



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



## Research Article

# Comparison of IGDT, TOAT and STC Methods in Robust Planning of Transmission Network Expansion in the Presence of Uncertainties

Shahriar Abbasi <sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Assistant Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Boys 1, Kermanshah Branch, Technical and Vocational University (TVU), Kermanshah, Iran

## PAPER INFO

### **Paper history:**

Received: 08 July 2023  
Revised: 21 August 2023  
Accepted: 23 October 2023

### **Keywords:**

Robust transmission network expansion planning (RTNEP), Load uncertainty, Wind power generation Uncertainty, IGDT, TOAT, STC.

## ABSTRACT

Transmission network expansion planning (TNEP) is a classic issue in power system studies that has been studied many times. Aim of TNEP is providing enough capacity to transfer power from generation section to load centers in a reliable and economically efficient manner. The mission of this problem is identifying where, when and what type of new transmission lines should be installed in transmission network.

Purpose of this article is comparing the IGDT, TOAT and STC methods in robust TNEP (RTNEP) in the presence of load and wind power generation uncertainties. Using these methods, robust expansion plans for the modified 6-bus Garver test system are determined and compared. The simulations results confirm validity of these methods in RTNEP. Therefore, these methods can be easily implemented on any large and real scale power system. Moreover, different types of uncertainties can be easily considered in this planning. Simulation results show, the IGDT method has more computational burden, which considering that the RTNEP problem is a long-term problem, the CPU running time and computational burden are not important. Therefore, the IGDT method is preferable to the TOAT and STC methods due to the ability to find the optimal expansion plans with less investment cost.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.31185.2489>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

\* Corresponding author.

E-mail address: [shabbasi@tvu.ac.ir](mailto:shabbasi@tvu.ac.ir)

### **How to cite this article:**

Abbasi, S. (2024). Comparison of IGDT, TOAT and STC methods in robust planning of transmission network expansion in the presence of uncertainties. Journal of Modeling in Engineering, 22(76), 241-255. doi: 10.22075/jme.2023.31185.2489

## مقایسه روش‌های TOAT، IGDT و STC در برنامه‌ریزی مستحکم توسعه شبکه انتقال با وجود عدم قطعیت‌ها

شهریار عباسی<sup>۱\*</sup>

| اطلاعات مقاله  | چکیده  |
|--|--|
| دربافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۱۷<br>بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۰۵/۳۰<br>پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۰۱                                 | برنامه‌ریزی توسعه شبکه انتقال (TNEP) یک مسئله کلاسیک در مطالعات سیستم‌های قدرت است که به کرات بررسی شده است. هدف TNEP ارائه ظرفیت کافی برای انتقال توان از بخش تولید به مراکز بار بطور مطمئن و کارآمد است که در آن، مکان، زمان و نوع خطوط انتقال جدید در شبکه انتقال تعیین می‌گردد. هدف این مقاله، مقایسه روش‌های TOAT، IGDT و STC در TNEP مستحکم با وجود عدم قطعیت‌های بار و تولید توان بادی است. با این روش‌ها، طرح‌های توسعه مستحکم برای شبکه انتقال آزمایشی اصلاح شده ۶ شینه Garver تعیین و با هم مقایسه شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی‌ها مovid اعتبار روش‌های ذکر شده در RTNEP است. لذا، این روش‌ها را می‌توان به راحتی بر روی هر سیستم قدرت بزرگتر و در مقیاس واقعی پیاده‌سازی کرد. بعلاوه، انواع مختلف عدم قطعیت را می‌توان به راحتی در این برنامه‌ریزی در نظر گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که، روش IGDT دارای حجم محاسباتی بیشتر ولی عملکرد بهتری است. البته، مسئله RTNEP یک مسئله بلند مدت است و زمان اجرای برنامه و حجم محاسباتی آن حائز اهمیت نمی‌باشد. بنابراین، روش IGDT به دلیل قابلیت یافتن پاسخ بهینه با هزینه سرمایه‌گذاری کمتر نسبت به روش‌های TOAT و STC ارجحیت دارد. |
| واژگان کلیدی:<br>برنامه‌ریزی مستحکم توسعه شبکه انتقال، عدم قطعیت بار، عدم قطعیت تولید توان بادی، IGDT، TOAT، STC |  |

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.31185.2489>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

۱- مقدمه  
عدم قطعیت‌های سیستم قدرت بر TNEP ارائه شده است. در مرجع [۲]، از روش تخمین نقطه ای<sup>۲</sup> (PEM) برای مطالعه تأثیر جایگزینی تولید متعارف با تولید توان بادی بر TNEP استفاده شده است. در مرجع [۴]، TNEP با همبستگی<sup>۳</sup> بین عدم قطعیت‌های بار در نظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی همبستگی بار، از تبدیل بی بو<sup>۴</sup> (UC) استفاده شده است. مراجع [۵-۷] روش‌های عددی<sup>۵</sup> را برای در نظر گرفتن رفتار نامشخص عدم قطعیت‌های سیستم قدرت (بار، تولید توان بادی، وغیره) در TNEP پیاده‌سازی کردن. در مراجع [۸-۹]، اثر مزارع بادی دوردست مقیاس

هدف برنامه‌ریزی توسعه شبکه انتقال (TNEP) فراهم کردن ظرفیت کافی برای انتقال توان از بخش تولید به مراکز بار به روشنی مطمئن و کارآمد است. به طور کلی، IGDT یک مسئله بهینه‌سازی عدد صحیح مختلط با هدف یافتن مکان، زمان و نوع خطوط انتقال جدید در شبکه انتقال است [۱-۲]. عدم قطعیت‌های سیستم قدرت می‌توانند بر طرح توسعه یک شبکه انتقال تأثیر بگذارند. بنابراین، بایستی این عدم قطعیت‌ها در محاسبات TNEP در نظر گرفته شوند. تا کنون، مطالعات زیادی در راستای بررسی تأثیر

<sup>2</sup> point estimation method<sup>3</sup> correlation<sup>4</sup> unscented transformation<sup>5</sup> numerical methods

پست الکترونیک نویسنده مسئول: shabbasi@tvu.ac.ir

استادیار، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده فنی و حرفه‌ای استان کرمانشاه، واحد شماره ۱ پسران کرمانشاه، کرمانشاه، ایران

استناد به این مقاله:

Abbasی، شهریار. (۱۴۰۳). مقایسه روش‌های IGDT، TOAT و STC در برنامه‌ریزی مستحکم توسعه شبکه انتقال با وجود عدم قطعیت‌ها. مدل سازی در مهندسی، ۲۲(۷۶)، ۲۴۱-۲۵۵. doi: 10.22075/jme.2023.31185.2489

RTNEP یک مسئله بلند مدت است، زمان اجرای برنامه و حجم محاسباتی حائز اهمیت نمی باشد. بنابراین در کل، روش IGDT به دلیل توانایی یافتن پاسخ بهینه با هزینه STC و TOAT سرمایه‌گذاری کمتر نسبت به روش‌های TOAT و STC ارجحیت دارد.

ادامه این مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: در بخش ۲، مسئله بهینه‌سازی TNEP قطعی متعارف<sup>۱۱</sup> فرمول‌بندی شده است. در بخش ۳، مدلسازی عدم‌قطعیت‌های بار و تولید توان بادی ارائه شده است. روش‌های مستحکم TNEP و TOAT در بخش ۴ شرح و شبیه‌سازی شده‌اند. در نهایت، نتیجه‌گیری از این مقاله در بخش ۵ ارائه شده است.

## ۲- مسئله TNEP قطعی متعارف

مدلسازی ریاضی مسئله TNEP قطعی متعارف یک سیستم قدرت مبتنی بر پخش بار DC به صورت یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی عددی مختلط به شرح زیر است

: [۱۱ و ۱۲]

$$f = \underset{n_{ij}, r_i, w_i}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + p_f \sum_{i \in B} r_i + p_f \sum_{i \in \Psi} w_i \right\} \quad (1)$$

که،

$$\begin{aligned} S^T f + P_g + (P_w - w) \\ = (P_d - r) \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_{ij} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$\underline{P}_g \leq P_g \leq \bar{P}_g \quad (5)$$

$$0 \leq r \leq P_d \quad (6)$$

$$0 \leq w \leq P_w \quad (7)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega \quad (8)$$

هدف ازتابع هدف رابطه (۱) به حداقل رساندن هزینه سرمایه‌گذاری (هزینه کل خطوط انتقال جدید) و هزینه‌های حذف بار و تولید توان بادی است. متغیرهای تصمیم‌گیری این مسئله بهینه‌سازی عبارتند از  $n_{ij}$ ,  $r_i$  و  $w_i$ . در حداقل کردن تابع هدف رابطه (۱)، بایستی تمامی قیود

بزرگ روی TNEP با استفاده از روش تخمین دو نقطه‌ای<sup>۶</sup> (2PEM) تحلیل شده است.

