام تعمیرکار انجام می‌شود. در شکل (۲) نگهداری و تعمیر ماشین اول توسط تعمیرکار ۱ و ماشین دوم توسط تعمیرکار ۲ انجام می‌گردد.

### عملگر تقاطع

این عملگر، یک عملگر ترکیبی است که شامل سه مرحله می‌باشد. در مرحله نخست، یک جفت از کروموزوم‌ها براساس رویکرد چرخ رولت انتخاب می‌گردند. در مرحله‌ی دوم، مکانی بطور تصادفی برای ادغام در طول رشته‌ی کروموزوم‌های مورد نظر انتخاب می‌شود. سرانجام در مرحله‌ی سوم، جابجایی دو رشته با توجه به محل ادغام مشخص شده انجام می‌پذیرد. همان‌طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، در عملگر تقاطع پیشنهادی ابتدا دو والد انتخاب شده و یک نقطه برش تصادفی نیز انتخاب می‌شود. سپس تمامی عناصر قبل از نقطه برش در والد اول، بخش اول فرزند شماره یک را تشکیل داده و عناصر بعد از نقطه برش نیز بخش دوم فرزند دوم را تشکیل می‌دهند. براساس همین رویه برای کروموزوم والد دوم، عناصر قبل از نقطه برش والد دوم، بخش اول فرزند شماره دو و عناصر بعد از نقطه برش آن بخش دوم فرزند شماره یک را تشکیل می‌دهند. از آنجایی که ممکن است بعد از عمل تقاطع در ساختار جواب اعداد تکراری ظاهر شوند و لذا جواب‌های نشدنی ایجاد گردند، از اینرو اعداد تکراری با اعداد مناسب جایگزین می‌شوند تا فرزندان نهایی یک و دو به وجود آیند.

### عملگر جهش

این عملگر یک ژن از یک کروموزوم را بطور تصادفی انتخاب نموده و سپس محتوای آن ژن را تغییر می‌دهد. در این مقاله، دو نوع عملگر مختلف برای انجام جهش در نظر گرفته شده است.

(الف) انتقال<sup>۱</sup>: دو عنصر در موقعیت  $I_1$  و  $I_2$  بطور تصادفی انتخاب می‌شوند و سپس موقعیت آنها عوض می‌شود. رویه بیان شده در شکل (۴) نشان داده شده است.

(ب) معکوس سازی<sup>۲</sup>: دو نقطه تصادفی در یک کروموزوم انتخاب می‌شود، سپس موقعیت عناصر قرار گرفته بین این

<sup>2</sup>- Inversion

<sup>1</sup>- Shift

که  $d_i = \min_{k \in Q \wedge k \neq i} \sum_{m=1}^M |f_m^i - f_m^k|$  مینیمم مقدار مجموع قدرمطلق اختلاف در مقادیر توابع هدف، بین  $i$  امین جواب، و هر جواب دیگر در مجموعه نامغلوب بدست آمده است.  $\bar{d} = \sum_{i=1}^{|Q|} d_i / |Q|$  مقدار میانگین فواصل است. شاخص متریک فوق، انحرافات استاندارد مختلف مقادیر  $d_i$  است. زمانی که جواب‌ها به طور یکنواخت در مرز نامغلوب پخش شده باشند، آنگاه مقیاس فاصله متناظر کوچک خواهد بود. بنابراین، در مقایسه الگوریتم‌های چندهدفه، الگوریتمی با مقیاس  $C$  بزرگتر،  $S$  کوچکتر و زمان حل کمتر، ارجح‌تر از سایر الگوریتم‌ها است.

#### ۴- نتایج محاسباتی

در این بخش، ابتدا با نمایش یک مثال عددی، صحت مدل پیشنهادی و ویژگی‌های آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس نحوه تولید نمونه مسائل و تنظیم پارامترها برای الگوریتم تشریح خواهد شد و در نهایت عملکرد روش MCGP و الگوریتم NSGA-II با بکارگیری نمونه مسائل تولید شده، مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرند.

