

**Research Article** 

Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: https://modelling.semnan.ac.ir/

ISSN: 2783-2538



# Optimization of Composite Distal Radius Fixture Using Continuum Damage Mechanics

### Milad Khalilian<sup>a,\*</sup>, Mohammad Mashayekhi<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

#### PAPER INFO

#### Paper history:

Received: 29 May 2022 Revised: 18 March 2023 Accepted: 19 August 2023

#### Keywords:

Homogenization, Damage mechanics, Short fiber composite, Composite fixture.

#### ABSTRACT

With the increasing use of composites in medicine, the use of biocompatible composites of short fibers as fixtures for broken bones has also found its place. This paper uses damage mechanics to optimize a composite fixture for a wrist fracture - a fracture of the distal radius - to delay damage in the fixture. To model the fixture behavior, a model with two stages of homogenization as well as continuous Lemaitre damage is used to predict the damage. In this modeling, Mori-Tanaka homogenization is used to homogenize the grain hardness modulus and the Voight model is used for homogenizing the composite. The introduced algorithm for the numerical implementation of the two-stage homogenization model could easily be used to predict damage in other short fiber composites. After verifying the model presented in a valid fixture, the geometric shape of this fixture has been optimized. The research results show the proposed model; It is an efficient model for predicting damage in short fiber composite plates and can be used to optimize fixtures without clinical and experimental tests.

DOI: https://doi.org/ 10.22075/jme.2023.27297.2284

© 2023 Published by Semnan University Press. This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.( https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

\* Corresponding author.

How to cite this article:

Khalilian, M., & Mashayekhi, M. (2023). Optimization of composite distal radius fixture using continuum damage mechanics. Journal of Modeling in Engineering, 21(75), 255-267. doi: 10.22075/jme.2023.27297.2284

E-mail address: m.mkhalilian@gmail.com

#### مقاله پژوهشی

# بهینهسازی تثبیتکننده زند زبرین کامپوزیتی با رهیافت مکانیک آسیب پیوسته

## میلاد خلیلیان<sup>۱،</sup>\*، محمد مشایخی<sup>۲</sup>

چکیدہ	اطلاعات مقاله
با افزایش کاربرد کامپوزیتها در پزشکی، استفاده از کامپوزیتهای زیست سازگار الیاف کوتاه به عنوان تثبیتکننده استخوان شکسته شده جای خود را نیز باز کرده است. در این مقاله با استفاده	دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۳/۰۸ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۲۷ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۵/۲۸
از مکانیک اسیب یک تثبیت-کننده کامپوزیتی برای شکستگی ناحیه مچ دست-شکستگی زند زبرین یا دیستال رادیوس- برای به تعویق انداختن شکست در تثبیت کننده بهینهسازی میشود. برای مدلسازی رفتار تثبیت کننده، از یک مدل با دو مرحله همگنسازی و همچنین آسیب پیوسته لمتر برای پیشبینی آسیب استفاده میشود. در این مدلسازی از همگنسازی موری-تاناکا برای همگن کردن مدول سختی دانهها و از مدل وویت برای همگنسازی کامپوزیت سود برده میشود. الگوریتم معرفی شده برای پیادهسازی عددی مدل دو مرحلهای همگنسازی به راحتی میتواند برای پیشبینی شکست در سایر کامپوزیتهای الیاف کوتاه نیز مورد استفاده قرار گیرد. پس از راستیآزمایی مدل ارائه شده در یک تثبیت کننده معتبر، به بهینهسازی شکل هندسی این تثبیت کننده پرداخته میشود. نتایج پژوهش نشان میدهد مدل ارائه شده؛ یک مدل کارآمد برای پیشبینی شکست در پلاکهای کامپوزیتی الیاف کوتاه است و میتوان از این مدل برای	<b>واژگان کلیدی:</b> همگنسازی، مکانیک آسیب، کامپوزیت الیاف کوتاه، تثبیت کننده کامپوزیتی.

#### DOI: https://doi.org/ 10.22075/jme.2023.27297.2284

© 2023 Published by Semnan University Press. This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.( https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

است که با موفقیت بالینی مورد استفاده قرار گرفتهاند ولی هزینه بالای ساخت این صفحات و کاهش سرعت بهبود استخوان به دلیل اثرات تنش محافظ از مشکلات آنها است. یکی دیگر از معایب کاشتهای فلزی در ارزیابیهای پرتوشناسی است که تخمین درصد بهبودی پیوند را با چالش روبرو میکند. از این رو استفاده از کامپوزیتهای الیاف کوتاه برای تثبیت کننده داخلی به عنوان جایگزین روش سنتی یعنی استفاده از کاشتهای فلزی مورد استقبال قرار گرفته است [۲]. کامپوزیتهای پلی اتر اتر کتون<sup>۲</sup> یا به اختصار پیک<sup>۳</sup> با تقویت کنندههای کربنی از بهترین گزینهها برای استفاده

استناد به این مقاله:

اصفهان

۱-مقدمه

کامپوزیتهای الیاف کوتاه در دهههای اخیر در پزشکی

كاربرد فراواني ييدا كردهاند. اين مواد با مدول الاستيك

كمتر نسبت به فلزات، با انتقال بهتر تنش به سطح استخوان،

ترمیم سریعتر استخوان و کوتاه شدن دوره بهبود را به دنبال

دارند. نزدیکی مدول الاستیک و سختی این مواد به

استخوان باعث كاهش اثرات تنش محافظ و در نتيجه

کاهش دوره درمان خواهد شد [۱]. از مهمترین دلایل

محبوبيت كامپوزيتهاى الياف كوتاه مى توان به عدم

محدوديتهاى كاشت فلزى ونزديكي مدول الاستيك آنها

به مدول استخوان اشاره کرد. البته پلاکهای فلزی سالها

\*پست الکترونیک نویسنده مسئول: m.mkhalilian@gmail.com ۱.کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان،

خلیلیان, میلاد, و مشایخی, محمد. (۱۴۰۲). بهینهسازی تثبیتکننده زند زبرین کامپوزیتی با رهیافت مکانیک آسیب پیوسته. مدل سازی در مهندسی, ۲۵(۷۷), ۲۵۰-۲۶۷. ۲۶۷۲.2284.