به طور کلی، محاسبات دقیق TNEP مستلزم لحاظ کردن عدم‌قطعیت‌های مختلفی است. محاسبه TNEP باید به گونه‌ای باشد که طرح توسعه به دست آمده در برابر اثرات این عدم‌قطعیت‌ها مستحکم باشد. از عدم‌قطعیت‌ها، عدم‌قطعیت‌های بار و تولید توان بادی بیشتر در مقاطع مورد بحث قرار گرفته است. زیرا، بار تقاضا شده به طور قابل توجه‌ای نامعین بوده و هدف هر سیستم قدرتی تامین تقاضای بار به روشنی مطمئن است [۴]. همچنین در اکثر سیستم‌های برق، تولیدات تجدیدپذیر به ویژه تولید توان بادی سهم قابل توجهی در کل ظرفیت تولید دارند. اما، تولیدات تجدیدپذیر ماهیتی تغییرپذیر و غیرقابل کنترل دارند. توان تولید شده توسط یک مزرعه بادی به سرعت باد در محل آن بستگی دارد که به طور متناوب تغییر می‌کند [۳]. به این دلایل، در این مقاله، تمرکز روی این دو منبع اصلی عدم‌قطعیت در محاسبات TNEP است.

در این مقاله، TNEP مستحکم (RTNEP) در حضور عدم‌قطعیت‌های بار و تولید توان بادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. یک شبکه انتقال در برابر مجموعه‌ای از عدم‌قطعیت‌ها مستحکم است اگر در مقابل تغییرات آنها استحکام داشته و توان را از بخش تولید به مرکز بار به شیوه‌ای مطمئن انتقال دهد. برای طراحی یک شبکه انتقال مستحکم در برابر عدم‌قطعیت‌ها، سه روش مرسوم (الف) نظریه تصمیم‌گیری شکاف اطلاعاتی<sup>۷</sup> (IGDT)، ب) آزمایش آرایه متعامد تاگوچی<sup>۸</sup> (TOAT)، ج) معیارهای تکنیک سناریو<sup>۹</sup> (SC) (معیار حداکثر پشمیانی ۱۰) پیشنهاد شده است. با استفاده از این روش‌ها، طرح‌های توسعه مستحکم برای شبکه انتقال آزمایشی اصلاح شده ۶ شینه Garver شناسایی و با هم مقایسه شده‌اند. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها مovid اعتبار روش‌های ذکر شده در RTNEP است. لذا، این روش‌ها را می‌توان به راحتی روی هر سیستم قدرت بزرگتر و در مقیاس واقعی پیاده‌سازی کرد. علاوه بر این، انواع مختلف عدم‌قطعیت‌ها را می‌توان به راحتی در این برنامه‌ریزی در نظر گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که، روش IGDT دارای حجم محاسباتی بیشتری می‌باشد که با توجه به اینکه مسئله

<sup>9</sup> scenario technique criteria

<sup>10</sup> Min-max regret criterion

<sup>11</sup> conventional deterministic

<sup>6</sup> two-point estimation method

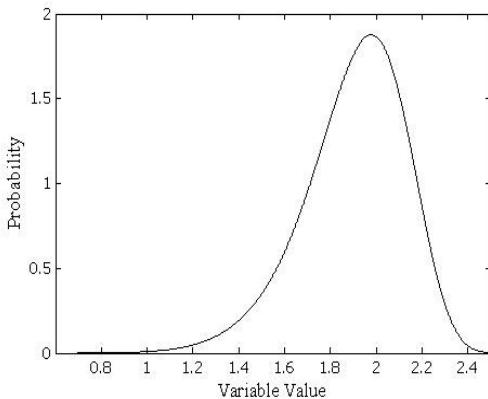
<sup>7</sup> information-gap decision theory

<sup>8</sup> Taguchi's orthogonal array testing

عدم قطعیت دیگر مورد بررسی در این مقاله، تولید توان بادی است. توان تولید شده توسط نیروگاه‌های بادی شدیداً به سرعت باد در محل ژنراتور بستگی دارد. از یک سو سرعت باد ثابت نیست و از سوی دیگر در اکثر سیستم‌های برق امروزی تولید توان بادی سهم قابل توجه‌ای در کل ظرفیت تولید دارد. بنابراین، تولید برق بادی منبع عمده‌ای در تولید عدم قطعیت در سیستم‌های قدرت است و در مطالعات سیستم‌های قدرت باید به طور مناسب مدلسازی شود. معمولاً از توزیع ویبول ۱۲ برای مدلسازی تغییرات تصادفی سرعت باد استفاده می‌شود [۱، ۶ و ۸]. برای متغیر نامشخص  $x$ ، این pdf به صورت زیر فرمولبندی می‌شود:

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} x^{\beta-1} e^{-(\frac{x}{\alpha})^\beta} \quad (10)$$

که،  $\alpha$  و  $\beta$  یه ترتیب پارامترهای مقیاس و شکل هستند. برای یک متغیر نامشخص نوعی با پارامتر مقیاس برابر با ۲ و پارامتر شکل برابر با ۱۰، نمودار توزیع ویبول به صورت شکل (۲) است [۱۷].



شکل (۲): نمونه توزیع ویبول

پارامترهای مقیاس و شکل توزیع ویبول بر اساس داده‌های قبلی سرعت باد در مکان توربین بادی و با استفاده از فرمول‌های Justus [۱۷] به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\beta = \left( \frac{\sigma^2}{\mu} \right)^{-1.086} \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{\mu \times \beta^{2.6674}}{0.184 + 0.816\beta^{2.73855}} \quad (12)$$

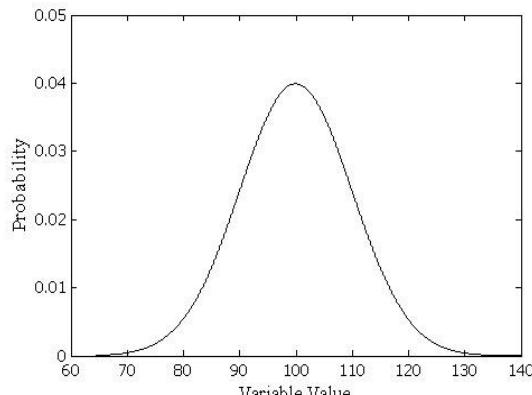
(۲)-(۸) در شبکه انتقال رعایت گردد. قید رابطه (۲) مربوط به تعادل توان اکتیو در شین‌ها است. قید رابطه (۳) معادلات شارش توان خطوط است. قیود نابرابری در روابط (۴) و (۵) محدودیت‌های فیزیکی هستند که به ترتیب مربوط به محدودیت شارش توان خطوط و محدودیت توان خروجی ژنراتورها است. محدودیت‌های بهره‌برداری از دست دادن بار و کاهش تولید توان بادی به ترتیب در روابط (۶) و (۷) ارائه شده‌اند. محدودیت نابرابری رابطه (۸) حداکثر تعداد خطوط جدید اضافه شده در مسیرهای انتقال را محدود می‌کند.

### ۳- عدم قطعیت‌های بار و تولید توان بادی

در سیستم‌های قدرت، بارهای آینده مشخص نیستند و به طور تصادفی در اطراف مقادیر مورد انتظار خود تغییر می‌کنند. بنابراین، یکی از منابع اصلی عدم قطعیت در سیستم‌های قدرت مقدار تقاضای بار در آنها است. در مطالعات سیستم‌های قدرت باقیتی تغییرات تصادفی بارها به درستی مدلسازی گردند که توابع توزیع احتمالی (pdf) ابزار مناسبی برای این کار هستند. معمولاً در مقالات، از توزیع نرمال برای مدلسازی عدم قطعیت بار استفاده می‌شود [۱۳-۱۵]. برای متغیر نامعین  $x$ ، با مقدار میانگین (مورد انتظار)  $\mu$  و انحراف استاندارد  $\sigma$ ، pdf نرمال به صورت زیر است:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

که، پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$  بارها با استفاده از داده‌های قبلی بارها محاسبه می‌شوند [۱۳-۱۵]. به عنوان نمونه، برای یک متغیر نامعین معمولی با مقدار میانگین ۱۰۰ و انحراف استاندارد ۱۰، pdf نرمال به صورت شکل (۱) است [۱۶]:



شکل (۱): نمونه توزیع نرمال

<sup>۱۲</sup> Weibull

$$H_i(X, \gamma) = 0, i \in \Psi_{eq} \quad (15)$$

$$G_j(X, \gamma) \leq 0, j \in \Psi_{ineq} \quad (16)$$

$$\gamma \in \Gamma \quad (17)$$

که،  $f$  تابع هدف (۱) بوده و مقدار آن به مجموعه متغیرهای  $\gamma$  تضمیم گیری  $X$  و مجموعه متغیرهای نامعین ورودی  $\gamma$  بستگی دارد.  $X$  شامل  $w_i$  و  $r_i$  است و  $\gamma$  متشکل از متغیرهای ورودی نامشخص را توصیف می‌کند.  $G_j$  و  $H_i$  به ترتیب  $i$  امین مجموعه قیود برابری و  $j$  امین مجموعه قیود نابرابری هستند.  $\Psi_{eq}$  و  $\Psi_{ineq}$  به ترتیب مجموعه قیود برابری و نابرابری هستند. مجموعه  $\Gamma$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\forall \gamma \in \Gamma(\bar{\gamma}, \zeta) = \left\{ \gamma : \left| \frac{\gamma - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \right| \leq \zeta \right\} \quad (18)$$

که،  $\bar{\gamma}$  مقدار پیش بینی شده (مورد انتظار) متغیر  $\gamma$  است. چهارمین تغییر متغیر  $\gamma$  از مقدار مورد انتظار آن موسوم به "شعاع عدمقطعیت"<sup>۱۳</sup> است. این شعاع نامشخص است و در واقع هدف از استفاده از IGDT یافتن مقدار این شعاع است.

