

کنترل مقاوم سیستم تعلیق مجهز به میراگر الکتریکی با رویکرد کنترلی LMI

احمد باقری^{۱*}، امیرمحمد اصغری گنجی^۲

چکیده	اطلاعات مقاله
این مقاله به طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم تعلیق نیمه فعال خودرو، با استفاده از نامعادلات ماتریسی خطی اختصاص یافته است. در سیستم های کنترل خودرو، قابلیت میرایی ارتعاشات با توجه به طیف وسیع اغتشاشات خارجی و داخلی، اهمیت بسیاری دارد. به طور کلی نمی توان تمام ارتعاشات وارد شده را به طور کامل از بین برد. بر این اساس، ضرورت استفاده از روش های مقاوم کنترلی اجتناب پذیر می شود. در این پژوهش از مدل یک چهارم خودرو دارای میراگر الکتریکی، همراه با المان های دمپر و فنر برای سیستم تعلیق نیمه فعال استفاده شده است. با بهره گیری از تئوری فیدبک حالت و مسئله پایداری لیابانوف همراه با در نظر گرفتن متغیرهای آزاد وزنی برای بهبود عملکرد، کنترل کننده ای با رویکرد نامساوی ماتریسی خطی طراحی شده تا در برابر اغتشاشات جاده ای مقاوم باشد. همچنین در طراحی کنترل کننده، محدودیت تولید انرژی کنترلی برای دمپر در نظر گرفته شده است. مقایسه نتایج به دست آمده نشان می دهد کاهش قابل توجه اثر اغتشاش در سیستم تعلیق نیمه فعال، در مقایسه با سیستم غیرفعال در برابر ورودی اغتشاشی سرعت گیر و تصادفی حاصل شده است.	دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۱/۰۱ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۵/۰۸
	واژگان کلیدی: نامساوی ماتریسی خطی، کنترل مقاوم H_{∞} ، میراگر الکتریکی، نیمه فعال، فیدبک حالت.

۱- مقدمه
ناشی گردد که از جمله می توان به ناهمواری جاده، شکل سرعت گیر با ارتفاع و طول زیاد و تغییرات جزئی ارتفاع سطح جاده اشاره کرد.

سیستم تعلیق خودرو به طور کلی به سه نوع تعلیق غیرفعال^۱، نیمه فعال^۲ و فعال^۳ تقسیم می شود. سیستم تعلیق فعال به وسیله عملگر هیدرولیکی، اغتشاشات وارد شده از جاده را تضعیف می کند. سیستم تعلیق نیمه فعال از طریق کمک فنرهایی با ضرایب متغیر انرژی کنترلی را برای سیستم تعلیق فراهم می کند؛ اما در سیستم تعلیق غیرفعال، انرژی کنترلی که باعث تضعیف اغتشاش شود، وجود ندارد. مزیت اصلی سیستم تعلیق نیمه فعال نسبت به سیستم های فعال، هزینه کمتر در ساخت و اجرا و همچنین ایمنی بالاتر در صورت از کار افتادن سیستم است. کمک

استفاده از سیستم تعلیق به منظور افزایش آسایش سرنشینان و فرمان پذیری در برابر ناهمواری های جاده ای است. امروزه استفاده از سیستم تعلیق نیمه فعال بیش از پیش در خودروها افزایش یافته است. اگرچه توجه به ایمنی سواری خودرو [۱] و کاهش آلودگی محیط [۲] توجه خودروسازان را به خود جلب کرده، همچنان بهبود آسایش و راحتی سرنشینان، امری ضروری است. کیفیت سواری خودرو براساس راحتی سرنشینان خودرو و فرمان پذیری آن حاصل می شود. اغتشاشات وارد شده از طرف جاده، می تواند بدنه خودرو را دچار ارتعاشاتی کند. عدم کنترل به موقع اغتشاش، سبب نارضایتی سرنشینان خودرو می شود. ارتعاشات وارد شده به بدنه خودرو از منابع مختلفی می تواند

۱. Passive Suspension

۲. Semi-Active Suspension

۳. Active Suspension

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Bagheri@guilan.ac.ir

۱. استاد رباتیک و مکاترونیک، دانشگاه گیلان

۲. دانشجوی ارشد دینامیک و کنترل، دانشگاه گیلان

حالت فعال و غیرفعال شبیه‌سازی و با هم مقایسه کردند. ونپینگ و همکاران [۱۲] با تعریف پایداری زمانی ورودی خروجی با قید محدود بودن انرژی اغتشاشی شرط کافی برای سیستم خطی ارائه دادند و با شبیه‌سازی سیستم پیشنهادی در برابر اغتشاش سرعت‌گیر اثر رویکرد کنترلی را مورد بررسی قرار دادند. پانگ و همکاران [۱۳] برای سیستم تعلیق فعال مدل نصف خودرو از روش فیدبک حالت، به طراحی کنترل‌کننده که در ورودی دارای تأخیر زمانی است، پرداختند. با تبدیل معادلات حاصل به فرم نامساوی ماتریس خطی برای بهبود کارایی اهداف سیستم تعلیق و مقاومت در برابر تأخیر، ضرایب کنترلی را به دست آوردند. ریزوی و همکاران [۱۴] برای توسعه روش‌های کنترل مقاوم، یک مدل ریاضی دقیق‌تر برای سیستم تعلیق فعال خودرو، با در نظر گرفتن دینامیک صندلی راننده، از طریق معادلات لاگرانژ و اویلر استخراج کردند. با تشکیل توابع انرژی مکانیکی و پتانسیل و استخراج معادلات سیستم، آن‌ها دو کنترل‌کننده مقاوم در برابر ناهم‌واری جاده از طریق فیدبک حالت و فیدبک خروجی با رویکرد کنترلی نامساوی ماتریس خطی پیشنهاد دادند و با شبیه‌سازی نشان دادند که کنترلرهای طراحی شده، عملکرد موردنیاز را برآورده می‌سازند.

این مقاله به طراحی کنترل‌کننده مقاوم برای سیستم تعلیق نیمه‌فعال مدل یک‌چهارم با رویکرد کنترلی H_{∞} از طریق نامساوی‌های ماتریس خطی اختصاص یافته است. در این پژوهش، انرژی کنترلی برای سیستم تعلیق از طریق یک کمک‌فناوری الکتریکی تأمین می‌شود که نوآوری این پژوهش، اتخاذ محدودیت انرژی کنترلی در طراحی کنترل‌کننده برای کمک‌فناوری الکتریکی در نامعادلات ماتریسی خطی برای سیستم تعلیق نیمه‌فعال است.

۲- مدل‌سازی سیستم تعلیق

۲-۱- مدل دینامیک کمک‌فناوری الکتریکی

در این مقاله از میراکننده الکتریکی ER استفاده شده که برای وسیله نقلیه مسافری کاربرد دارد و در مرجع [۱۵] به معرفی آن پرداخته شده است. کمک‌فناوری ER با کنترل شدت الکتریکی، باعث تضعیف نیروی اغتشاشی وارد شده بر سیستم تعلیق می‌شود. این کمک‌فناوری می‌تواند با توجه به میدان الکتریکی، با تغییر تنش سیال سبب تقویت فشار

فناوری سیستم تعلیق نیمه‌فعال از قبیل کمک فنرهای مغناطیسی^۱ و الکتریکی^۲ به‌تنهایی می‌توانند یک جاذب ارتعاشی باشند؛ اما از نظر عملکرد و بهبود سواری خودرو، سیستم تعلیق فعال، برتری بیشتری نسبت به سیستم تعلیق نیمه‌فعال دارد. در سال‌های اخیر، سیستم تعلیق نیمه‌فعال با بهره‌گیری از کمک‌فناوری مغناطیسی [۳-۵] یا کمک‌فناوری الکتریکی [۶-۸] توسط دانشمندان مورد مطالعه قرار گرفته است.