۲. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Poly Eter Eter Keton

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> PEEK

کاربردهای پزشکی بیشتر به صورت تجربی انجام شده است. برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ گلیت و همکاران [۶] استفاده از کامپوزیتهای الیاف کوتاه در تثبیت کنندههای استخوان مورد بررسی قرار دادند. آنها پس از انجام آزمایشهای گوناکون دریافتند کامپوزیت پیک با تقویت کنندههای كربنى، انتخابى كارآمد براى تثبيت كنندههاى استخوانى است. میتجل و همکاران [۷] با ارائه چند آزمون تجربی به مقايسه تثبيت كنندهها فلزى وكامپوزيتي پرداختند ونشان دادند عملکرد کامپوزیتهای الیاف کوتاه ساخته شده از پیک با تقویت کننده کربنی بسیار رضایتبخش است. پژوهشهای دیگری نیز با مطرح کردن چالش اصلی که در پلاکهای کامپوزیتی هست، به بررسی سختی کامپوزیت با استفاده از آزمونهای خمشی و یا در بارگذاریهای خستگی پرداختهاند. از جمله از این پژوهشهای می توان به پژوهش لسماکی و همکاران [۸] اشاره کرد. در این پژوهش با استفاده از آزمونهای خمشی و یا در بارگذاریهای خستگی به بررسی سختی تثبیت کننده کامپوزیت پرداختهاند. در این پژوهش تجربی به عملکرد و محاسبه سختی در تثبیت کنندههای سگهای کوچک مختلف شامل تثبیت کنندههای فلزی مانند تیتانیوم و استیل و همچنین تثبیت کنندههای کامپوزیتهای الیاف کوتاه و لایهای در آزمونهای خمشی و خستگی پرداختهاند و نشان دادند نمونههای کامپوزیتی با موفقیت آزمونهای تجربی را پشتسر می گذارند. موگنایی و همکاران [۹] نیز برای بررسی آسیب در تثبیت کنندههای کامپوزیتی الیاف کوتاه ساخته شده شرکت لیما برای مچ درست انسان با نمونههای فلزی شامل فلز ضدزنگ و تیتانیوم به صورت تجربی آزمایش هایی انجام دادند. آن ها نیز همانند پژوهش لسماکی، با طرح آزمون های خمشی بر روی استخوان مصنوعی به بررسی عملکرد این سه نوع تثبیتکننده پرداختند. پس از انجام آزمونها دريافتند با اين كه استحكام تثبيت كننده كامپوزيتي از بقيه كمتر است ولي مدول سختي بدست آمده به استخوان بسیار نزدیک است که این مساله باعث کاهش اثرات تنش محافظ و در نتيجه بهبود بهتر استخوان خواهد شد. دیماگیو و همکاران [۱۰] با استفاده از پلاک کامپوزیتی الياف كوتاه پيك با تقويت كننده كربنى به بررسى روند بهبود در نتایج رادیولوژی و پرتوشناسی پرداختند. آنها دریافتند پلاک کامپویتی پیک یک نمونه موثر برای درمان شکستگیهای پیچیده مچ دست است. پروگیا و همکاران در تثبیت کنندهها هستند [۳]. بررسی آسیب در این کامپوزیتها در شرایط واقعی بارگذاری از اهمیت ویژهای برخوردار است. برای بررسی آسیب میتوان از آزمونهای بالینی، آزمونهای مکانیکی خمش سه نقطهای و چهار نقطهای و با استفاده از روش مدلسازی چقرمگی شکست [۴]، استفاده کرد. چالش اصلی وجود هندسههای متفاوت در تثبیت کنندههای استخوانی است که برای هر هندسه، آزمون مجزای تجربی و بالینی نیاز است که زمانبر و هزینه بالایی را به دنبال دارد. از این رو ارائه یک مدل عددی با رويكرد مكانيك آسيب امكان پيشبينى رفتار تثبيت کنندههای استخوانی تا شکست نمونه را در شرایط واقعی فراهم میسازد. مدلهای موجود با رویکرد آسیب در كامپوزيتهاى تقويت شده با الياف كوتاه؛ پديدارشناختى و در مقیاس ماکروسکوپی هستند و بر اساس برخی از فرضهای میکرومکانیکی ساده کننده، بنا شدهاند. در رویکردهای پدیدارشناختی ماکروسکوپی بررسی آسیب بدون در نظر گرفتن مکانیزمهای آسیب در مقیاس میکروسکوپی نظیر جوانهزنی ریز حفرهها و ریزتر کها در نظر گرفته میشود. در این رویکردها اگر تغییری در هر خاصیت میکروسکوپی ایجاد شود لازم است پارامترهای مدل آسیب مجددا استخراج شوند. برخلاف مدلهای پدیدارشناختی، مدلهای میکرومکانیکی توصیفی از رفتار ماده در سطح میکروسکوپی ارائه میدهند. به عبارت دیگر آسیب با در نظر گرفتن رفتار ماده در مقیاس پایینتر مورد ارزیابی قرار می گیرد و در رویکردهای میکرومکانیکی مدل توانایی توضیح و پیشبینی پدیدههای پیچیدهتر آسیب بدون تغییر در پارامترهای آسیب را دارند [۵].

در این مقاله برای بررسی و پیشبینی آسیب در پلاکهای کامپوزیتی پیک با تقویت کنندههای کربنی، از مدل آسیب لمتر با رویکرد چند مقیاسی میکرومکانیکی استفاده شده است. یکی از چالشهای این مدلسازی، تاثیر آسیب بر کامپوزیت با ناهمگنی توزیع الیاف است که توزیع تنش ناهمگن در کامپوزیت را به همراه دارد. برای رفع این نقیصه از همگنسازی میدان متوسط برای رسیدن به میدانهای همگن تنش و کرنش استفاده شده است. روشهای همگنسازی پاسخ قابل قبولی برای رفتار کامپوزیت ارایه میدهند که نیاز به تخمین دقیق میدان کرنش و تنش در اطراف الیاف ندارند.