در ابتدا، مسئله بهینه‌سازی TNEP بیان شده در روابط (۱)-(۸) با فرض نامشخص بودن همه متغیرهای ورودی به صورت زیر حل می‌شود:

$$\underset{X}{\text{minimize}} \quad f_b = f(X, \bar{\gamma}) \quad (19)$$

که،

$$H_i(X, \bar{\gamma}) \leq 0, i \in \Psi_{eq} \quad (20)$$

$$G_j(X, \bar{\gamma}) = 0, j \in \Psi_{ineq} \quad (21)$$

روابط (۱۹)-(۲۱) در واقع همان روابط مربوط به مسئله TNEP قطعی متعارف است که به عنوان "حالت پایه" مسئله شناخته می‌شود. مقدار تابع برای این حالت را مقدار پایه تابع هدف ( $f_b$ ) می‌نامند. هدف IGDT در واقع مقاوم‌سازی مقدار  $f_b$  در برابر تغییرات عدمقطعیت‌های متغیرهای ورودی است. به بیان

توان تولید شده توسط یک ژنراتور بادی ( $P_w$ ) به طور غیرخطی به سرعت باد در محل توربین بادی وابسته است. این وابستگی به صورت رابطه (۱۳) قابل بیان است:

$$P_w = \begin{cases} 0 & 0 \leq v \leq v_{ci} \\ P_r(v - v_{ci})/(v_r - v_{ci}) & v_{ci} \leq v \leq v_r \\ P_r & v_r \leq v \leq v_{co} \\ 0 & v_{co} \leq v \end{cases} \quad (13)$$

که،  $P_r$  توان نامی ژنراتور بر حسب مگاوات و  $v$  سرعت باد بر حسب متر بر ثانیه است.  $v_r$  و  $v_{co}$  به ترتیب سرعت‌های cut-in و نامی توربین بادی هستند [۶].

در روش‌های احتمالاتی مطالعه سیستم‌های قدرت از قبیل برنامه‌ریزی توسعه شبکه انتقال، به pdf نرمال بارها تقاضا شده و pdf ویبول سرعت باد در مکان توربین‌ها به عنوان متغیرهای ورودی نامشخص نیاز است. اما، در برنامه‌ریزی مستحکم توسعه شبکه انتقال به این pdf‌ها نیازی نیست. در واقع، روش‌های مستحکم زمانی مناسب هستند که دامنه تغییرات عدمقطعیت‌های مسئله محدود ولی مقدار دقیق آنها نامشخص است.

#### ۴- مقایسه روش‌های STC، IGDT و TOAT در RTNEP مسئله

##### ۱- حل مسئله RNEP از روشن

در لحاظ کردن عدمقطعیت‌ها در IGDT، به pdf آنها مورد نیاز نیست. در این روش، برای یک محدوده از پیش تعیین‌شده تابع هدف مسئله بهینه‌سازی، مسئله برای یافتن یک بودجه غیرقطعی معین (UB) از متغیرهای نامشخص ورودی حل می‌شود. IGDT زمانی مفید است که عدمقطعیت‌ها شدید بوده و داده‌های قبلی آنها در دسترس نباشد [۱۹].

در اینجا، یک استراتژی ریسک‌گریز مبتنی بر IGDT برای حل مسئله RTNEP در حضور عدمقطعیت‌های بار و تولید توان بادی اجرا می‌شود. فرمولبندی‌های (۱)-(۸) مسئله TNEP را می‌توان به صورت فشرده زیر نوشت:

$$\underset{X}{\text{minimize}} \quad f(X, \gamma) \quad (14)$$

که،

<sup>۱۳</sup> Radius of uncertainty

$$\mathbf{S}^T \mathbf{f} + \mathbf{P}_g + (\mathbf{P}_w - \mathbf{w}) = (\mathbf{P}_d - \mathbf{r}) \quad (27)$$

$$f_{ij} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (28)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\bar{f}_{ij} \quad (29)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (30)$$

$$0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{P}_d \quad (31)$$

$$0 \leq \mathbf{w} \leq \mathbf{P}_w \quad (32)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \forall (i, j) \in \Omega \quad (33)$$

مقدار پایه  $f_b$  همان مجموع هزینه سرمایه‌گذاری و هزینه‌های حذف بار و تولید توان بادی در سیستم پایه (بدون نصب خط جدید) است. که در آن، بارهای ( $\mathbf{P}_d$ ) و تولید توان بادی ( $\mathbf{P}_w$ ) در مقادیر پایه خود بدون عدم قطعیت ثابت فرض می‌شوند.

در مرحله بعد، بارها و تولید توان بادی در مقادیر پایه بدون عدم قطعیت تنظیم شده و مسئله بهینه‌سازی دو سطحی به منظور حداکثر کردن شاعع عدم قطعیت ( $\zeta$ ) به صورت روابط (۳۴)-(۴۴) حل می‌شود:

$$\underset{n_{ij}, r_i, w_i, \zeta}{\text{maximize}} \quad \zeta \quad (34)$$

$$\mathbf{S}^T \mathbf{f} + \mathbf{P}_g + (\mathbf{P}_w^{av} - \mathbf{w}) = (\mathbf{P}_d^{av} - \mathbf{r}) \quad (35)$$

$$f_{ij} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (36)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\bar{f}_{ij} \quad (37)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_g \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (38)$$

$$0 \leq \mathbf{r} \leq \mathbf{P}_d^{av} \quad (39)$$

$$0 \leq \mathbf{w} \leq \mathbf{P}_w^{av} \quad (40)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \forall (i, j) \in \Omega \quad (41)$$

$$\left\{ \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + p_f \sum_{i \in B} r_i + p_f \sum_{i \in \Psi} w_i \right\} \leq f_b \times (1 + \varsigma_C) \quad (42)$$

$$\mathbf{P}_d^{av} = \mathbf{P}_d \times (1 + \zeta) \quad (43)$$

$$\mathbf{P}_w^{av} = \mathbf{P}_w \times (1 + \zeta) \quad (44)$$

ریاضی، با استی متفاہی تضمیم گیری  $\mathbf{X}$  به گونه‌ای انتخاب شوند که تابع هدف  $f$  در برابر انحراف عدم قطعیت‌ها متفاہی ورودی  $\gamma$  از مقادیر مورد انتظارشان ( $\bar{\gamma}$  مصون IGDT بماند. این استراتژی محافظه‌کارانه مبتنی بر "استراتژی ریسک گریزی"<sup>۱۴</sup> نامیده می‌شود. که در آن، حداکثر شاعع عدم قطعیت ( $\zeta$ ) با حل مسئله بهینه‌سازی زیر یافت می‌شود:

$$\underset{x, \zeta}{\text{maximize}} \quad \zeta \quad (22)$$

$$H_i(X, \gamma) \leq 0, i \in \Psi_{eq} \quad (23)$$

$$G_j(X, \gamma) = 0, j \in \Psi_{ineq} \quad (24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta = \text{maximum}_{\zeta} \zeta \\ f(X, \gamma) \leq \Lambda_C \\ \Lambda_C = f_b(X, \gamma) \times (1 + \varsigma_C), \gamma \in \Gamma \end{array} \right\} \quad (25)$$

مقدار بحرانی (حداکثر مجاز) تابع هدف برای ایمن‌سازی آن است. این تابع هدف نباید از مقدار بحرانی فراتر رود. این مقدار بر اساس قضاوت برنامه‌ریز و نیاز تصمیم‌گیرنده سیستم قدرت تعیین می‌گردد. عموماً بر اساس مقدار پایه  $f_b$  تعیین می‌شود. در اینجا، پارامتر مثبت  $\varsigma_C$  تعیین شده توسط تصمیم‌گیرنده برای تعیین  $f_b$  استفاده می‌شود.  $\varsigma_C$  ترانس قابل قبول  $f_b$  در افزایش به دلیل تغییرات احتمالی عدم قطعیت‌ها است.