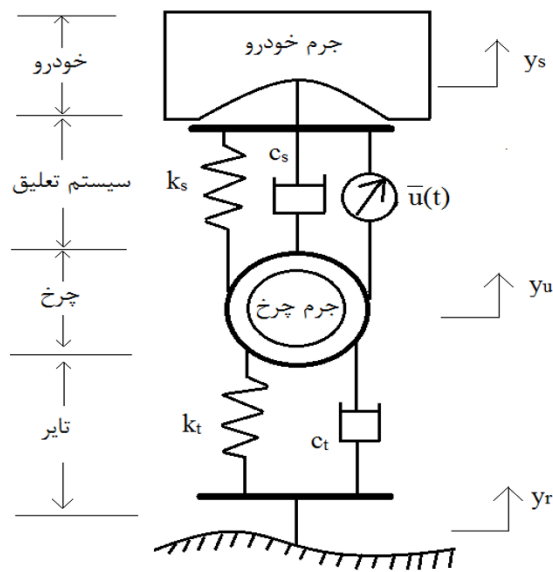
شبیه‌سازی دینامیک خودرو معمولاً با یک مدل یک‌چهارم، نیم‌خودرو و کامل خودرو فرمول‌بندی می‌شود. مدل یک‌چهارم خودرو ساده‌ترین مدل برای شبیه‌سازی پاسخ خودرو به ورودی جاده است. برای مدل یک‌چهارم خودرو دو درجه آزادی، یکی برای حرکت بدنه و دیگری برای حرکت تاپر که مستقل از یکدیگر حرکت می‌کنند، در نظر گرفته می‌شود. مدل یک‌دوم یا نیم‌خودرو شامل یک تاپر جلو و یک تاپر عقب در نظر گرفته می‌شود. در مدل کامل خودرو هر چهار تاپر وسیله نقلیه در نظر گرفته می‌شود که نتایج حاصل از آن به مدل واقعی نزدیک‌تر است.

هانگلی و همکاران [۹] برای سیستم تعلیق فعال مدل یک‌چهارم، از طریق فیدبک خروجی، به طراحی کنترل‌کننده مقاوم که دارای ساختار دینامیکی است، در برابر تأخیر در عملکرد کنترلی با رویکرد نامساوی ماتریس خطی پرداختند و نتایج را در برابر اغتشاش جاده تصادفی و سرعت‌گیر مورد بررسی قرار دادند. سیفی و همکاران [۱۰] برای بهبود عملکرد سیستم تعلیق غیرفعال از میراگرهای نامتقارن غیرخطی که در هنگام فشردگی از یک ضریب و هنگام کشیده شدن دارای ضریب متفاوتی است، استفاده کردند و با بهینه‌سازی چندهدفه الگوریتم ژنتیک، مسئله را حل و آن را بر مدل کامل خودرو اعمال کردند. نتایج نشان داد که استفاده از میراگرهای نامتقارن نسبت به میراگرهای متقارن، عملکرد سیستم را بیشتر بهبود می‌بخشد. بلوچیان و همکاران [۱۱] کنترل‌کننده بهینه مد لغزشی انتگرالی با مشتقات مرتبه کسری برای سیستم تعلیق فعال مدل یک‌چهارم خودرو، برای دستیابی به کنترل ایمن در برابر اغتشاش طراحی کردند. برای دستیابی به مقادیر بهینه پارامترهای سطح لغزش از الگوریتم ازدحام ذرات استفاده نمودند. برای بررسی اعتبار کنترل‌کننده، سیستم را در دو

². Electro Rheological

¹. Magneto Rheological

کنترلی را می‌توان با استفاده از یک کمک‌فنا الکتریکی ER یا یک کمک‌فنا مغناطیسی MR که برای کنترل نیمه‌فعال به کار می‌رود، تولید کرد.



شکل ۱- سیستم تعلیق نیمه فعال مدل یک چهارم

با انتخاب متغیرهای حالت به صورت زیر:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y_s(t) - y_u(t) && \text{انحراف تعلیق} \\ x_2(t) &= y_u(t) - y_r(t) && \text{انحراف تایر} \\ x_3(t) &= \dot{y}_s(t) && \text{سرعت عمودی بدنه} \\ x_4(t) &= \dot{y}_u(t) && \text{سرعت عمودی تایر} \end{aligned}$$

با جای‌گذاری روابط بالا در معادلات (۳) و (۴)، معادله فضای حالت برای مدل یک‌چهارم خودرو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 \bar{u}(t) \quad (5)$$

که ماتریس‌های A ، B_1 و B_2 ماتریس‌های ثابت، به شکل زیر هستند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_s/m_s & 0 & -c_s/m_s & c_s/m_s \\ k_s/m_u & -k_t/m_u & c_s/m_u & -(c_s + c_t)/m_s \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ c_t/m_u \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/m_s \\ -1/m_u \end{bmatrix}$$

در معادله (۵)، $x(t)$ بردار فضای حالتی است که شامل حالت‌های انحراف تعلیق، انحراف تایر، سرعت عمودی

اضافی گردد. رابطه دینامیکی کمک‌فنا به صورت زیر است:

$$F = k_e x_p + c_e \dot{x}_p + F_{ER} \quad (1)$$

در این رابطه، k_e سختی مؤثر ناشی از فشار گاز، c_e ضریب میرایی ناشی از ویسکوزیته سیال و F_{ER} نیروی میرایی وابسته به میدان الکتریکی است که به عنوان تابعی از میدان الکتریکی قابل تنظیم است. با توجه به مرجع [۱۵] نیروی قابل کنترل F_{ER} به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_{ER} = (A_p - A_r) 2 \frac{l}{h} \alpha E^\beta \text{sgn}(\dot{x}_p) \quad (2)$$

که A_p ، A_r به ترتیب سطح مقطع پیستون و سطح مقطع میله پیستون است. l طول الکتروود، h شکاف الکتروود و $E(t)$ میدان الکتریکی است. α و β مقادیر ثابت وابسته به سیال موجود در کمک‌فنا بوده که از طریق تجربی و آزمایشگاهی قابل محاسبه است. حرکت سیال کمک‌فنا ER بین دو استوانه انجام می‌گیرد. در این مقاله با توجه به نتایج آزمایشگاهی در مرجع [۱۵] عملکرد تنش سیال $565.2E^{1.55}$ پاسکال انتخاب می‌شود.