پژوهشهای قبلی در زمینه کامپوزیتهای الیاف کوتاه با

[۱۱] به ارزیابی نتایج بالینی و رادیولوژی برای تثبیت کننده الیاف کوتاه پیک پرداختند. آنها با مطالعه ۳۰ بیمار با شکستگی مچ، دریافتند پلاکهای کامپوزیتی الیاف کوتاه پیک با تقویت کنندههای کربنی کاندیدای مناسب از نظر پارامترهای رادیوگرافی هستند. سعید پور و همکاران [۱۲] به بررسی تنشهای پسماند با استفاده از روش اجزای محدود در تثبیت کنندههای تیتانیومی و کامپوزیتی با الیاف كوتاه و الياف بلند پرداختند. پس از بررسی شرايط اعمال نيرو دريافتند كامپوزيتهاى الياف كوتاه به دليل ساختار آنها، تنش در پلاک یکنواختتر از سایر پلاکهای مورد ارزیابی بوده و انتخاب مناسبی برای استفاده در بدن هستند. پژوهشهای پیشین برای بررسی آسیب پلاکهای کامپوزیتی الیاف کوتاه با تمرکز بر پژوهشهای تجربی و بالینی انجام شدهاند. این رویکرد؛ نیازمند آزمونهای فراوانی است که باید برای بررسی آسیب در این پلاکها صورت پذیرند و هزینه و زمان زیادی را طلب می کنند. از این رو فقدان یک راهکار پیشبینی آسیب و استحکام این پلاکها با هندسههای متفاوت بسیار محسوس است. اگرچه تئورىهاى موفقيت آميز براى پيشبينى استحكام كامپوزيتهاى الياف بلند يا الياف كوتاه با جهت گيرى يک طرفه ایجاد شدهاند؛ ولی نظریههای پیشبینی استحکام کامیوزیتهای الیاف کوتاه سه بعدی با جهت گیری تصادفی، بسیار محدود هستند. از این رو در این پژوهش؛ به بررسی آسیب در پلاک کامپوزیتی الیاف کوتاه با جهت گیری تصادفی با رهیافت بر مکانیک آسیب پرداخته شده است. كامپوزيت مورد بررسى؛ كامپوزيت پلى اتر اتر كتون به اختصار پیک با تقویت کننده الیاف کوتاه کربنی با آرایش تصادفی است.

در این مقاله ابتدا یک مدل برای بررسی آسیب در کامپوزیتهای الیاف کوتاه اختیار میشود. مدل انتخابی؛ مدل دو مرحلهای همگنسازی است و با توجه به آسیب در مود غالب (یعنی شکست رزین) از مدل آسیب لمتر استفاده شده است. البته باید خاطر نشان کرد تاثیر مود جدایش الیاف از رزین ناچیز است ولی میتوان آن را نیز در نظر گرفت [۱۳]. الگوریتم پیادهسازی مدل آسیب لمتر برای کامپوزیت الیاف کوتاه با رویکرد همگنسازی به تفصیل مورد بررسی قرار می گیرد و ارتباط آسیب و پاسخ رفتاری

کامپوزیت در این مدلسازی توصیف می شود. پس از تبیین مدل دو مرحلهای همگنسازی با طرح دو نمونه کاربردی برای تثبیت کننده مچ دست صحت مدل ارائه شده مورد بررسی قرار می گیرد و در پایان به بهینه کردن تثبیت کننده پرداخته خواهد شد.

۲-مدلسازی رفتار کامپوزیت

۲-۱-مدل دو مرحلهای همگن سازی

برای بررسی آسیب در کامپوزیت الیاف کوتاه از یک مدل دو مرحلهای همگن سازی بهره برده شده است. مدل های مبتنی بر همگنسازی میدان متوسط<sup>۴</sup> برای این کلاس از كامپوزيتها مناسب هستند و توازن مناسبي بين دقت و هزینه محاسباتی وجود دارد. در روش همگنسازی میدان متوسط هدف یافتن رابطه تنش-کرنش ماکروسکوپی با در نظر گرفتن مقادیر میانگین میدانهای مختلف (در اینجا همگنسازی مدولهای سختی فازها) در هر فاز از یک ماده ناهمگن است[۱۴]. در این مقاله با استفاده از مدل دو مرحلهای همگنسازی به بررسی آسیب در این تثبیت کنندهها پرداخته شده است. در این مدلسازی می توان برای بارگذاری مختلف تثبیت کننده بدون آزمونهای بالینی به بررسی سختی و آسیب تثبیت کنندهها در شرایط واقعی پرداخت. در مدل دو مرحلهای همگن سازی به کمک مقیاس ماکرومیکرو، آسیب در کامپوزیت الیاف کوتاه مورد ارزیابی قرار می گیرد. با در نظر گرفتن یک حجمک نماینده<sup>۵</sup> فرضی از ماده که در آن الیاف به صورت تصادفی با طولهای مختلف، در نظر گرفته می شوند؛ حجمک نماینده به قسمتهای مختلفی با توجه به تابع توزیع جهت گیری الياف<sup>6</sup> (ODF) و تابع توزيع طول الياف<sup>6</sup> (LDF) تقسيم می شود (شکل ۱) [۱۵].



شکل ۱- الف) حجمک نماینده با توزیع الیاف به صورت تصادفی، ب) تعدادی از این الیاف که دارای ODF و LDF یکسان هستند در یک خانواده قرار داده شده است.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Mean Field Homogenization(MFH)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Representative Volume Element(RVE)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Distribution of Fibers Orientation

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Distribution of Fiber Lengths

با توجه به شکل (۱) هر یک از خانوادههایی را که دارای جهت و اندازه یکسان الیاف (LDF و ODF) هستند یک دانه نامیده میشوند. پس از دانهبندی، در هر یک از دانهها الیاف با آرایش و طول یکسان در نظر گرفته میشوند. سپس در دو مرحله همگنسازی و با در نظر گرفتن آسیب، رفتار ماده مورد ارزیابی قرار می گیرد (شکل۲).



شکل ۲- نمای از فرایند دو مرحلهای همگنسازی

آسیب در کامپوزیت ناشی از سازوکارهای پیچیده از جمله بیرون کشیدگی الیاف از رزین، شکست رزین و شکست الیاف است. مود غالب در اینجا، شکست رزین در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل (۲) مشاهده میشود، پس از دانهبندی الیاف، ابتدا به بررسی آسیب اعمال شده در زمینه و معادلات عددی آن پرداخته میشود. در مرحله اول ممگنسازی با استفاده از همگنسازی میدان متوسط به روش موری-تاناکا، توزیع تنش در هر دانه – که الیاف آن دانه، دارای شکل و جهت یکسان در فاز ماتریس آسیب دیده است، محاسبه میشود. در مرحله دوم همگنسازی، با استفاده از مدل همگنسازی وویت– که یک مدل ساده برای همگن کردن ماده ناهمگن است[۱۶]. دانهها در حجمک کل همگن شده و مدول سختی کلی و پاسخ کامپوزیت در شرایط بارگذاری به دست میآید.