#### ۴-۱- مثال عددی

سیستمی را با زمانبندی ۶ کار روی ۳ ماشین و با سه تعمیرکار  $S_1$ ،  $S_2$  و  $S_3$  در نظر بگیرید. مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترهای مدل بصورت زیر می‌باشد.

$$\alpha_{hj} = \begin{pmatrix} 6 & 12 & 5 & 1 & 10 & 3 \\ 7 & 11 & 6 & 2 & 10 & 4 \\ 6 & 14 & 5 & 3 & 11 & 3 \\ 8 & 16 & 7 & 3 & 14 & 5 \\ 9 & 15 & 8 & 4 & 14 & 6 \\ 8 & 17 & 7 & 5 & 13 & 4 \end{pmatrix}$$

$$p_{hj} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$pp_{hj} = \begin{pmatrix} 24 & 32 & 14 & 9 & 28 & 10 \\ 27 & 30 & 16 & 12 & 28 & 12 \\ 24 & 34 & 14 & 15 & 26 & 8 \end{pmatrix}$$

$$pppp_{hj} = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 7 & 6 & 8 \\ 7 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$t_{sh} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$i_{sh} = (3, 30, 7, 2, 45, 15)$$

$$k_h = 3; u_{gh} = 4 \quad \forall g, h$$

$$co_{hj} = 0.1; coo_{hj} = 0.2; \quad \forall h, j$$

الگوریتم NSGA-II تشریح شده، در محیط نرم‌افزار MATLAB اجرا گردیده و عملکرد آن بر روی نمونه مسائل تصادفی تولید شده در بخش نتایج محاسباتی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است.

#### ۳-۳- مقایسه الگوریتم‌ها

همگرایی به مرز بهینه پارتو و حفظ تنوع در جواب‌ها، دو هدف مجزا در بهینه‌سازی چندهدفه است. شاخص‌های متریک متعددی در ادبیات موضوع معرفی شده‌اند. استفاده از عمده این شاخص‌ها، منوط به وجود مجموعه جواب‌های بهینه پارتو است. در این مقاله، از آنجائی که اطمینان قطعی از دستیابی به مجموعه جواب‌های بهینه پارتو وجود ندارد؛ لذا از شاخص‌هایی استفاده می‌شود که بدون نیاز به مجموعه جواب‌های بهینه پارتو، قادر به ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های مورد استفاده در این مقاله باشند. لذا در این مقاله، برای بررسی عملکرد الگوریتم NSGA-II و رویکرد MCGP از دو شاخص متریک حیطة پوشش مجموعه<sup>۱</sup> و فاصله<sup>۲</sup> به ترتیب برای ارزیابی همگرایی و تنوع استفاده گردیده است.

#### ۳-۳-۱- شاخص متریک حیطة پوشش مجموعه

این شاخص توسط زیتزلر و همکاران [۲۱] ارائه شده است. شاخص متریک حیطة پوشش مجموعه  $C(A, B)$ ، نسبت جواب‌های موجود در  $B$ ، که به طور ضعیف به وسیله جواب‌های  $A$  چیره هستند، را محاسبه می‌کند:

$$C(A, B) = \frac{|\{b \in B | \exists a \in A: a \leq b\}|}{|B|} \quad (۳۳)$$

مقدار متریک  $C(A, B) = 1$  نشان می‌دهد که همه عناصر  $B$  به طور ضعیف توسط  $A$  چیره هستند. از طرفی  $C(A, B) = 0$  به معنی اینست که هیچ یک از عناصر  $B$  به طور ضعیف به وسیله جواب‌های  $A$  چیره نیست.

#### ۳-۳-۲- شاخص متریک فاصله

اسکات [۲۲] شاخص متریکی که فاصله نسبی بین جواب‌های متوالی در یک مجموعه نامغلوب ( $Q$ ) بدست آمده را محاسبه می‌کند، به صورت زیر معرفی کرده است:

$$s = \sqrt{\frac{1}{|Q|} \sum_{i=1}^{|Q|} (d_i - \bar{d})^2} \quad (۳۴)$$

<sup>۲</sup> Spacing

<sup>۱</sup> Set coverage metric

منطبق با مقادیر مورد استفاده در ادبیات موضوع ([۴، ۲]) می‌باشد.