۲-۲- مدل سیستم تعلیق یک‌چهارم

در این مقاله، از یک مدل سیستم تعلیق یک‌چهارم شامل اجزای شاسی، سیستم تعلیق و یک چرخ استفاده می‌شود که در شکل (۱) نشان داده شده است. این مدل تاکنون در مطالعات زیادی مورد استفاده قرار گرفته است و بسیاری از ویژگی‌های اساسی سیستم تعلیق واقعی را بررسی می‌کند. معادلات حرکت برای مدل تعلیق یک‌چهارم خودرو در زیر ارائه شده که معادله (۳) برای جرم بدنه خودرو و معادله (۴) برای جرم چرخ است:

$$m_s \ddot{y}_s(t) + c_s [\dot{y}_s(t) - \dot{y}_u(t)] \quad (3)$$

$$+ k_s [y_s(t) - y_u(t)] = \bar{u}(t)$$

$$m_u \ddot{y}_u(t) + c_s [\dot{y}_u(t) - \dot{y}_r(t)]$$

$$+ k_s [y_u(t) - y_s(t)] + k_t [y_u(t) - y_r(t)] \quad (4)$$

$$+ c_t [\dot{y}_u(t) - \dot{y}_r(t)] = \bar{u}(t)$$

در روابط بالا m_s جرم بدنه خودرو، m_u جرم چرخ خودرو، c_s و k_s ضریب میرایی و سختی فنر مربوط به سیستم تعلیق و c_t و k_t ضریب میرایی و سختی فنر مربوط به تایر است. همچنین y_s ، y_u و y_r به ترتیب نمایانگر جابه‌جایی شاسی یا بدنه، چرخ و ناهمواری‌های جاده است. $\bar{u}(t)$ نمایانگر نیروی کنترلی سیستم تعلیق می‌باشد. این نیروی

خودرو و سرعت عمودی تأیر است.

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]^T$$

همچنین $w(t) = \dot{y}_r$ ورودی اغتشاشی از طرف جاده و $\bar{u}(t)$ ورودی کنترلی است که از طریق میراکننده الکتریکی برای کنترل سیستم تعلیق تأمین می‌شود. معمولاً محدودیتی برای ورودی کنترلی میراکننده الکتریکی در نظر می‌گیرند؛ چون در سیستم تعلیق نیمه‌فعال برخلاف سیستم تعلیق فعال، ورودی کنترلی دارای محدودیت بیشتری است و قادر به تولید انرژی با توجه به ساختار و عناصر آن می‌باشد. از این رو یک حالت اشباع برای ورودی کنترلی در نظر گرفته می‌شود، $\bar{u}(t) = \text{sat}(u(t))$ که تابع اشباع ورودی کنترلی به صورت زیر است:

$$\text{sat}(u(t)) = \begin{cases} -u_{\text{lim}} & , \quad u(t) < -u_{\text{lim}} \\ u(t) & , \quad -u_{\text{lim}} < u(t) < u_{\text{lim}} \\ u_{\text{lim}} & , \quad u(t) > u_{\text{lim}} \end{cases} \quad (6)$$

u_{lim} حد بالای نیروی کنترلی قابل اعمال توسط میراکننده الکتریکی است. نیروی $u(t)$ ، نیروی کنترلی مورد نیاز سیستم است که باید توسط میراکننده الکتریکی فراهم شود؛ اما دمپر الکتریکی قادر به فراهم کردن بخشی از آن است. با در نظر گرفتن رابطه زیر و با توجه به حد بالای نیروی کنترلی، ولتاژ الکتریکی متناسب با شرایط ذکر شده به دست می‌آید [۱۵]:

$$E(t) = \left[u(t) \frac{h}{2\alpha l(A_p - A_f)} \right]^{1/\beta} \quad (7)$$

۳- طراحی کنترل کننده مقاوم LMI

هدف از طراحی کنترل کننده برای سیستم تعلیق، تضعیف اثر اغتشاش جاده‌ای است. با کنترل کننده مقاوم اثر اغتشاش بر روی بردار هدف در نظر گرفته شده محدود می‌شود. آسایش سرنشینان، فرمان‌پذیری و انحراف تعلیق، سه عنصر اصلی در طراحی سیستم تعلیق است. آسایش سرنشینان رابطه‌ای مستقیم با شتاب وارد بر بدنه خودرو دارد. اگر شتاب وارد بر بدنه کاهش یابد، نیروی وارد بر بدنه خودرو در حد مطلوبی کم خواهد شد. برای حصول فرمان‌پذیری قابل قبول، باید انحراف چرخ کوچک باشد تا نیروی حاصل از آن موجب جدا شدن چرخ از زمین نشود. اگر انحراف تعلیق زیاد باشد، لوازم سیستم تعلیق ممکن است آسیب فیزیکی ببینند؛ به همین دلیل نمی‌توان اجازه داد انحراف تعلیق هر مقداری بگیرد. معادلات فضای حالت سیستم عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 \bar{u}(t) \\ z(t) = C_0 x(t) + D \bar{u}(t) \end{cases} \quad (8)$$

$z(t)$ بردار هدفی است که باید تضعیف اغتشاش روی آن انجام پذیرد. این بردار به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که مهم‌ترین اهداف کنترلی، شتاب وارد بر بدنه به‌عنوان حالت اول، جابه‌جایی تعلیق حالت دوم و جابه‌جایی تأیر حالت سوم آن در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله،

$$C_0 = \begin{bmatrix} -k_s/m_s & 0 & -c_s/m_s & c_s/m_s \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = [1/m_s \ 0 \ 0]^T$$

در نظر گرفته می‌شود. ضرایب اسکالر $\alpha > 0$ و $\beta > 0$ ضرایب وزنی و قابل تنظیم هستند که به ترتیب برای انحراف تعلیق و انحراف تأیر استفاده می‌شوند تا اهداف کنترلی مطلوب تری برآورده شود. در این پژوهش، اثر اغتشاش به صورتی مدل‌سازی می‌شود که از روش مستقیم لیاپانوف به حل مسئله LMI منجر گردد. فرض بر این است که تمام متغیرهای حالت در دسترس و قابل اندازه‌گیری باشند، در نتیجه می‌توان یک کنترلر مقاوم فیدبک حالت طراحی کرد. طبق رابطه تئوری فیدبک حالت با اندازه‌گیری خروجی‌ها نیروی کنترلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u(t) = ky(t) = kx(t) \quad (9)$$

k ماتریس بهره فیدبک حالت است که باید شرایط زیر را برآورده کند:

۱. سیستم حلقه بسته بدون اغتشاش پایدار باشد. در سیستم $\dot{x}(t) = Ax(t)$ ، A مقادیر ویژه منفی داشته باشد.
۲. سیستم حلقه بسته با اغتشاش پایدار باشد؛ یعنی k طوری تعیین شود که علاوه بر اینکه سیستم به صورت داخلی پایدار باشد، اثر اغتشاش هم در خروجی هدف (بردار $z(t)$) تضعیف گردد. به عبارت دیگر $\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2$ انرژی خروجی به انرژی اغتشاش از γ کمتر شود [۱۶].

$$\|z\|_2 \leq \gamma, \sqrt{\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt} \leq \gamma \sqrt{\int_0^\infty w^T(t)w(t)dt} \quad (10)$$

$$J = \int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt \leq 0$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{x}^T p x + x^T p \dot{x} \\ &= x^T A^T p x + x^T k^T B_2^T p g x + H^T B_2^T p x \\ &\quad + w^T B_1^T p x + x^T p A x + x^T p B_2 H \\ &\quad + x^T p B_2 k x + x^T p B_1 w \end{aligned} \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، اگر $w=0$ باشد، شرط اول نیز به دست می آید. طبق رابطه (۱۰)، کنترل کننده باید به گونه‌ای عمل کند که نسبت انرژی خروجی به انرژی اغتشاش، از γ کمتر شود. در نتیجه، اثر اغتشاش محدود و با گذشت زمان تضعیف خواهد شد. اگر در رابطه (۱۰)، J منفی شود، هدف مورد نظر برآورده می‌شود و کنترل H^∞ حاصل می‌گردد [۱۶].

$$J = \int_0^\infty z^T(t) z(t) dt - \gamma^2 w^T(t) w(t) dt + V(x(\infty)) - V(x(0)) \leq 0 \quad (15)$$

$$z^T(t) z(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t) + \dot{v} \leq 0 \quad (16)$$

با جای‌گذاری (۱۳) و (۱۴) در رابطه (۱۶)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta^T \zeta \eta < 0 \Leftrightarrow \zeta < 0 \quad (17)$$

که در آن، $\eta = [x(t) \quad w(t) \quad h(t)]^T$ است و

$$\zeta = \begin{bmatrix} a_{11} & pB_1 & pB_2 + C_0^T D + k^T D^T D \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= A^T p + pA + k^T B_2^T p + pB_2 k \\ &\quad k^T D^T D k g + k^T D^T C_0 \\ &\quad C_0^T D k + C_0^T C_0 \end{aligned}$$

در a_{11} جملاتی وجود دارد که ماتریس را از حالت خطی خارج می‌کند.