ساختمار پیشنهادی در روابط (۲۲)-(۲۵) یک مسئله بهینه‌سازی دو سطحی است. در سطح پایین تر (۲۵)، حداکثر شاعع عدم قطعیت ( $\zeta$ ) برای مقدار معینی از متفاہی تضمیم ( $X$ ) تعیین می‌شود. سپس  $\zeta$  به سطح بالاتر (۲۲)-(۲۴) منتقل می‌شود. در این سطح، تصمیم‌گیرنده متفاہی تضمیم  $X$  را به  $\hat{\zeta}$  افزایش می‌دهد. اما تابع هدف  $f$  نباید بیش از مقدار بحرانی خود ( $\Lambda_C$ ) افزایش یابد [۲۲-۱۹].

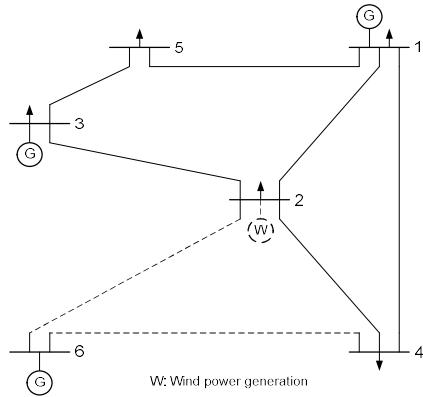
برای مسئله بهینه‌سازی RTNEP روابط (۱)-(۸)، استراتژی ریسک گریز مبتنی بر IGDT مذکور در بالا به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$f_b = \underset{n_{ij}, r_i, w_i}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + p_f \sum_{i \in B} r_i + p_f \sum_{i \in \Psi} w_i \right\} \quad (26)$$

<sup>14</sup> risk averse strategy

CPLEX  $P_w^{av} = P_w \times (1 + \zeta)$  [۲۳] حل شده است.

با فرض اینکه درجه تحمل قابل قبول در افزایش مقدار تابع پایه هدف ( $\zeta$ ) برابر  $30^{\circ}$  درصد باشد، مسئله بهینه‌سازی (۳۴) حل می‌شود. با رعایت  $\zeta_C$ ، طرح بهینه توسعه شبکه انتقال به صورت  $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ،  $(5-3) \times 2$ ،  $(5-2) \times 2$ ،  $(6-2) \times 2$ ،  $5-1$  است. با وجود این طرح، حداکثر شعاع عدمقطعیت‌ها ( $\hat{\zeta}$ ) که تابع هدف در برابر آن مصون می‌ماند برابر با  $7\%$  خواهد بود.



شکل (۳): دیاگرام تک خطی سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده.

جدول (۱): اطلاعات بار و تولید سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده

| شین        | ۱   | ۲   | ۳   | ۴   | ۵   | ۶   |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| بار (MW)   | 80  | 240 | 40  | 160 | 240 | 0   |
| تولید (MW) | 150 | 100 | 360 | 0   | 0   | 600 |

جدول (۲): اطلاعات خطوط انتقال موجود سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده.

| ظرفیت | (MW) | راکانس (pu) | به شین | از شین |
|-------|------|-------------|--------|--------|
| 1     | 2    | 0.4         |        | 100    |
| 1     | 4    | 0.6         |        | 80     |
| 1     | 5    | 0.2         |        | 100    |
| 2     | 3    | 0.2         |        | 100    |
| 2     | 4    | 0.4         |        | 100    |
| 2     | 6    | 0.3         |        | 100    |
| 3     | 5    | 0.2         |        | 100    |
| 4     | 6    | 0.3         |        | 100    |

که در آن،  $n_{ij}$ ،  $r_i$ ،  $w_i$  و  $\zeta$  متغیرهای تصمیم می‌باشند. مسئله بهینه‌سازی فوق همان مسئله بهینه‌سازی (۲۶)-(۳۳) است که سه قید جدید (۴۲)-(۴۴) به آن اضافه شده است. قید نابرابری (۴۲) تابع هدف را زیر مقدار بحرانی از پیش تعیین شده نگه می‌دارد. قیود برابری (۴۳) و (۴۴) مربوط به مقادیر پایه بارها ( $P_d^{av}$ ) و تولید توان بادی ( $P_w^{av}$ ) است. در استراتژی ریسک‌گریزی، مقادیر واقعی بارها و تولیدات توان بادی بیشتر از مقادیر پیش‌بینی شده آنها فرض می‌شود. زیرا، بین تابع هدف TNEP و این پارامترها همبستگی مثبت وجود دارد. به عبارت دیگر، تابع هدف با افزایش (کاهش) بار و تولید توان باد افزایش (کاهش) می‌پابد. با این استراتژی، تابع هدف در حداکثر شعاع عدمقطعیت بارها و عدمقطعیت‌های تولیدات توان بادی ( $\hat{\zeta}$ ) مصون می‌ماند.

مدل IGDT-TNEP فوق روی سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده آزمایش شده است [۱۰]. نمودار تکخطی این سیستم در شکل (۳) نشان داده شده که شامل شامل سه شین ژئوگرافی و هشت خط انتقال است. داده‌های بار و تولید در جدول ۱ ارائه شده است. تعداد خطوط انتقال موجود ۸ خط (جدول ۲) و پانزده مسیر برای نصب خطوط انتقال جدید وجود دارد (جدول ۳). حداکثر ظرفیت نصب جدید در مسیرها سه خط است. در این سیستم، ظرفیت بار اولیه و تولید (بدون ظرفیت تولید بادی شین ۲ به ترتیب  $760$  مگاوات و  $1110$  مگاوات) است. هدف TNEP توسعه شبکه انتقال برای پنج سال آینده با نرخ افزایشی  $10^{\circ}$  درصد بار و تولید است. همان‌طور که در شکل (۳) نشان داده شده است، تولید توان بادی به شین ۲ تزریق می‌شود. ظرفیت این نوع تولید  $100$  مگاوات است. ضریب جریمه برای کاهش بار و تولید توان بادی  $MW/\$ 5270$  در نظر گرفته شده است.

در مسئله بهینه‌سازی (۳۴)-(۴۴)، شش متغیر ورودی با عدمقطعیت، پنج بار و یک واحد تولید توان بادی وجود دارد. برای حالت پایه، بارها در مقادیر پیش‌بینی شده خود (پایه) ثابت بوده و فرض می‌شود که تولید توان بادی در شین ۲ برابر با  $50$  درصد ظرفیت نامی آن باشد. با این مشخصات، مسئله TNEP حل شده و مقدار تابع هدف پایه ( $f_b$ )  $139$  \$M است. طرح بهینه توسعه در حالت پایه به صورت  $6-2 \times 2-5 \times 2-6 \times 2$  است. این مسئله در محیط Matlab با

متعامد<sup>۱۷</sup> (OAs) تولید می‌شوند. OA برای  $F$  متغیرها با تعداد سطوح  $B$  برای هر متغیر با  $L_H(B^F)$  نشان داده می‌شود.  $H$  تعداد ترکیب سطوح متغیرها است.  $L_H(B^F)$  به صورت یک ماتریس با  $H$  سطر و  $F$  ستون نشان داده می‌شود و مقادیر عناصر ماتریس بر اساس سطوح متغیرها نشان داده می‌شوند. به عنوان مثال، OA برای  $L_4(2^3)$  به شرح زیر است:

$$L_4(2^3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

که، سه متغیر با دو سطح برای هر متغیر، و چهار سناریو در وجود دارد. فرض کنید، شماره‌های "۱" و "۲" به ترتیب سطوح پایین و بالای متغیرها را نشان دهند، سناریوهای به دست آمده توسط  $L_4(2^3)$  به صورت جدول ۴ است.

جدول (۴): چهار سناریو اخذ شده از OA برای  $L_4(2^3)$

| شماره سناریو | سطح متغیر |         |         |
|--------------|-----------|---------|---------|
|              | متغیر ۱   | متغیر ۲ | متغیر ۳ |
| سناریو ۱     | ۱         | ۱       | ۱       |
| سناریو ۲     | ۱         | ۲       | ۲       |
| سناریو ۳     | ۲         | ۱       | ۲       |
| سناریو ۴     | ۲         | ۲       | ۱       |

بنابراین، ابعاد  $H$  بسیار کوچکتر از ابعاد  $B^F$  است. در سیستم مورد بررسی با سه متغیر نامشخص و هر کدام با دو سطح، تعداد سناریوهای کامل برابر  $2^3$  است. همان‌طور که ملاحظه گردید، با استفاده از  $L_4(2^3)$ ، فقط چهار سناریو آزمایش می‌شوند. بنابراین، تعداد سناریوهای آزمایش به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد.

مشخصات OA به صورت زیر است:

- هر سطح از یک متغیر نامشخص  $H/B$  بار در هر ستون رخ می‌دهد.

- در هر دو ستون، تعداد وقوع دو سطح متغیر یکسان است.