جدول ۱: مشخصات گروه‌های نمونه مسائل تصادفی تولید شده

گروه	تعداد کار (n)	تعداد ماشین (m)	تعداد تعمیرکار (S)
۱	۴	۲	۲
۲	۱۰	۳	۳
۳	۱۰	۶	۶
۴	۲۰	۳	۳
۵	۲۰	۶	۶
۶	۳۰	۳	۳
۷	۳۰	۶	۶

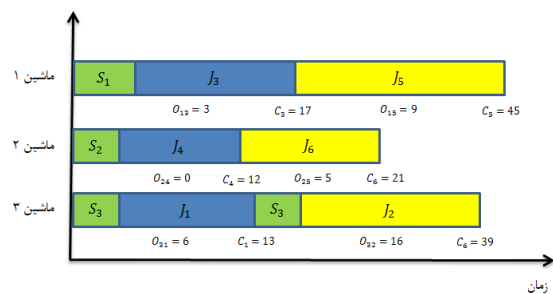
جدول ۲: مقادیر پارامترهای مختلف

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$t_{sh}$	<i>Uniform</i> (5,8)	$p_{hj}$	<i>Uniform</i> (3,20)
$d_j$	<i>Uniform</i> (18,102)	$i_{sh}$	<i>Uniform</i> (5,8)
$co_{hj}$	0.1	$coo_{hj}$	0.2
$ppp_{hj}$	<i>Uniform</i> (30,35)	$pp_{hj}$	<i>Uniform</i> (1,2)
$u_{gh}$	4	$\alpha_{hj}$	<i>Uniform</i> (0.15,0.5)

### ۳-۴- حل مدل با رویکرد MCGP

مسئله زمانبندی مورد توجه در این مقاله، از نظر محاسباتی جزء مسائل سخت می‌باشد و مدل چندهدفه ریاضی پیشنهادی با بکارگیری رویکردهای کلاسیک، فقط برای نمونه مسائل با ابعاد کوچک قابل حل بوده است. از اینرو در این بخش، مجموعه جواب‌های نامغلوب برای یک نمونه مسئله کوچک با ۴ کار و ۲ ماشین (۴m2) و با استفاده از رویکرد MCGP و لحاظ نمودن مقادیر مختلف برای  $w_k^\beta$  و  $w_k^\alpha$  بدست آمده است. شایان ذکر است که رویکرد MCGP در محیط نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی و بر روی کامپیوتری با واحد پردازش ۲/۵ گیگاهرتز و حافظه ۲ گیگابایت اجرا شده است. با در نظر گرفتن مقادیر مختلف و مناسب برای  $w_k^\beta$  و  $w_k^\alpha$ ، تعداد ۷ جواب پارتو بدست آمده است که در جدول ۳ نمایش داده شده‌اند. از نتایج مندرج در جدول ۳ مشاهده می‌شود که با افزایش اهمیت یک تابع هدف، مقدار کمتری برای آن به دست می‌آید و در مقابل مقدار بیشتری برای توابع هدف دیگر نتیجه می‌شود. این موضوع به‌خوبی موضوع تبادل بین اهداف را در مسائل چندهدفه نشان می‌دهد.

با حل مدل پیشنهادی بر اساس مقادیر پارامترهای فوق، کارهای ۳ و ۵ ( $J_3$  و  $J_5$ ) با ماشین ۱، کارهای ۴ و ۶ با ماشین ۲ و کارهای ۱ و ۲ با ماشین ۳ پردازش خواهند شد. همچنین در ابتدای دوره برنامه‌ریزی، هر سه ماشین نیازمند عملیات نگهداری و تعمیرات هستند که این عمل برای ماشین‌های ۱ تا ۳ به ترتیب توسط تعمیرکاران  $S_1$ ،  $S_2$  و  $S_3$  انجام می‌شود. ماشین سوم در طول دوره برنامه‌ریزی بعد از پردازش کار ۱ نیازمند نگهداری و تعمیرات است که این عمل توسط تعمیرکار  $S_3$  انجام می‌پذیرد. شکل (۶) برنامه زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات را در قالب یک نمودار گانت نشان می‌دهد.



شکل ۶: برنامه زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات

مقادیر مربوط به زمان ختم کارها و مقادیر مربوط به فشرده‌سازی زمان‌های پردازش در شکل (۶) نمایش داده شده‌اند. این برنامه زمانی دارای میزان توابع هدف برابر با  $Z_1 = 2.5$ ،  $Z_2 = 45$ ،  $Z_3 = 10$  و  $Z_4 = 0$  می‌باشند. شایان ذکر است که بدون در نظر گرفتن مفهوم زمان‌های پردازش قابل کنترل در مدل، مقادیر تابع هدف برابر  $Z_1 = 2.9$ ،  $Z_2 = 46$ ،  $Z_3 = 14$  و  $Z_4 = 0$  می‌باشند. مشاهده می‌شود که این مفهوم باعث ایجاد برنامه زمانبندی با مقادیر تابع هدف بهتری شده است.