لم ۱: برای هر ماتریس X و Y با ابعاد متناسب می‌توان باند بالایی به صورت زیر نوشت [۱۷]:

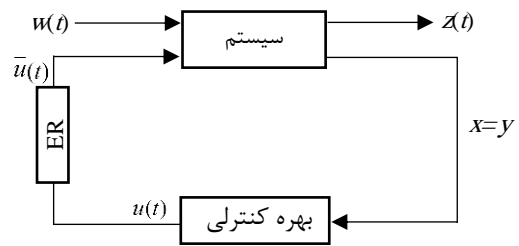
$$X^T Y + Y^T X \leq \delta X^T X + \delta^{-1} Y^T Y \quad (18)$$

$\delta > 0$ پارامتر اسکالر قابل تنظیم است.

لم ۲ (مکمل شور): اگر ماتریس‌های Ω_1 ، Ω_2 و Ω_3 طوری باشند که $\Omega_1 = \Omega_1^T$ و $\Omega_2 > 0$ ، رابطه زیر برقرار است [۱۸]:

$$\Omega_1 + \Omega_3^T \Omega_2^{-1} \Omega_3 < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_3^T \\ \Omega_3 & -\Omega_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

با اعمال (۱۸) و (۱۹) بر روی جملات غیرخطی در a_{11}



شکل ۲- حلقه کنترلی سیستم تعلیق

قضیه ۱: با در نظر گرفتن سیستم (۸)، با انتخاب پارامتر قابل تنظیم $\delta > 0$ و حل نامساوی $\xi < 0$ همراه با $X > 0$ تضمین می‌گردد که سیستم حلقه بسته با بهره کنترلی $k = YX^{-1}$ پایدار و اثر اغتشاش روی بردار هدف با ضریب اغتشاش $\gamma > 0$ در نظر گرفته شده، تضعیف می‌شود.

$$\xi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & \phi_{15} & \phi_{16} & \phi_{17} \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & D^T D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\delta^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\delta \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\phi_{11} = XA^T + AX + Y^T B_2^T + B_2 Y$$

$$\phi_{12} = B_1, \quad \phi_{13} = B_2 + XC_0^T + Y^T D^T D g$$

$$\phi_{14} = gY^T D^T, \quad \phi_{15} = \phi_{16} = XC_0^T$$

$$\phi_{17} = Y^T D^T, \quad g = \left(\frac{1+\epsilon}{2}\right)$$

در روابط بالا، $0 < \epsilon < 1$ است که ϵ پارامتر قابل تنظیم g می‌باشد.

اثبات قضیه ۱: سیستم (۸) با جای‌گذاری فیدبک حالت (۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 H(t) + B_2 g k x \quad (12)$$

$$z(t) = C_0 + DH(t) + Dg k x \quad (13)$$

که در رابطه (۱۳)، $H(t) = (\bar{u}(t) - gkx(t))$ است. چون نیروی کنترل فیدبک مستقیماً در روابط وارد نمی‌شود، با اضافه و کم کردن آن در معادلات وارد می‌شود. تابع لیابانوف زیر که در آن یک ماتریس متقارن و مثبت معین است تا تابع مثبت شود در نظر گرفته می‌شود. [M1]

$$V(t) = x^T p x$$

با مشتق‌گیری از تابع لیابانوف و جای‌گذاری رابطه (۸) و (۹) رابطه زیر به دست می‌آید:

بر بدنه، انحراف تعلیق بین چرخ و بدنه خودرو و انحراف تایر. برای ارزیابی این سه هدف که منجر به راحتی سفر، فرمان‌پذیری و حفظ فیزیک سیستم تعلیق می‌گردد، پاسخ سیستم نسبت به پروفیل‌های مختلف شوک یا سرعت‌گیر و تصادفی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مقاله از دو نوع پروفیل جاده برای اعتبارسنجی عملکرد کنترلر استفاده می‌شود. همچنین طبق مشخصات جدول ۱ برای میراگر الکتریکی و مرجع [۱۵] میدان الکتریکی ورودی به میراکننده ER محدود تا 4 kv/mm است. پاسخ سیستم تعلیق نسبت به یک سرعت‌گیر با عرض ۳ متر و ارتفاع ۰/۱ متر و سرعت خودرو ۱۲/۵ کیلومتر بر ساعت برای سیستم تعلیق نیمه‌فعال و غیرفعال مورد بررسی قرار می‌گیرد.

$$y_r(t) = \begin{cases} \frac{a}{2} (1 - \cos(\frac{2\pi v_0}{l_0} t)), & 0 \leq t \leq \frac{l_0}{v_0} \\ 0, & t > \frac{l_0}{v_0} \end{cases} \quad (20)$$

که a, v_0, l_0 به ترتیب طول سرعت‌گیر، سرعت وسیله نقلیه و ارتفاع سرعت‌گیر است. همچنین پاسخ سیستم برای جاده‌ای که دارای ارتعاشات تصادفی است، به صورت زیر در گرفته می‌شود [۱۹]:

$$\dot{y}_r = 2\pi n_0 \sqrt{G_0 v_0} w(t) \quad (21)$$

رابطه (۲۱) را PSD^1 جاده یا چگالی طیف توان گویند که در این رابطه، G_0 معرف ناهمواری جاده است که هرچه بیشتر باشد، وضعیت جاده ناهموارتر است. n_0 برابر با 0.1 m^{-1} فرکانس فضایی مرجع است. v_0 سرعت ثابت وسیله نقلیه و برابر 10 m/s و $w(t)$ نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس یک است.