۲-۲ همگنسازی میدان متوسط

هدف از همگنسازی پیش بینی خواص موثر مواد ناهمگن با استفاده از اطلاعات ریز ساختار زمینه مانند شکل، جهت گیری، کسر حجمی و خصوصیات اجزای تشکیل دهنده آن است [۱۷]. هدف اصلی همگن سازی میدان متوسط پیدا کردن میانگین مدول سختی کامپوزیت است و به دنبال آن

می توان رابطه تنش-کرنش را به دست آورد. به عبارت دیگر همگن کردن مدول سختی در ماتریس و آخالها (در اینجا همگن کردن مدول سختی ماتریس آسیب دیده با آخالهای موجود مورد نظر است) برای استخراج پاسخ کلی کامپوزیت صورت می گیرد. در همگنسازی میدان متوسط کامپوزیت به دو بخش ماتریس و آخال همراه با پیوندهای کامل بین الیاف و ماتریس محدود می شود. به عبارت دیگر کامپوزیت را می توان به دو فاز الیاف و رزین تقسیم بندی نمود. در هر فاز با همگن کردن مدول سختی، می توان یک رابطه تنش-کرنش در مقیاس ماکروسکوپی برای کامپوزیت به دست آورد و به کمک این رابطه می توان به بررسی آسیب در كامپوزيت پرداخت. در اينجا الياف با رفتار الاستيک خطى  $J_2$  در نظر گرفته می شوند و رفتار ماتریس به صورت تئوری الاستیک- پلاستیک در نظر گرفته شده است. در بیشتر معیارهای همگنسازی میدان متوسط بر اساس معادلات اشلبی استوار است [۱۸]. این معادلات با در نظر گرفتن میانگین نرخ کرنش و تنش با استفاده از معادلات همگنسازی موری-تاناکا [۱۹] ارایه شده است که در آن برای معادلات گامی از معادلات هیل استفاده می شود [۲۰]. در این معادلات؛ زمینه کامپوزیت با یک ماده معادل فرضی جایگزین می شود، که ماده جایگزین دارای خواص یکنواخت برای ماتریس سختی است (تانسور مرجع) و پاسخ آن با توجه رابطه تنش- کرنش گامی محاسبه می شود. در این حل با استفاده از تانسور مرجع که از معادلات هیل به دست میآید، برای برقراری رابطه کرنش در فاز ماتریس با آخال از تانسور مرتبه چهارم تمرکز کرنش اشلبی $^{A}(B^{\epsilon})$  استفاده شده است [۱۴].

$$\langle \epsilon \rangle_I = \boldsymbol{B}^{\epsilon} : \langle \epsilon \rangle_M \tag{1}$$

میانگین کرنش برای ماتریس و  $I_{\downarrow}$  میانگین  $I_{\downarrow}$  میانگین کرنش برای آخال است. اندیسهای M و I به ترتیب بیانگر فاز ماتریس و آخال است. تانسور تمرکز کرنش از رابطه ۲ محاسبه می شود [۱۴] :

 $B^{\epsilon} = \left[I - P(c_0 - c_1^{-1})\right]^{-1}; P = \xi c_0^{-1} \quad (\Upsilon)$ 

P، ماتریس و آخال،  $C_1$ ،  $C_0$  به ترتیب مدول سختی ماتریس و آخال، T تانسور هیل،  $\xi$  تانسور اشلبی هستند که دو تانسور به نسبت ابعاد آخال و مدول سختی مرجع ماتریس وابستگی دارند.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> strain concentration tensor

$$\sigma_{ij}^{tr} = \sigma_{ij}^n + d\sigma_{ij}^{tr} \tag{(A)}$$

$$d\sigma_{ij}^{tr} = C_{ijkl}(1 - D_n)\Delta\varepsilon_{kl} \tag{9}$$

۲- محاسبه سطح تسلیم با تنشهای آزمایشی[۲۱].

$$f^{tr} = \frac{\sigma_{eq}^{tr}}{1 - D_n} - [\sigma_0 + R(\alpha)] \tag{(1)}$$

 $\sigma_{eq}^{tr}$  برابر با  $S_{ij}S_{ij}S_{ij}$  که **S** قسمت انحرافی تانسور تنش آزمایشی و  $R(\alpha)$  سخت شوندگی همسانگرد است. ۳-اگر  $0 > f^{tr}$  در این صورت فرض رفتار الاستیک برقرار و تانسور تنش آزمایشی برابر با تانسور تنش در زمان  $t_{n+1}$ و تانسور تنش آزمایشی برابر با تانسور تنش در زمان عورت و تانسور تش آزمایشی می افتد. ۴- در صورت بروز تغییرشکل پلاستیک: محاسبه سطوح تسلیم و آسیب [۲۱].

$$f_Y = \frac{\sigma_{eq}}{1 - D_{n+1}} - \left[\sigma_0 + R(\alpha_n + d\lambda)\right] \quad ( \text{identify})$$

$$f_D = D_{n+1} - D_n - \frac{d\lambda}{1 - D_{n+1}} \left(\frac{-Y}{r}\right)^s \qquad (-11)$$

- محاسبه باقیمانده برای سطوح تسلیم و آسیب به صورت $-\Delta$ . [۲۱] $\sqrt{f_V^2 + f_D^2}$ 

$$R = \sqrt{f_Y^2 + f_D^2} \tag{17}$$

- اگر  $R \leq Tol$  برقرار باشد تانسور تنش و سایر متغیرها بهروزرسانی می شوند [۲۱]:  $\sigma_{n+1} = \sigma^{tr} - (1 - D_{n+1})C: d\epsilon^{pl}$ 

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + d\lambda \tag{(17)}$$

۸- در غیر این صورت معادلات ۱۱ برای رسیدن به -A یا روش نیوتون–رافسون حل میشوند و سپس  $R \leq Tol$  تانسور تنش و سایر متغیرها بههنگام میشوند.

## ۴-۲-پیادهسازی عددی مدل دو مرحلهای همگنسازی

برای پیاده سازی عددی مدل دو مرحلهای همگنسازی؛ ابتدا با فرض بروز مود غالب آسیب؛ یعنی آسیب در زمینه کامپوزیت، آسیب در زمینه محاسبه میشود. در گام بعدی با نخستین مدل همگنسازی یعنی همگنسازی میدان متوسط با معادلات موری-تاناکا، دانهبندی فرضی انجام میشود. برای هر دانه، با فرض برابری جابجاییهای دانهها

*v<sub>I</sub>* نسبت ابعاد آخال، *C<sub>I</sub> و C<sub>M</sub> به تر*تیب مدول سختی برای آخال و ماتریس، هستند. با محاسبه مدول سختی کل از رابطه (۳) به راحتی میتوان پاسخ کلی کامپوزیت را محاسبه کرد.