### ۲-۴- تولید داده

برای بررسی مدل و دستیابی به جواب‌های نامغلوب، هفت گروه مسئله در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ بر اساس جدول ۱ در نظر گرفته شده است. به منظور ارزیابی بهتر کارایی الگوریتم‌ها، تولید نمونه مسائل در ابعاد مختلف با افزایش مناسب تعداد کارها، تعداد ماشین‌ها و تعداد تعمیرکارها مورد توجه قرار گیرد.

پارامترهای مدل در نمونه مسائل مختلف، بصورت تصادفی و بر اساس توزیع‌های یکنواخت مندرج در جدول ۲ آمده است. شایان ذکر است که بازه‌های انتخابی برای پارامترها،

مناسب به ازای آن بدست آمده است، بعنوان پارامترهای مناسب در نظر گرفته شده‌اند.

جدول ۵: نتایج آزمایش‌ها جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم

**NSGA-II**

دسته اول				دسته دوم				دسته سوم			
۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
۱	*	*	*	*	*	*	*				
۲	*	*	*	*	*	*	*				
۳	*	*	*	*	*	*	*				
۴	*	*	*	*	*	*	*				
۵	*	*	*	*	*	*	*				
۶	*	*	*	*	*	*	*				
۷	*	*	*	*	*	*	*				
۸	*	*	*	*	*	*	*				
۹	*	*	*	*	*	*	*				

با توجه به نتایج جدول ۵، مقادیر پارامترهای دسته دوم، برای اجرای الگوریتم NSGA-II در نظر گرفته شده‌اند.

**۴-۵- نتایج مقایسه الگوریتم‌ها**

دو روش NSGA-II و MCGP برای حل نمونه مسائل تولید شده براساس گروه‌های مندرج در جدول (۱) مورد استفاده قرار گرفتند. رویکرد کلاسیک MCGP قادر به ارائه جواب برای نمونه مسائل در ابعاد متوسط و بزرگ در محدودیت زمانی ۳۶۰۰ ثانیه نبوده است. همانطوری که بیان شده است، برای مقایسه الگوریتم‌های مورد نظر از سه شاخص حیطة پوشش مجموعه (C)، فاصله (S) و زمان اجرا استفاده شده است که نتایج مقایسات در جداول زیر آمده است.

جدول ۷: مقایسه الگوریتم NSGA-II و روش MCGP برای

نمونه مسأله n10m3 براساس شاخص‌های مختلف

ردیف	معیار	روش	مقدار	روش برتر
۱	فاصله	NSGA-II	۱۷/۴۹	MCGP
		MCGP	۶/۰۵	
۲	زمان حل (ثانیه)	NSGA-II	۴۴۸/۷۴	NSGA-II
		MCGP	۳۶۰۰	
۳	پوشش مجموعه	A / B	MCGP / NSGA-II	MCGP
		NSGA-II	-	
		MCGP	۰/۱۵	

جدول ۳: مجموعه جواب نامغلوب برای نمونه مسأله n4m2

با استفاده از رویکرد MCGP

جواب ۱	جواب ۲	جواب ۳	جواب ۴	جواب ۵	جواب ۶	جواب ۷
۰/۲۵	۰/۴	۰/۴	۰/۷	۰/۸	۰/۶	۰/۱
۰/۲۵	۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۵	۰/۱۵	۰
۰/۲۵	۰/۲	۰/۲	۰/۱	۰	۰/۰۵	۰
۰/۲۵	۰/۳	۰/۲	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۹
۰/۱	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۲	۰/۸	۰/۲
۰/۷	۰/۴	۰/۶	۰/۳	۰/۴	۰/۰۵	۰/۴
۰/۱	۰/۲	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰	۰/۲
۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۱۵	۰/۲
۳۴/۵۹	۳۰/۶۵	۳۱/۷۶	۱۸	۱۴/۱۴	۱۷/۲	۱۴
۵۴/۵۱	۵۸/۵۱	۵۶/۶۶	۷۰/۶۶	۷۸/۶۶	۷۰/۶۶	۸۲/۲۱
۱۶/۵۱	۱۶/۵۱	۱۶/۵۱	۲۸/۶۶	۳۹/۹۱	۳۲/۶۶	۳۹/۹۱
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