- به عنوان مثال، در هر دو ستون  $(L_4(2^3),$  سطوح "۱۱", "۱۲", "۲۱" و "۲۲") فقط یک بار رخ می‌دهند.

- سناریوهای به دست آمده توسط OA به طور یکنواخت در فضای همه سناریوهای ممکن توزیع شده‌اند. این ویژگی در شکل (۴) برای ترکیبات  $L_4(2^3)$  نشان داده شده است.

جدول (۳): اطلاعات خطوط انتقال کاندیدا سیستم آزمایشی ۶

شینه Garver اصلاح شده

| هزینه سرمایه‌گذاری (M\$) | ظرفیت (MW) | راکننس (pu) | به شین | از شین |
|--------------------------|------------|-------------|--------|--------|
| 40                       | 2×100      |             | 1      | 2      |
| 38                       | 3×100      | 0.38        | 1      | 3      |
| 60                       | 2×80       | 0.6         | 1      | 4      |
| 20                       | 2×100      | 0.2         | 1      | 5      |
| 68                       | 3×70       | 0.68        | 1      | 6      |
| 20                       | 2×100      | 0.2         | 2      | 3      |
| 40                       | 2×100      | 0.4         | 2      | 4      |
| 31                       | 3×100      | 0.31        | 2      | 5      |
| 30                       | 2×100      | 0.3         | 2      | 6      |
| 59                       | 3×100      | 0.59        | 3      | 4      |
| 20                       | 2×100      | 0.2         | 3      | 5      |
| 48                       | 3×100      | 0.48        | 3      | 6      |
| 63                       | 3×75       | 0.63        | 4      | 5      |
| 30                       | 2×100      | 0.3         | 4      | 6      |
| 61                       | 3×78       | 0.61        | 5      | 6      |

#### ۲-۴- حل مسئله RNEP از روش TOAT

روش تست آرایه متعامد تاگوچی<sup>۱۵</sup> (TOAT) در مرجع [۲۴] برای یافتن پاسخ‌های مستحکم برای مسایل تولید ارائه شد. این روش سناریوهای آزمایشی بسیار کوچکتری را برای متغیرهای ورودی نامشخص ارائه می‌کند و به بار محاسباتی کمتری نسبت به شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۱۶</sup> (MCS) نیاز دارد. در روش TOAT، سناریوهای مناسبتی از متغیرهای ورودی نامشخص برای پوشش تمامی سناریوهای ممکن ارائه شده است. برای توضیح این روش، فرض کنید سیستم  $Y$  می‌تواند باتابع  $y = Y(x_1, \dots, x_F)$  نمایش داده شود که در آن،  $x_1, \dots, x_F$  متغیرهای ورودی نامشخص با تعداد  $F$  هستند. اگر هر یک از این متغیرها دارای  $B$  سطح در محدوده تغییرات خود باشند، تعداد ترکیبات ممکن از حالات سیستم  $B^F$  خواهد بود. آزمایش همه این حالت‌ها به بار محاسباتی زیادی نیاز دارد، به خصوص زمانی که  $F$  بزرگ باشد. روش TOAT با انتخاب تعداد بهینه سناریوهای تست، تعداد حالت‌های تست و بار محاسباتی را کاهش می‌دهد. در TOAT، سناریوها بر اساس آرایه‌های

<sup>17</sup> Orthogonal arrays

<sup>15</sup> Taguchi's orthogonal array testing

<sup>16</sup> Monte Carlo simulation

می‌شوند.

سناریوهای انتخاب شده در مسئله بهینه‌سازی TNEP پیاده‌سازی می‌شوند. فرمولبندی TNEP با TOAT در نظر گرفتن این سناریوها به شرح زیر است:

$$f = \underset{n_{ij}, r_{i,h}, w_{i,h}}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + p_f \sum_h \sum_{i \in B} r_{i,h} + p_f \sum_h \sum_{i \in \Psi} w_{i,h} \right\} \quad (45)$$

که،

$$\begin{aligned} S^T f_h + P_{g,h} + (P_{w,h} - w_h) \\ = (P_{d,h} - r_h) \end{aligned} \quad (46)$$

$$f_{ij,h} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_{i,h} - \theta_{j,h}) = 0 \quad (47)$$

$$|f_{ij,h}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (48)$$

$$P_g \leq P_{g,h} \leq \bar{P}_g \quad (49)$$

$$0 \leq r_h \leq P_d \quad (50)$$

$$0 \leq w_h \leq P_w \quad (51)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega \quad (52)$$

که، شاخص  $h$  مربوط به شماره سناریوی اجرا شده است و  $H = 1, 2, 3, \dots, H$  هدف رابطه (45) به حداقل رساندن مجموع هزینه‌های سرمایه‌گذاری و حذف بار و تولید توان بادی در تعداد  $H$  سناریو لحاظ شده است.

سناریوهای تولید شده توسط TOAT همه سناریوهای ممکن متغیرهای ورودی نامشخص را پوشش نمی‌دهند. بنابراین، بایستی استحکام پاسخ (طرح) توسعه به دست آمده برای TNEP بررسی گردد. بدین منظور، تعداد  $K$  سناریو توسط MCS و بر اساس pdf متغیرهای نامشخص، تولید و آزمایش گردد که  $K$  خیلی بیشتر از  $H$  است. با فرض اینکه  $k$  شماره سریال سناریو باشد و  $1, 2, 3, \dots, K$  این سناریوها به صورت روابط (53)–(59) آزمایش می‌شوند:

$$\underset{r_{i,k}, w_{i,k}}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{i \in B} r_{i,k} + \sum_{i \in \Psi} w_{i,k} \right\} \quad (53)$$

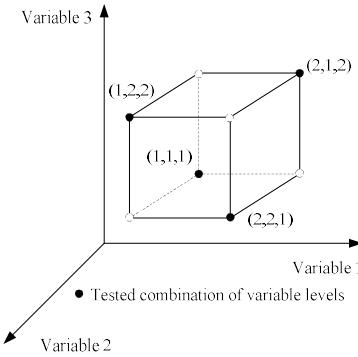
که،

$$\begin{aligned} S^T f_k + P_{g,k} + (P_{w,k} - w_k) \\ = (P_{d,k} - r_k) \end{aligned} \quad (54)$$

$$f_{ij,k} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_{i,k} - \theta_{j,k}) = 0 \quad (55)$$

$$|f_{ij,k}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (56)$$

$$P_g \leq P_{g,k} \leq \bar{P}_g \quad (57)$$



شکل (۴): آرایه متعامد ( $2^3$ )

ممکن است برای یک سیستم، در کتابخانه‌های OA ارائه OA وجود نداشته باشد که تعداد ستون‌های آن برابر با تعداد متغیرهای نامشخص سیستم باشد. در چنین حالتی، یک OA که تعداد ستون‌های آن چند عدد بیشتر از تعداد متغیرهای نامشخص سیستم است، انتخاب می‌شود.

اگر در مسئله TNEP، مقادیر بارها و تولید توان بادی متغیرهای ورودی نامشخص باشند، لازم است آرایه‌های متعامد این متغیرهای نامشخص تعریف شوند. با فرض توزیع نرمال برای یک بار الکتریکی،  $\sigma = \mu + \sigma$  و  $\mu$  به عنوان نماینده مقادیر بار انتخاب می‌شوند که  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب مقدار مورد انتظار و مقدار انحراف از معیار این بار الکتریکی هستند. توان خروجی یک ژنراتور تولید توان بادی بین صفر و ظرفیت نامی آن تغییر می‌کند. این مقادیر حدی به عنوان نماینده‌ها برای تعریف تولید توان بادی نامشخص انتخاب TNEP با دو سطح در OA اینجا معرفی شوند. سناریوهای آزمایشی عملیاتی برای TNEP به صورت زیر تعریف می‌شوند:

(الف) تعیین تعداد متغیرهای عدم قطعیت مربوط به بارهای الکتریکی ( $n_d$ ) و تولیدات توان بادی ( $n_w$ ).

(ب) ارائه OA به صورت  $L_H(B^F)$  برای عدم قطعیت فوق که در آن  $F \geq n_d + n_w$  و "۱" و "۰" در یک ستون OA به ترتیب مقادیر کم و بالای متغیرها هستند (یا بالعکس). در اینجا، هر متغیر نامشخص دارای یک سطح کم و یک سطح زیاد است.

(ج) اگر تعداد ستون‌ها در OA بیشتر از تعداد متغیرهای نامشخص باشد، ستون‌های اضافی را نادیده گرفته و فرض می‌شود اولین ستون  $n_d + n_w$  از  $L_H(B^F)$  همان متغیرهای بار و تولید نیروی باد باشد. سپس، تعداد  $H$  ردیف ( $L_H(B^F)$ ) به عنوان سناریوهای عملیاتی انتخاب

جدول (۵) ارائه شده است. مقادیر کم و زیاد بار در این جدول بر اساس مقادیر بار در پایان افق زمانی یعنی در پایان سال پنجم با نرخ افزایشی سالانه ۱۰ درصد محاسبه شده است.