با توجه به پارامترهای سیستم تعلیق جدول ۱، بر مبنای تضعیف اثر اغتشاش بیشتر و رسیدن به ضریب اغتشاشی پایین‌تر و همچنین رسیدن به بهره کنترلی در محدوده پایین، با تنظیم ضرایب وزنی $\alpha = 10$ و $\beta = 20$ ، شروط نامساوی ماتریس خطی (۱۱) و $X > 0$ برای $\gamma = 77$ برآورده خواهد شد و بهره کنترلی k به صورت زیر به دست می‌آید:

$$k = [-8682/5 \quad 697/5 \quad -4049/6 \quad 193/1]$$

پاسخ سیستم غیرفعال و سیستم حلقه بسته که همان سیستم دارای کنترل‌کننده می‌باشد، در شکل‌های ۳ تا ۵

ماتریس زیر حاصل می‌شود.

$$\xi_0 = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{15} & \rho_{16} & \rho_{17} \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & D^T D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\delta^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\delta \end{bmatrix} < 0$$

$$\rho_{11} = A^T p + pA + k^T B_2^T p + pB_2 k$$

$$\rho_{12} = pB_1, \quad \rho_{13} = pB_2 + C_0^T D + k^T D^T Dg$$

$$\rho_{14} = gk^T D^T$$

$$\rho_{15} = \rho_{16} = C_0^T$$

$$\rho_{17} = k^T D^T$$

با ضرب ماتریس ξ_0 از چپ به L^T و از راست به L و تغییر متغیر $p^{-1} = X$ و $Y = kp^{-1}$ رابطه (۱۱) و ماتریس ξ حاصل می‌شود که L برابر است با:

$$L = \text{diag} [p^{-1} \quad I \quad I \quad I \quad I \quad I \quad I]$$

۴- بررسی نتایج عددی

۴-۱- شبیه‌سازی کنترل‌کننده

هدف از این بخش، بررسی پاسخ سیستم تعلیق نسبت به اغتشاشات جاده‌ای است که برای دو سیستم تعلیق نیمه فعال و غیرفعال مورد بررسی قرار می‌گیرد. مقادیر پارامترهای مربوط به سیستم تعلیق یک‌چهارم و کمک‌فرد ER در جدول ۱ ارائه شده است [۱۲ و ۱۵].

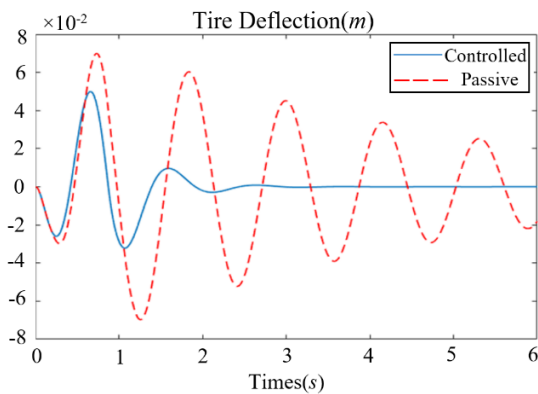
جدول ۱- مؤلفه‌های سیستم تعلیق

نماد	ماهیت	مقدار
m_s	جرم بدنه خودرو	320 kg
m_u	جرم چرخ خودرو	40 kg
k_s	ضریب سختی فنر	18000 N/m
c_s	ضریب ثابت میرایی	1000 Ns/m
k_t	ضریب ارتجاعی لاستیک	20000 N/m
c_t	ضریب میرایی لاستیک	0 Ns/m
A_p	سطح مقطع پیستون	0.00071 m^2
A_f	سطح مقطع میله پیستون	0.00025 m^2
h	شکاف الکتروود	0.00075 m^2
l	طول الکتروود	258 m^2

به منظور بررسی عملکرد سیستم تعلیق وسیله نقلیه سه پاسخ مورد تحلیل قرار می‌گیرد که عبارت‌اند از: شتاب وارد

¹. Power Spectral Density

که برای حفظ فیزیک سیستم تعلیق، مقدار آن محدود است؛ زیرا انحراف بیش از اندازه، سبب تولید نیروی عکس‌العملی بیشتری می‌شود، در نتیجه به اجزای سیستم آسیب بیشتری وارد می‌کند. بیشینه انحراف تعلیق برای سیستم کنترلی ۶ سانتی‌متر است که باتوجه به نتایج موجود در مقالات و مراجع، قابل قبول می‌باشد [۱۲]. زمان نشست (T_s) برای حالت کنترل شده در حدود ۱/۸۶ ثانیه است.

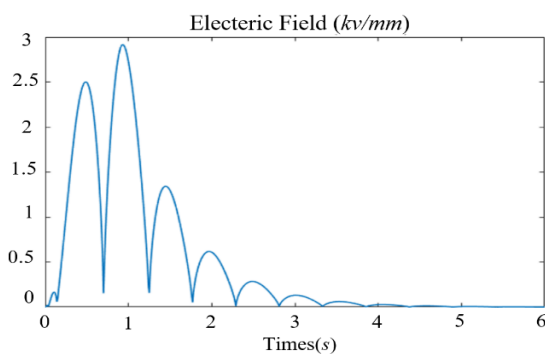


شکل ۵- انحراف تایر حاصل از ورودی سرعت‌گیر

در نمودار شکل (۵) انحراف تایر خودرو نشان داده شده است. با توجه به ارتفاع سرعت‌گیر، این مقدار می‌تواند متفاوت باشد. انحراف تایر محدود، سبب فرمان‌پذیری بهتری می‌شود؛ زیرا هرچه انحراف تایر بیشتر شود، نیروی بیشتری وارد می‌کند و در نتیجه اصطکاک و تماس بین جاده و چرخ کمتر می‌شود. در جدول ۲ پاسخ سیستم تعلیق در نقاط ماکزیمم آورده شده است.

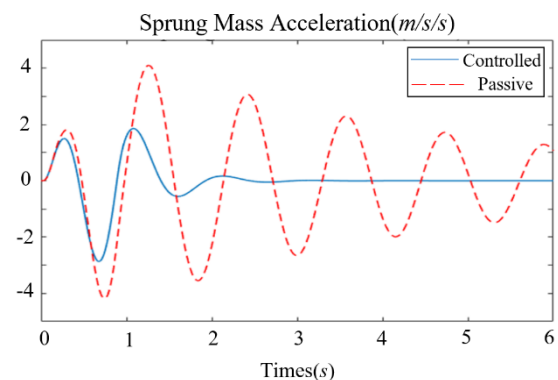
جدول ۲- ماکزیمم دامنه برای حالت غیرفعال و نیمه‌فعال

بهبود	نیمه‌فعال	غیرفعال	نوع سیستم
۵۶٪	$1/84 \text{ ms}^{-2}$	$4/2 \text{ ms}^{-2}$	شتاب عمودی
۳۱٪	$0/059 \text{ m}$	$0/073 \text{ m}$	انحراف تعلیق
۳۰٪	$0/048 \text{ m}$	$0/069 \text{ m}$	انحراف تایر



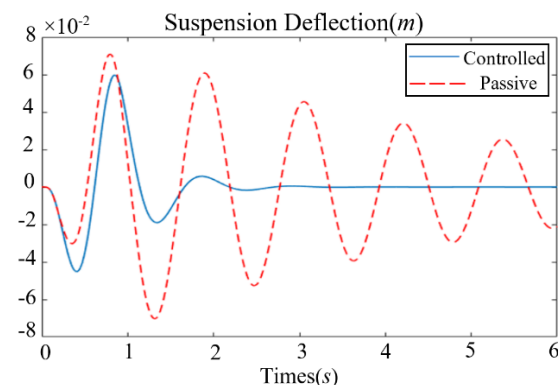
شکل ۶- تغییرات میدان الکتریکی میراگر الکتریکی

نشان داده شده است. شکل (۳) نشان‌دهنده شتاب وارد شده به بدنه خودرو به ورودی اغتشاشی سرعت‌گیر، شکل (۴) نشان‌دهنده انحراف سیستم تعلیق به ورودی اغتشاشی سرعت‌گیر، شکل (۵) انحراف تایر نسبت به ورودی اغتشاشی سرعت‌گیر است. شکل‌های (۳) تا (۵) نشان‌دهنده بهبود عملکرد سیستم تعلیق نیمه‌فعال نسبت به غیرفعال برای حالت‌های شتاب، انحراف تعلیق و انحراف تایر است. نتایج شبیه‌سازی، این واقعیت را نشان می‌دهد که کنترل مقاوم H_{∞} ، به خوبی حالت‌های بردار هدف معرفی شده را در زمانی کمتر از ۱/۲ ثانیه به صفر یا حالت پایدار و ماندگار می‌رساند. شکل (۶) نشان‌دهنده تغییرات میدان الکتریکی میراکننده ER است که در محدوده موردنظر زیر 4 kv/mm تغییرات دارد.