**۴-۴- تنظیم پارامترهای الگوریتم NSGA-II**

عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری وابسته به مقادیر پارامترهای آنها است. بنابراین، تخصیص مقدار مناسب به پارامترهای الگوریتم، می‌تواند تأثیر بسزایی در کیفیت جواب‌های بدست آمده داشته باشد. در این مقاله، تعیین مقادیر چهار پارامتر حداکثر تعداد تکرار، اندازه جمعیت، نرخ تقاطع و نرخ جهش برای سه دسته و بر اساس جدول ۴ مورد توجه قرار گرفته است. الگوریتم NSGA-II در نه مسأله متفاوت و براساس این سه دسته پارامتر مورد آزمایش قرار گرفته و در نهایت مقادیر مناسب پارامترها انتخاب شده‌اند.

جدول ۴: مقادیر پارامترهای الگوریتم NSGA-II در دسته‌های مختلف

پارامتر دسته	تعداد تکرار	اندازه جمعیت	اندازه تقاطع	نرخ جهش
دسته اول	۲۵۰	۷۰	۰/۶	۰/۰۱
دسته دوم	۲۵۰	۶۰	۰/۷	۰/۰۳
دسته سوم	۴۵۰	۵۰	۰/۶	۰/۰۲

نتایج حاصل از آزمایش‌ها برای یافتن پارامترهای مناسب در جدول (۵) آورده شده است. در هر آزمایش، الگوریتم یک مسأله را با سه دسته پارامتر متفاوت ذکر شده حل کرده و در هر مسأله مشخص شده است که کدام دسته از پارامترها بهترین مقدار را برای هر یک از توابع بدست آورده است. در نهایت، آن دسته از پارامتری که بیشترین جواب

NSGA-II داشته است. شایان ذکر است که اجرای رویکرد MCGP در محیط نرم افزار GAMS برای نمونه مسائل  $n30m3$  و  $n30m6$  در محدودیت زمانی ۳۶۰۰ ثانیه جوابی ارائه نکرده است. در مقابل الگوریتم NSGA-II برای نمونه مسائل ذکر شده به ترتیب تعداد ۵۰ و ۴۶ جواب پارتو، در زمان اجرای ۴۴۸/۵۸ و ۴۴۹/۷۳ ثانیه ارائه داده است.

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، مسأله زمانبندی کارها و فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات در یک سیستم تولیدی با ماشین‌های موازی نامرتب مورد ملاحظه قرار گرفته است. مسأله نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اضطراری در تمامی سیستم‌های تولیدی حائز اهمیت فراوان است و این مسأله منجر به خارج از دسترس شدن ماشین‌آلات می‌گردد. این موضوع می‌تواند افزایش هزینه‌ها داشته باشد. لذا لحاظ نمودن این مهم در برنامه‌های تدوینی در محیط تولید بسیار حائز اهمیت است. همچنین، در بسیاری از مواقع با صرف هزینه‌هایی نظیر تخصیص بیشتر منابع می‌توان عملیات پردازش کارها را زودتر از روال معمول آن انجام داد. این موضوع منجر به تحمیل هزینه به سیستم خواهد شد. یا برعکس می‌توان پردازش کارها را با پذیرش هزینه آن، بیشتر از زمان مورد نیاز بر اساس روال معمول انجام داد. از اینرو زمان‌های پردازش قابل کنترل مورد توجه قرار می‌گیرد.