جدول (۶): سناریوهای آزمایشی به دست آمده از  $L_8(2^7)$  برای سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده.

| شماره | سطوح متغیرها |          |          |          |          |          |      |
|-------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|------|
|       | $P_{d1}$     | $P_{d2}$ | $P_{d3}$ | $P_{d4}$ | $P_{d5}$ | $P_{w2}$ | ستون |
|       | سناریو       | صرف‌نظر  | شده      |          |          |          |      |
| 1     | 187          | 560      | 93       | 374      | 560      | 0        | 1    |
| 2     | 187          | 560      | 93       | 456      | 684      | 161      | 2    |
| 3     | 187          | 684      | 114      | 374      | 560      | 161      | 2    |
| 4     | 187          | 684      | 114      | 456      | 684      | 0        | 1    |
| 5     | 229          | 560      | 114      | 374      | 684      | 0        | 2    |
| 6     | 229          | 560      | 114      | 456      | 560      | 161      | 1    |
| 7     | 229          | 684      | 93       | 374      | 684      | 161      | 1    |
| 8     | 229          | 684      | 93       | 456      | 560      | 0        | 2    |

با سناریوهای انتخاب شده جدول ۵، مسئله TNEP روابط (۴۵)-(۵۲) مبتنی بر TOAT حل شده و طرح توسعه انتقال بدست آمده به صورت  $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ،  $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ،  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  با هزینه سرمایه‌گذاری مورد نیاز ۲۲۰ میلیون دلار است. این مسئله در محیط نرم افزار Matlab

با استفاده از حل‌کننده CPLEX حل شده است. اکنون، استحکام طرح انتقال بدست آمده را بررسی می‌کنیم. که، خطوط انتقال جدید به سیستم اضافه و مسئله بهینه‌سازی روابط (۵۳)-(۵۹) برای ۱۰۰۰ سناریوی تولید شده توسط MCS حل می‌شود. در ۹۴۴ سناریو، مقدار تابع هدف رابطه (۵۳) صفر می‌شود. بنابراین، درجه استحکام طرح محاسبه شده  $94.4\%$  است که کاملاً قابل قبول است.

#### ۴-۳- حل مسئله STC از RNEP

این روش بهینه‌سازی مستحکم در اینجا یک تکنیک تحلیل ریسک است که در مرجع [۲۶] برای حل مسئله مشارکت‌پذیری واحدهای تولید توان مستحکم پیشنهاد شده است. هدف این روش به حداقل رساندن حداقل شده این روش از طریق توسعه (پاسخ‌های TNEP) در تمام پژوهیانی ممکن است [۲۷]. پژوهیانی طرح  $X$  در سناریو  $S$  تفاوت بین هزینه طرح  $X$  در سناریو  $S$  و هزینه طرح بهینه  $\bar{X}$  در این سناریو است، یعنی:

$$0 \leq r_k \leq P_d \quad (58)$$

$$0 \leq w_k \leq P_w \quad (59)$$

اگر در سناریوی آزمایشی  $k$  مقدار تابع هدف رابطه (۵۳) صفر گردد، طرح توسعه انتقال برای این سناریو کفایت می‌کند. درجه استحکام طرح محاسبه شده بر حسب درصد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\beta = \frac{K_1}{K} \times 100\% \quad (60)$$

که،  $K_1$  شماره سناریوهای آزمایشی است که مقدار تابع هدف رابطه (۵۳) در آن صفر شده است.

TOAT مبتنی بر روابط فوق، روی سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده پیاده‌سازی شده است. همان طور که در بخش ۴ ذکر شد، تعداد عدم قطعیت‌های ورودی ۶ عدد (۵) عدم قطعیت مربوط به بارهای الکتریکی و یک عدم قطعیت مربوط به تولید توان بادی (می‌باشد. با انتخاب تابع توزیع نرمال برای عدم قطعیت بار الکتریکی،  $\sigma - \mu + \sigma$  به عنوان سطوح پایین و بالای بار انتخاب می‌شوند. انحراف از معیار ( $\sigma$ ) هر بار نامشخص ۱۰٪ مقدار مورد انتظار ( $\mu$ ) آن است. فرض می‌شود که مقدار مورد انتظار تولید توان بادی در شین ۲ برابر ۵۰ درصد ظرفیت نامی آن و مقادیر مورد انتظار بار در شین‌های ۱ تا ۵ به ترتیب ۸۰، ۲۴۰، ۱۶۰، ۴۰ و ۲۴۰ مگاوات است. ظرفیت نامی تولید توان بادی در شین ۲ برابر ۱۰۰ مگاوات است. بنابراین، یک آرایه متعامد با ۶ متغیر دو سطحی نامشخص مورد نیاز است. از کتابخانه‌های OA [۲۵]، OA از نوع  $L_8(2^7)$  برای این مجموعه از عدم قطعیت‌ها مناسب است. آرایش ماتریسی این OA به صورت زیر است:

$$L_8(2^7) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

با این حال، تعداد ستون‌ها در این OA بیشتر از تعداد عدم قطعیت‌ها یعنی عدد ۶ است. بنابراین، ۶ ستون اول این OA انتخاب شده و ستون اضافی آخر نادیده گرفته می‌شود. با فرض اینکه "۱" و "۲" به ترتیب سطوح پایین و بالای عدم قطعیت را نشان دهد، سناریوهای آزمایشی به دست آمده از  $L_8(2^7)$  برای سیستم آزمایشی در Garver

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^T \mathbf{f}_s + \mathbf{P}_{g,s} + (\mathbf{P}_{w,s} - \mathbf{w}_s) \\ = (\mathbf{P}_{d,s} - \mathbf{r}_s) \end{aligned} \quad (64)$$

$$f_{ij,s} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_{i,s} - \theta_{j,s}) = 0 \quad (65)$$

$$|f_{ij,s}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\bar{f}_{ij} \quad (66)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_{g,s} \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (67)$$

$$0 \leq \mathbf{r}_s \leq \mathbf{P}_d \quad (68)$$

$$0 \leq \mathbf{w}_s \leq \mathbf{P}_w \quad (69)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega \quad (70)$$

بنابراین، برای به حداقل رساندن حداکثر پشیمانی، یک مسئله بهینه‌سازی دو سطحی (master-slave) باید حل شود تا طرح بهینه نهایی به دست آید:

مسئله -

$$\underset{X}{\text{minimize}} \underset{s}{\text{maximum}} (f(X,s) - f(\bar{X},s)) \quad (71)$$

که در هر سناریو، هزینه  $f(X,s)$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

مسئله -

$$f(X,s) = \underset{r_{i,s}, w_{i,s}}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + p_f \sum_{i \in B} r_{i,s} + p_f \sum_{i \in \Psi} w_{i,s} \right\} \quad (72)$$

که،

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^T \mathbf{f}_s + \mathbf{P}_{g,s} + (\mathbf{P}_{w,s} - \mathbf{w}_s) \\ = (\mathbf{P}_{d,s} - \mathbf{r}_s) \end{aligned} \quad (73)$$

$$f_{ij,s} - B_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_{i,s} - \theta_{j,s}) = 0 \quad (74)$$

$$|f_{ij,s}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\bar{f}_{ij} \quad (75)$$

$$\underline{\mathbf{P}}_g \leq \mathbf{P}_{g,s} \leq \bar{\mathbf{P}}_g \quad (76)$$

$$0 \leq \mathbf{r}_s \leq \mathbf{P}_d \quad (77)$$

$$0 \leq \mathbf{w}_s \leq \mathbf{P}_w \quad (78)$$

مجموعه سناریوها از عدم قطعیت‌های ورودی یعنی بارها و تولید توان بادی تولید می‌شوند. این سناریوها را می‌توان با روش‌های مختلفی مانند روش آرایه‌های متعماد تاگوچی

$$\begin{aligned} \text{regret}(X,s) &= f(X,s) \\ &- f(\bar{X},s) \end{aligned} \quad (61)$$

که،  $\text{regret}(X,s)$  پشیمانی طرح  $X$  در سناریو  $s$  است.  $f(\bar{X},s)$  به ترتیب هزینه‌های (مقدادر تابع هدف) طرح  $X$  و طرح بهینه  $\bar{X}$  در سناریو  $s$  هستند. طرح بهینه  $\bar{X}$  را می‌توان با حل مسئله بهینه‌سازی TNEP باحضور تک سناریو  $s$  محاسبه کرد.