شکل ۳- شتاب عمودی حاصل از ورودی سرعت‌گیر

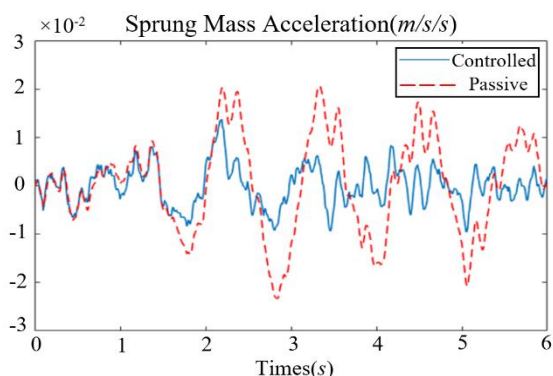
در نمودار شکل (۳) با توجه به سرعت وسیله نقلیه، ارتفاع و طول سرعت‌گیر، شتاب سیستم غیرفعال تا $4/2 \text{ m/s}^2$ و سیستم کنترل شده تا $1/84 \text{ m/s}^2$ افزایش می‌یابد. زمان نشست (T_s) برای حالت کنترل شده در حدود ۲/۱ ثانیه است که نسبت به سیستم غیرفعال ۵۶ درصد کاهش یافته است که در نتیجه، آسایش سرنشینان خودرو را در پی دارد.



شکل ۴- انحراف تعلیق حاصل از ورودی سرعت‌گیر

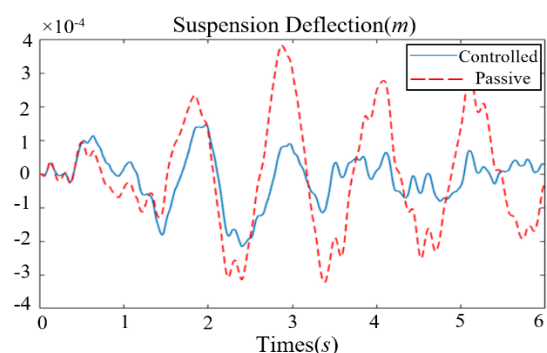
در نمودار شکل (۴) انحراف سیستم تعلیق نشان داده شده

تعلیق نیمه‌فعال نسبت به غیرفعال در وضعیت جاده خوب است.



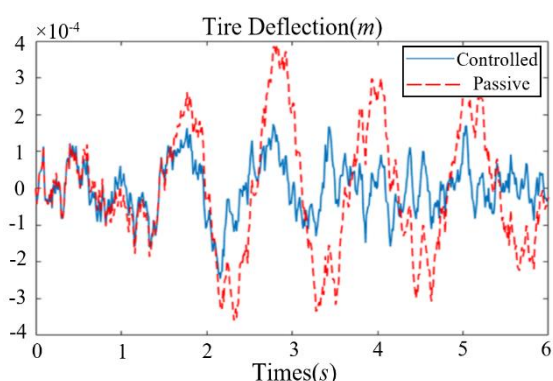
شکل ۷- شتاب عمودی حاصل از ورودی تصادفی

شکل (۷) شتاب عمودی بدنه را نشان می‌دهد که نسبت انرژی سیگنال شتاب در حالت غیرفعال به نیمه‌فعال برابر ۲/۲۳ است.



شکل ۸- انحراف تعلیق حاصل از ورودی تصادفی

شکل ۸ انحراف سیستم تعلیق را نشان می‌دهد که نسبت انرژی سیگنال انحراف سیستم تعلیق در حالت غیرفعال به نیمه‌فعال برابر ۲/۸۳ است.



شکل ۹- انحراف تایر حاصل از ورودی تصادفی

شکل (۹) انحراف تایر را نشان می‌دهد که نسبت انرژی

در نمودار شکل (۶) تغییرات میدان الکتریکی دمپر نشان داده شده است. تغییرات میدان، حاصل از نیرو کنترلی فیدبک حالت است که هرچه نیروی کنترلی بیشتری مطلوب باشد، میدان الکتریکی مقدار بیشتری می‌گیرد. با توجه به محدودیت تا 4 kv/mm این شبیه‌سازی انجام شده است که نمودار این واقعیت را نشان می‌دهد. در ابتدا زمان شبیه‌سازی با توجه به وارد شدن اغتشاش، مقادیر بیشتری دارد.

برای حالت جاده تصادفی معیار RMS^1 برای مقایسه حالت غیرفعال با حالت نیمه‌فعال به کار برده می‌شود که معرّف انرژی سیگنال است [۲۰].

$$j = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{x(t)\}^2 dt} \quad (22)$$

$x(t)$ و j به ترتیب زمان شبیه‌سازی، سیگنال مورد نظر و انرژی سیگنال است. در رابطه (۲۱)، G_0 طبق استاندارد ایزو-۲۶۳۱ براساس نوع جاده در نظر گرفته شده تعیین می‌شود [۲۱]. با توجه به نتایج جداول ۳ تا ۵ در حالت ورودی تصادفی سیستم تعلیق نیمه‌فعال همچنان عملکرد بهتری دارد.

جدول ۳- مقایسه RMS سیستم غیرفعال و نیمه‌فعال با وضعیت جاده خوب

$G_0 = 16 \times 10^{-6}$	غیرفعال	نیمه‌فعال	بهبود
سیگنال شتاب	۰/۰۳۴۸	۰/۰۱۱۷	۶۶٪
سیگنال انحراف تعلیق	۰/۰۰۰۳۶	۰/۰۰۰۱۸	۵۰٪
سیگنال انحراف تایر	۰/۰۰۰۵۴	۰/۰۰۰۲۱	۶۱٪

جدول ۴- مقایسه RMS سیستم غیرفعال و نیمه‌فعال با وضعیت جاده متعادل

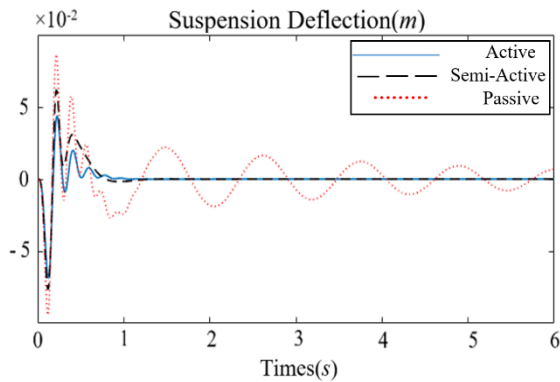
$G_0 = 64 \times 10^{-6}$	غیرفعال	نیمه‌فعال	بهبود
سیگنال شتاب	۰/۰۴۷۲۹	۰/۰۲۹۲۶	۳۸٪
سیگنال انحراف تعلیق	۰/۰۰۰۸۴۸	۰/۰۰۰۳۰۶	۶۳٪
سیگنال انحراف تایر	۰/۰۰۰۷۰۱	۰/۰۰۰۴۰۲	۴۲٪