در این مقاله، با در نظر گرفتن زمان‌های پردازش قابل کنترل، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه برای کمینه نمودن مجموع هزینه‌های توسعه و فشردن سازی زمان، نگهداری و تعمیرات، حداکثر زمان تکمیل، دیرکردها و زودکردها ارائه شد. برای حل مدل چندهدفه پیشنهادی، از رویکرد کلاسیک MCGP در محیط نرم افزار GAMS استفاده گردیده است. این رویکرد قادر به حل نمونه مسائل با تعداد کارها و ماشین‌های کوچک بوده است. بنابراین، از الگوریتم NSGA-II با طراحی عملگرهای مناسب برای حل نمونه مسائل با ابعاد بزرگتر بهره گرفته شده است. نتایج محاسباتی نشان داده است که الگوریتم NSGA-II قابلیت مناسبی در ارائه جواب‌های مناسب نامغلوب با پراکندگی مطلوب و در زمان کوتاهی دارد. در نظر گرفتن اهداف دیگری نظیر کاهش تعداد کارهای تأخیردار، لحاظ نمودن

جدول ۸: مقایسه الگوریتم NSGA-II و روش MCGP برای نمونه مسأله  $n10m6$  براساس شاخص‌های مختلف

ردیف	معیار	روش	مقدار	روش برتر
۱	فاصله	NSGA-II	۵۶/۵۱	NSGA-II
		MCGP	-	
۲	زمان حل (ثانیه)	NSGA-II	۴۷۷/۲۴	NSGA-II
		MCGP	۳۶۰۰	
۳	پوشش مجموعه	A	NSGA-II	-
		B	MCGP	
		NSGA-II	-	
		MCGP	-	
		MCGP	-	

جدول ۹: مقایسه الگوریتم NSGA-II و روش MCGP برای نمونه مسأله  $n20m3$  براساس شاخص‌های مختلف

ردیف	معیار	روش	مقدار	روش برتر
۱	فاصله	NSGA-II	۲۲۳/۲۶	MCGP
		MCGP	۱۰۶/۴۹	
۲	زمان حل (ثانیه)	NSGA-II	۴۷۷/۲۴	NSGA-II
		MCGP	۳۶۰۰	
۳	پوشش مجموعه	A	NSGA-II	NSGA-II
		B	MCGP	
		NSGA-II	-	
		MCGP	۰/۱۳	
		MCGP	-	

جدول ۱۰: مقایسه الگوریتم NSGA-II و روش MCGP برای نمونه مسأله  $n20m6$  براساس شاخص‌های مختلف

ردیف	معیار	روش	مقدار	روش برتر
۱	فاصله	NSGA-II	۲۷۰	NSGA-II
		MCGP	-	
۲	زمان حل (ثانیه)	NSGA-II	۴۷۷/۲۴	NSGA-II
		MCGP	۳۶۰۰	
۳	پوشش مجموعه	A	NSGA-II	-
		B	MCGP	
		NSGA-II	-	
		MCGP	-	
		MCGP	-	

همانطوری که در جداول ۷-۱۰ مشاهده می‌شود، الگوریتم NSGA-II در اکثر نمونه مسائل در دو شاخص فاصله و زمان حل عملکرد مناسبتری نسبت به روش MCGP داشته است. در مقابل رویکرد MCGP از نظر شاخص حیطة سطح پوشش عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم

همزمان اثرات یادگیری و اثر خستگی در مدل، در نظر گرفتن عدم قطعیت برای برخی از پارامترهای مدل نظیر زمان‌های پردازش، توسعه مدلی مشابه برای سایر محیط‌های تولیدی نظیر؛ جریان کارگاهی، کار کارگاهی و بکارگیری سایر روش‌های فراابتکاری برای حل مدل، از پیشنهادها مناسب مطالعه آتی تحقیق حاضر است.