### ۲-۳-مدل آسیب لمتر و پیادهسازی عددی

آسیب یک فرآیند مکانیکی بازگشت ناپذیر است که باعث زوال ماده میشود. در تغییرشکل معمولا آسیب در محل ریزحفرهها و آخالهای ماده رشد کرده و با به هم پیوستن ریزحفرهها تضعیف ماده حاصل میشود [۲۱]. در این مقاله برای پیشبینی آسیب در زمینه کامپوزیت از مدل آسیب برای پیشبینی آسیب در زمینه کامپوزیت از مدل آسیب رمتر استفاده شده است. با در نظر گرفتن آسیب در زمینه کامپوزیت، بروز آسیب احتمالی پیشبینی میشود. رابطه رشد آسیب و رشد سخت شوندگی همسانگرد به صورت زیر است [۲۱].

$$\dot{D} = \frac{d\lambda}{1 - D} \left(\frac{-Y}{r}\right)^s \tag{f}$$

$$\dot{\alpha} = d\lambda \tag{(a)}$$

 $d\lambda$  یک پارامتر اسکالر و مثبت است و از شرایط سازگاری بدست میآید.  $\dot{\alpha}$  نرخ سخت شوندگی همسانگرد و  $\dot{d}$  نرخ رشد آسیب است. همچنین r و s ثوابت آسیب هستند و به وسیله تغییرات مدول الاستیسیته از آزمون کشش به دست میآیند. Y نرخ رهایی آسیب است و از رابطه زیر محاسبه میشود [۲۱].

$$-Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[ \frac{2}{3} (1+\nu) + 3(1-2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]$$
<sup>(F)</sup>

R تابع کارسختی همسانگرد و  $\sigma_0$  تنش تسلیم اولیه ماده است. برای پیادهسازی مدل آسیب در زمان  $t_n$  تنش برابر با  $(\sigma_{ij}^n)$ ، گام کرنش برابر با  $(\Delta \varepsilon_{ij})$  و آسیب  $n_n$  معلوم فرض می شوند. مراحل محاسبه تنش و آسیب در زمان  $t_{n+1}$  در الگوریتم زیر آمده است: الگوریتم زیر آمده است: ۱- با فرض پیشبینی رفتار الاستیک؛ تنشهای آزمایشی محاسبه می شوند [۲].

با جابجایی کل جسم، و شرایط تنش در هر دانه، مدول سختی همگن شده برای هر دانه محاسبه می شود. در دومین

گام همگنسازی با استفاده از معادلات وویت دانهها برای تعیین رفتار کلی زمینه، همگن میشوند (شکل ۳).



شکل۳- مراحل پیادهسازی دو مرحلهای همگنسازی

همگن کردن مدول سختی همراه با در نظر گرفتن آسیب برای کل جسم؛ اکنون میتوان رفتار جسم یعنی روابط تنش-کرنش ماکروسکوپی را به دست آورد. **۳** - **مطالعه تثبیت کننده زند زبرین** در این بخش؛ تخمین آسیب و بهینهسازی هندسی تثبیتکننده زند زبرین ساخته شده از کامپوزیت الیاف کوتاه بررسی میشود. به دلیل شکستگیهای متنوع در ناحیه مچ دست، تثبیتکنندههای آن دارای هندسههای متفاوتی هستند. همچنین به دلیل کاشت این تثبیت کننده در قسمت فوقانی بدن نیاز به خارج کردن آن پس از بهبودی نیست. در این بخش؛ رفتار تثبیتکنندههای کامپوزیتی در

نیست. در این بحش؛ رفتار تثبیت دنندههای دامپوزیتی در بارگذاری برای کاربردهای حیوانی و انسانی با استفاده از مدل ارایه شده مورد راستیآزمایی قرار میگیرند. پس از تایید توانایی و صحتسنجی مدل ارایه شده، به بهینهسازی هندسی یک تثبیت کننده زند زبرین تجاری محصول شرکت لیما ایتالیا با رویکرد کاهش آسیب در آن پرداخته مطابق شکل (۳)، مراحل مدل دو مرحلهای همگنسازی از دو بخش آسیب و همگنسازی تشکیل شده است. برای آسیب در گام نخست با اعمال جابجایی که ناشی از بارگذاری است، آسیب احتمالی در ماتریس محاسبه می شود. پس از محاسبه آسیب در ماتریس؛ برای تعیین رفتار کلی کامپوزیت نیاز به همگنسازی مدول سختی فازهای ماتریس و آخال و در ادامه همگنسازی کل دانهها با حجمک فرضی برای کل جسم است. از این رو در گام نخست همگنسازی با تقسیم دانههای فرضی که دارای جهت و اندازه یکسان الیاف هستند، هر یک از دانهها را با استفاده از معادلات همگنسازی موری-تاناکا (رابطه ۳)، همگن میشوند. در گام دوم همگنسازی باید مدول هر یک از دانههای همگنشده، در حجمک فرضی کل همگن می شود. در این گام با توجه به سادگی مساله از همگن سازی وویت استفاده شده است. در این همگنسازی تانسور تمرکز کرنش برابر با تانسور یکه فرض می شود (رابطه ۳). پس از

خواهد شد.

۳-۱-تثبیت کننده زند زبرین حیوانی

یکی از ارکان مهم در مدلسازی تعیین پارامترهای مدل آسیب مورد استفاده برای کامپوزیت است. از آنجا که مدل آسیب لمتر به همراه سخت شوندگی همسانگرد استفاده شده است؛ با توجه به رابطه ۵ پارامترهای مدل آسیب لمتر، یارامترهای r و s هستند. پارامترهای مدل آسیب با توجه به آزمونهای تجربی روی پلیمر پیک[۲۲] به دست آمدهاند. برای این هدف؛ با استفاده از استاندارد ASTM D 695 چند مدل اجزای محدود از پلیمر پیک ساخته شد و هر نمونه، تحت بارگذاری فشاری تک محوره قرار گرفت. سپس با توجه به رابطه ۵ پارامترهای r و s به نحوی تغییر داده شد که بیشترین انطباق در نتایج حاصل گردد (احسان شاهی و همکاران[۲۳]). یکی دیگر از پارامترهای مورد نیاز جهت تخمین آسیب احتمالی، پارامترهای مربوط به سخت شوندگی همسانگرد است. از این رو با توجه به رابطه ۱۱-الف پارامترهای A و B با استفاده از آزمون تجربی فی چن و همکاران[۲۴] استخراج شدهاند. در این مرحله نیز برای بدست آوردن پارامترها، از روش برازش منحنی استفاده شده است. در جدول ۱ پارامترهای مدل آسیب و سخت شوندگی برای رزین پیک آمده است.