جدول ۵- مقایسه RMS سیستم غیرفعال و نیمه‌فعال با وضعیت جاده نامناسب

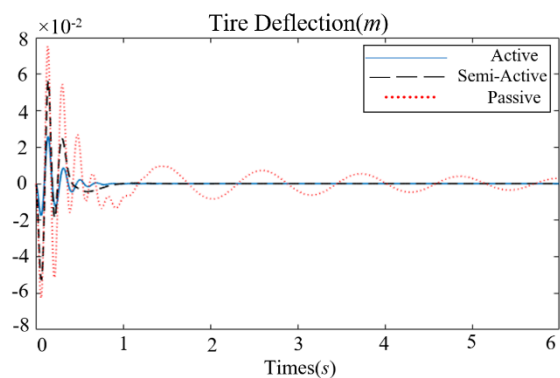
$G_0 = 256 \times 10^{-6}$	غیرفعال	نیمه‌فعال	بهبود
سیگنال شتاب	۰/۰۸۸۷۴	۰/۰۳۸۴۲	۵۶٪
سیگنال انحراف تعلیق	۰/۰۰۱۴۷	۰/۰۰۰۷۵	۴۹٪
سیگنال انحراف تایر	۰/۰۰۱۵۱	۰/۰۰۰۷۸	۴۸٪

شکل‌های (۷) تا (۹) نشان‌دهنده عملکرد بهتر سیستم

¹. Root Mean Square



شکل ۱۱- انحراف سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال



شکل ۱۲- انحراف تایر سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال

با توجه به شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) سیستم تعلیق فعال، عملکرد بهتری نسبت به سیستم تعلیق نیمه‌فعال دارد. علت این امر، وجود یک منبع خارجی برای کنترل سیستم است. در سیستم تعلیق نیمه‌فعال از یک میراگر که می‌تواند در محدوده‌ای معین نیرو را برای سیستم فراهم کند، به کنترل سیستم پرداخته می‌شود؛ اما در سیستم تعلیق فعال از یک منبع ورودی جداگانه که معمولاً هیدرولیکی است، به منظور کنترل سیستم استفاده می‌گردد که نیرویی به مراتب بیشتر از نیروی حاصل از تغییرات خواص میراکننده در حالت نیمه فعال است. در نتیجه، حالت فعال باید بهترین نوع عملکرد را دارا باشد. در جدول‌های ۶ و ۷ ضعف سیستم نیمه‌فعال نسبت به فعال برای سه هدف کنترلی آمده است.

جدول ۶- زمان نشست برای سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال

ضعف	فعال	نیمه‌فعال	نوع کنترل
۳۲٪	۰/۶۲s	۰/۹۱s	شتاب عمودی
۲۵٪	۰/۴۲s	۰/۵۴s	انحراف تعلیق
۳۷٪	۰/۲s	۰/۳۱s	انحراف تایر

سیگنال انحراف تایر در حالت غیرفعال به نیمه‌فعال برابر ۲/۹۲ است.

۲-۴- اعتبارسنجی کنترل کننده

در این قسمت به منظور اعتبارسنجی کنترل کننده پیشنهاد شده، نتایج آن را با کنترل کننده‌ای که حاصل از نامساوی ماتریس دو خطی^۱ (غیرخطی) است و برای سیستم تعلیق فعال به کار رفته است، نشان داده می‌شود [M2] [۱۶]. براساس مقادیر بیان شده بهره^۲ کنترلی سیستم تعلیق فعال برای $\alpha=21$ و $\beta=42$ با تضعیف اغتشاش $\gamma=11$ به دست آمده است [۱۶].

$$ms=972/2 \text{ kg} \quad , \quad mu=113/6 \text{ kg}$$

$$ks=42719/6 \text{ N/m} \quad , \quad cs=1095 \text{ Ns/m}$$

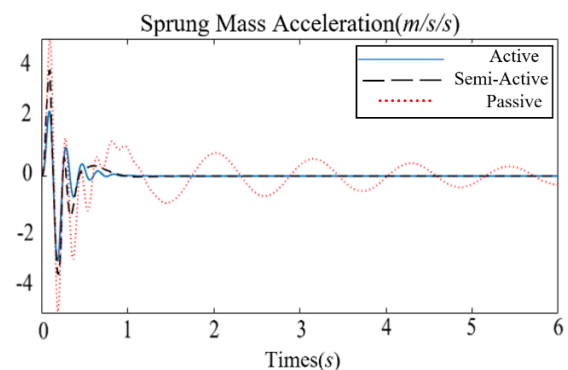
$$kt=10115 \text{ N/m} \quad , \quad ct=14/6 \text{ Ns/m}$$

$$k_a = [-89220 \quad -1447 \quad -36650 \quad 1491]$$

همچنین براساس کنترل کننده پیشنهاد شده در این پژوهش برای کمک‌فناوری الکتریکی با مشخصات جدول ۱ سیستم تعلیق نیمه‌فعال با تنظیم پارامترهای بیان شده در این قسمت، تضعیف اغتشاش با بهره^۲ زیر برای $\gamma=37$ صورت می‌پذیرد.

$$k_{s,a} = [-42920 \quad 789/4 \quad -16247 \quad 1312/9]$$

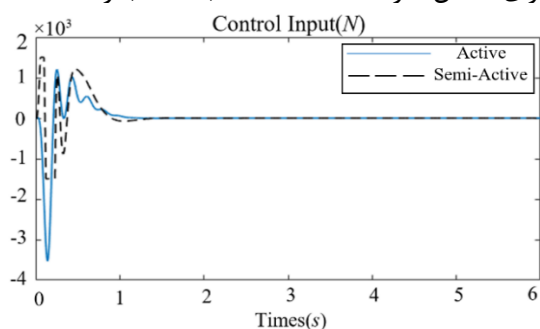
با شبیه‌سازی دو سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال، برای سرعت‌گیر با عرض ۲ متر و ارتفاع ۰/۱ متر و سرعت خودرو ۴۵ کیلومتر بر ساعت که در مرجع ذکر شده در این بخش آمده است، کنترل کننده طراحی شده در این مقاله نسبت به کنترل کننده فعال، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.



شکل ۱۰- شتاب عمودی سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال

^۱. BMI

برای کاهش آثار اغتشاشات، دست به انتخاب زد.



شکل ۱۳- نیروی کنترلی سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال

۵- نتیجه گیری

در این مقاله با بهره‌گیری از روش کنترل مقاوم H_∞ با رویکرد نامساوی ماتریس خطی برای سیستم تعلیق نیمه فعال کنترل کننده با بهره‌فیدبک حالت ارائه شده است. با توجه به سه هدف راحتی سفر، فرمان‌پذیری و محدودیت فیزیکی، نتایج حاصل از این کنترل کننده به میزان قابل توجهی عملکرد سیستم تعلیق نیمه‌فعال را نسبت به غیرفعال بهبود بخشیده است. مدل نیمه‌فعال در نظر گرفته شده در این مقاله، یک کمک‌فنا ER است که با توجه به میدان الکتریکی، نیروی کنترلی را برای سیستم فراهم می‌کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که استفاده از کنترل کننده H_∞ با روش LMI می‌تواند شتاب وارد بر بدنه، انحراف تایر و انحراف سیستم تعلیق را نسبت به سیستم غیرفعال در حد مطلوبی کاهش دهد. سیستم تعلیق نیمه‌فعال، ارتعاش را به خوبی سیستم تعلیق فعال جذب نمی‌کند، با این حال، ایمنی و هزینه‌های اجرایی کمتر، سیستم تعلیق نیمه‌فعال را به روش مطلوب تری نسبت به تعلیق فعال تبدیل می‌کند.