## مراجع

- [1] M. Bevilacqua, M. Braglia, (2000) "The analytic hierarchy process applied to maintenance strategy selection" *Reliability Engineering and System Safety*, Vol.70, No. 1, pp.71-83.
- [2] V. Kayvanfar, G.H.M. Komaki, A. Aalaei, M. Zandieh, (2014) "Minimizing total tardiness and earliness on unrelated parallel machines with controllable processing times", *Computers & Operations Research*, Vol. 41, pp.31-43.
- [3] G. Schmidt, (2000) "Scheduling with limited machine availability" *European Journal of Operational Research*, Vol.121, No. 1, pp.1-15.
- [4] M. Tavana, Y. Zarook, J. Francisco, A. Santos, (2015) "An integrated three-stage maintenance scheduling model for unrelated parallel machines with aging effect and multi-maintenance activities", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 83, pp. 226-236.
- [5] M. Afzalirad, J. Rezaeian, (2017) "A realistic variant of bi-objective unrelated parallel machine scheduling problem: NSGA-II and MOACO approaches" *Applied Soft Computing*, Vol. 50, pp.109-123.
- [6] Y.M. Lin, M.E. Pfund, J.W. Fowler, (2011) "Heuristics for minimizing regular performance measures in unrelated parallel machine scheduling problems", *Computers & Operations Research*, Vol.38, No. 6, pp. 901-916.
- [7] T.C.E. Cheng, J. H. Chou, L. Y. Dar, (2011) "Unrelated parallel-machine scheduling with deteriorating maintenance activities", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 60, No. 4, pp. 602-605.
- [8] M. Rambod, J. Rezaeian, (2014) "Robust meta-heuristics implementation for unrelated parallel machines scheduling problem with rework processes and machine eligibility", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 77, pp. 15-28.
- [۹] بهشتی‌نیا، م.، قاضی وکیلی، ن. (۱۳۹۴) "ارزیابی الگوریتم‌های زمانبندی تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر و مقایسه آنها با الگوریتم ژنتیک دو بخشی". *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۳، شماره ۴۰.
- [۱۰] حسینی، س. م.، ح.، حسینی، ع. ا. (۱۳۹۶) "توسعه یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مسئله زمانبندی در سیستم تولید جریان کارگاهی مونتاژی" *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۵، شماره ۵۱.
- [۱۱] حسینی، ع. ا. (۱۳۹۶) "الگوریتم فراابتکاری ترکیبی برای حل یک مدل دو هدفه استوار جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر دو مرحله‌ای با خط مونتاژ اختصاصی تحت عدم قطعیت" *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۵، شماره ۵۰.
- [۱۲] فخرزاد، م. ب.، رجائی، ب. (۱۳۹۶) "نگهداری پیشگیرانه در زمانبندی ماشین‌های موازی نامرتب با احتساب اثر زوال و زمان آماده‌سازی" *فصلنامه علمی-پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی*، سال پانزدهم، شماره ۴۵.
- [13] A. J. Ruiz-Torres, G. Paletta, R. M'Hallah, (2017) "Makespan minimisation with sequence-dependent machine deterioration and maintenance events", *International Journal of Production Research*, Vol. 55, No. 2, pp. 462-479.
- [14] M. Abedi, H. Seidgar, H. Fazlollahtabar, (2017) "Hybrid scheduling and maintenance problem using artificial neural network based meta-heuristics" *Journal of Modelling in Management*, Vol.12, No.3, pp.525-550.
- [15] L. H. Su, M. C. Hsiao, H. Zhou, F. D. Chou, (2018) "Minimizing the number of tardy jobs on unrelated parallel machines with dirt consideration" *Journal of Industrial and Production Engineering*, Vol. 35, No.6, pp.383-393.
- [16] L. Qinming, M. Dong, F. F. Chen, W. Lv, C. Ye, (2019) "Single-machine-based joint optimization of predictive maintenance planning and production scheduling" *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 55, pp.173-182.

- [17] H. Tian, Y. Shuaijing, L. Wenchang (2019) "Parallel Machine Scheduling on Jobs and Partial Maintenance Activities due to job-Dependent Machine Deteriorations" American Journal of Mathematical and Management Sciences, pp. 1-11.
- [18] O. Jadidi, S. b. Cavalieri, S. Zolfaghari, (2015) "An improved multi-choice goal programming approach for supplier selection problems", Applied Mathematical Modelling, Vol. 39, No. 14, pp. 4213-4222.
- [19] S. A. Torabi, N. Sahebjamnia, S. A. Mansouri, M. Aramon Bajestani, (2013) "A particle swarm optimization for a fuzzy multi-objective unrelated parallel machines scheduling problem" Applied Soft Computing, Vol.13, No.12, pp.4750-4762.
- [20] K. Deb, S. Agarwal, T. Meyarivan, (2002) "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," IEEE Trans. Evol. Comput, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197.
- [21] E. Zitzler, K. Deb, L. Thiele, (2000) "Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results", Evolutionary Computation journal, Vol.8, No.2, pp. 125-148.
- [22] J.R. Schott, (1995) "Fault tolerant design using single and multi criteria genetic algorithms" Master's Thesis, Boston, MA: Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute of technology.