جدول ۱-مقادیر ثوابت آسیب و سخت شوندگی رزین پیک

A(MPa)	В	r(MPa)	s	ثوابت
187	•/•۳۵	١٧	١	مقادير

پس از محاسبه پارامترها، برای صحتسنجی پیادهسازی انجام شده یعنی استفاده از همگنسازی دو مرحلهای موری-تاناکا از آزمون تجربی گریکا و همکاران [۲۵] استفاده شد. آنها نمونهای را با توجه به استاندارد 695 ASTM تحت آزمون فشار قرار دادند و نمودار تنش-کرنش را استخراج کردند. مقایسه نمودار تنش-کرنش تجربی گریکا و همکاران با مدل پیادهسازی شده همراه با پارامترهای محاسبه شده، نشان میدهد مدل پیادهسازی شده از دقت خوبی برخوردار است (شکل (۴)).

از اعمال بارگذاری یک تثبیت کننده استخوان دست سگهای کوچک انتخاب شده است (شکل۵) [۸]. همانند تمام آزمایشهای پزشکی قبل از استفاده در آزمایش بالینی،

نیاز به آزمایشهایی حیوانی است. از این رو به دلیل ساختار کوچک و آسیبپذیری مچ دست سگهای کوچک این نمونه برای صحتسنجی مدل عددی انتخاب شده است.



شکل ۴- نمودار تنش-کرنش با مدل دو مرحلهای همگنسازی و مقایسه آن با آزمون تجربی



شکل ۵- نمای شماتیک تثبیت کننده استخوان مچ دست سگهای کوچک [۸]

برای تعیین رفتار مکانیکی این تثبیت کننده، آزمونهای خمش سه نقطهای و چهار نقطهای روی آن انجام شده است. در آزمون خمش سه نقطهای حداکثر تنش خمشی در محل بارگذاری و در آزمون خمش چهار نقطهای، حداکثر تنش خمشی بین نقاط بارگذاری ایجاد میشوند. آزمون خمش چهار نقطهای و سه نقطهای روی تثبیت کننده دیستال رادیوس با شش سوراخ و ابعاد شکل (۶)، مورد شبیهسازی قرار گرفته است.



شکل ۶- ابعاد تثبیت کننده دیستال رادیوس برای سگهای کوچک

آزمایش خمش چهار نقطهای مطابق استاندارد-ISO 9585 ایر 1990 استفاده شده است. تثبیت کننده دیستال رادیوس از کامپوزیت PEEK-OPTIMA با ۷۰ درصد کسر حجمی الیاف است [۲۴]. اجزای این کامپوزیت از رزین پلی اتر اتر کتون با تقویت کننده الیاف کوتاه کربن با جهت گیری تصادفی است. خواص مکانیکی پلی اتر اتر کتون و الیاف کربن در جدول ۲ آمده است.

[79]	كامپوزيت	سازنده	اجزاى	مکانیکی	خواص	جدول۲-
------	----------	--------	-------	---------	------	--------

تسليم (MPa)	(GPa)	(kg/m <sup>3</sup> )	υ	
١٣١	۳/۶	14	•/٣٣	پيک
787	۲۷	747.	•/77	فيبر كربن

نمودار نیرو-جابجایی حاصل از شبیهسازی آزمون خمش سه نقطهای همراه با نتایج آزمون تجربی در شکل (۶) آمده شده است. همانطور که شکل (۶) نشان میدهد مدل پیادهسازی شده تطابق خوبی با آزمون تجربی دارد.



شکل ۶- مقایسه نمودار نیرو-جابجایی در آزمون خمش سه نقطهای

آزمون خمش چهار نقطهای یکی از مناسبترین آزمونها برای بررسی رفتار کامپوزیتها است چرا که تمرکز تنش در این آزمون در یک نقطه اتفاق نمیافتد. از این رو نتایج تجربی لسمانکی و همکاران، برای تثبیتکننده استخوان دیستال رادیوس در آزمون خمش چهار نقطهای برای مقایسه، انتخاب شده است [۸]. ابعاد نمونه تثبیتکننده در شکل (۵) آمده است. در شکل (۸) نمودارهای نیرو-جابجایی حاصل از شبیهسازی مدل با آزمون تجربی مقایسه شدهاند.



شکل ۸ مقایسه نمودار نیرو-جابجایی در آزمون خمش چهار نقطهای

تطابق خوب نمودار نیرو-جابجایی در شکل (۸)، بیانگر صحت پیادهسازی مدل انتخابی و دقت قابل قبول آن برای پیش بینی رفتار تثبیت کننده کامپوزیتی است. تاثیر کسر حجمیهای مختلف الیاف در مقایسه با رفتار رزین خالص برای منحنی نیرو-جابجایی نیز شبیهسازی شده و نتایج آن در شکل (۹) آمده است.



شکل۹- تغییرات درصد کسر حجمی الیاف برای تثبیت کننده کامپوزیتی

شکل (۹) نشان میدهد با کاهش درصد کسر حجمی الیاف رفتار کامپوزیت به رفتار رزین نزدیکتر شده و با افزایش کسر حجمی استحکام کامپوزیت افزایش پیدا خواهد کرد. از آنجا که لازم است مدول الاستیسیته برای تثبیت کننده استخوان نزدیک به مدول الاستیسیته استخوان انسان باشد، میتوان به کمک این نمودار درصد کسر حجمی مناسب برای الیاف را در کامپوزیت تعیین کرد. مقایسه مدول الاستیسیته برای کامپوزیهای با درصدهای مختلف به مدول الاستیسیته استخوان در جدول ۳ آمده است. با توجه به آن که میانگین مدول استخوان الاستیسیته برابر

با موجه به آن که میانکین مدول استخوان الاستیسینه برابر با ۱۴/۸ گیگا پاسکال است [۲۷] ؛ مطابق جدول ۵،

مناسب ترین درصد کسر حجمی کامپوزیت برای تثبیت کننده استخوان ۳۰ درصد کسر حجمی است زیرا با مدول الاستیک استخوان همخوانی دارد و تسریع در بهبود و جلوگیری از پوکی استخوان را به دنبال خواهد شد.