جدول ۷- ماکزیمم دامنه برای سیستم تعلیق فعال و نیمه‌فعال

نوع کنترل	نیمه‌فعال	فعال	ضعف
شتاب عمودی	$3/91ms^{-2}$	$3/1ms^{-2}$	۲۰٪
انحراف تعلیق	$0/087m$	$0/075m$	۱۳٪
انحراف تایر	$0/047m$	$0/025m$	۴۳٪

اگرچه سیستم تعلیق فعال در برابر عملکرد سیستم تعلیق نیمه‌فعال، عملکرد مطلوب تری دارد، مقایسه ضرایب بهره برای این دو حالت نشان می‌دهد که بهره کنترلی در حالت نیمه‌فعال کمتر از فعال است و در نتیجه نیروی کنترلی برای حالت فعال بسیار بیشتر از نیمه‌فعال است. به همین دلیل از لحاظ هزینه، حالت فعال گران‌قیمت‌تر از نیمه‌فعال می‌باشد. تأمین نیرو کنترلی بیشتر در سیستم می‌تواند ایمنی را به خطر بیندازد؛ زیرا اگر اخلالی در سیستم ایجاد شود و عملکرد نیرو غیرکنترل شده به سیستم تزریق کند، می‌تواند سبب تخریب شود. شکل (۱۳) نشان می‌دهد که برای کنترل در حالت فعال ماکزیمم در حدود ۳۵۰۰ نیوتن و برای حالت نیمه‌فعال ۱۵۰۰ نیوتن نیرو لازم است؛ به همین دلیل از نظر اقتصادی، سیستم نیمه‌فعال مقرون به صرفه است. نتایج شبیه‌سازی در این بخش نشان داد که طبق زمان نشست و دامنه عملکرد به کار بردن سیستم تعلیق نیمه‌فعال در مقایسه با سیستم غیرفعال برای برآوردن اهداف کنترلی مطلوب است. سیستم تعلیق نیمه فعال عملکرد بهتری نسبت به غیرفعال و عملکرد ضعیف تری نسبت به فعال دارد. با توجه به نیاز و اهمیت کاربرد وسیله نقلیه و لحاظ کردن فاکتور هزینه و انرژی و همچنین دامنه اغتشاشات، می‌توان بین دو کنترل فعال و نیمه‌فعال

مراجع

- [۱] عباس حسینی، «ارائه سیستم ترمز الکترومغناطیسی ضد قفل و مقایسه عملکردی آن با سیستم ترمز ضد قفل»، مجله مدل سازی در مهندسی، دوره ۹، شماره ۲۶، پاییز ۱۳۹۰، صفحه ۶۷-۷۹.
- [۲] محمود سعادت‌فومنی و علی امین بیدختی، «بررسی اثرات سیکل شهری بر روی میزان مصرف سوخت خودرو»، مجله مدل سازی در مهندسی، دوره ۷، شماره ۱۹، زمستان ۱۳۸۸، صفحه ۴۶-۵۷.

[3] M. Orecnya, S. Segla, R. Hunadya, and Z. Ferkova, "Application of a Magneto-rheological Damper and a Dynamic Absorber for a Suspension of a Working Machine Seat", *Procedia Engineering*, Vol. 96, December 2014, pp. 338-344.

[4] J. Wu and Z. Liu, "Piecewise Affine H_∞ Control of Half-Car Magneto-Rheological Suspension Systems", *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 51, Issue 31, November 2018, pp. 967-972.

[5] J. Yanga, D. Wang, H. Yan and M. Lei, "Effects of lyophobic-functionalized iron particles to the stability and magnetorheological response of MR suspensions", *Chemical Engineering Science*, Vol. 200, June 2019, pp. 69-72.

- [6] K.G. Sung, Y.M. Han, J.W. Cho and S.B. Choi, "Vibration control of vehicle ER suspension system using fuzzy moving sliding mode controller", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 311, April 2008, pp. 1004-1019.
- [7] P. Pham, O. Sename and L. Dugard, "Real-Time Damper Force Estimation of Vehicle Electrorheological Suspension: A NonLinear Parameter Varying Approach", *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 52, Issue 28, December 2019, pp. 94-99.
- [8] M. Rathai, M. Alamir and O. Sename, "Experimental Implementation of Model Predictive Control Scheme for Control of Semi-active Suspension System", *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 52, Issue 5, September 2019, pp. 261-266.
- [9] H. Li, X. Jing and H.R. Karimi, "Output-Feedback-Based H_∞ Control for Vehicle Suspension Systems With Control Delay", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 61, No. 1, 2014, pp. 436-446.
- [۱۰] ابوالفضل سیفی، رضا حسن‌نژاد و محمدعلی حامد، «کاربرد میراگرهای نامتقارن غیرخطی در طراحی بهینه پارامترهای سیستم تعلیق غیرفعال خودرو تحت تحریک اتفاقی جاده»، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۵، شماره ۶، شهریور ۱۳۹۴، صفحه ۴۰۹-۴۱۸.
- [۱۱] سعید بلوچیان و سهیلا داودی مقدم، «طراحی کنترل‌کننده بهینه فعال با سطح لغزشی انتگرال مرتبه کسری برای سیستم تعلیق خودرو»، *مجله مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، دوره ۵۰، شماره ۱، بهار ۱۳۹۹، صفحه ۴۷-۵۴.
- [12] W. Xue, K. Li, Q. Chen and G. Liu, "Mixed FTS/ H_∞ control of vehicle active suspension with shock road disturbance", *Vehicle System Dynamics*, 2018, pp 1744-5159.
- [13] H. Pang, X. Zhang and Z. Xu, "Adaptive backstepping-based tracking control design for nonlinear active suspension system with parameter uncertainties and safety constraints", *ISA Transactions*, Vol. 88, May 2019, pp. 23-36.
- [14] Y. Zhang, Y. Liu, Zh. Wang, R. Bai and L. Liu, " H_∞ control of 8 degrees of freedom vehicle active suspension system", *Engineering Sciences*, Vol. 30, Issue 2, April 2018, pp. 161-169.
- [15] S.B. Choi and S.S. Han, " H_∞ control of electrorheological suspension system subjected to parameter uncertainties", *Mechatronics*, Vol. 13, September 2003, pp. 639 – 657.
- [16] H. Du and N. Zhang, " H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, March 2007, pp. 236- 252.
- [17] Y. Liu, Z. Wang and X. Liu, "Robust H_∞ control for a class of nonlinear stochastic systems with mixed time delay", *International Journal Of Robust And Nonlinear Control*, Vol. 17, March 2007, pp. 1525-1551.
- [18] P. Pakshin and J. Emelianova, "An Experience of Using LMI Technique in Control Education", *IFAC-Papers OnLine*, Vol. 49, Issue 6, July 2016, pp. 115-120.
- [19] Y. Kong, D. Zhao, B. Yang, Ch. Han and K. Han, "Non-fragile multi-objective static output feedback control of vehicle active suspension with time-delay", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 52, No. 7, May 2014, pp. 948-968.
- [20] V. Kumar, "Fourier Inspection of Average & RMS Tools", *Vehicle System Dynamics*, Vol. 167, No. 7, April 2020, pp. 97-100.
- [۲۱] میرمحمد اتفاق و دانیال بهکام کیا، «بررسی آماری پاسخ دینامیکی پل بر اثر عبور خودرو با خصوصیات و کلاسبندی اتفاقی در شرایط مختلف سطح جاده»، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۴، شماره ۴۷، زمستان ۱۳۹۵، صفحه ۷۷-۹۳.