در این روش، طرحی که حداکثر پشیمانی را در تمام سناریوها به حداقل می‌رساند، به عنوان طرح بهینه نهایی انتخاب می‌شود، یعنی [۲۷-۲۸]:

$$\underset{X}{\text{minimize}} \underset{s}{\text{maximum}} (\text{regret}(X,s)) \quad (62)$$

به منظور شرح معیار پشیمانی Min-max، یک مثال ساده ارائه شده است. فرض کنید، یک مسئله برنامه‌ریزی برای سه سناریو بهینه شده است. برای هر سناریو، طرح بهینه در جدول (۶) پررنگ شده است. جدول ۷ پشیمانی طرح‌های توسعه را در سناریوهای مختلف نشان می‌دهد. همچنین حداکثر پشیمانی هر طرح در این جدول مشخص شده است. لذا، طرح ۲ با حداقل حداکثر پشیمانی به عنوان طرح بهینه نهایی انتخاب می‌گردد.

جدول (۶): طرح بهینه در هر سناریو.

| طرح   | سناریو الف | سناریو ب   | سناریو ج   |
|-------|------------|------------|------------|
| ۱ طرح | <b>150</b> | 166        | 194        |
| ۲ طرح | 170        | 168        | 174        |
| ۳ طرح | 178        | <b>154</b> | <b>170</b> |

جدول (۷): پشیمانی‌های طرح‌های توسعه در سناریوهای مختلف.

| طرح   | سناریو الف | سناریو ب | سناریو ج | حداکثر پشیمانی |
|-------|------------|----------|----------|----------------|
| ۱ طرح | 0          | 12       | 24       | 24             |
| ۲ طرح | 20         | 14       | 4        | <b>20</b>      |
| ۳ طرح | 28         | 0        | 0        | 28             |

برای مسئله بهینه‌سازی TNEP، فرمولیندی ریاضی معیار پشیمانی Min-max به صورت زیر است: در ابتدا لازم است برای هر سناریو  $s$ ، هزینه بهینه  $f(\bar{X},s)$  به صورت زیر محاسبه شود:

$$f(\bar{X},s) = \underset{n_{ij}, r_{i,s}, w_{i,s}}{\text{minimize}} \left\{ \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + p_f \sum_{i \in B} r_{i,s} + p_f \sum_{i \in \Psi} w_{i,s} \right\} \quad (63)$$

جدول ۹ است. ستون آخر این جدول حداکثر پشیمانی هر طرح در مجموعه سناریوها را نشان می‌دهد. بنابراین، طرح ۴ (یا ۵) با حداقل حداکثر پشیمانی برابر با ۱۲۲، طرح بهینه نهایی است.

این طرح توسعه به ۲۲۰ میلیون دلار برای نصب خطوط جدید  $(5-1) \times 2$ ،  $(5-2) \times 2$ ،  $(5-3) \times 2$ ،  $(5-4) \times 2$  نیاز دارد.

تعریف کرد.

این مسئله RTNEP مبتنی بر سناریو برای سیستم مذکور حل شده است. سناریوهای تبیین شده با روش Garver تاگوچی (جدول ۵) به عنوان مجموعه سناریوهای ممکن در مسئله لحظه می‌گردد. در هر سناریو، طرح توسعه بهینه با استفاده از حل کننده CPLEX پیدا می‌شود. مقادیر تابع هدف رابطه (۶۳) برای طرح‌های بهینه در جدول ۸ ارائه شده است. پشیمانی از این طرح‌ها در سایر سناریو به شرح

جدول (۸): طرح بهینه در هر سناریو در سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده.

| طرح   | سناریو ۱   | سناریو ۲   | سناریو ۳  | سناریو ۴   | سناریو ۵   | سناریو ۶   | سناریو ۷   | سناریو ۸   |
|-------|------------|------------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| طرح ۱ | <b>110</b> | 437        | 110       | 1157       | 619        | 197        | 477        | 820        |
| طرح ۲ | 161        | <b>145</b> | 140       | 826        | 469        | 180        | 382        | 661        |
| طرح ۳ | 197        | 491        | <b>98</b> | 1183       | 646        | 203        | 530        | 943        |
| طرح ۴ | 220        | 220        | 220       | <b>220</b> | 220        | 220        | 220        | 220        |
| طرح ۵ | 220        | 220        | 220       | 220        | <b>220</b> | 220        | 220        | 220        |
| طرح ۶ | 585        | 412        | 464       | 1345       | 983        | <b>166</b> | 862        | 1099       |
| طرح ۷ | 181        | 181        | 181       | 431        | 335        | 181        | <b>190</b> | 181        |
| طرح ۸ | 160        | 292        | 160       | 412        | 329        | 177        | 292        | <b>160</b> |

جدول (۹): پشیمانی طرح‌های توسعه در سناریوهای مختلف در سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده.

| طرح   | سناریو ۱ | سناریو ۲ | سناریو ۳ | سناریو ۴ | سناریو ۵ | سناریو ۶ | سناریو ۷ | سناریو ۸ | حداکثر پشیمانی |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------------|
| طرح ۱ | 0        | 292      | 12       | 937      | 399      | 31       | 287      | 660      | 937            |
| طرح ۲ | 51       | 0        | 42       | 606      | 249      | 14       | 192      | 501      | 606            |
| طرح ۳ | 87       | 346      | 0        | 963      | 426      | 37       | 340      | 783      | 963            |
| طرح ۴ | 110      | 75       | 122      | 0        | 0        | 54       | 30       | 60       | <b>122</b>     |
| طرح ۵ | 110      | 75       | 122      | 0        | 0        | 54       | 30       | 60       | <b>122</b>     |
| طرح ۶ | 475      | 267      | 366      | 1125     | 763      | 0        | 672      | 939      | 1125           |
| طرح ۷ | 71       | 36       | 83       | 211      | 115      | 15       | 0        | 21       | 211            |
| طرح ۸ | 50       | 147      | 62       | 192      | 109      | 11       | 102      | 0        | 192            |

جدول (۱۰): مقایسه پاسخ‌های روش‌های TOAT، IGDT و STC.

| روش حل | تعداد خطوط جدید | هزینه سرمایه‌گذاری (M\$) | زمان (min) |
|--------|-----------------|--------------------------|------------|
| IGDT   | ۷               | ۱۸۰                      | ۳۷         |
| TOAT   | ۹               | ۲۲۰                      | ۱۶         |
| STC    | ۹               | ۲۲۰                      | ۲۳         |

## ۵-نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش‌های مرسوم TOAT، IGDT و STC برای حل مسئله TNEP مستحکم با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های بار و تولید توان بادی مطالعه و مقایسه شد. این روش‌ها با موفقیت فرمولبندی و روی سیستم آزمایشی ۶ شینه Garver اصلاح شده پیاده‌سازی شدند. نتایج

## ۴-۴- مقایسه پاسخ‌های روش‌های TOAT، IGDT و STC

در جدول ۱۰، مقایسه کلی بین روش‌های TOAT، IGDT و STC در حل مسئله RTNEP ارایه شده است. اطلاعات این جدول نشان می‌دهد که، در طرح توسعه بدست آمده توسط روش IGDT تعداد خطوط جدید برای نصب و به تبع هزینه سرمایه‌گذاری کمتر است. با این روش، هزینه سرمایه‌گذاری تقریباً ۱۸ درصد کمتر از سایر روش‌ها است. البته روش IGDT دارای حجم بیشتر محاسباتی می‌باشد که با توجه به اینکه مسئله RTNEP یک مسئله بلند مدت است، زمان اجرای برنامه و حجم محاسباتی حائز اهمیت نمی‌باشد. بنابراین در کل، روش IGDT به دلیل قابلیت یافتن پاسخ بهینه با هزینه سرمایه‌گذاری کمتر نسبت به روش‌های TOAT و STC ارجحیت دارد.

آنها پیاده‌سازی کرد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که، روش IGDT دارای حجم محاسباتی بیشتری می‌باشد که با توجه به اینکه مسئله RTNEP یک مسئله بلند مدت است، زمان اجرای برنامه و حجم محاسباتی حائز اهمیت نمی‌باشد. بنابراین در کل، روش IGDT به دلیل قابلیت یافتن پاسخ بهینه با هزینه سرمایه‌گذاری کمتر نسبت به روش‌های TOAT و STC ارجحیت دارد.

شبیه‌سازی، توانایی روش‌های مذکور را در توسعه مستحکم سیستم‌های انتقال را تأیید می‌کند.