جدول ٣-تغييرات مدول الاستيسته با درصد حجمي الياف

کامپوزیت	کامپوزیت	کامپوزیت	کامپوزیت	کامپوزیت	استخوا	مادہ
۲۰٪	۶۰ <u>٪</u>	۴۰٪	۳۰٪	۱۰٪	ن	
۳۰/۹	۲۵/۴	١٨/٧	۱۳/۵	۴/۲	٨/۴	مدول GPa

۲-۲-تثبیت کننده زندزبرین انسانی

پس از بررسی کارایی مدل انتخابی و صحت پیشبینی آن در یک تثبیت کننده استخوان حیوانی، در این بخش یک تثبیت کننده زند زبرین که در مچ دست انسان مورد استفاده قرار می گیرد شبیه سازی می شود. نمونه انتخابی صفحه کفی دیستال رادیوس <sup>۹</sup> از یک شرکت معتبر تجاری در این زمینه است. در شکل (۱۰ – الف) ابعاد این تثبیت کننده مشخص شده است.



شکل ۱۰ الف) ابعاد تثبیت کننده کامپوزیت دیستال رادیوس تجاری (ابعاد بر حسب میلیمتر است) ب) منحنی آسیب در تثبیت کننده

تارالو و همکاران [۲۸] از این تثبیت کننده کامپوزیت الیاف کوتاه (شکل ۱۱) برای شکستگی کالیس مچ دست داوطلبین به صورت بالینی استفاده کردند. در این آزمایش گروهی از افراد با سنهای مختلف پس از شکستگی کالیس در ناحیه مچ دست، با عمل جراحی استخوان شکسته شده را با این تثبیت کننده دیستال رادیوس، ثابت می کردند. سپس

افرادی که فشارهای ناشی از ضربه در دست خود و یا استفاده بیش از حد دست داشتند را انتخاب و پس گذشت ۳۰ روز از نصب پلاک، در عمل جراحی دوم محل شکستگی را مجددا باز کردند (شکل۱۱).



شکل ۱۱- شکست تثبیت کننده دیستال رادیوس پس از گذشت ۲۰ روز از نصب [۲۸]

شکل (۱۱) نشان می دهد که تثبیت کننده در قسمت بالایی و در محل اتصال پیچها شکسته شده است. با توجه به عدم وجود دقیق بارگذاری برای این پلاکهای شکسته، برای پیش بینی محل آسیب در پلاک، سقوط فرد روی دست خود شبیه سازی می شود. برای این شبیه سازی، با ثابت نگه داشتن قسمت پایینی (محل اتصال پیچها) و جابجایی در محل نصب دیستال به عضو شکسته شده اعمال شده است. با توجه بخش قبل و اولویت نزدیکی مدول الاستیسیته تثبیت کننده با استخوان، از کامپوزیت الیاف کوتاه با کسر حجمی ۳۰ درصد استفاده شده است. با اعمال شرایط مرزی و استفاده از مدل آسیب لمتر، منحنی های آسیب در شکل (-۱۰-ب) آمده است.

شکل (۱۰–ب) نشان میدهد آسیب از محل پیچها در قسمت دیستال شروع شده و در این ناحیه با توجه به شرایط بارگذاری یاد شده مستعد شکست است. البته قابل ذکر است سوراخهای بالایی که نزدیک به لبه هستند همانند سوراخهای پایینی پتانسیل شکست را دارند ولی رشد آسیب در سوراخهای پایینی بیشتر است.

حال می توان با استفاده از مدل سازی با رهیافت آسیب بدون نیاز به آزمون های بالینی عملکرد آن را بهبود بخشید و آن را بهینه سازی کرد. برای به تاخیر انداختن شکست با توجه به محدودیت های نظیر ابعاد خارجی تثبیت کننده و همچنین قطر سوراخ پیچها برای اتصال تنها با تغییر در

<sup>9</sup> volar distal radius

موقعیت سوراخها و نیز تغییر محدود در قطر آنها میتوان آسیب را به تاخیر انداخت. به عنوان مثال در تثبیت کننده تجاری شکل (۱۰-ب) واضح است که نقاط بحرانی در محل



شکل ۱۲ الف) ابعاد تثبیت کننده کامپوزیت دیستال رادیوس بهینه شده (ابعاد بر حسب میلیمتر است)، ب) منحنی آسیب در تثبیت کننده بهینهشده

اتصال پیچها به استخوان و نقاط آسیب پذیر در تثبیت کننده خواهند بود. برای بهبود عملکرد تثبیت کننده، با طراحی مجدد و بهینه سازی فاصله و چیدمان این سوراخها تحت بارگذاری قبلی، با هدف کاهش آسیب، هندسه مطلوب را استخراج نمود. ابعاد نمونه بهینه سازی شده در شکل (۱۲-الف) آمده است. در اینجا، به کمک نرم افزار آباکوس

مراجع

[1] Millis D. and D. Levine. Canine rehabilitation and physical therapy. Elsevier Health Sciences, 2013.[2] Clyne T.W. and D. Hull. An introduction to composite materials. Cambridge university press, 2019.

[3] Koh Y.G., J. Son, S.K. Won, H.J. Kim, and K.T. Kang. "Biomechanical evaluation of opening-wedge high tibial osteotomy with composite materials using finite-element analysis". Knee 25, No. 6 (2018): 977-987.

[۴] شکریه، محمود مهرداد، و افشین زین الدینی، "مدلسازی چقرمگی شکست تورق مود ترکیبی اول و دوم در نمونه یکسرگیردار دو لبه نامتقارن کامپوزیتهای لایهای". مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، ۱۳، ۴۱ (۱۳۹۴): ۱–۱۱.

[5] Kammoun S., I. Doghri, L. Brassart, and L. Delannay. "Micromechanical modeling of the progressive failure in short glass-fiber reinforced thermoplastics - First Pseudo-Grain Damage model". Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 73, (2015): 166-175.

[6] Gillett, N., A. Stanley, J. Brown, H. Dumbleton, and R. Pool. "The use of short carbon fiber reinforced thermoplastic plates for fracture fixation". Biomaterials 6, No. 2, (1985): 113-121.

[7] Mitchell, P.M., A.K. Lee, C.A. Collinge, B.H. Ziran, K.G. Hartley, and A. Jahangir. "Early Comparative Outcomes of Carbon Fiber-Reinforced Polymer Plate in the Fixation of Distal Femur Fractures". Journal of orthopaedic trauma 32, No. 8, (2018): 386-390.

و بهینهسازی شکل هندسی تثبیتکننده با کاهش نسبی

آسیب در نمونه، تثبیت کننده بهینهسازی شده به دست آمد

(شکل ۱۲–ب). مقایسه شکل های (۱۰–ب) و (۱۲–ب) نشان

میدهد با تغییر موقعیت سوراخهای پیچ، آسیب در نقاط بحرانی توزیع شده و رشد آسیب به تاخیر افتاده است. شکل

(۱۲-ب) نشان میدهد بیشترین آسیب در محل سوراخ

در این مقاله با استفاده از یک روش دو مرحلهای

همگنسازی به بررسی و پیشبینی آسیب در تثبیت کننده

زند زبرین (دیستال رادیوس) پرداخته شد. در این مدل الیافی که در یک جهت و هم اندازه هستند (دانه) اجزای

همگن سازی را تشکیل دادند. از همگن سازی میدان متوسط

برای همگن کردن مدول سختی رزین با وجود آخالها استفاده شد. مدل پیشنهادی به خوبی رفتار و آسیب را در

تثبیت کننده دیستال رادیوس سکهای کوچک و دیستال

رادیوس انسانی پیشبینی کرد. نتایج شبیهسازی حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج آزمونهای تجربی مراجع موجود

مورد تایید قرار گرفت. در پایان با توجه به محدودیتهایی

که یک تثبیت کننده تجاری استخوان داشت به کمک مدل

ارایه شده با هدف به تاخیر انداختن آسیب در آن، شکل

هندسی آن مورد بهینهسازی قرار گرفت.

راديوس ايجاد شده است.

۴-نتىجەگىرى

[8] Liesmäki, O., A. Plyusnin, J. Kulkova, L. V. Lassila, P. K. Vallittu, and N. Moritz. "Biostable glass fibrereinforced dimethacrylate-based composites as potential candidates for fracture fixation plates in toy-breed dogs: Mechanical testing and finite element analysis". Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials 96, (2019): 172-185.

[9] Mugnai, R., L. Tarallo, F. Capra, and F. Catani. "Biomechanical comparison between stainless steel, titanium and carbon-fiber reinforced polyetheretherketone volar locking plates for distal radius fractures". Orthopaedics and Traumatology: Surgery and Research 104, No. 6 (2018): 877-882.

[10] Maggio, B., D. P. Sessa, P. Mantelli, P. Maniscalco, F. Rivera, M. Calori Giorgio, L. Bisogno, G. Scaravilli, and M. Caforio. "PEEK radiolucent plate for distal radius fractures: multicentre clinical results at 12 months follow up". Injury 48, (2017): S34-S38.

[11] Perugia, D., M. Guzzini, D. Mazza, C. Iorio, C. Civitenga, and A. Ferretti. "Comparison between Carbon-Peek volar locking plates and titanium volar locking plates in the treatment of distal radius fractures". Injury 48, (2017): S24-S29.

[12] Siddiqui, F.S., S. Shah, B. Nicayenzi, E.H. Schemitsch, R. Zdero, and H. Bougherara. "Assessment of carbon fiber composite fracture fixation plate using finite element analysis". Annals of Biomedical Engineering 34, (2006): 1157-1163.

[۱۳] پالیزوان محمد، محمد علی اسکندرزاده ارشاد، محمد طاهای ابدی و محمد همایون صدر، " بررسی تأثیر خواص اتصال زمینه به الیاف بر رفتار شکست مواد مرکب"، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، ۱۸، ۶۳، (۱۳۹۹): ۱۲۳–۱۲۹.

[14] Budarapu, P. R., X. Zhuang, T. Rabczuk, and S. P.A. Bordas. "Multiscale modeling of material failure: Theory and computational methods". Advances in Applied Mechanics 52, (2019): 1-103.

[15] Kammoun, S., I. Doghri, L. Adam, G. Robert, and L. Delannay. "First pseudo-grain failure model for inelastic composites with misaligned short fibers". Composites Part A: Applied Science and Manufacturing 42, (2011): 1892-1902.

[16] Hounkpati, V., V. Salnikov, A. Vivet, and P. Karamian-Surville. On the choice of homogenization method to achieve effective mechanical properties of composites reinforced by ellipsoidal and spherical particles, 2017.

[17] Müller, V., M. Kabel, H. Andrä, and T. Böhlke. "Homogenization of linear elastic properties of short-fiber reinforced composites – A comparison of mean field and voxel-based methods". International Journal of Solids and Structures 67, (2015): 56-70.

[18] Eshelby, J. D. "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems". Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences 241, (1957): 376-396.

[19] Doghri, I., and L. Tinel. "Micromechanical modeling and computation of elasto-plastic materials reinforced with distributed-orientation fibers". International Journal of Plasticity 21, (2005): 1919-1940.

[20] Hill, R. "Theory of mechanical properties of fiber-strengthened materials: I. Elastic behaviour". Journal of the Mechanics and Physics of Solids 12, (1964): 199-212.

[21] Lemaitre, J. A course on damage mechanics. Springer Science, 2012.

[22] https://polymerfem.com/peek-calibration-tutorial-part-1, April 2021.

[۲۳] شاهی احسان اله، محمدجواد رضوانی، و احسان برهانی. "ساخت فوم نانو کامپوزیت پلییورتان سخت با استفاده از نانو ذرات SiC و بررسی خواص مکانیکی و جذب انرژی آن تحت بار دینامیکی"، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، ۱۶، ۵۳، (۱۳۹۷): ۱-۷.

[24] Chen, F., H. Oua, B. Lub, and H. Long. "A constitutive model of polyether-ether-ketone (PEEK)". Journal of the mechanical behavior of biomedical materials 53, (2016): 427-433.

[25] Garcia-Gonzalez, D., M. Rodriguez-Millan, A. Rusinek, and A. Arias. "Investigation of mechanical impact behavior of short carbon-fiber-reinforced PEEK composites". Composite Structures 133, (2015): 1116-1126.

[26] Ferguson, S. J., J. Visser, and A. Polikeit. "The long-term mechanical integrity of non-reinforced PEEK-OPTIMA polymer for demanding spinal applications: experimental and finite-element analysis". European spine journal 15, (2006): 149-156.

[27] Morgan, Elise F. Ginu U. Unnikrisnan, and Amira I. Hussein. " Bone Mechanical Properties in Healthy and Diseased States". Annual Review of Biomedical Engineering 20, (2018): 119-143.

[28] Tarallo, L., A. Giorgini, M. Novi, F. Zambianchi, G. Porcellini, and F. Catani, "Volar PEEK plate for distal radius fracture: analysis of adverse events". European Journal of Orthopaedic Surgery and Traumatology 30, (2020): 1293-1298.