در هر یک از روش‌های فوق، طرح توسعه قابل قبولی برای TNEP مستحکم در حضور عدم‌قطعیت‌های بارهای الکتریکی و تولید توان بادی بدست آمد. این روش‌ها را می‌توان به راحتی بر روی هر سیستم قدرت بزرگتر و در مقیاس واقعی به منظور توسعه مستحکم شبکه‌های انتقال

### نشانه‌ها و علایم اختصاری

|  |                       |  |                               |
|--|-----------------------|--|-------------------------------|
| سرعت $(\text{m/sec})$ cut-out توربین بادی        | $v_{co}$              | مجموع شین‌های بار                                      | $B$                           |
| سرعت نامی توربین بادی $(\text{m/sec})$           | $v_r$                 | سوسپتانس تک خط در مسیر $(i,j)$                         | $B_{ij}$                      |
| بردار حذف تولید توان بادی $(\text{MW})$          | $w$                   | هزینه تک خط نصب شده در مسیر $(i,j)$                    | $c_{ij}$                      |
| تولید توان بادی حذف شده در شین $i$ $(\text{MW})$ | $w_i$                 | بردار شارش توان در مسیرها                              | $f$                           |
| بردار متغیرهای تصادفی                            | $X$                   | مقدار تابع هدف پایه                                    | $f_b$                         |
| پارامتر مقیاس                                    | $\alpha$              | شارش توان در مسیر $(i,j)$                              | $f_{ij}$                      |
| پارامتر شکل                                      | $\beta$               | حد شارش توان تک خط در مسیر $(i,j)$                     | $\bar{f}_{ij}$                |
| مجموع عدم‌قطعیت‌ها                               | $\Gamma$              | تعداد خطوط اضافه شده در مسیر $(i,j)$                   | $n_{ij}$                      |
| مجموع عدم‌قطعیت‌های ورودی                        | $\gamma$              | ظرفیت تعداد خطوط قابل نسب در مسیر $(i,j)$              | $\bar{n}_{ij}$                |
| مقدار پیش‌بینی شده متغیر عدم‌قطعیت $\gamma$      | $\bar{\gamma}$        | تعداد خطوط موجود در مسیر $(i,j)$                       | $n_{ij}^0$                    |
| شعاع عدم‌قطعیت                                   | $\zeta$               | ظریب جریمه حذف بار یا توان تولید بادی $(\$/\text{MW})$ | $p_f$                         |
| ماکریمم شعاع عدم‌قطعیت                           | $\hat{\zeta}$         | بردار بارها $(\text{MW})$                              | $P_d$                         |
| زاویه ولتاژ در شین $j$ / $i$                     | $/ \theta_j \theta_i$ | بردار توان‌های تولیدی $(\text{MW})$                    | $P_g$                         |
| شعاع عدم‌قطعیت                                   | $\Lambda_C$           | بردارهای حداقل و حداکثر حد تولید $(\text{MW})$         | $/ \bar{P}_g \underline{P}_g$ |
| درجه خطای پذیرفتی در کاهش $f_b$                  | $\varsigma_C$         | بردار تولید توان بادی $(\text{MW})$                    | $P_w$                         |
| مجموع واحدهای بادی                               | $\Psi$                | بردار توان‌های حذف شده $(\text{MW})$                   | $r$                           |
| مجموع قیود برابر و نابرابر                       | $\Psi_{eq}$           | حذف بار در شین $i$ $(\text{MW})$                       | $r_i$                         |
| مجموع قیود نابرابر                               | $\Psi_{ineq}$         | ماتریس حادث گره - شاخه                                 | $S$                           |
| مجموع مسیرهای موجود انتقال                       | $\Omega$              | سرعت باد $(\text{m/sec})$                              | $v$                           |
|  |                       | سرعت $(\text{m/sec})$ cut-in توربین بادی               | $v_{ci}$                      |

## مراجع

- [1] G. Muñoz-Delgado, J. Contreras, J.M. Arroyo, A.S. De La Nieta, and M. Gibescu. "Integrated transmission and distribution system expansion planning under uncertainty." *IEEE Transactions on Smart Grid* 12, no. 5 (2021): 4113-4125.
- [2] A. Ashoornezhad, H. Falaghi, A. Hajizadeh, and M. Ramezani. "A two-stage multi-period distribution network expansion planning considering the integration of private investors." *International Transactions on Electrical Energy Systems* 31, no. 12 (2021): e13226.
- [3] S. Abbasi, and H. Abdi. "Multiobjective transmission expansion planning problem based on ACOPF considering load and wind power generation uncertainties." *International Transactions on Electrical Energy Systems* 27, no. 6 (2017): e2312.
- [4] S. Abbasi, H. Abdi, S. Bruno, and M. La Scala. "Transmission network expansion planning considering load correlation using unscented transformation." *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 103 (2018): 12-20.
- [5] M. Oloomi Buygi, G. Balzer, H.M. Shanechi, and M. Shahidehpour. "Market-based transmission expansion planning." *IEEE Transactions on Power Systems* 19, no. 4 (2004): 2060-2067.
- [6] G.A. Orfanos, P.S. Georgilakis, and N.D. Hatziargyriou. "Transmission expansion planning of systems with increasing wind power integration." *IEEE Transactions on Power Systems* 28, no. 2 (2012): 1355-1362.
- [7] R. Hemmati, R.A. Hooshmand, and A. Khodabakhshian. "Market based transmission expansion and reactive power planning with consideration of wind and load uncertainties." *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 29 (2014): 1-10.
- [8] M. Moeini-Aghaie, A. Abbaspour, and M. Fotuhi-Firuzabad. "Incorporating large-scale distant wind farms in probabilistic transmission expansion planning—Part I: Theory and algorithm." *IEEE Transactions on power systems* 27, no. 3 (2012): 1585-1593.
- [9] M. Moeini-Aghaie, A. Abbaspour, and M. Fotuhi-Firuzabad. "Incorporating large-scale distant wind farms in probabilistic transmission expansion planning—Part II: Case studies." *IEEE Transactions on Power Systems* 27, no. 3 (2012): 1594-1601.
- [10] L.L Garver. "Transmission network estimation using linear programming." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 7 (1970): 1688-1697.
- [11] R. Fang, and D.J. Hill. "A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets." *IEEE Transactions on Power Systems* 18, no. 1 (2003): 374-380.
- [12] P. Maghousi, S.Hamid Hosseini, M. Oloomi Buygi, and M. Shahidehpour. "A multi-objective framework for transmission expansion planning in deregulated environments." *IEEE Transactions on Power Systems* 24, no. 2 (2009): 1051-1061.
- [13] M. Aien, M. Fotuhi-Firuzabad, and F. Aminifar. "Probabilistic load flow in correlated uncertain environment using unscented transformation." *IEEE Transactions on Power Systems* 27, no. 4 (2012): 2233-2241.
- [14] G. Verbic, and C.A. Canizares. "Probabilistic optimal power flow in electricity markets based on a two-point estimate method." *IEEE Transactions on Power Systems* 21, no. 4 (2006): 1883-1893.
- [15] G. Papaefthymiou, and D. Kurowicka. "Using copulas for modeling stochastic dependence in power system uncertainty analysis." *IEEE Transactions on Power Systems* 24, no. 1 (2008): 40-49.
- [16] Q. Zhang, and H. Wang. "Probability density function control for stochastic nonlinear systems using monte carlo simulation." *IFAC-PapersOnLine* 53, no. 2 (2020): 1288-1293.
- [17] M.M. Al Sobhi. "The extended Weibull distribution with its properties, estimation and modeling skewed data." *Journal of King Saud University-Science* 34, no. 2 (2022): 101801.
- [18] S.S. Eddin, and Y. Suzuki. "On the distribution of products of two primes." *Journal of Number Theory* 214 (2020): 100-136.
- [19] A. Rabiee, A. Soroudi, and A. Keane. "Information gap decision theory based OPF with HVDC connected wind farms." *IEEE Transactions on Power Systems* 30, no. 6 (2014): 3396-3406.

- [20] S. Dehghan, A. Kazemi, and N. Amjadi. "Multi-objective robust transmission expansion planning using information-gap decision theory and augmented  $\epsilon$ -constraint method." *IET Generation, Transmission & Distribution* 8, no. 5 (2014): 828-840.
- [21] M. Taherkhani, and S.H. Hosseini. "IGDT-based multi-stage transmission expansion planning model incorporating optimal wind farm integration." *International Transactions on Electrical Energy Systems* 25, no. 10 (2015): 2340-2358.
- [22] J. Alseddiqui, and R.J. Thomas. "Transmission expansion planning using multi-objective optimization." In *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pp. 8-pp. IEEE, 2006.
- [23] *in :* <https://www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio>
- [24] K.L. Tsui. "An overview of Taguchi method and newly developed statistical methods for robust design." *Iie Transactions* 24, no. 5 (1992): 44-57.
- [25] "Orthogonal Arrays (Taguchi Designs)." [Online]. Available: <http://www.york.ac.uk/depts/mathstables/orthogonal.htm>.
- [26] R. Jiang, J. Wang, M. Zhang, and Y. Guan. "Two-stage minimax regret robust unit commitment." *IEEE Transactions on Power Systems* 28, no. 3 (2013): 2271-2282.
- [27] P. Maghouli, S.H. Hosseini, M. Oloomi Buygi, and M. Shahidehpour. "A scenario-based multi-objective model for multi-stage transmission expansion planning." *IEEE Transactions on Power Systems* 26, no. 1 (2010): 470-478.
- [28] B. Chen, J. Wang, L. Wang, Y. He, and Z. Wang. "Robust optimization for transmission expansion planning: Minimax cost vs. minimax regret." *IEEE Transactions on Power Systems* 29, no. 6 (2014): 3069-3077.